


**Universität-Gesamthochschule  Siegen**  
**Fachbereich Wirtschaftswissenschaften**

**Dissertation**  
**zur Erlangung des Grades eines**  
**Dr. rer. pol.**

**Stilisierte Fakten und Internationale Reale Konjunkturmodelle**

**vorgelegt von**

**Michael Gail**  
**aus Siegen**

**Siegen 1998**

**Tag der mündlichen Prüfung:**

**30.10.1998**

**Erstgutachter:**

**Prof. Dr. Hans-Edi Loef**

**Zweitgutachter:**

**Prof. Dr. Gerhard Brinkmann**

**im Internet abrufbar unter**

**URL: <http://www.ub.uni-siegen.de/pub/diss/fb5/1998/gail/>**

## Vorwort

In den 60iger Jahren dieses Jahrhunderts glaubte man, daß der Konjunkturzyklus tot sei. Das spiegelte sich auch in der Fachliteratur wider: Es gab kaum Beiträge, die sich mit diesem Phänomen auseinandersetzten. Seit Anfang der 70iger Jahre wurde diese These allerdings durch die Empirie widerlegt. Auf die Frage, wie man einerseits Konjunkturen messen und wie man sie andererseits theoretisch erklären kann, will diese Schrift eine Antwort versuchen zu geben. Sie bedient sich dabei des modernen Instrumentariums der Zeitreihenanalyse und baut systematisch auf dem Paradigma der Neuen Klassischen Makroökonomik auf. Spezielles Interesse gilt ausgewählten europäischen Ländern.

Die vorliegende Arbeit ist meine Dissertation, die ich im Mai 1998 am Fachbereich Wirtschaftswissenschaften der Universität-Gesamthochschule Siegen eingereicht habe. An dieser Stelle möchte ich zuallererst meinem akademischen Lehrer, Herrn Prof. Dr. Hans-Edi Loef, danken. Durch die vorzügliche Darstellung von komplexen Konjunkturtheorien in seinen Vorlesungen hat er mich für das Gebiet der Realen Konjunkturtheorie begeistert und mich durch vielfältige Diskussionen und zahlreiche Anregungen bei der Erstellung der Arbeit begleitet. Seine kritische Haltung hat maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beigetragen. Besondere Dankbarkeit schulde ich meinem Kollegen Herrn Dr. Jürgen Ehlgen. Er hat stets ein offenes Ohr für meine Probleme gehabt und mir bei vielen komplizierten Rechnungen äußerst hilfreiche Hinweise gegeben. Nicht zuletzt hat er auch die Mühe des Korrekturlesens auf sich genommen, wofür ich ihm ebenfalls ganz besonders danken möchte. Schließlich danke ich auch Herrn Prof. Dr. Gerhard Brinkmann für die Übernahme des Zweitgutachtens und Herrn Prof. Dr. Rüdiger Pethig für den Vorsitz in der Promotionskommission. Alle in der Arbeit verbliebenen Fehler gehen voll zu meinen Lasten. Möge ihre Zahl klein sein!

Siegen, im Dezember 1998

Michael Gail

## Inhaltsverzeichnis

<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung und Problemstellung</b>	<b>1</b>
<b>2 Das Basismodell der Realen Konjunkturtheorie</b>	<b>5</b>
2.1 Struktur des allgemeinen theoretischen Basismodells	5
2.2 Lösungsverfahren für das Basismodell	13
2.3 Ausbreitungsmechanismen im Basismodell und Kalibrierung	17
<b>3 Stilisierte Fakten als empirische Grundlage von internationalen realen Konjunkturmodellen</b>	<b>26</b>
3.1 Stilisierte Fakten für ein kleines Land: Dänemark	26
3.1.1 Die verwendeten Daten	26
3.1.2 Die Berechnung der relevanten Variablen	28
3.1.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation	29
3.2 Stilisierte Fakten für zwei große Länder	37
3.2.1 Die USA	37
3.2.1.1 Die verwendeten Daten	37
3.2.1.2 Die Berechnung der relevanten Variablen	38
3.2.1.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation	39
3.2.2 Deutschland	47
3.2.2.1 Die verwendeten Daten	47
3.2.2.2 Die Berechnung der relevanten Variablen	48
3.2.2.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation	49
3.2.3 Stilisierte Fakten des internationalen Konjunkturzyklus zwischen den USA und Deutschland	54
<b>4 Erklärung der dänischen Konjunkturzyklen mit einem internationalen realen Konjunkturmodell</b>	<b>60</b>
4.1 Das Basismodell	61
4.2 Das Basismodell mit Staatsaktivität	73
4.3 Das Basismodell mit Anpassungskosten	80

4.4	Das Basismodell mit Außenhandel	84
4.5	Das Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität	94
4.6	Das Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten	99
4.7	Das Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität	105
4.8	Das Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen	110
<b>5</b>	<b>Erklärung der deutschen Konjunkturzyklen mit einem internationalen realen Konjunkturmodell: Der Zwei-Länder-Fall</b>	<b>118</b>
5.1	Das Grundmodell von Baxter/Crucini	119
5.1.1	Vollständige Märkte	119
5.1.1.1	Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung	119
5.1.1.2	Berechnung der Technologieschocks	127
5.1.1.3	Modellösung bei transitorischen Schocks	129
5.1.1.4	Modellösung bei permanenten Schocks	139
5.1.1.5	Modellösung bei tatsächlichen Schocks	145
5.1.2	Unvollständige Märkte	153
5.1.2.1	Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung	153
5.1.2.2	Modellösung bei transitorischen Schocks	161
5.1.2.3	Modellösung bei permanenten Schocks	167
5.1.2.4	Modellösung bei tatsächlichen Schocks	173
5.2	Das Grundmodell mit Staatsaktivität und GHH-Präferenzen	178
5.2.1	Vollständige Märkte	178
5.2.1.1	Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung	178
5.2.1.2	Berechnung der Staatsausgabenschocks	183
5.2.1.3	Modellösung bei transitorischen Schocks	188
5.2.1.4	Modellösung bei permanenten Schocks	195
5.2.1.5	Modellösung bei tatsächlichen Schocks	200
5.2.2	Unvollständige Märkte	207
5.2.2.1	Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung	207

5.2.2.2	Modellösung bei transitorischen Schocks	209
5.2.2.3	Modellösung bei permanenten Schocks	214
5.2.2.4	Modellösung bei tatsächlichen Schocks	217
<b>6</b>	<b>Erweiterungen des Zwei-Länder-Grundmodells</b>	<b>222</b>
6.1	Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modelle	222
6.1.1	Überblick	222
6.1.2	Unvollständige Märkte im Zwei-Güter-Fall	227
6.1.3	Haushaltsproduktion	235
6.1.4	Nichthandelbare Güter	241
6.2	Mehrländermodelle	248
6.2.1	Überblick	248
6.2.2	Unvollständige Märkte und nichthandelbare Güter	252
6.2.3	Variation der Landesgröße	258
6.2.4	Die Rolle von Handelsverflechtungen	263
<b>7</b>	<b>Schlußbemerkungen</b>	<b>270</b>
	<b>Anhang</b>	<b>277</b>
<b>A</b>	<b>Gleichgewichtiges Wachstum im Basismodell</b>	<b>277</b>
A.1	Technologische Restriktionen zur Sicherstellung gleichgewichtigen Wachstums	277
A.1.1	Implikationen für die Wachstumsraten eines erreichbaren Steady State	279
A.1.2	Implikationen für die Steady-State-Grenzproduktivitäten	280
A.1.3	Implikationen für die Elastizitäten	281
A.2	Einschränkungen der Nutzenfunktion und der Staatsaktivität zur Sicherstellung eines erreichbaren Wachstumsgleichgewichts	281
A.2.1	Konstanz der intertemporalen Substitutionselastizität des Konsums	282
A.2.2	Konstanz des optimalen Arbeitseinsatzes	284
A.2.3	Einschränkungen für die Pfade der Staatsaktivität	287
A.3	Niveaus und Relationen im Steady State	288
A.3.1	Relationen	288
A.3.2	Quoten	288

A.3.3	Steady-State-Niveau des Arbeitseinsatzes	288
A.4	Die transformierte Ökonomie	289
<b>B</b>	<b>Dynamik nahe dem Steady State</b>	<b>291</b>
B.1	Lineare Approximationen	291
B.2	Lösungsalgorithmus	293
B.3	Alternative Lösungen	298
<b>C</b>	<b>Berechnung der Momente und der Impulsantwortfunktionen</b>	<b>300</b>
<b>D</b>	<b>Risikoaversion und intertemporale Substitutionselastizität</b>	<b>306</b>
<b>E</b>	<b>Der Hodrick/Prescott-Filter (HP-Filter)</b>	<b>310</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>312</b>

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1	Einfluß der Risikoaversion im Basismodell mit konstantem Arbeitseinsatz	20
Tabelle 2.2	Einfluß der Risikoaversion im Basismodell mit variablem Arbeitseinsatz	23
Tabelle 3.1	Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung): Dänemark, inländische Kenngrößen	30
Tabelle 3.2	Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung): Dänemark, inländische Kenngrößen	33
Tabelle 3.3	Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung): USA, inländische Kenngrößen	40
Tabelle 3.4	Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung): USA, inländische Kenngrößen	43
Tabelle 3.5	Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung): USA, inländische Kenngrößen	45
Tabelle 3.6	Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung): Deutschland, inländische Kenngrößen	49
Tabelle 3.7	Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung): Deutschland, inländische Kenngrößen	52
Tabelle 3.8	Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung): USA und Deutschland, internationale Kenngrößen	55
Tabelle 3.9	Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung): USA und Deutschland, internationale Kenngrößen	56
Tabelle 4.1	Kalibrierung des Basismodells	67
Tabelle 4.2	Reaktionskoeffizienten im Basismodell	70
Tabelle 4.3	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell	72
Tabelle 4.4	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Staatsaktivität	77
Tabelle 4.5	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Staatsaktivität	79
Tabelle 4.6	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel	89
Tabelle 4.7	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Außenhandel	92



Tabelle 4.8	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität	96
Tabelle 4.9	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität	98
Tabelle 4.10	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten	101
Tabelle 4.11	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten	104
Tabelle 4.12	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität	107
Tabelle 4.13	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität	109
Tabelle 4.14	Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen	112
Tabelle 4.15	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen	115
Tabelle 5.1	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten: transitorische Technologieschocks	130
Tabelle 5.2	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	131
Tabelle 5.3	Momente der Modellvariablen (ohne HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	132
Tabelle 5.4	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	134
Tabelle 5.5	Momente der Modellvariablen (ohne HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	135
Tabelle 5.6	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten: permanente Technologieschocks	140
Tabelle 5.7	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks	141
Tabelle 5.8	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks	142

Tabelle 5.9	Auswirkungen eines einprozentigen permanenten Technologieschocks in Deutschland: Grundmodell mit vollständigen Märkten	145
Tabelle 5.10	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten: tatsächliche Technologieschocks	148
Tabelle 5.11	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks	149
Tabelle 5.12	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks	150
Tabelle 5.13	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: transitorische Technologieschocks	161
Tabelle 5.14	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	162
Tabelle 5.15	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks	163
Tabelle 5.16	Auswirkungen eines einprozentigen transitorischen Technologieschocks in Deutschland: Grundmodell mit unvollständigen Märkten	166
Tabelle 5.17	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: permanente Technologieschocks	168
Tabelle 5.18	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks	169
Tabelle 5.19	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks	170
Tabelle 5.20	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: tatsächliche Technologieschocks	174
Tabelle 5.21	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks	175
Tabelle 5.22	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: transitorische Schocks	189
Tabelle 5.23	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, transitorische Schocks	190

Tabelle 5.24	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, transitorische Schocks	191
Tabelle 5.25	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: permanente Schocks	195
Tabelle 5.26	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, permanente Schocks	196
Tabelle 5.27	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, permanente Schocks	197
Tabelle 5.28	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: tatsächliche Schocks	201
Tabelle 5.29	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, tatsächliche Schocks	202
Tabelle 5.30	Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung): Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen, tatsächliche Schocks	203
Tabelle 5.31	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: transitorische Schocks	210
Tabelle 5.32	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: permanente Schocks	214
Tabelle 5.33	Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: tatsächliche Schocks	218
Tabelle 6.1	Kalibrierung des Arvanitis/Mikkola (1996)-Modells	230
Tabelle 6.2	Momente der Modellvariablen bei vollständigen Märkten	231
Tabelle 6.3	Momente der Modellvariablen bei unvollständigen Märkten	232
Tabelle 6.4	Momente der Modellvariablen im Canova/Ubide (1998)-Modell	240
Tabelle 6.5	Momente der Modellvariablen im Stockman/Tesar (1995)-Modell	245
Tabelle 6.6	Eigenschaften der Momente zwischen den Ländern im van Wincoop (1996d)-Modell	256
Tabelle 6.7	Momente der Modellvariablen im Head (1995)-Modell	261

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1	Anpassungspfade an das Gleichgewicht für den Fall konstanten Arbeitseinsatzes und $\sigma = 1$	21
Abbildung 2.2	Anpassungspfade an das Gleichgewicht für den Fall variablen Arbeitseinsatzes und $\sigma = 1$	24
Abbildung 3.1	Gemeinsamer linearer Trend und Ausgangsreihen: Dänemark 1971:1 - 1991:4	30
Abbildung 3.2	Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend: Dänemark 1971:1 - 1991:4	32
Abbildung 3.3	Individueller HP-Trend und nach linearer Trendbereinigung verbleibende zyklische Komponenten: Dänemark 1971:1 - 1991:4	35
Abbildung 3.4	Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend und individueller HP-Filterung: Dänemark 1971:1 - 1991:4	36
Abbildung 3.5	HP-Trend und Ausgangsreihe des Outputs und des Konsums: Dänemark 1971:1 - 1991:4	36
Abbildung 3.6	Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung: Dänemark 1971:1 - 1991:4	37
Abbildung 3.7	Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend für Konsum, Output, Investitionen und Ersparnis: USA 1968:1 - 1991:1	41
Abbildung 3.8	Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend für Konsum, Output und Investitionen: USA 1968:1 - 1991:1	46
Abbildung 3.9	Bestimmung der pro Tag und pro Kopf (der Bevölkerung) gearbeiteten Stunden: Deutschland 1968:1 - 1991:1	50
Abbildung 3.10	HP-Trend und Ausgangsreihe des Outputs und des Arbeitseinsatzes: Deutschland 1968:1 - 1991:1	53
Abbildung 3.11	Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung: Deutschland 1968:1 - 1991:1	53
Abbildung 3.12	Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung: Deutschland und USA 1968:1 - 1991:1	57

Abbildung 4.1	Impulsantwortfunktionen im Basismodell: einprozentiger Technologieschock	71
Abbildung 4.2	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Staatsaktivität: einprozentiger Staatsausgabenschock	78
Abbildung 4.3	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel: einprozentiger Technologieschock	90
Abbildung 4.4	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel: einprozentiger Realzinssatzschock	91
Abbildung 4.5	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität: einprozentiger Staatsausgabenschock	97
Abbildung 4.6	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten: einprozentiger Technologieschock	102
Abbildung 4.7	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten: einprozentiger Realzinssatzschock	103
Abbildung 4.8	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität: einprozentiger Staatsausgabenschock	108
Abbildung 4.9	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger Technologieschock	113
Abbildung 4.10	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger Realzinssatzschock	114
Abbildung 4.11	Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger Staatsausgabenschock	114
Abbildung 5.1	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten: einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland	137
Abbildung 5.2	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten: einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland	143
Abbildung 5.3	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten: einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland	151

Abbildung 5.4	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland	164
Abbildung 5.5	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland	171
Abbildung 5.6	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten: einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland	176
Abbildung 5.7	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland	192
Abbildung 5.8	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger transitorischer Staatsausgabenschock in Deutschland	194
Abbildung 5.9	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland	198
Abbildung 5.10	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger permanenter Staatsausgabenschock in Deutschland	199
Abbildung 5.11	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland	204
Abbildung 5.12	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger tatsächlicher Staatsausgabenschock in Deutschland	206
Abbildung 5.13	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland	211
Abbildung 5.14	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger transitorischer Staatsausgabenschock in Deutschland	212

Abbildung 5.15	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland	216
Abbildung 5.16	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger permanenter Staatsausgabenschock in Deutschland	217
Abbildung 5.17	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland	219
Abbildung 5.18	Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen: einprozentiger tatsächlicher Staatsausgabenschock in Deutschland	219
Abbildung 6.1	<i>J</i> -Kurve in den USA nach HP-Filterung 1957:1 - 1994:3	234
Abbildung 6.2	<i>J</i> -Kurve in Japan nach HP-Filterung 1957:1 - 1993:4	235

## 1 Einleitung und Problemstellung

Jede wirtschaftliche Aktivität vollzieht sich in der Zeit. Eine Volkswirtschaft darf nicht als ein statischer Komplex analysiert werden, sondern muß vielmehr als ein dynamisches System betrachtet werden, das ständigen Veränderungen im Zeitablauf ausgesetzt ist. Vergleicht man das Bruttosozialprodukt verschiedener Perioden miteinander, so werden deutliche Unterschiede sichtbar, die sich bei genauerer Betrachtung als ein ständiges Auf und Ab im Sinne einer Abweichung von einem langfristigen Trend herausstellen. Diese periodischen Schwankungen, die allgemein als Konjunkturen bezeichnet werden, finden in der Öffentlichkeit große Beachtung, weil sie mit gesellschaftlichen Spannungen und Unsicherheiten verbunden sind. Deswegen haben Ökonomen ein Interesse daran, eine möglichst genaue Erklärung der Ursachen der Auf- und Abwärtsbewegungen zu finden. Diese Erklärungen könnten dann den Wirtschaftspolitikern als Ansatzpunkte für eine Stabilisierungspolitik dienen, um die mit konjunkturellen Schwankungen verbundenen Friktionen zu mindern und abzufedern. Konjunkturtheorie stellt einen zentralen Bestandteil der makroökonomischen Theorie dar.

Die Reale Konjunkturtheorie ist eine der neuesten Forschungsrichtungen im Rahmen der Konjunkturtheorie. Erste Ansätze findet man zu Beginn der 80iger Jahre (Kydland/Prescott (1980)). Sie kann als eine Wiederbelebung älterer verbaler realer Konjunkturerklärungen interpretiert werden, weil sie - wie die Überinvestitionstheorien - die Ursachen konjunktureller Schwankungen auf technologische Änderungen zurückführt. Zudem ist sie eine konsequente Weiterentwicklung der Neuen Klassischen Makroökonomik, deren zentrales Ergebnis das Postulat der Politikineffektivität ist. Die Reale Konjunkturtheorie integriert die Hypothese rationaler Erwartungen in die Modellanalyse und geht vom Prinzip der vollständigen Marktträumung aus. Im Gegensatz zur älteren keynesianischen Theorie werden keine Ad-Hoc-Verhaltenshypothesen aufgestellt, sondern es erfolgt eine konsequent mikroökonomische Fundierung der Theorie. Konjunktur wird in einem gleichgewichtigen Modellrahmen untersucht. Im Mittelpunkt der Analyse stehen optimierende Individuen und ihre Reaktionen auf exogene technologische Schocks, aus denen die konjunkturellen Schwankungen resultieren.

Man kann im wesentlichen zwei Entwicklungen für das Entstehen realer Konjunkturmodelle verantwortlich machen: einerseits die Unzufriedenheit mit monetären Konjunkturmodellen, weil diese auf der falschen Annahme beruhen, daß die Wirtschaftssubjekte monetäre Aggregate der laufenden Periode nur unzureichend wahrnehmen können, andererseits zeitreihenanalytische Untersuchungen, die zu der Erkenntnis geführt haben, daß monetären Störungen nur eine geringe Bedeutung im Hinblick auf Veränderungen des Outputs zukommen. In Kydland/Prescott (1982) und Long/Plosser (1983) wird erstmals diesen Defekten konsequent Rechnung getragen, indem ausschließlich technologische Schocks als konjunkturauslösender Impuls auftreten. Die Entwicklung der Modelle beschränkte sich danach lange Zeit auf speziell für die USA zugeschnittene Varianten, welche in der Lage waren, recht gut die Variabilitäten ma-



kröonomischer Aggregate wie die des Outputs, des Konsums und der Investitionen sowie deren Korrelationen mit dem Output abzubilden. Besondere Unzulänglichkeiten wie beispielsweise die unzureichende Variabilität der Beschäftigung führten zu spezielleren Modellen wie denen von Hansen (1985) und Cho/Rogerson (1988). Erst relativ spät trug man dem Umstand, daß zwischen Ländern Güter gehandelt werden und somit Ereignisse in einem Land Rückwirkungen auf das andere haben, in internationalen Versionen realer Konjunkturmodelle Rechnung. Die Beiträge von Dellas (1986) und Cantor/Mark (1987) können als die ersten auf diesem Gebiet angesehen werden.

Im gleichen Maße wie die modelltheoretischen Arbeiten beschreiben auch die meisten neueren empirischen Untersuchungen zur Messung von Konjunktoren die Entwicklung in den USA (Kydland/Prescott (1990)). Erst seit Beginn der 90iger Jahre hat die Zahl der Studien enorm zugenommen, wozu auch Publikationen mit europäischem Bezug gehören (Christodoulakis/Dimelis/Kollintzas (1995)). Dennoch gibt es noch immer wenige Abhandlungen, die sowohl theoretisch wie empirisch europäische Länder untersuchen. In diesem Bereich will die vorliegende Schrift einen Beitrag leisten.

Dazu werden zunächst - nach einer Darstellung des Basismodells der Realen Konjunkturtheorie in Kapitel 2 - die Konjunkturzyklen in Dänemark als einer kleinen offenen Volkswirtschaft sowie in Deutschland und den USA als großen offenen Volkswirtschaften untersucht. Dabei wird versucht, empirisch möglichst dasselbe Verfahren zur Bestimmung der zyklischen Komponenten makroökonomischer Variablen zu verwenden wie im theoretischen Modell. Die Auswahl der betrachteten Aggregate richtet sich ebenfalls an der Fähigkeit der später betrachteten Modelle aus, diese auch erklären zu können. Dabei zeigt sich, daß die empirischen Konjunkturmuster - die stilisierten Fakten - stark von der verwendeten Trendbereinigungsmethode abhängen und keineswegs robust sind. Dies stützt die Ergebnisse, die Canova (1993) in seiner umfangreichen Untersuchung für die USA in der Nachkriegszeit erhält. Eine weitere Besonderheit des Kapitels 3 besteht in einer genaueren Analyse der Vor- und Nachlaufeigenschaften der Variablen. In der Literatur beschränkt man sich in aller Regel - insbesondere bei der Betrachtung internationaler Konjunkturmuster wie beispielsweise der Korrelation der zyklischen Outputs verschiedener Länder- auf die kontemporären Beziehungen.

In Kapitel 4 wird zuerst überprüft, ob ein Modell der geschlossenen Volkswirtschaft, das für die USA so erfolgreich war, auch in der Lage ist, die Konjunkturzyklen in Dänemark abzubilden. Es zeigt sich jedoch, daß ein Modell der kleinen offenen Volkswirtschaft in ähnlicher Formulierung wie in Correia/Neves/Rebelo (1992a) wesentlich besser abschneidet. Besonderes Gewicht wird in diesem Kapitel auf den spezifischen Beitrag verschiedener Modellannahmen wie die Existenz von Anpassungskosten der Investitionen und die Rolle des Staates gelegt. Schließlich werden die Implikationen einer besonderen Nutzenfunktion beleuchtet. Für die optimalen Entscheidungsregeln werden die sich ergebenden Reaktionskoeffizienten genau ange-

geben, so daß auch immer ein Vergleich der Intensitäten des Einflusses der Zustandsvariablen und der exogenen Variablen auf die endogenen Kontrollvariablen möglich ist. Zudem unterstützen diese Angaben die Interpretation der in allen relevanten Fällen angegebenen Impulsantwortfunktionen, die die Reaktionen auf einmalige einprozentige Schocks graphisch veranschaulichen. Dabei wird die essentielle Bedeutung von Anpassungskosten für eine adäquate Abbildung der Volatilität der Investitionen und der Handelsbilanz deutlich, während staatliche Aktivität nur eine untergeordnete Funktion erfüllt.

Das Modell der kleinen offenen Volkswirtschaft erlaubt nicht die Analyse der Übertragungen konjunktureller Impulse von einem in das andere Land. Dies liegt in der grundlegenden Annahme begründet, daß kleine Länder wie Dänemark keinen Einfluß auf die Weltmarktpreise (exogener Weltmarktzinssatz) nehmen können, so daß sie ein Datum darstellen. Um jedoch die konjunkturelle Entwicklung eines großen Landes wie Deutschland untersuchen zu können, muß der Modellrahmen auf zwei Länder erweitert werden, da Deutschland den Weltmarktzinssatz mitbestimmt. Aufbauend auf dem Ein-Gut-Modell von Baxter/Crucini (1995) wird daher in Kapitel 5 ein Zwei-Länder-Modell formuliert. Weil eine differenzierte Betrachtung aller Einzelbestandteile des vierten Kapitels unüberschaubar würde, erfolgt statt dessen eine detaillierte Untersuchung der Implikationen unterschiedlicher Prozesse für die exogenen Schocks. Zusätzlich werden verschiedene Finanzmarktstrukturen zugelassen, da sie wichtige Implikationen für die Korrelationen zwischen den Output- und Konsumströmen haben. Schließlich werden - wie in Kapitel 4 - die Implikationen verschiedener Nutzenfunktionen und der Einfluß fiskalischer Aktivität beleuchtet. Eine bisher nicht in der Literatur untersuchte Variante besteht dabei in der Kombination der GHH-Nutzenfunktion (Devereux/Gregory/Smith (1992)) mit der nutzenstiftenden Wirkung staatlichen Konsums (Bec (1995)). Bei permanenten technologischen Schocks ergeben sich stärker als die Konsumströme korrelierte Outputs, eine Eigenschaft, die die meisten Ein-Gut-Modelle in der Literatur nicht haben. Die beste Abbildung erreicht man jedoch bei Unterstellung tatsächlicher Schocks, bei denen die amerikanischen Technologieschocks einen signifikanten Einfluß auf die deutschen haben, umgekehrt aber dieser Einfluß nicht besteht. Mit dieser besonderen Form der exogenen Dynamik lassen sich vor allem wichtige empirische Nachlaufeigenschaften der Aggregate wie beispielsweise der hinter dem amerikanischen Output herhinkende deutsche Output gut erklären. Allerdings kann die Rangfolge der internationalen Korrelationen (hinsichtlich der Höhe der Korrelationen) in keiner Variante abgebildet werden.

Aufgrund des Ein-Gut-Charakters des Modells können die in Kapitel 5 betrachteten Modellvarianten nicht die Entwicklung der Terms of Trade erklären. Zudem gestattet die Modellform nicht die separate Analyse der Entwicklung von Ex- und Importen. Diese Unzulänglichkeiten sowie die Defekte des Ein-Gut-Modells im Hinblick auf eine realistische Abbildung der internationalen Korrelationen wie auch einer ausreichend variablen und antizyklischen Handelsbi-

lanz haben zu zahlreichen Weiterentwicklungen in der Literatur geführt. Ganz allgemein lassen sich diese Ansätze in Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modelle sowie Mehrländermodelle unterteilen, wobei die letztgenannten in den meisten Fällen auch mehrere Güter zulassen. Diese Entwicklungen werden im 6. Kapitel der Arbeit dargestellt. Nach einem kurzen Überblick werden in beiden Hauptabschnitten jeweils wichtige Beiträge in ihren entscheidenden Modellbestandteilen präsentiert. Bei den Zwei-Güter-Modellen spezialisiert sich jedes Land auf die Produktion eines Gutes. Die Qualität der Erklärung der Konjunkturmuster hängt dabei insbesondere davon ab, welche Güter gehandelt werden, inwieweit sie in der Produktion des jeweils anderen Landes eingesetzt werden und inwieweit sie auch im Ausland nutzenstiftend wirken. Neben Technologieschocks werden auch die Implikationen reiner (exogener) Präferenzschocks untersucht (Stockman/Tesar (1995)). Mehrländermodelle erlauben die Aufnahme weiterer Asymmetrien in das Modell und ermöglichen so beispielsweise die Analyse der Rolle der Landesgröße (Head (1995)) und der Entfernung zwischen den Ländern (Zimmermann (1997)). Bei allen vorgestellten Varianten werden zum Vergleich mit der Empirie immer die von den jeweiligen Autoren selbst herangezogenen bzw. selbst erhaltenen Ergebnisse betrachtet und nicht die in Kapitel 3 gewonnenen, da sonst für jedes Modell aufgrund der Verschiedenheit der einbezogenen Aggregate eine eigenständige empirische Studie durchgeführt werden müßte. Leider besteht bei vielen Ansätzen eine Tendenz, nur ganz spezielle Implikationen der Modelle zu betrachten, ohne deren Fähigkeit zur Erklärung der empirischen Standardabweichungen und Korrelationen zu überprüfen (vgl. z.B. van Wincoop/Marrinan (1996)).

Die Arbeit schließt mit einer kurzen Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse und einem Ausblick auf die neuesten Forschungsrichtungen. Schließlich werden auch die grundlegenden Annahmen realer Konjunkturmodelle kritisch beleuchtet.

## 2 Das Basismodell der Realen Konjunkturtheorie

In diesem Kapitel wird ein allgemeines Basismodell der Realen Konjunkturtheorie vorgestellt, dessen grundlegende Merkmale herausgearbeitet werden sollen. Nach einer ausführlichen Darstellung der Struktur des Modells in Abschnitt 2.1 schließt sich in 2.2 eine Diskussion des Lösungsverfahrens an. Schließlich werden im letzten Abschnitt des Kapitels die prinzipiellen Ausbreitungsmechanismen im Modell bei Abwesenheit exogener Störungen abgeleitet. Daneben wird die Rolle der Einstellung der Individuen gegenüber Risiko in Verbindung mit konstantem und variablem Arbeitseinsatz untersucht. Das Basismodell dient als Rahmen für die Modelle in Kapitel 4 und 5 dieser Arbeit. Ausführlichere Berechnungen wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit in den Anhang A bis D dieser Arbeit verlegt.

### 2.1 Struktur des allgemeinen theoretischen Basismodells

Die Modelle der Realen Konjunkturtheorie bauen auf dem von Lucas (1975) entwickelten konjunkturtheoretischen Gleichgewichtsmodell auf. Diese - und weitere Arbeiten auf diesem Gebiet von Barro (1976, 1981a) - basieren aber auf der unrealistischen und empirisch falsifizierten Annahme, daß die Wirtschaftssubjekte monetäre Variable der laufenden Periode nicht richtig wahrnehmen können (monetary misperception). Daher setzt die Reale Konjunkturtheorie nicht bei monetären Störungen zur Erklärung des Konjunkturphänomens an, sondern weist - in ihrer ursprünglichen Form - ausschließlich realen Faktoren die Rolle der konjunkturauslösenden Impulse zu.

Betrachtet wird eine Ökonomie, in der alle Märkte aufgrund vollständig flexibler Preise ständig geräumt sind. Haushalte und Unternehmen können auf die realen Störungen durch intertemporale Substitution reagieren und sorgen dadurch für die Ausbreitung der konjunkturellen Impulse. Ermöglicht werden diese Verhaltensweisen im Rahmen eines auf dem neoklassischen Wachstumsmodell aufbauenden Modells, das im folgenden vorgestellt wird.<sup>1</sup>

Ausgangspunkt ist eine Ökonomie vieler unendlich lang lebender identischer Haushalte oder Individuen, deren Ziel die Maximierung ihres Nutzens ist und die den Einfluß ihrer Entscheidungen auf die aggregierten Mengen als gering einschätzen.

#### Präferenzen:

Es wird unterstellt, daß jedes Wirtschaftssubjekt eine intertemporale Nutzenfunktion  $U$  besitzt, die neben dem Konsum auch von der Freizeit abhängt. Sie hat die folgende allgemeine Form:

$$(2.1) \quad U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, L_t), \quad 0 < \beta < 1$$

---

<sup>1</sup> Die Darstellung beruht auf King/Plosser/Rebelo (1988a,b) und King/Plosser/Rebelo (1990).

Dabei ist  $C_t$  der Konsum in der Periode  $t$  und  $L_t$  die Freizeit.  $\beta$  repräsentiert den Diskontierungsfaktor und drückt die Geringerschätzung zukünftigen Nutzens gegenüber heutigem aus. Die Funktion ist zeitlich separierbar, was bedeutet, daß der heutige Nutzen unabhängig vom in zurückliegenden Perioden getätigten Konsum und von verlebter Freizeit ist. Höherer Konsum und mehr Freizeit stiften einen höheren Nutzen.<sup>2</sup>

### **Technologie:**

Produziert wird in der Volkswirtschaft nur ein einziges Endprodukt  $Y_t$  mit einer neoklassischen Produktionsfunktion  $F$  mit konstanten Skalenerträgen.

$$(2.2) \quad Y_t = A_t F(K_t, N_t, X_t)$$

Die verwendeten Inputs sind Arbeit  $N_t$  und Kapital  $K_t$ , wobei  $K_t$  in der Vorperiode bestimmt wurde.  $A_t$  ist eine Zufallsvariable, die temporäre Änderungen im Stand der Technologie repräsentiert. Permanente technische Innovationen werden durch  $X_t$  erfaßt. Der unterstellte temporäre technische Fortschritt erhöht die totale Faktorproduktivität.  $F$  ist konkav, zweifach differenzierbar, erfüllt die Inada-Bedingungen, und die Faktoren sind nicht vollständig substituierbar.

### **Kapitalakkumulation:**

Jedes Individuum kann den produzierten Output entweder konsumieren oder investieren. Die Investitionen  $I_t$  tragen zur Aufstockung des Kapitalstocks  $K_{t+1}$  bei, der in jeder Periode um die Abschreibungen  $\delta K_t$  ( $\delta$  Abschreibungsrate,  $0 \leq \delta \leq 1$ ) abnimmt. Die Übergangsgleichung für den Kapitalstock lautet damit:

$$(2.3) \quad K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

### **Individuelle Ressourcenbeschränkungen:**

Die Arbeitszeit  $N_t$  und die Freizeit  $L_t$  können die auf eins normierte Gesamtzeit eines Haushalts nicht übersteigen.

$$(2.4) \quad N_t + L_t \leq 1$$

Konsum und Investitionen eines jeden Haushalts können sein verfügbares Einkommen nicht überschreiten. Dieses ergibt sich nach Abzug der an den Staat zu leistenden Einkommensteuer.

---

<sup>2</sup> Die Periodennutzenfunktion  $u(C, L)$  ist konkav und zweifach differenzierbar. Darüber hinaus erfüllt sie die Inada-Bedingungen, so daß  $\lim_{C \rightarrow 0} D_1 u(C, L) = \infty$  und  $\lim_{C \rightarrow \infty} D_1 u(C, L) = 0$ ,  $\lim_{L \rightarrow 0} D_2 u(C, L) = \infty$  und  $\lim_{L \rightarrow 1} D_2 u(C, L) = 0$ , wobei  $D_i u(C, L)$  die erste partielle Ableitung der Funktion  $u(C, L)$  nach dem  $i$ -ten Argument darstellt.

$$(2.5) \quad C_t + I_t \leq (1 - \tau_t)Y_t, \quad 0 < \tau_t < 1$$

Dabei ist  $\tau_t$  der Steuersatz auf das Einkommen. Von Transferzahlungen und Pauschalsteuern wird abgesehen.<sup>3</sup>

### Staatssektor:

Die Regierung bestimmt einen Pfad von Pro-Kopf-Staatsausgaben  $\underline{G}_t$  derart, daß ihr Budget in jeder Periode ausgeglichen ist.

$$(2.6) \quad \underline{G}_t = \tau_t \underline{Y}_t$$

Die Pro-Kopf-Einnahmen aus der Einkommensteuer müssen in jeder Periode den Pro-Kopf-Staatsausgaben entsprechen.<sup>4</sup>

### Pro-Kopf-Ressourcenbeschränkungen:

Die Pro-Kopf-Ressourcenbeschränkungen ergeben sich durch die Kombination der individuellen Restriktionen mit der Regel des ausgeglichenen Budgets der Regierung.

$$(2.7) \quad \underline{L}_t + \underline{N}_t \leq 1$$

$$(2.8) \quad \underline{C}_t + \underline{I}_t + \underline{G}_t \leq \underline{Y}_t$$

Da alle Individuen gleich sind, wird es im Konkurrenzgleichgewicht keinen intertemporalen Handel geben, so daß man das Optimierungsproblem der Gesamtwirtschaft auf die Betrachtung des Problems eines repräsentativen Haushaltes beschränken kann, der die o.g. Nebenbedingungen beachten muß. Er maximiert (2.1) unter den Nebenbedingungen (2.2) bis (2.5), wobei er die Pfade für  $\tau_t$  und  $\underline{G}_t$  als für ihn gegeben und exogen betrachtet. Damit lautet sein Optimierungsansatz wie folgt:

$$(2.9) \quad \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, 1 - N_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \Lambda_t \left[ (1 - \tau_t) A_t F(K_t, N_t X_t) + (1 - \delta) K_t - C_t - K_{t+1} \right]$$

Dabei wird der Anfangskapitalstock  $K_0$  als gegeben angenommen.  $\Lambda_t$  ist der Lagrangemultiplikator für die Budgetrestriktion der Periode  $t$  (ein sog. present valued multiplier). Die Nebenbedingungen (2.2) bis (2.5) lassen sich zu einer einzigen Gleichung zusammenfassen.

---

<sup>3</sup> In King/Plosser/Rebelo (1990) werden auch Transferzahlungen bzw. Pauschalsteuern zugelassen. Da sie jedoch in dieser Arbeit nicht betrachtet werden sollen, entfällt ihre Modellierung hier.

<sup>4</sup> Pro-Kopf-Größen werden durch die Unterstreichung gekennzeichnet.  $\tau_t$  kann sich im Zeitablauf ändern, soll aber nicht von anderen exogenen oder endogenen Variablen beeinflusst werden.

Die Bedingungen erster Ordnung lauten dann für ein inneres Optimum:<sup>5</sup>

$$(2.10) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \beta^t D_1 u(C_t, 1 - N_t) - \Lambda_t = 0$$

$$(2.11) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = -\beta^t D_2 u(C_t, 1 - N_t) + \Lambda_t (1 - \tau_t) X_t A_t D_2 F(K_t, N_t X_t) = 0$$

$$(2.12) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_{t+1}} = \Lambda_{t+1} [(1 - \tau_{t+1}) A_{t+1} D_1 F(K_{t+1}, N_{t+1} X_{t+1}) + (1 - \delta)] - \Lambda_t = 0$$

$$(2.13) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Lambda_t} = (1 - \tau_t) A_t F(K_t, N_t X_t) + (1 - \delta) K_t - K_{t+1} - C_t = 0$$

$$(2.14) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \Lambda_t K_{t+1} = 0 \text{ für alle } t = 1, 2, \dots, \infty$$

Das nichtlineare Gleichungssystem (2.10) bis (2.13) kann auf zwei Arten ausgedrückt werden: Entweder kann es in eine Differenzgleichung zweiter Ordnung im Kapitalstock umgeschrieben oder in ein System zweier Differenzgleichungen erster Ordnung im Kapitalstock und im Lagrangemultiplikator transformiert werden. Es gibt dann eine unendliche Zahl von Pfaden, die mit diesen Optimumbedingungen kompatibel sind, jedoch nur einen, der mit dem Anfangswert  $K_0$  des Kapitalstocks und der Transversalitätsbedingung (2.14) vereinbar ist.<sup>6</sup> Zur Bestimmung dieses Pfades müssen die zwei Konstanten der Lösung des Systems unter Verwendung der Anfangsbedingung und der Transversalitätsbedingung berechnet werden.

Die resultierenden optimalen Entscheidungen des repräsentativen Haushalts gelten für beliebige Realisationen der Pfade der Staatsausgaben und des Steuersatzes. Gleichgewichtige Pfade für ein kompetitives Gleichgewicht unter perfekter Voraussicht können unter den Annahmen über die Budgetpolitik der Regierung ((2.6)) wie in Romer (1986) durch die Kombination der individuellen Optimumbedingungen mit der aggregierten Konsistenzbedingung berechnet werden, welche in der Budgetrestriktion des Staates besteht. Das Optimierungsproblem hat für diesen Fall die Form

---

<sup>5</sup> Eine innere Lösung ist unter den gemachten Annahmen an die Nutzenfunktion sichergestellt, sofern sie erreichbar ist.

<sup>6</sup> Die Transversalitätsbedingung stellt vereinfacht ausgedrückt sicher, daß der Kapitalstock gegen Ende des Planungshorizonts nicht gegen  $-\infty$  geht.

$$(2.15) \quad \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(\underline{C}_t, 1 - \underline{N}_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \underline{\Lambda}_t \left[ (1 - \tau_t) A_t F(\underline{K}_t, \underline{N}_t X_t) + (1 - \delta) \underline{K}_t - \underline{C}_t - \underline{K}_{t+1} \right]$$

Gleichgewichtige Pfade für den Pro-Kopf-Konsum, den Pro-Kopf-Arbeitseinsatz, den Pro-Kopf-Kapitalstock und den Pro-Kopf-Lagrangemultiplikator erfüllen dann die nachstehenden Optimumbedingungen:

$$(2.16) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{C}_t} = \beta^t D_1 u(\underline{C}_t, 1 - \underline{N}_t) - \underline{\Lambda}_t = 0$$

$$(2.17) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{N}_t} = -\beta^t D_2 u(\underline{C}_t, 1 - \underline{N}_t) + \underline{\Lambda}_t (1 - \tau_t) X_t A_t D_2 F(\underline{K}_t, \underline{N}_t X_t) = 0$$

$$(2.18) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{K}_{t+1}} = \underline{\Lambda}_{t+1} \left[ (1 - \tau_{t+1}) A_{t+1} D_1 F(\underline{K}_{t+1}, \underline{N}_{t+1} X_{t+1}) + (1 - \delta) \right] - \underline{\Lambda}_t = 0$$

$$(2.19) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \underline{\Lambda}_t} = A_t F(\underline{K}_t, \underline{N}_t X_t) + (1 - \delta) \underline{K}_t - \underline{K}_{t+1} - \underline{C}_t - \underline{G}_t = 0$$

$$(2.20) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \underline{\Lambda}_t \underline{K}_{t+1} = 0 \text{ für alle } t = 1, 2, \dots, \infty$$

Unter der Annahme, daß es eine große Zahl identischer Haushalte gibt, hat die Entscheidung des einzelnen Haushalts (als repräsentatives Individuum) einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Pro-Kopf-Größen, so daß er die Pfade von  $\tau_t$  und  $\underline{G}_t$  als exogen betrachtet, jedoch die spezifischen Werte (als Realisationen) dennoch als von seinen Entscheidungen induziert ansieht. Damit und unter der Gleichgewichtsbedingung, daß die Pro-Kopf-Werte mit den individuellen Werten übereinstimmen ( $Y_t = \underline{Y}_t$ ,  $K_t = \underline{K}_t$ ,  $N_t = \underline{N}_t$ ,  $C_t = \underline{C}_t$ ), entsprechen die Optimumbedingungen (2.16) bis (2.20) denen des repräsentativen Individuums (2.10) bis (2.14), so daß auch im Falle von Externalitäten in Form staatlicher Aktivität das Optimum der Konkurrenzwirtschaft (kompetitives Gleichgewicht) als Problem des sozialen Planers (oder des repräsentativen Individuums) gelöst werden kann.

In vielen industrialisierten Ländern beobachtet man, daß makroökonomische Aggregate wie der Pro-Kopf-Konsum und der Pro-Kopf-Output anhaltendes Wachstum über lange Zeiträume aufweisen. Die zugehörigen Wachstumsraten zeigen dabei häufig eine Konstanz über die Zeit, jedoch eine unterschiedliche Ausprägung in den einzelnen Ländern. Diesen Zustand kann man als Indiz für gleichgewichtiges Wachstum ansehen, für ein Wachstum also, bei dem wichtige Aggregate mit einer positiven konstanten und meist auch noch gleichen Rate zunehmen. Damit im vorliegenden Ansatz gleichgewichtiges Wachstum möglich ist, um also die empirische Be-



obachtung gleichgewichtigen Wachstums zu modellieren, müssen an die Produktionstechnologie bestimmte Anforderungen gestellt werden.<sup>7</sup> Sollen diese auch mit den Optimumbedingungen des repräsentativen Haushalts kompatibel sein, so muß die Klasse der Nutzenfunktionen weiter eingeschränkt werden. Schließlich müssen auch an die Pfade der Staatsausgaben und des Steuersatzes weitere Forderungen gerichtet werden, damit das Gleichgewicht bei Steady-State-Wachstum existiert und kompatibel mit dem Konkurrenzgleichgewicht ist. Diese Restriktionen werden im folgenden referiert und im Anhang detailliert motiviert, begründet sowie deren Implikationen für wichtige Modellparameter abgeleitet.

### **Einschränkungen der Produktionstechnologie:**

Swan (1964) und Phelps (1966) zeigen, daß permanenter technischer Fortschritt sich als arbeitsvermehrender Fortschritt schreiben lassen muß, um einen Steady State (im Sinne gleichgewichtigen Wachstums) zu erreichen. Die Formulierung der Produktionsfunktion in (2.2) erfüllt schon diese Eigenschaft. Um jedoch, so King/Plosser/Rebelo (1988a), einen leichteren Vergleich mit anderen Arbeiten auf dem Gebiet der Realen Konjunkturtheorie zu ermöglichen, wird eine Cobb-Douglas-Produktionsfunktion unterstellt:

$$(2.21) \quad Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha$$

$N_t X_t$  mißt den Arbeitseinsatz in effektiven Einheiten. Da  $A_t$  nur temporäre Änderungen der Technologie repräsentiert, kann man  $A_t$  bei der Bestimmung der gleichgewichtigen Wachstumsraten vernachlässigen. Die Kapitalakkumulationsgleichung (2.3) und die Produktionsfunktion (2.21) implizieren dann, daß die Wachstumsraten des Outputs, des Konsums, des Kapitalstocks und der Investitionen (alle Pro-Kopf-Größen) gleich sind und der Wachstumsrate des arbeitsvermehrenden technischen Fortschritts ( $\gamma_x - 1$ ) entsprechen.<sup>8</sup>

$$(2.22) \quad \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_K = \gamma_I = \gamma_x$$

Da die Arbeitszeit des repräsentativen Haushalts zwischen null und eins liegen muß, kann diese nicht wachsen, so daß die einzige erreichbare konstante Wachstumsrate von  $N$  null beträgt.

$$(2.23) \quad \gamma_N = 1$$

---

<sup>7</sup> Ohne eine solche Berücksichtigung könnten von den Original Pro-Kopf-Variablen keine konjunkturell interessanten Kenngrößen wie Standardabweichungen oder Kreuzkorrelationen berechnet werden, weil die zugrundeliegenden Prozesse nichtstationär wären.

<sup>8</sup> Die Größe  $\gamma_z = z_{t+1}/z_t$  gibt den Wachstumsfaktor der Größe  $z$  an, so daß  $\gamma_z - 1$  die Wachstumsrate darstellt.

Die Grenzproduktivität des Kapitals und die Grenzproduktivität einer Einheit des Arbeitseinsatzes in effektiven Einheiten sind konstant.

### **Einschränkungen der Nutzenfunktion:**

Gleichungen (2.22) und (2.23) beschreiben die Wachstumsfaktoren, die für einen erreichbaren technologischen Steady State notwendig sind. Diese Bedingungen sind jedoch nur dann von Interesse, wenn sie mit den Effizienzbedingungen des repräsentativen Individuums kompatibel sind. Das kann sichergestellt werden, wenn die intertemporale Substitutionselastizität des Konsums unabhängig von der Höhe des Konsums ist und wenn Einkommens- und Substitutionseffekt des Produktivitätswachstums über  $X_t$  sich exakt aufhebende Effekte auf den Arbeitseinsatz  $N$  haben.

Diese Bedingungen implizieren dann folgende mit gleichgewichtigem Wachstum vereinbare Formen der Nutzenfunktion:

$$(2.24) \quad u(C, L) = \frac{1}{1-\sigma} C^{1-\sigma} v(L), \quad \sigma > 1 \text{ oder } 0 < \sigma < 1$$

$$(2.25) \quad u(C, L) = \ln(C) + v(L), \quad \sigma = 1$$

Im Anhang (vgl. die Ausführungen zu (A.35) und (A.36)) werden weitere Bedingungen angegeben, die erfüllt sein müssen, damit Konsum und Freizeit normale Güter sind und damit die Nutzenfunktion insgesamt konkav ist. Die intertemporale Substitutionselastizität des Konsums entspricht dem Kehrwert der Risikoaversion und ist somit gleich  $1/\sigma$ . In dieser Arbeit werden nur Nutzenfunktionen verwendet, die diesen Anforderungen genügen.

### **Einschränkungen für die Pfade der Staatsaktivität:**

Um ein kompetitives Gleichgewicht bei gleichgewichtigem Wachstum auch unter dem Einfluß staatlicher Aktivität sicherzustellen, muß der Anteil der Staatsausgaben am Output konstant sowie der Steuersatz  $\tau_t$  konstant und unabhängig vom Zustand der Ökonomie sein.

$$(2.26) \quad \frac{G}{Y} = \text{konst.}$$

$$(2.27) \quad \tau_t = \tau = \text{konst.}$$

Bevor die Lösung des Modells bestimmt wird, werden alle wachsenden Variablen um ihren Trend bereinigt.<sup>9</sup> Das geschieht durch Division der Originalgrößen (außer dem Arbeitseinsatz  $N$ ) durch  $X_t$ , so daß  $c_t = C_t/X_t$ ,  $k_t = K_t/X_t$ ,  $i_t = I_t/X_t$ ,  $g_t = G_t/X_t$ ,  $y_t = Y_t/X_t$ . Die trans-

---

<sup>9</sup> Das muß nicht zwingend sein, macht aber Sinn, wenn später die Momente der Aggregate bestimmt werden sollen, ohne eine weitere Filterung der Prozesse vorzunehmen.

formierte Ökonomie stimmt mit zwei Ausnahmen mit einer ohne technischen Fortschritt überein: Erstens verändert sich die Gleichung der Kapitalakkumulation, (2.3), in  $\gamma_X k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + i_t$ . Zweitens ändert sich der Diskontierungsfaktor durch die Transformation des Konsums in der Nutzenfunktion, so daß die neue Lebensnutzenfunktion folgende Form hat:

$$(2.28) \quad U = (X_0)^{1-\sigma} \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \left[ \frac{1}{1-\sigma} (c_t)^{1-\sigma} v(L_t) \right] \quad \text{für } \sigma \neq 1$$

$$(2.29) \quad U = \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t [\ln(c_t) + v(L_t) + \ln(X_t)] \quad \text{für } \sigma = 1$$

Hierbei gilt  $\beta^* = \beta(\gamma_X)^{1-\sigma}$  und  $\beta^* < 1$ , um einen endlichen Lebensnutzen zu garantieren. Nur im Falle  $\sigma = 1$  gilt  $\beta = \beta^*$ . Durch eine geeignete Wahl von  $X_0$  (vgl. Anhang A.4) kann die Zielfunktion in der Form  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} u(c_t, L_t)$  geschrieben werden und das Optimierungsproblem für die transformierte Ökonomie wie folgt formuliert werden:

$$(2.30) \quad \mathcal{L} = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} u(c_t, 1 - N_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t [(1 - \tau) A_t F(k_t, N_t) + (1 - \delta)k_t - \gamma_X k_{t+1} - c_t]$$

Die Effizienzbedingungen dieses Ansatzes lauten dann:

$$(2.31) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^{*t} D_1 u(c_t, 1 - N_t) - \tilde{\Lambda}_t = 0$$

$$(2.32) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = -\beta^{*t} D_2 u(c_t, 1 - N_t) + \tilde{\Lambda}_t (1 - \tau) A_t D_2 F(k_t, N_t) = 0$$

$$(2.33) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = \tilde{\Lambda}_{t+1} [(1 - \tau) A_{t+1} D_1 F(k_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta)] - \tilde{\Lambda}_t \gamma_X = 0$$

$$(2.34) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = (1 - \tau) A_t F(k_t, N_t) + (1 - \delta)k_t - \gamma_X k_{t+1} - c_t = 0$$

$$(2.35) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\Lambda}_t k_{t+1} = 0$$

Unter Verwendung der current valued multiplier  $\lambda_t = \tilde{\Lambda}_t / \beta^{*t}$  und der Bedingung für ein ausgeglichenes Staatsbudget  $g_t = \tau y_t = \tau A_t F(k_t, N_t)$  erhält man nach einigen kleineren Umformungen:

$$(2.36) \quad D_1 u(c_t, 1 - N_t) - \lambda_t = 0$$

$$(2.37) \quad D_2 u(c_t, 1 - N_t) - \lambda_t (1 - \tau) A_t D_2 F(k_t, N_t) = 0$$

$$(2.38) \quad \beta^* \lambda_{t+1} [(1 - \tau) A_{t+1} D_1 F(k_{t+1}, N_{t+1}) + (1 - \delta)] - \lambda_t \gamma_X = 0$$

$$(2.39) \quad A_t F(k_t, N_t) + (1 - \delta) k_t - \gamma_X k_{t+1} - c_t - g_t = 0$$

$$(2.40) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \beta^{*t} \lambda_t k_{t+1} = 0 \text{ für alle } t = 1, 2, \dots, \infty, \text{ gegeben } k_0$$

Unter den gemachten Einschränkungen für die Produktionstechnologie und die Nutzenfunktionen stellen diese Gleichungen notwendige und hinreichende Bedingungen für ein Optimum dar (vgl. dazu Weitzman (1973) und Romer/Shinotsuka (1987)). Für gegebene Pfade exogener Technologieschocks  $(A_t)_{t=0}^{\infty}$  und Staatsausgabenschocks  $(g_t)_{t=0}^{\infty}$  ergeben sich die optimalen Pro-Kopf-Mengen als Pfade des Konsums  $(c_t)_{t=0}^{\infty}$ , des Arbeitseinsatzes  $(N_t)_{t=0}^{\infty}$ , des Kapitalstocks  $(k_t)_{t=0}^{\infty}$  und des Schattenpreises  $(\lambda_t)_{t=0}^{\infty}$ , die die Optimumbedingungen (2.36) bis (2.40) erfüllen.

Die Preise, die die optimale Lösung als kompetitives Gleichgewicht dezentralisieren, können unter Verwendung der optimalen Pfade bestimmt werden. Bei rationalen Erwartungen vertritt ein System sequentieller Finanzmärkte und Spot-Arbeitsmärkte die optimale Lösung als kompetitives Gleichgewicht. Mit dieser Marktstruktur sind der Realzinssatz  $r_t$  und der Reallohn  $w_t$  gegeben als die Grenzproduktivität des Kapitals nach Steuern abzüglich der Abschreibungsrate  $\delta$  bzw. als die Grenzproduktivität der Arbeit:

$$(2.41) \quad r_t = (1 - \tau) A_t D_1 F(k_t, N_t) - \delta$$

$$(2.42) \quad w_t = A_t D_2 F(k_t, N_t)$$

## 2.2 Lösungsverfahren für das Basismodell

Eine exakte algebraische (geschlossene) Lösung von (2.30) kann abgeleitet werden, wenn die Nutzenfunktion logarithmisch linear, die Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas-Typ und die Abschreibungsrate  $\delta$  gleich eins ist.<sup>10</sup> Auch der Fall einer quadratischen Nutzenfunktion und einer linearen Produktionstechnologie in Verbindung mit vollständiger Abschreibung des Kapitalstocks erlaubt die Bestimmung der exakten Lösung.<sup>11</sup> In allen anderen Fällen muß eine

---

<sup>10</sup> Long/Plosser (1983) diskutieren diesen Spezialfall im Rahmen eines Mehrsektorenmodells.

<sup>11</sup> Huh/Trehan (1991) analysieren die Implikationen eines solchen Ansatzes. Auch für exponentielle Nutzenfunktionen kann dann eine Lösung abgeleitet werden. Hercowitz/Sampson (1991) können im Rahmen eines Modells mit endogenem Wachstum, einer nichtlinearen Entwicklungsgleichung für den Kapitalstock und

approximative Lösung berechnet werden. Grundsätzlich bestehen verschiedene Möglichkeiten, das Optimierungsproblem (2.30) approximativ zu lösen.<sup>12</sup> In der Literatur der Realen Konjunkturtheorie werden hauptsächlich zwei Verfahren angewandt: Bei dem auf Kydland/Prescott (1982) zurückgehenden Verfahren approximiert man die Nutzenfunktion um die Steady-State-Werte der Modellvariablen mittels einer Taylor-Approximation zweiter Ordnung und die Nebenbedingungen - sofern notwendig - mit einer Taylor-Approximation erster Ordnung um den Steady State. Dieses linear-quadratische dynamische stochastische Optimierungsproblem kann über die Bestimmung der Lösung der Matrix-Ricatti-Gleichung gelöst werden.<sup>13</sup> Beim Verfahren von King/Plosser/Rebelo (1988a,b) werden die Bedingungen erster Ordnung (2.36) - (2.39) linear um den Steady State approximiert. Dies geschieht ebenfalls mittels einer Taylor-Approximation erster Ordnung. Im einzelnen arbeitet das Verfahren wie folgt:

Da das Interesse den konjunkturellen Implikationen des Modells gilt, bietet sich die Betrachtung der Abweichungen der Variablen von ihren Steady-State-Werten an. Diese Größen können als die zyklischen Komponenten interpretiert werden. Exemplarisch bedeutet das für den Pro-Kopf-Konsum:

$$(2.43) \quad \hat{c}_t = \frac{c_t - c}{c} \approx \ln\left(1 + \frac{c_t - c}{c}\right) = \ln\left(\frac{c_t}{c}\right)$$

Im Anhang B.1 werden zwei mögliche Berechnungsverfahren für die Taylor-Approximation vorgestellt. Das Ergebnis für die Optimumbedingungen fassen die nachstehenden Gleichungen zusammen:

$$(2.44) \quad \xi_{cc} \hat{c}_t - \xi_{cl} \frac{N}{1-N} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

$$(2.45) \quad \xi_{Lc} \hat{c}_t - \xi_{LL} \frac{N}{1-N} \hat{N}_t - \hat{\lambda}_t - \hat{A}_t - \xi_{Nk} \hat{k}_t - \xi_{NN} \hat{N}_t = 0$$

$$(2.46) \quad \hat{\lambda}_{t+1} + \eta_A \hat{A}_{t+1} + \xi_{kk} \eta_A \hat{k}_{t+1} + \xi_{kN} \eta_A \hat{N}_{t+1} = \hat{\lambda}_t$$

---

einer GHH-Nutzenfunktion (vgl. dazu Abschnitt 4.8) ohne Annahme einer vollständigen Abschreibung des Kapitalstocks ebenfalls eine exakte Lösung ermitteln.

<sup>12</sup> In Cooley (1995) werden in drei aufeinanderfolgenden Kapiteln (2,3,4) in Kurzform die wichtigsten Methoden beschrieben. Diese Methoden beziehen sich auf allgemeinere Probleme als das hier diskutierte neoklassische Basismodell der Realen Konjunkturtheorie. Sie sollen deshalb in dieser Arbeit nicht angesprochen werden. Zudem würde eine erschöpfende Darstellung den Rahmen der Arbeit sprengen.

<sup>13</sup> Sargent (1987) beschreibt hinreichend genau die Lösung des sog. linear optimal regulator problem.

$$(2.47) \quad \hat{A}_t + s_N \hat{N}_t + s_k \hat{k}_t = s_c \hat{c}_t + s_g \hat{g}_t + s_i \frac{\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_{t+1} - s_i \frac{1 - \delta}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_t$$

Dabei ist  $\xi_{ij}$  die Elastizität des Grenznutzens von  $i$  im Hinblick auf  $j$  (für  $i, j = c, L$ ), während  $\xi_{lm}$  die Elastizität der Grenzproduktivität von  $l$  im Hinblick auf  $m$  angibt (für  $l, m = k, N$ ).  $\eta_A$  mißt die Elastizität der Grenzproduktivität des Kapitals nach Steuern im Hinblick auf  $A$  im Steady State. Schließlich geben  $s_N$  und  $s_k$  die Lohn- bzw. Gewinnquote und  $s_i, s_c$  sowie  $s_g$  die Anteile der Investitionen, des Konsums und der Staatsausgaben am Output an. Für die unterstellten speziellen Nutzen- und Produktionsfunktionen vereinfachen sich diese Ausdrücke beträchtlich (vgl. dazu Anhang A.3, A.1.3 sowie B.1).

(2.44) und (2.45) können so geschrieben werden, daß sie Lösungen für  $\hat{c}_t$  und  $\hat{N}_t$  in Abhängigkeit von den Zuständen  $\hat{k}_t, \hat{A}_t$  und  $\hat{g}_t$  sowie der Kozustandsvariablen  $\hat{\lambda}_t$  darstellen. Gegeben diese konditional optimalen Entscheidungen für  $\hat{c}_t$  und  $\hat{N}_t$  implizieren (2.46) und (2.47) ein dynamisches System erster Ordnung in  $\hat{k}_t$  und  $\hat{\lambda}_t$  (fundamentales Differenzgleichungssystem):

$$(2.48) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + Q \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

$W, R$  und  $Q$  sind dabei (2x2) Matrizen. Die Ableitung der Lösung dieses Systems wird im Anhang B.2 detailliert beschrieben, so daß hier nur kurz die allgemeine Vorgehensweise skizziert wird.

Die Matrix  $W$  wird zerlegt in  $W = P\mu P^{-1}$ , wobei  $P$  die Matrix der charakteristischen Vektoren (Eigenvektoren) von  $W$  und  $\mu$  eine Diagonalmatrix mit den charakteristischen Wurzeln (Eigenwerten) auf der Diagonalen ist. Wenn man die Wurzeln  $(\mu_1, \mu_2)$  in eine Rangfolge bringt, so kann man zeigen, daß  $0 < \mu_1 < 1 < \beta^{* - 1} < \mu_2$ . Die allgemeine Lösung von (2.48) lautet für gegebene Anfangsbedingungen  $\hat{k}_0, \hat{\lambda}_0$ :

$$(2.49) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = P\mu^t P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{k}_0 \\ \hat{\lambda}_0 \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t P\mu^h P^{-1} R \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-h+1} \\ \hat{g}_{t-h+1} \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t P\mu^h P^{-1} Q \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-h} \\ \hat{g}_{t-h} \end{bmatrix}$$

Da einer der beiden Eigenwerte größer als eins ist, explodiert das System und verletzt damit die Transversalitätsbedingung für beliebiges  $\hat{\lambda}_0$ . Es gibt jedoch einen Anfangswert für  $\hat{\lambda}$ , den man durch Vorgabe eines endlichen Endwertes berechnet, der die Transversalitätsbedingung erfüllt und damit die Stabilität der Lösung garantiert. Damit liegen die optimalen und konkurrenzgleichgewichtigen Pfade  $(\hat{k}_t)_{t=0}^\infty$  und  $(\hat{\lambda}_t)_{t=0}^\infty$  fest, gegeben die exogenen Prozesse  $(\hat{A}_t)_{t=0}^\infty$  und  $(\hat{g}_t)_{t=0}^\infty$ , und können zur Bestimmung von  $(\hat{c}_t)_{t=0}^\infty$  und  $(\hat{N}_t)_{t=0}^\infty$  über (2.44), (2.45) herangezogen werden. Darüber hinaus können auch die optimalen Pfade für den zyklischen Output, die

zyklischen Investitionen sowie den Reallohn und den Realzinssatz bestimmt werden, die alle von den zuvor ermittelten Prozessen abhängen:

$$(2.50) \quad \hat{y}_t = \hat{A}_t + s_N \hat{N}_t + s_k \hat{k}_t$$

$$(2.51) \quad \hat{i}_t = \frac{1}{s_i} \hat{y}_t - \frac{s_c}{s_i} \hat{c}_t - \frac{s_g}{s_i} \hat{g}_t$$

$$(2.52) \quad \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{N}_t = \hat{A}_t + s_N \hat{N}_t + s_k \hat{k}_t$$

$$(2.53) \quad r_t - r = (r + \delta) \left( \hat{A}_t + \xi_{kk} \hat{k}_t + \xi_{kN} \hat{N}_t \right)^{14}$$

Wenn man jedoch die Lösung des Modells nicht für vorgegebene spezifische Pfade der Technologieschocks und der Staatsausgaben ermitteln will, so kann man, unter Ausnutzung des Certainty-Equivalence-Prinzips, ganz bestimmte stochastische Prozesse für  $\hat{A}_t$  und  $\hat{g}_t$  unterstellen und die Pfade  $(\hat{\lambda}_t)_{t=0}^{\infty}$  sowie  $(\hat{g}_t)_{t=0}^{\infty}$  durch die bedingten Erwartungen, gegeben die Informationen zum Zeitpunkt  $t$ , der Prozesse ersetzen. Sofern die exogenen Variablen AR(1)-Prozessen folgen, ergibt sich für die Entwicklung des Kapitalstocks und der exogenen Größen das folgende System:

$$(2.54) \quad \tilde{s}_{t+1} = \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \pi_{kA} & \pi_{kg} \\ 0 & \rho_{AA} & \rho_{Ag} \\ 0 & \rho_{gA} & \rho_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_{\hat{A},t+1} \\ \varepsilon_{\hat{g},t+1} \end{bmatrix} = M \tilde{s}_t + \varepsilon_{t+1}$$

wobei  $\varepsilon_{\hat{A}}$  und  $\varepsilon_{\hat{g}}$  seriell unkorrelierte, aber möglicherweise kontemporär korrelierte Schocks darstellen. Die Koeffizienten  $\rho_{AA}, \rho_{Ag}, \rho_{gA}, \rho_{gg}$  bestimmen die exogene Modelldynamik und lassen auch Verflechtungen (Spillovers) zwischen den technischen und fiskalischen Störungen zu. Sofern  $\rho_{Ag}, \rho_{gA} \neq 0$  muß sichergestellt werden, daß die Eigenwerte von  $M$  insgesamt kleiner eins bleiben, um die temporäre Wirkung der Schocks beizubehalten. Die Koeffizienten  $\pi_{kA}$  und  $\pi_{kg}$  ergeben sich aus der Lösung des fundamentalen Differenzgleichungssystems und stellen komplizierte Ausdrücke in den Modellparametern dar.  $\tilde{s}_{t+1}$  ist der Vektor der Zustandsvariablen und der exogenen Variablen und wird kurz auch Zustandsvektor genannt.

Die Entwicklungen des Konsums, des Arbeitseinsatzes, der Investitionen, des Outputs, des Reallohnes und des Realzinssatzes hängen vom Zustandsvektor  $\tilde{s}_t$  ab und können in Vektorschreibweise ausgedrückt werden:

---

<sup>14</sup> Für den Realzinssatz wird die absolute, nicht die relative Abweichung vom Steady State  $r$  betrachtet.

$$(2.55) \quad z_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_t \\ \hat{c}_t \\ \hat{i}_t \\ \hat{N}_t \\ \hat{w}_t \\ r_t - r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{yk} & \pi_{yA} & \pi_{yG} \\ \pi_{ck} & \pi_{cA} & \pi_{cG} \\ \pi_{ik} & \pi_{iA} & \pi_{iG} \\ \pi_{Nk} & \pi_{NA} & \pi_{NG} \\ \pi_{wk} & \pi_{wA} & \pi_{wG} \\ \pi_{rk} & \pi_{rA} & \pi_{rG} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix} = \Pi \tilde{s}_t$$

Mit Ausnahme der Koeffizienten  $\pi_{rk}$ ,  $\pi_{rA}$ ,  $\pi_{rG}$  kann man die  $\pi$ -Koeffizienten als Elastizitäten der Stromgrößen (Kontrollvariablen) im Hinblick auf Abweichungen des Kapitalstocks, des Technologieschocks bzw. des Staatsausgabenschocks vom jeweiligen stationären Punkt interpretieren. Wie  $\pi_{kA}$ ,  $\pi_{kG}$  hängen sie auf komplexe Weise von den Modellparametern ab und können nur in wenigen Fällen algebraisch bestimmt werden.

Die lineare Struktur der Lösung ermöglicht auf eine sehr einfache Weise die Bestimmung von Impulsantwortfunktionen der Kontrollvariablen auf einmalige Störungen. Die Reaktion des Systems in Periode  $t+k$  auf einen einprozentigen Schock in  $t+1$  ergibt sich als

$$(2.56) \quad \tilde{s}_{t+k} - E(\tilde{s}_{t+k} | \tilde{s}_t) = M^{k-1} \varepsilon_{t+1}$$

$$(2.57) \quad z_{t+k} - E(z_{t+k} | z_t) = \Pi M^{k-1} \varepsilon_{t+1}$$

wobei  $\varepsilon_{t+1} = (0 \ 1 \ 0)'$ , wenn ein technologischer Impuls vorliegt, und  $\varepsilon_{t+1} = (0 \ 0 \ 1)'$ , wenn ein fiskalischer eintritt.

Ebenso können die Momente der Aggregate unter Ausnutzung der linearen Struktur relativ einfach exakt bestimmt werden. In vielen Modellen der Realen Konjunkturtheorie werden die optimalen Prozesse der Modellvariablen mehrfach simuliert, um schließlich die Mittelwerte der sich aus diesen Simulationen ergebenden Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen als Momente der Prozesse zu verwenden. Diese sind naturgemäß mit (zum Teil erheblichen) Standardfehlern behaftet, was bei der hier verwendeten Methode nicht der Fall ist. Hat man die Varianz-Kovarianz-Matrix der Zustände  $\Sigma_{\tilde{s}\tilde{s}} = E(\tilde{s}_t \tilde{s}_t')$  berechnet, so ergeben sich die Autokovarianzen von  $z$  beim Lag  $j$  mit  $E(z_t z_{t-j}') = \Pi M^j \Sigma_{\tilde{s}\tilde{s}} \Pi'$ . Im Anhang C findet sich eine ausführlichere Ableitung dieses Ergebnisses.

### 2.3 Ausbreitungsmechanismen im Basismodell und Kalibrierung

In diesem Abschnitt werden die grundsätzlichen Anpassungsmechanismen diskutiert, die im neoklassischen Basismodell bestehen. Dabei müssen grundsätzlich zwei Ebenen betrachtet werden: Die eine betrifft die dynamischen Anpassungen der Kontrollvariablen an den ursprünglichen Steady State, wenn zu einem bestimmten Zeitpunkt der Kapitalstock von seinem gleichgewichtigen Wert abweicht. Hierbei geht es allein um die interne Modelldynamik ohne die stochastischen Störungen  $\hat{A}_t$ ,  $\hat{g}_t$  und um den spezifischen Beitrag des Arbeitseinsatzes des



Haushaltes bei der Anpassung an den alten Gleichgewichtspunkt. Die andere Ebene betrifft die Reaktion des Haushaltes auf exogene Störungen von außen, also auf technische und fiskalische Schocks. Dies berührt die exogene Dynamik des Basismodells. Zumindest für die erstgenannte Ebene müssen zur Ableitung der Implikationen den Parametern des Modells numerische Werte zugewiesen werden. In der Literatur fällt dies unter das Gebiet der Kalibrierung eines realen Konjunkturmodells. Für die exogene Dynamik muß im Normalfall auch eine Kalibrierung vorgenommen werden. Da sich aber die Kapitel 4, 5 und 6 dieser Arbeit ausführlich mit dieser Problematik auseinandersetzen, sollen an dieser Stelle nur die qualitativen Aspekte der zweiten Ebene angesprochen werden.

Um eine quantitative Evaluierung der internen Dynamik vornehmen zu können, werden die zu kalibrierenden Parameter so gewählt, daß sie amerikanischen Durchschnittswerten der Jahre 1948 bis 1986 entsprechen.<sup>15</sup> Die Eigenschaften des Anpassungspfades des Kapitalstocks an den Gleichgewichtswert  $k$  können dann unter Ausschaltung der Stochastik ( $A_t = A$  und  $g_t = g$  für alle  $t$ ) numerisch untersucht werden. In diesem Fall vereinfacht sich der (approximativ) optimale Prozeß des zyklischen Kapitalstocks (vgl. (2.54)) auf die Gleichung

$$(2.58) \quad \hat{k}_{t+1} = \mu_1 \hat{k}_t$$

Für die Kontrollvariablen in (2.55) fallen ebenfalls die  $\pi$ -Koeffizienten vor  $\hat{A}_t$  und  $\hat{g}_t$  weg, so daß die Dynamik allein vom Kapitalstock bestimmt wird.

Nimmt man nun weiter vereinfachend an, daß die Arbeitszeit konstant sei und nicht in das Entscheidungskalkül des Haushaltes falle, können die Reaktionskoeffizienten algebraisch bestimmt werden. Die approximierten Optimumbedingungen (2.44) bis (2.47) lauten:

$$(2.59) \quad \xi_{cc} \hat{c}_t = \hat{\lambda}_t$$

$$(2.60) \quad \hat{\lambda}_{t+1} + \xi_{kk} \eta_A \hat{k}_{t+1} = \hat{\lambda}_t$$

$$(2.61) \quad s_k \hat{k}_t = s_c \hat{c}_t + s_i \frac{\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_{t+1} - s_i \frac{1 - \delta}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_t$$

Die Bedingung (2.45) entfällt aufgrund der Konstanz des Arbeitseinsatzes. Setzt man (2.58) in (2.61) ein, kann man die Lösung für  $\hat{c}_t$  bestimmen:

$$(2.62) \quad \hat{c}_t = \left[ \frac{s_k}{s_c} - \frac{s_i \gamma_X \mu_1 - s_i (1 - \delta)}{s_c (\gamma_X - 1 + \delta)} \right] \hat{k}_t$$

---

<sup>15</sup> Diese Werte sind der Arbeit von King/Plosser/Rebelo (1988a) entnommen. In Kapitel 4 und 5 werden die Ergebnisse einer eigenen Berechnung präsentiert, auf die an dieser Stelle nicht vorgegriffen werden soll.

Für  $\hat{y}_t$  ergibt sich über (2.50):

$$(2.63) \quad \hat{y}_t = s_k \hat{k}_t$$

Die zyklischen Investitionen können damit und mit (2.62) nach (2.51) berechnet werden:

$$(2.64) \quad \hat{i}_t = \frac{\gamma_x \mu_1 - 1 + \delta}{\gamma_x - 1 + \delta} \hat{k}_t$$

Wegen  $\hat{N}_t = 0$  ist  $\pi_{wk}$ , die Elastizität des Reallohnes im Hinblick auf Abweichungen des Kapitalstocks vom stationären Punkt, gleich  $\pi_{yk}$ . Die Abweichung des Realzinssatzes von seinem gleichgewichtigen Wert kann man gemäß (2.53) über

$$(2.65) \quad r_t - r = (r + \delta) \xi_{kk} k_t$$

bestimmen. Für die multiplikativ separable Nutzenfunktion und die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion gilt  $\xi_{cc} = -\sigma$ ,  $s_k = (1 - \alpha)$  und  $\xi_{kk} = -\alpha$  (vgl. Anhang A.1.3 sowie B.1).  $\mu_1$  ist die kleinere der beiden charakteristischen Wurzeln (Eigenwerte) und entspricht der Lösung der quadratischen Gleichung

$$(2.66) \quad \mu^2 - \left[ \frac{1+r}{\gamma_x} + \frac{\alpha(r+\delta)[(r+\delta) - (\gamma_x - 1 + \delta)(1-\alpha)]}{\gamma_x(1-\alpha)(1+r)\sigma} + 1 \right] \mu + \frac{1+r}{\gamma_x}$$

und  $\pi_{ck}$  ergibt sich nach einigen Umformungen zu

$$(2.67) \quad \pi_{ck} = (1 - \alpha) \left[ \frac{r + \delta - (\gamma_x \mu_1 - 1 + \delta)}{r + \delta - (\gamma_x - 1 + \delta)(1 - \alpha)} \right]$$

Diese Koeffizienten hängen (einschließlich  $\mu_1$ ) nunmehr nur noch von  $\delta$ ,  $\alpha$ ,  $r$ ,  $\gamma_x$  und  $\sigma$  ab, denen mit der Empirie kompatible Werte zugewiesen werden müssen (Kalibrierung). Bei Betrachtung von Quartalsdaten beläuft sich die Lohnquote  $\alpha$  auf 0.58 (gemessen als das Verhältnis der durchschnittlichen Bruttoverdienste der Arbeitnehmer zum Bruttosozialprodukt in den Vereinigten Staaten von 1948 bis 1986). Der gemeinsame Wachstumsfaktor des Pro-Kopf-Outputs, des Konsums und der Investitionen  $\gamma_x$  liegt bei 1.004, während der durchschnittliche Realzinssatz 6.5 % pro Jahr (entsprechend ca. 1.625 % pro Quartal) beträgt, ermittelt als durchschnittliche Aktienrendite in den USA zwischen 1948 und 1981. Die Abschreibungsrate wird auf 10 % pro Jahr festgesetzt (mangels empirischer Studien), was für  $\delta$  einen Wert von 0.025 bedeutet. Über die Risikoaversion  $\sigma$  gehen die Schätzungen auseinander. Deshalb soll der Einfluß unterschiedlich starker Ausprägungen der Risikoaversion untersucht werden ( $0.8 \leq \sigma \leq 10$ ).

Die Koeffizienten  $\pi_{yk}$ ,  $\pi_{wk}$ ,  $\pi_{rk}$  sind unabhängig von der intertemporalen Substitutionselastizität des Konsums  $\sigma$ , wobei  $\pi_{wk} = \pi_{yk} = 1 - \alpha = 0.42$ . Der Realzinssatz ist negativ korreliert mit dem Kapitalstock ( $\pi_{rk} = -0.024$ ), während Output und Reallohn sich gleichgerichtet mit dem zyklischen Kapitalstock entwickeln. Tabelle 2.1 enthält die numerischen Werte der von  $\sigma$  abhängigen Koeffizienten  $\pi_{ik}$  und  $\pi_{ck}$ . Diese Abhängigkeit basiert auf dem Einfluß von  $\sigma$  auf den Eigenwert  $\mu_1$ , der die Anpassungsgeschwindigkeit des Kapitalstocks an seinen stationären Wert nach einer Abweichung angibt. Je kleiner diese Wurzel, desto schneller die Anpassung. Ein guter Indikator ist das Maß  $\mu_1^n = 0.5$ , dessen Lösung  $n$  angibt, in welcher Zeit (gerundet auf die nächst größere natürliche Zahl) die Hälfte der ursprünglichen Abweichung verschwunden sein wird.

Tabelle 2.1

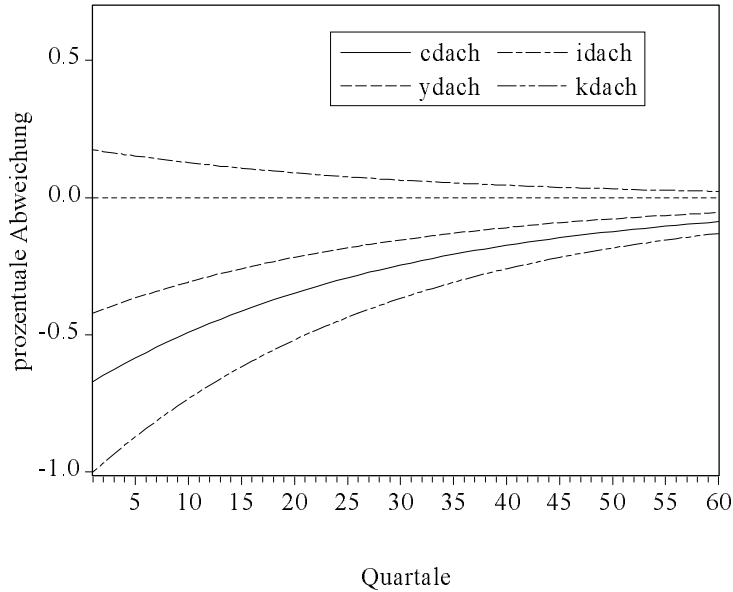
Einfluß der Risikoaversion im Basismodell mit konstantem Arbeitseinsatz									
	hohe Risikoaversion					geringe Risikoaversion			
$\sigma$	10	7	5	3	2	1.5	1	0.9	0.8
$\mu_1$	0.992	0.990	0.987	0.982	0.977	0.973	0.966	0.964	0.962
$\pi_{ik}$	0.724	0.646	0.557	0.386	0.214	0.069	-0.174	-0.246	-0.331
$\pi_{ck}$	0.292	0.325	0.363	0.434	0.506	0.567	0.670	0.700	0.735
$n$	87	68	54	39	31	26	21	19	18

Ist die intertemporale Substitutionselastizität hoch und damit die Risikoaversion  $\sigma$  gering, ist die Bereitschaft hoch, Konsum intertemporal zu substituieren ( $\pi_{ck}$  groß); ist sie dagegen gering ( $\sigma$  hoch), so versucht das Individuum, seinen Konsumstrom zu glätten, und daher ist auch  $\pi_{ck}$  klein. Je geringer die Risikoaversion, desto schwächer werden die Investitionen erhöht. Ab  $\sigma = 1$  (in der Tabelle 2.1) reagieren sie negativ ( $\pi_{ik} < 0$ ) auf Abweichungen des Kapitalstocks vom Steady State. Die hohe Bereitschaft des Individuums, den Konsum bei einer Reduktion des Kapitalstocks stark zu reduzieren, bewirkt gleichzeitig eine starke Ausweitung der Investitionen, um schnell wieder den alten Gleichgewichtswert des Kapitalstocks zu erreichen. Je größer  $\sigma$ , desto länger dauert es, den Kapitalstock bei einer Abweichung vom Steady State an diesen heranzuführen ( $n$  groß). Dies korrespondiert mit der Aussage hinsichtlich der Verhaltensweise bei der Anpassung des Konsumstroms. Bei  $\sigma = 0.8$  dauert es nur ganze 18 Quartale, um die Hälfte der Differenz zwischen dem Steady-State-Kapitalstock und dem Kapitalstock der laufenden Periode zu beseitigen, während man bei  $\sigma = 10$  87 Quartale benötigt.

Die Abbildung 2.1 zeigt für  $\sigma = 1$  die Anpassung an den Steady State, wenn der Kapitalstock in der Anfangsperiode um ein Prozent von diesem abweicht.

Abbildung 2.1

Anpassungspfade an das Gleichgewicht für den Fall konstanten Arbeitseinsatzes  
und  $\sigma = 1$



Um den gleichgewichtigen Kapitalstock wieder zu erreichen, schränkt der repräsentative Haushalt seinen Konsum ein und erhöht die Investitionen. In der Übergangsphase bleibt der Pro-Kopf-Output dabei unterhalb des stationären Wertes. Man sieht gut, daß nach 21 Quartalen die Hälfte der anfänglichen einprozentigen Abweichung abgearbeitet worden ist. Nach 60 Quartalen haben alle Variablen nahezu wieder ihren Gleichgewichtswert angenommen.

Wie ändern sich die Implikationen des Modells, wenn die Freizeitentscheidung des Haushalts endogenisiert wird, wenn also die Annahme der Konstanz des Arbeitseinsatzes aufgegeben wird? Zunächst verändern sich die approximierten Optimumbedingungen (2.44) - (2.47) gegenüber (2.59) - (2.61):

$$(2.68) \quad \xi_{Lc} \hat{c}_t - \xi_{LL} \frac{N}{1-N} \hat{N}_t - \hat{\lambda}_t - \xi_{Nk} \hat{k}_t - \xi_{NN} \hat{N}_t = 0$$

$$(2.69) \quad \hat{\lambda}_{t+1} + \xi_{kk} \eta_A \hat{k}_{t+1} + \xi_{kN} \eta_A \hat{N}_{t+1} = \hat{\lambda}_t$$

$$(2.70) \quad s_N \hat{N}_t + s_k \hat{k}_t = s_c \hat{c}_t + s_i \frac{\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_{t+1} - s_i \frac{1 - \delta}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_t$$

Dabei kann (2.44) übernommen werden. Die Lösung gestaltet sich nun schwieriger, da eine weitere Optimumbedingung zur Bestimmung der optimalen Pfade hinzukommt, und zwar die mit der Arbeitszeit-Freizeit-Entscheidung verbundene Optimumbedingung (2.68). Allerdings bewirkt die Annahme der Abwesenheit jeglicher Schocks (wie schon im Falle konstanter Ar-

beitszeit) eine beträchtliche Vereinfachung der Rechenschritte im Hinblick auf den Lösungsalgorithmus. Eine Bestimmung der  $\pi$ -Koeffizienten in algebraischer Form kann allerdings nicht mehr vorgenommen werden.

Zur Bestimmung der Lösung muß ein weiterer Parameter kalibriert werden. Dies ist der Anteil der gearbeiteten Stunden an der Gesamtzeit des Haushalts. In den USA ermitteln King/Plosser/Rebelo (1988a) dafür einen Wert von  $N=0.2$  im Betrachtungszeitraum.<sup>16</sup> Alle übrigen Daten stimmen mit denen bei konstantem Arbeitseinsatz überein.

Um die numerischen  $\pi$ -Werte zu ermitteln, muß die Form der Funktion  $v(L)$  in der Nutzenfunktion des Haushaltes konkretisiert werden. Damit eine bestmögliche Kompatibilität mit der allgemeinen Form von  $u(C, L)$  erreicht wird, findet die folgende Funktion Verwendung:<sup>17</sup>

$$(2.71) \quad u(C, L) = \frac{(CL^\theta)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} = \frac{C^{1-\sigma} L^{\theta(1-\sigma)} - 1}{1-\sigma}$$

Durch die Vorgabe des Steady-State-Arbeitseinsatzes wird der ansonsten freie Parameter  $\theta$  eindeutig festgelegt. Er beträgt bei dieser Konstellation 3.2939. Um die Konkavität der Nutzenfunktion über den gesamten Bereich zu gewährleisten, muß  $\sigma > 0.767$  sein.<sup>18</sup> Somit können im Gegensatz zum Fall konstanten Arbeitseinsatzes nicht alle zulässigen Werte von  $\sigma$  herangezogen werden. Dies ist der Grund für die Beschränkung auf Werte größer als oder gleich 0.8. Aus Vergleichbarkeitsgründen wurden deshalb auch in Tabelle 2.1 nur solche Werte berücksichtigt.

Alle  $\pi$ -Koeffizienten hängen nun vom Risikoaversionsparameter  $\sigma$  ab,<sup>19</sup> so daß Tabelle 2.2 auch  $\pi_{yk}$ ,  $\pi_{wk}$ ,  $\pi_{Nk}$  und  $\pi_{rk}$  enthält. (2.50) bis (2.53) werden unter Beachtung von  $\hat{A}_t, \hat{g}_t = 0$  zur Berechnung von  $\hat{y}_t, \hat{w}_t, \hat{i}_t$  und  $r_t - r$  herangezogen.

<sup>16</sup> Streng genommen müßte eigentlich die Form der Funktion  $v(L)$  bestimmt werden. Da jedoch darüber keine brauchbaren empirischen Schätzungen vorliegen, bietet es sich an,  $N$  vorzugeben und die Parameter von  $v(L)$  in Abhängigkeit von diesem Wert zu bestimmen.

<sup>17</sup> Für den Fall, daß  $v(L)$  die Form  $v(L) = \tilde{v}(L)^{1-\sigma}$  besitzt, liegen die Voraussetzungen für die Anwendung der l'Hopitalschen Regel vor, wenn man im Zähler "1" subtrahiert, so daß die logarithmische Nutzenfunktion aus der multiplikativ separablen abgeleitet werden kann. Vgl. auch die Diskussion im Anhang zu (A.35) und (A.36).

<sup>18</sup> Im Anhang A.2.2 und D. werden diese Bedingungen abgeleitet.

<sup>19</sup> Streng genommen entspricht  $\sigma$  bei einer auch von der Freizeit abhängigen Nutzenfunktion nur noch der Risikoaversion im Hinblick auf den Konsum bei Unterstellung der Funktion in (2.71). Eine ausführlichere Diskussion dieser Problematik verbunden mit der intertemporalen Substitutionselastizität findet sich im

Tabelle 2.2

## Einfluß der Risikoaversion im Basismodell mit variablem Arbeitseinsatz

	hohe Risikoaversion					geringe Risikoaversion			
$\sigma$	10	7	5	3	2	1.5	1	0.9	0.8
$\mu_1$	0.993	0.990	0.988	0.982	0.975	0.969	0.953	0.946	0.937
$\pi_{ik}$	0.747	0.669	0.575	0.379	0.149	-0.084	-0.627	-0.854	-1.197
$\pi_{ck}$	0.358	0.373	0.391	0.428	0.471	0.515	0.617	0.660	0.724
$\pi_{Nk}$	0.092	0.070	0.044	-0.012	-0.076	-0.142	-0.294	-0.358	-0.454
$\pi_{yk}$	0.473	0.461	0.445	0.413	0.376	0.338	0.249	0.212	0.156
$\pi_{wk}$	0.381	0.391	0.402	0.425	0.452	0.479	0.544	0.570	0.611
$\pi_{rk}$	-0.022	-0.022	-0.023	-0.024	-0.026	-0.027	-0.031	-0.032	-0.035
$n$	95	73	57	39	28	22	15	13	11

Grundsätzlich entsprechen die Koeffizienten in ihrer Wirkungsrichtung denen der Tabelle 2.1. Je geringer die Risikoaversion, desto schneller erfolgt die Anpassung an den alten Gleichgewichtswert, ablesbar am sinkenden  $n$ . Die Endogenisierung der Arbeit bewirkt aber einen nichtlinearen Einfluß der Risikoaversion auf die Koeffizienten in dem Sinne, daß im Vergleich zu Tabelle 2.1 für große  $\sigma$  höhere Werte der Koeffizienten als für kleines  $\sigma$  resultieren. So verlangsamt sich die Anpassungsgeschwindigkeit ( $\mu_1$  größer,  $n$  größer) für  $\sigma = 10, 7, 5$ , während sie für  $0.8 \leq \sigma \leq 3$  zunimmt ( $\mu_1$  und  $n$  kleiner). Für  $\sigma = 10, 7, 5$  werden die Investitionen stärker ausgedehnt ( $\pi_{ik}$  hoch) als bei konstantem Arbeitseinsatz und für  $\sigma = 3, 2$  schwächer. Eine Reduzierung setzt nun bereits bei  $\sigma = 1.5$  ein, wobei für alle folgenden geringeren Risikoaversionen die Intensität der Reduktion sich gegenüber dem Fall konstanten Arbeitseinsatzes verstärkt. Beim Konsum entspricht die Änderung der Koeffizienten der von  $\mu_1$  und  $n$ . Für die geringeren Substitutionselastizitäten des Konsums (hohes  $\sigma$ ) wird der Output stärker ausgedehnt als bei konstantem Arbeitseinsatz, bei dem  $\pi_{yk}$  für alle  $\sigma$  bei 0.42 lag. Für geringeres  $\sigma$  fällt  $\pi_{yk}$  schwächer aus.

Beim Arbeitseinsatz erhält man das Ergebnis, daß dieser um so stärker reduziert wird, je weniger risikoavers der Haushalt ist. Bei hoher Risikoaversion (ab  $\sigma = 5$ ) und damit verbundener geringer intertemporaler Substitutionselastizität der Arbeit bleibt  $\pi_{Nk}$  hingegen klein und positiv. Eine temporäre Variation der gearbeiteten Stunden ist effizient, obwohl im Gleichgewicht der Arbeitseinsatz konstant bleibt. Wie diese Variation ausfällt ( $\pi_{Nk}$  größer oder kleiner als null), hängt von drei Effekten ab. Ausgangspunkt sei ein unterhalb des Gleichgewichts liegender Kapitalstock. Dann ist erstens dadurch das Nicht-Human-Vermögen gering. Zweitens fällt

---

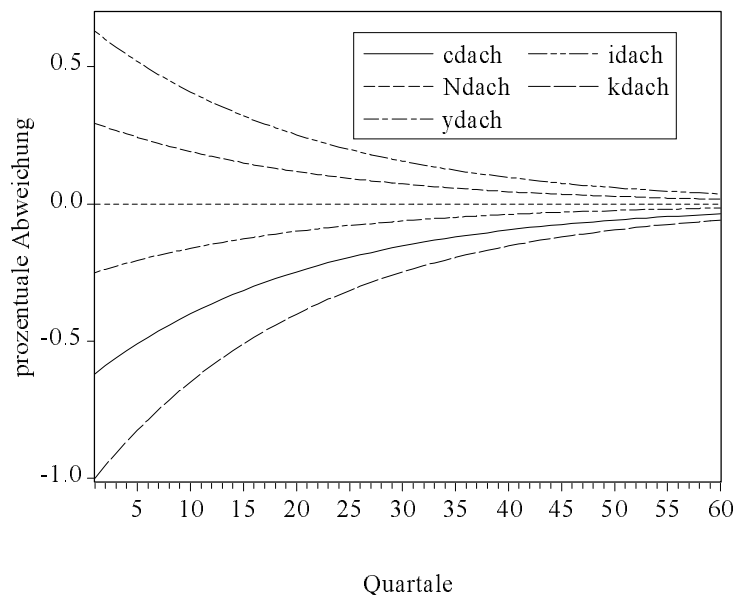
Anhang D. Da in der Literatur eine differenzierte Auseinandersetzung mit dem Problem fehlt, wird der Sprachgebrauch beibehalten und  $\sigma$  mit der Risikoaversion identifiziert.

der Lohnsatz (als Schattenpreis) gering aus, wenn  $k$  gering ist. Drittens ist der Realzinssatz hoch, wenn  $k$  gering ist. Erstens und drittens führen dazu, daß der Haushalt seinen Arbeitseinsatz ausdehnt, während ein geringer Reallohn zu weniger Arbeitseinsatz führt. Überwiegen die Effekte von erstens und drittens den zweiten, so steigen die gearbeiteten Stunden ( $\pi_{Nk} < 0$ ). Das trifft für Risikoaversionen zwischen 0.8 und 3 zu. Für höhere  $\sigma$  überwiegt der Reallohneffekt, so daß  $\pi_{Nk} > 0$ .

Der Realzinssatz reagiert nun mit einem schwächeren Rückgang bei hohen Risikoaversionen und einem verstärkten bei geringen, während  $\pi_{rk}$  zuvor konstant war.

Abbildung 2.2

Anpassungspfade an das Gleichgewicht für den Fall variablen Arbeitseinsatzes  
und  $\sigma = 1$



Beispielhaft zeigt Abbildung 2.2 die Anpassung an das alte Gleichgewicht bei einer anfänglichen einprozentigen Abweichung des Kapitalstocks vom Steady State. Weil bei  $\sigma = 1$  der erste und der dritte Effekt dominieren, wird der Arbeitseinsatz ausgedehnt. Wie schon erwähnt, reagieren die Investitionen stärker und der Konsum sowie der Output anfangs schwächer als zuvor. Man kann gut erkennen, daß nach 60 Quartalen eine weitergehende Anpassung an den Steady State als beim Fall konstanten Arbeitseinsatzes erfolgt ist.

Die spezifische Reaktion bei variablem Arbeitseinsatz hängt somit entscheidend mit der Bereitschaft des Individuums zusammen, Konsum und Arbeitszeit intertemporal zu substituieren bzw. von der Intensität der Aversion gegenüber Risiko. Dieser Aspekt wird von King/Plosser/Rebelo (1988a) vernachlässigt, da ausschließlich der Fall einer Risikoaversion von eins betrachtet wird. Schnellere Anpassungsprozesse an das alte Gleichgewicht resultieren

aber wie gesehen nur bei ganz bestimmten Werten von  $\sigma$ . Bei sehr hohen geht diese Eigenschaft verloren. Dennoch bleibt festzuhalten, daß die Endogenisierung der Arbeitszeit einen wichtigen Anpassungsmechanismus des Haushalts in das Modell einbringt und einen unverzichtbaren Bestandteil aller im folgenden diskutierten Modellvarianten darstellt.

Im Hinblick auf die zweite Ebene (die der durch die exogenen Störungen hervorgerufenen Reaktionen) ergeben sich Abschwächungs- bzw. Verstärkungseffekte der internen Dynamik. Dabei zeigt sich, daß für die Ausbreitung der Störungen die intertemporale Substitutionsmöglichkeit des Haushalts der wichtigste Mechanismus ist.

Die Reaktionen auf Veränderungen der totalen Faktorproduktivität, die  $\hat{A}_t$  erfaßt, hängen von der Dauerhaftigkeit der technologischen Störung ab. Ein temporärer positiver Schock führt zu erhöhtem Output und sofortiger Erhöhung des Reallohnes wegen gesteigener marginaler Arbeitsproduktivität. Das veranlaßt den Haushalt, heute mehr zu arbeiten und Freizeit in die Zukunft zu verlegen. Gleichzeitig steigen die Investitionen, weil nicht der gesamte positive Einkommenseffekt in eine Erhöhung des gegenwärtigen Konsums mündet. Das Wirtschaftssubjekt ist daran interessiert, die Effekte des gestiegenen Outputs über einen längeren Zeitraum zu streuen. Neben der Erhöhung des Reallohnes führt auch eine Steigerung des Zinssatzes zu einem verstärkten gegenwärtigen Arbeitseinsatz, weil zukünftiger Lohnertrag stärker diskontiert wird. Bei permanenten Schocks sind die Effekte gedämpfter. Das Individuum kann mit einem dauerhaft höheren Output rechnen und wird deshalb seinen heutigen Arbeitseinsatz weniger stark intensivieren. Die Neigung zu höherem gegenwärtigen Konsum und geringeren Investitionen wächst, so daß der Einkommenseffekt den intertemporalen Substitutionseffekt übersteigt.

Wesentlich komplexer stellen sich die Reaktionen auf fiskalische Störungen dar. Grundsätzlich treffen auch hier die Wirkungen von Einkommens- und intertemporalen Substitutionseffekten aufeinander. Bei temporären Staatsausgabenschocks (steigende Staatsausgaben) kommt es zu einem negativen Einkommenseffekt, der den Haushalt zur Einschränkung des Konsums und zu erhöhtem Arbeitseinsatz veranlaßt. Dadurch steigt auch der Output an. Der Substitutionseffekt resultiert ebenso in einer Reduktion des Konsums und der Investitionen (Crowding Out) sowie einer Erhöhung der gearbeiteten Stunden. Permanente fiskalische Störungen hingegen bewirken eine Ausweitung der Investitionen des Haushalts und damit eine stärkere Outputerhöhung als bei transitorischen Schocks. Welche Effekte wann und warum dominieren, hängt sehr stark von der konkreten Ausgestaltung des Modells selbst ab (Nutzenfunktion, Kalibrierung, spezifische Produktionsfunktion, offene oder geschlossene Volkswirtschaft usw.) und ist Gegenstand der Kapitel 4 und 5 dieser Arbeit. Bevor jedoch verschiedene Modellvarianten diskutiert werden können, muß zunächst einmal eine Bestandsaufnahme der empirischen Konjunkturmuster in den Ländern vorgenommen werden. Dies geschieht im nachfolgenden Kapitel 3.



### **3 Stilisierte Fakten als empirische Grundlage von internationalen realen Konjunkturmodellen**

Modelle der Realen Konjunkturtheorie erheben den Anspruch, statistische Eigenschaften makroökonomischer Zeitreihen abbilden zu können. Dabei handelt es sich im wesentlichen um die Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen der Aggregate mit dem Output der betrachteten Volkswirtschaft. Je nach Modelltyp treten weitere spezifische Korrelationen hinzu. So interessiert man sich bei Zwei-Länder-Modellen neben den landesspezifischen Momenten insbesondere für die Korrelationen der Outputs, der Konsumströme, der Investitionen und der Beschäftigung. Bei Modellen kleiner offener Volkswirtschaften treten die Beziehungen mit dem internationalen (für das kleine Land exogenen) Zinssatz hinzu. In diesem Kapitel werden die für die spätere theoretische Analyse benötigten empirischen Momente der interessierenden makroökonomischen Aggregate bestimmt. Dies geschieht immer im Hinblick auf die spätere Berücksichtigung dieser Daten im Modell. Besondere Aufmerksamkeit wird dabei dem Korrelationsverhalten bei verschiedenen Leads und Lags gewidmet. Die Literatur beschränkt sich vielfach auf die kontemporären Beziehungen, insbesondere für internationale Korrelationen. Eine Ausnahme stellt die Arbeit von Reynolds (1992) dar, in der explizit bis zu vier Leads/Lags untersucht werden. Allerdings unterbleibt dort eine differenzierte Interpretation dieser Resultate im Hinblick auf die Abbildung in einem realen Konjunkturmodell. In der Untersuchung von Zimmermann (1995) hingegen wird eine Vielzahl von außenwirtschaftlichen Größen (Importe, Exporte, Import- und Exportpreise, Terms of Trade, Handelsbilanz usw.) auch im Hinblick auf ihre Vor- und Nachlaufeigenschaften analysiert. Bei allen Vergleichen mit Ergebnissen der Literatur muß im folgenden die Verschiedenheit der Datenauswahl, der Berechnungsweise der relevanten Variablen sowie der Trendbereinigungsmethoden beachtet werden.

In Abschnitt 3.1 werden zunächst stilisierte Fakten für Dänemark berechnet. In den beiden nachfolgenden Abschnitten werden die Konjunkturzyklen in Deutschland und in den USA sowie zwischen diesen beiden Ländern untersucht.

#### **3.1 Stilisierte Fakten für ein kleines Land: Dänemark**

##### **3.1.1 Die verwendeten Daten**

Bei der Auswahl des kleinen Landes fallen mehrere Faktoren ins Gewicht. Zunächst muß man sich die überhaupt in Frage kommenden Länder vor Augen führen. Aus Vergleichbarkeitsgründen mit der Analyse der großen offenen Volkswirtschaften kommen dabei nur westliche Länder (die zu den entwickelten Ländern zählen) in Frage. Viele dieser Länder scheiden jedoch aufgrund der zum Teil sehr schlechten Datenlage aus. In manchen Ländern liegen die Daten der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung nur als Jahresdaten vor. In anderen Ländern sind zwar die Quartalsdaten vorhanden, jedoch sind diese nicht saisonbereinigt. Vielfach kommt das Problem zu kurzer Zeitreihen hinzu. Manchmal sind nicht mehr als sieben Jahre verfügbar. In

anderen Fällen fehlen bestimmte Reihen wie beispielsweise die Reallohnreihe oder die der Anzahl der Beschäftigten gänzlich. Ohne die Gründe hier im einzelnen für jedes Land zu referieren, werden die dänischen Daten als die für die Analyse geeignetsten verwendet.

Diese Daten stammen von der DSI International Statistical Yearbook 1992 CD.<sup>20</sup> Die besten Quellen sind dabei die Main Economic Indicators der OECD sowie die EUROSTAT-Daten CRONOS ICG Coll. 06, die hier Verwendung finden. Der gemeinsame Stichprobenumfang umfaßt die Jahre 1971:1 bis 1991:4, somit genau 21 Jahre.

Dieser Zeitraum umfaßt nicht die neuesten verfügbaren Daten.<sup>21</sup> Das ist aber nicht auf eine Nachlässigkeit des Autors zurückzuführen, sondern bewußt geschehen. In einer umfassenden Analyse hat Canova (1993) gezeigt, daß die stilisierten Fakten in starkem Maße von dem gewählten Stichprobenraum und von der verwendeten Trendbereinigungsmethode abhängen. Die Ausdehnung des Stichprobenraums würde also andere vom Modell später zu erklärende Konjunkturmuster hervorrufen. Gleichzeitig würden aber auch wichtige Modellparameter, die auf empirischen Schätzungen (in diesem Zeitraum) basieren (wie beispielsweise der gemeinsame Wachstumsfaktor) sich ändern. Insofern stellt die hier getroffene Auswahl eines bestimmten (kürzeren) Zeitraums keinen Informationsverlust dar.

Entgegen der üblichen Vorgehensweise in der Literatur wird mit den Daten für das Bruttoinlandsprodukt (BIP) gearbeitet, da dies der Größe des Outputs im Modell entspricht. Die Inlandseinkommen der Ausländer sowie die Auslandseinkommen der Inländer sind kein Bestandteil der inländischen Produktion, also der modelltheoretisch relevanten Outputgröße. Bei der Bestimmung der Handelsbilanz verwenden manche Autoren (z.B. Backus/Kehoe/Kydland (1992)) die nominellen Nettoexporte und setzen sie ins Verhältnis zum nominellen Bruttosozialprodukt (BSP). Auch dafür kann kein modelltheoretischer Grund angeführt werden, so daß die realen Größen verwendet werden. Im einzelnen werden die nachstehenden Reihen benutzt: Für den Output die CRONOS Reihe 30010554 (Gross Domestic Product, real, in Preisen von 1985) und zur Kontrolle 30010154 (Gross Domestic Product, in Preisen der laufenden Periode), für den Konsum die Reihe 30020554 (Private Final Consumption, real, in Preisen von 1985), für die Investitionen 30030554 (Gross Fixed Capital Formation, real, in Preisen von 1985),<sup>22</sup> für den Staatskonsum 30025554 (Government Consumption, real, in

---

<sup>20</sup> DSI Data Service & Information, P.O. Box 1127, 47495 Rheinberg, Germany. Auf dieser CD sind die Daten der wichtigsten Organisationen der Welt (OECD, IMF, EUROSTAT, CITICORPORATION, UNIDO, DIW, Statistisches Bundesamt, Deutsche Bundesbank) zusammengefaßt.

<sup>21</sup> Das gilt auch für die in den beiden folgenden Abschnitten gewählten Zeiträume.

<sup>22</sup> Für die USA können auch beim Konsum und den Investitionen dem Modell näher kommende Aggregate verwendet werden (vgl. Abschnitt 3.2.1.1).

Preisen von 1985), für die Exporte 30040554 (Exports of Goods and Services, real, in Preisen von 1985), für die Importe 30045554 (Imports of Goods and Services, real, in Preisen von 1985). Alle diese Reihen sind saisonbereinigte Quartalsdaten. Für die Bevölkerungsgröße wird in allen Ländern nur eine Reihe aus Jahresdaten angegeben, hier die Reihe CRONOS SEC 1, 30100001 (Total Population, 1960-1992). Für die Berechnung der gearbeiteten Stunden werden die Zeitreihen 30429012 (Monthly Hours Worked Industry) und 30427402 (Employment Mining and Manufacturing) herangezogen, die beide nur als Indexreihen vorliegen (1985=100). Schließlich werden noch die Lohnreihe 30431502 (Hourly Earnings Mining and Manufacturing) sowie der Konsumentenpreisindex 30446102 (CPI All Items) benötigt, die beide auf das Basisjahr 1985 normiert sind (1985=100).

### 3.1.2 Die Berechnung der relevanten Variablen

Um eine möglichst hohe Übereinstimmung zwischen der im Modell vorgenommenen theoretischen Trendbereinigung und der in der Empirie verwendeten Methode zu gewährleisten, wird die größtmögliche Anzahl von Aggregaten in die Berechnung eines gemeinsamen linearen Trends einbezogen. Zuvor werden jedoch der Output, der Konsum, die Investitionen und die Ersparnis, die der Differenz aus Output und Gesamtkonsum (privater plus staatlicher Konsum) entspricht, durch Division durch die Bevölkerung in Pro-Kopf-Größen umgerechnet. Die Quartalsdaten für die Bevölkerung werden mit Hilfe der linearen Interpolation aus den Jahreswerten berechnet, und zwar so, daß der angegebene Jahreswert dem des vierten Quartals entspricht.

Danach werden die Pro-Kopf-Größen des Konsums  $C$ , des Outputs  $Y$ , der Investitionen  $I$  und der Ersparnis  $S$  sowie der Reallohn  $W$  logarithmiert. Für  $C$ ,  $Y$ ,  $I$ ,  $S$  und  $W$  wird dann ein gemeinsamer linearer Trend geschätzt, wobei für jedes Aggregat unterschiedliche Konstanten zugelassen werden. Der gemeinsame Faktor vor der Zeitvariable entspricht im Modell der Wachstumsrate  $\gamma_x - 1$  des deterministischen technischen Fortschritts. Anschließend werden für  $C$ ,  $Y$ ,  $S$ ,  $I$  und  $W$  die Residuen dieser Schätzung bestimmt. Für den Fall, daß auch die Modellvariablen einem stabilen Prozeß folgen,<sup>23</sup> ist man schon bei den relevanten zyklischen Komponenten angelangt. Wenn das nicht der Fall ist, müssen diese Residuen nochmals auf irgendeine Weise trendbereinigt werden. Dazu bieten sich verschiedenste Verfahren an. In der Literatur wird der Hodrick/Prescott (1997) Filter<sup>24</sup> am häufigsten angewendet. Aus Vergleichbarkeitsgründen mit den Ergebnissen der Literatur wird dieser Filter auch hier verwendet. Die verbleibenden Komponenten entsprechen dann den zyklischen des HP-gefilterten Modells.

---

<sup>23</sup> Das ist gewährleistet, wenn in (2.54) alle Eigenwerte von  $M$  kleiner als eins sind.

<sup>24</sup> Vgl. dazu den Anhang E.

Der Reallohn wird zuvor als Quotient aus der Lohnreihe und dem Konsumentenpreisindex berechnet. Die Handelsbilanz  $TB$ , definiert als Exporte minus Importe, kann negative Werte annehmen und darf daher nicht logarithmiert werden. Modelltheoretisch müßte auch sie in die Bestimmung des gemeinsamen Trends einbezogen werden. Sie weist jedoch keinen Trend auf und kann daher nicht aufgenommen werden. Die Handelsbilanz (Nettoexporte) wird nicht in Pro-Kopf-Größen umgerechnet, sondern in Relation zum Output betrachtet. Die Bestimmung einer relativen Standardabweichung zum Output kann dann allerdings nicht mehr vorgenommen werden, da man mit zwei verschiedenen Meßmethoden arbeitet: Bei der Handelsbilanz berechnet man den Anteil der Nettoexporte am Bruttoinlandsprodukt in Abweichung zu seinem Mittelwert, während beim Konsum, den Investitionen, der Ersparnis, dem Reallohn und dem Output prozentuale Abweichungen von einem gemeinsamen Trend betrachtet werden.<sup>25</sup> Im Falle instabiler Prozesse im Modell erfolgt eine weitere HP-Filterung der Handelsbilanz.

Zur Berechnung der durchschnittlich pro Kopf und pro Monat gearbeiteten Stunden  $N$  multipliziert man die Anzahl der Beschäftigten (30427402) mit den pro Monat gearbeiteten Stunden (30429012) und dividiert das Ergebnis durch die Bevölkerungsgröße, welche zuvor auf eine einheitliche Basis (1985=100) umgerechnet wurde. Diese Größe ist auch modelltheoretisch die einzige, die nicht wächst, so daß - wie bei der Handelsbilanz - die um den Mittelwert bereinigte Reihe das Pendant zur zyklischen Komponente darstellt. Sofern eine Instabilität im Modell auftritt, muß auch der Arbeitseinsatz HP-gefiltert werden.

### **3.1.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation**

Zur Bestimmung des gemeinsamen linearen Trends verwendet man die Schätzmethode der Seemingly Unrelated Regressions (SUR), die in Theil (1971) beschrieben wird. Dazu wird angenommen, daß die zu betrachtenden Größen einen gemeinsamen linearen Trend mit gleichem Wachstumsfaktor besitzen, jedoch mit verschiedenen Konstanten. Diese Schätzung muß mehrmalig durchgeführt werden, um eine möglichst exakte Berechnung der Momente zu gewährleisten. Tabelle 3.1 enthält das Ergebnis dieser Schätzung.

---

<sup>25</sup> Vgl. dazu auch die ausführlichere Diskussion in Abschnitt 3.2.1.2 für die USA.

Tabelle 3.1

Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung)<sup>26</sup>

Dänemark, inländische Kenngrößen

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in				
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	2.97	1.00	0.82	0.68	0.68	0.82	1.0	0.82	0.68
$\hat{c}$	6.64	2.24	0.91	0.86	0.61	0.68	0.78	0.75	0.67
$\hat{i}$	19.20	6.47	0.95	0.89	0.76	0.83	0.87	0.81	0.73
$\hat{N}$	18.10	6.09	0.94	0.88	0.72	0.76	0.78	0.74	0.68
$\hat{w}$	8.46	2.85	0.96	0.93	0.24	0.21	0.20	0.17	0.12
$\hat{s}$	14.07	4.74	0.80	0.76	0.05	0.10	0.16	0.03	0.00
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	4.94		0.92	0.86	-0.62	-0.68	-0.71	-0.69	-0.63

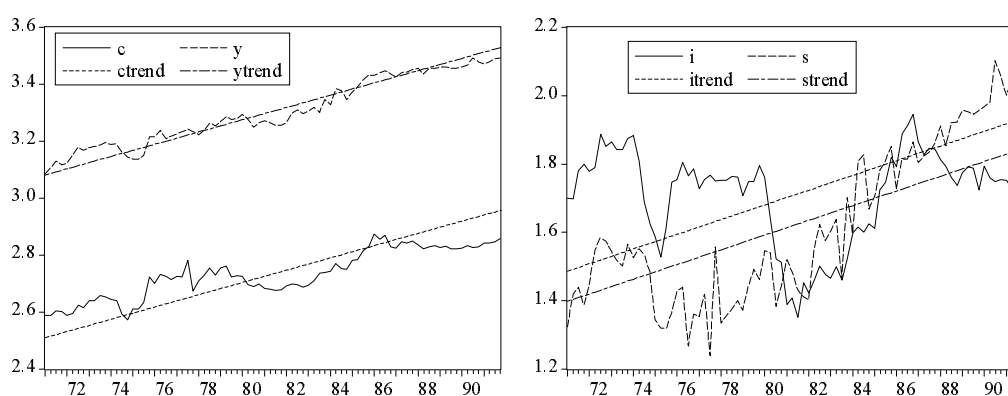
Die resultierende gemeinsame Wachstumsrate des Outputs, des Konsums, des Reallohnes, der Ersparnis und der Investitionen beträgt 0.0054 pro Quartal. Dies entspricht einer Jahresrate von etwa 2.18 %.

In Abbildung 3.1 werden der Konsum, die Investitionen, die Ersparnis, der Output und der Reallohn sowie ihre jeweiligen Trends veranschaulicht:

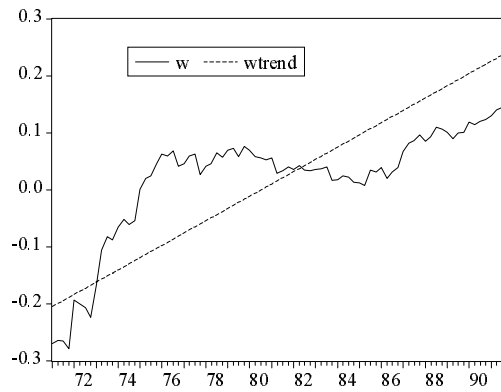
Abbildung 3.1

Gemeinsamer linearer Trend und Ausgangsreihen

Dänemark 1971:1 - 1991:4



<sup>26</sup> gemeinsamer Trend von  $I$ ,  $Y$ ,  $S$ ,  $C$  und  $W$  mit iterierter Schätzung des Systems (56 Iterationen, Abbruchkriterium: Die Veränderung der logarithmierten Determinante der Varianz-Kovarianz-Matrix der Residuen (also der zyklischen Komponenten) ist kleiner als  $10 \cdot 10^{-15}$ ). Das bewirkt eine Genauigkeit der Standardabweichungen bis auf die 10. Stelle nach dem Komma.



Hinsichtlich der Variabilitäten fällt eine erhöhte Schwankung des Konsums auf, die das ca. 2.2fache der Outputvolatilität beträgt. Auch die Investitionen, der Arbeitseinsatz und der Reallohn schwanken vergleichsweise stark. Alle Aggregate sind stark autokorreliert, lediglich der Output und die Ersparnis fallen etwas hinter die anderen Größen ab.

In Anlehnung an die Literatur wird eine Variable  $\hat{x}_t$  als dem Zyklus  $\hat{y}$  vorlaufend bezeichnet, wenn die Korrelation  $\rho(\hat{x}_t, \hat{y}_{t+i})$  für  $i > 0$  maximal wird.<sup>27</sup> Entsprechend heißt eine Variable  $\hat{x}_t$  dem Zyklus  $\hat{y}$  nachhinkend, wenn  $\rho(\hat{x}_t, \hat{y}_{t+i})$  für  $i < 0$  maximal wird. Ist diese betreffende Korrelation jeweils positiv, so spricht man von einer prozyklischen Entwicklung, bei negativer von einer antizyklischen. Tritt die maximale Korrelation bei  $i = 0$  ein, so heißt die Größe gleichlaufend mit dem Zyklus.

Konsum, Investitionen und Arbeitseinsatz sind stark prozyklisch und gleichlaufend mit dem Output, während die Handelsbilanz eine erhöhte kontemporäre Antizyklizität aufweist. Ein ungewöhnliches Korrelationsmuster liegt beim Reallohn vor, der mit elf Quartalen hinter dem Zyklus herhinkt (0.49). Die Ersparnis dagegen ist kontemporär schwach positiv mit dem Output korreliert, weist jedoch bei einem Lag von 20 Quartalen eine antizyklische Verhaltensweise auf (-0.37). Dies kann an der Einbeziehung der Investitionen in die Trendbestimmung liegen, da sie einen kaum wahrnehmbaren Trend aufweisen, während hingegen die Ersparnis einen starken Zuwachs über den gesamten Beobachtungszeitraum gehabt hat.

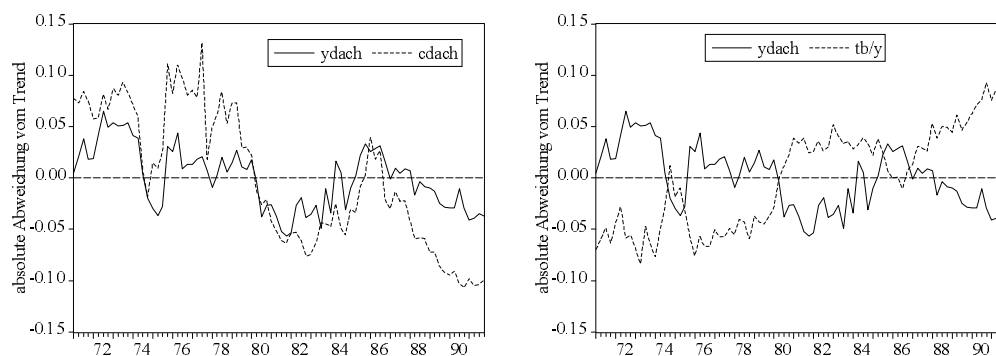
---

<sup>27</sup> Dies kann umgeschrieben werden in  $\rho(\hat{x}_t, \hat{y}_{t+i}) = \rho(\hat{x}_{t-i}, \hat{y}_t) = \rho(\hat{y}_t, \hat{x}_{t-i})$ , da die zugrundeliegenden Prozesse kovarianzstationär sind und damit die Korrelation nur vom Lag  $i$  abhängt. Diese Schreibweise findet man in der empirischen Literatur (vgl. z.B. Kydland/Prescott (1990)).

Abbildung 3.2 zeigt am Beispiel des Konsums (cdach) die prozyklisch gleichlaufende und am Beispiel der Handelsbilanz (tb/y) die antizyklisch gleichlaufende Entwicklung zum Output (ydach) graphisch auf:

Abbildung 3.2

Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend  
Dänemark 1971:1 - 1991:4



In der Tat zeigt es sich, daß die Investitionen bei Betrachtung eines eigenen Trends für jede Variable einen leichten Rückgang erlebt haben: Die Quartalswachstumsrate beträgt ca.  $-0.000128$ , was einer Jahresrate von etwa  $-0.05\%$  entspricht. Allerdings ist diese Rate nicht signifikant, der Wert der t-Statistik beträgt  $-0.207$ . In einem Test könnte also die Hypothese, daß die Rate null ist, nicht abgelehnt werden. Für die Ersparnis stellt sich ein Wert von  $0.00816$  pro Quartal ein, während beim Reallohn bzw. beim Konsum ungefähr gleich hohe Wachstumsraten von  $0.0032$  bzw.  $0.0031$  zu beobachten sind. Der Output liegt mit  $0.00475$  ziemlich genau zwischen diesen Werten. Der Reallohn läuft jetzt antizyklisch mit fünf Quartalen ( $-0.47$ ) vor. Das ungewöhnliche Korrelationsmuster des Reallohnes stellt offensichtlich eine Spezialität der dänischen Ökonomie dar. Betrachtet man die Entwicklung des Reallohnes in diesem Zeitraum, so fällt auf, daß zwischen 1977 und 1983 nahezu eine Konstanz zu verzeichnen ist, während vor 1977 und nach 1983 der Nominallohn stärker als das Preisniveau gewachsen ist (vgl. Abbildung 3.1). Für den mittleren Zeitraum (1977:1 bis 1983:4) hat der zyklische Reallohn einen Nachlauf von einem Quartal ( $0.74$ ). Ein ähnliches Ergebnis erhält man, wenn man die Abweichung des Reallohnes von seinem Mittelwert betrachtet. Auch dann resultiert ein mit einem Quartal nachhinkender Reallohn mit einer Korrelation von  $0.61$ . Für den Gesamtzeitraum kann kein gleichlaufendes Verhalten festgestellt werden. Man beobachtet vielmehr wieder ein antizyklisches Verhalten bei fünf Quartalen ( $-0.32$ ) Vorlauf. Möglicherweise hängt dieses Ergebnis aber auch mit der verwendeten Nominallohnreihe zusammen, die nur die Löhne in der verarbeitenden Industrie sowie im Bergbau berücksichtigt. Ein alle Wirtschaftszweige umfassender Index liegt jedoch für Dänemark nicht vor, so daß diese Vermutung nicht überprüft werden kann.

Gegenüber einem gemeinsamen linearen Trend weichen auch die Momente anderer Aggregate deutlich von denen ab, die sich bei Unterstellung individueller Trends ergeben. So nimmt das Ausmaß der Prozyklizität des Arbeitseinsatzes ab (0.44), wobei nun der Arbeitseinsatz mit einem Quartal nachhinkt. Die Ersparnis zeigt sich nun prozyklisch gleichlaufend (0.55), verliert also ihre antizyklische Verhaltensweise. Die Handelsbilanz entwickelt sich nunmehr antizyklisch vorlaufend bei einem Quartal (-0.30) und weist eine abgeschwächte Gegenläufigkeit auf. Für die absoluten und relativen Standardabweichungen erhält man durchweg niedrigere Werte,<sup>28</sup> was auch für die Autokorrelationen gilt. Im ganzen betrachtet wird eine individuelle Trendanpassung der tatsächlichen Entwicklung in Dänemark wohl eher gerecht als der Versuch einer Anpassung eines gemeinsamen Trends.

Die nachstehende Tabelle 3.2 enthält die Momente nach HP-Filterung der nach gemeinsamer linearer Trendbereinigung verbleibenden Residuen. Dabei wird jede Reihe (auch die nicht in die Trendbestimmung einbezogenen) individuell HP-gefiltert.

Tabelle 3.2  
Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung)<sup>29</sup>

Dänemark, inländische Kenngrößen									
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	1.97	1.00	0.61	0.35	0.35	0.61	1.0	0.61	0.35
$\hat{c}$	2.76	1.40	0.63	0.48	0.27	0.45	0.75	0.67	0.48
$\hat{i}$	8.21	4.17	0.81	0.61	0.53	0.72	0.81	0.64	0.44
$\hat{N}$	6.29	3.19	0.82	0.63	0.64	0.70	0.66	0.47	0.27
$\hat{w}$	1.81	0.92	0.55	0.22	-0.14	-0.15	-0.04	0.05	-0.05
$\hat{s}$	6.85	3.48	0.19	0.13	0.23	0.39	0.61	0.13	-0.03
$\frac{tb_t}{y_t} - \left(\frac{tb}{y}\right)$	1.73		0.65	0.44	-0.39	-0.59	-0.62	-0.62	-0.48

Alle Aggregate weisen nunmehr eine deutlich reduzierte Variabilität auf. Es liegt in der Eigenschaft des HP-Filters begründet, die Momente nach unten zu verzerren. Ehlgen (1998) zeigt, daß dies selbst dann gilt, wenn der HP-Filter optimal im Sinne einer Minimierung des Mean Squared Errors ist. Dieses Ergebnis kann man hier auch an den Autokorrelationen sowie den Korrelationen mit dem Output ablesen. Sie liegen alle deutlich unter denen in Tabelle 3.1. Bei der Beschäftigung kann nun ein leichtes Nachhinken von einem Quartal beobachtet werden,

<sup>28</sup> Das gilt nur für die trendbereinigten Aggregate, also nicht bei der Handelsbilanz und dem Arbeitseinsatz.

<sup>29</sup> gemeinsamer Trend von  $I$ ,  $Y$ ,  $S$ ,  $C$  und  $W$  mit iterierter Schätzung des Systems



während die Ersparnis jetzt prozyklisch und gleichlaufend ist. Der Reallohn hinkt jedoch dem Zyklus nach wie vor mit elf Quartalen nach (0.37). Neben einer Verzerrung der Korrelationen nach unten ändert der HP-Filter zusätzlich das Korrelationsmuster der Ersparnis mit dem Output.

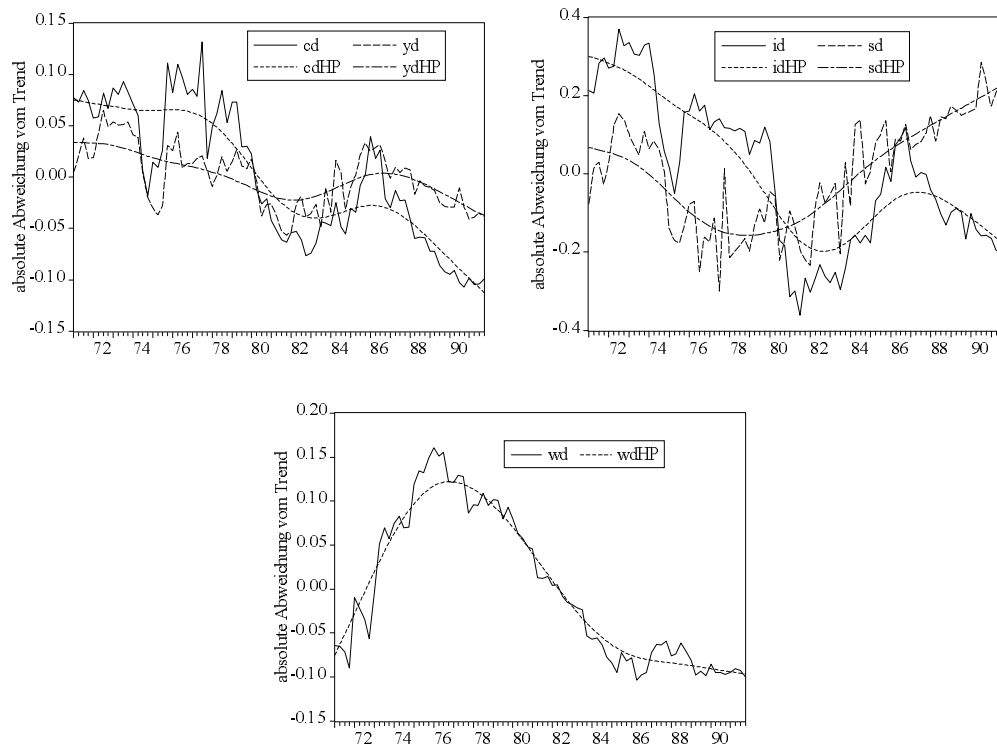
Zimmermann (1995) erhält mit der gleichen Berechnungsart für die Handelsbilanz (mit realen Ex- und Importen und dem realen Bruttoinlandsprodukt) für den Zeitraum 1971:2 bis 1991:2 eine Variabilität der Nettoexporte von 1.62 %. Die Autokorrelation beträgt in seiner Untersuchung 0.68, während die Kreuzkorrelationen mit dem Output leicht unter denen in Tabelle 3.2 liegen (kontemporär bei -0.60). Beim realen Output, der allerdings nicht dem Pro-Kopf-Output in dieser Arbeit entspricht, liegt die Standardabweichung bei 2.04 % und die Autokorrelation bei 0.58. Christodoulakis/Dimelis/Kollintzas (1995) berechnen mit OECD-Daten, die sie mit Jahresdaten und der Saisonstruktur der Industriellen Produktion in Quartalsdaten umrechnen, eine Outputvariabilität von 2.30 % (Zeitraum 1960-1990).<sup>30</sup> Für die übrigen Aggregate betrachten sie nur Jahresdaten, so daß diese Ergebnisse nur sehr eingeschränkt mit den hier gewonnenen vergleichbar sind. Allerdings schwankt auch bei Jahresdaten der Konsum stärker als der Output. Mit ähnlicher Vorsicht sind die Ergebnisse der Arbeit von Backus/Kehoe (1992) zu interpretieren. In ihrer breit angelegten Analyse geht es um die Dokumentation von Konjunkturzyklen für einen 100jährigen Zeitraum in zehn Ländern, so daß mit Jahresdaten gearbeitet werden muß. Besonderes Augenmerk wird dabei auf drei Zeiträume gelegt: die Vorkriegszeit (vor dem 1. Weltkrieg), die Zwischenkriegszeit (zwischen den beiden Weltkriegen) und die Nachkriegszeit (nach dem 2. Weltkrieg). In der Nachkriegszeit (1950-1985 für Dänemark) schwankt das Bruttoinlandsprodukt demnach mit einer Standardabweichung von 1.88 % und die Investitionen mit 3.81 %.

---

<sup>30</sup> Auch diese Größen sind keine Pro-Kopf-Größen.

Abbildung 3.3 zeigt die nach linearer Trendbereinigung verbleibenden Residualgrößen (dies sind die zyklischen Komponenten in Tabelle 3.1, d.h.  $cd=cd_{ach}$ ,  $yd=yd_{ach}$  usw.) und ihre HP Trends ( $cdHP$ ,  $ydHP$  usw.):

Abbildung 3.3  
 Individueller HP-Trend und nach linearer Trendbereinigung verbleibende zyklische Komponenten  
 Dänemark 1971:1 - 1991:4

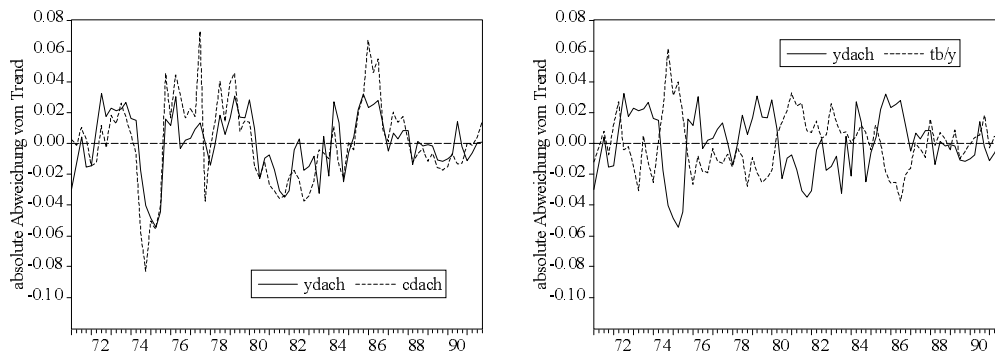


Man kann gut erkennen, daß der HP-Filter einer Kurve entspricht, die man mit freier Hand durch den Graphen legen würde, um die Auf- und Abschwünge sanft nachzuzeichnen. Wenn man nun diesen zweiten Trend ( $cdHP$ ,  $ydHP$  usw.) von den Residuen ( $cd$ ,  $yd$  usw.) abzieht, so erhält man die neue zyklische Komponente, deren statistische Eigenschaften in Tabelle 3.2 zusammengefaßt sind. Beispielhaft ist dies für den Konsum und die Handelsbilanz in Abbildung 3.4 dargestellt:

Abbildung 3.4

Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend und individueller HP-Filterung

Dänemark 1971:1 - 1991:4



An diesen beiden Graphiken kann sehr gut die geringere Volatilität der zyklischen Komponenten abgelesen werden (man beachte die Skalierung). Sehr gut läßt sich auch der prozyklisch gleichlaufende Charakter des Konsums und der antizyklisch gleichlaufende der Handelsbilanz erkennen.

Die hier gewählte zweistufige Vorgehensweise mag verwirren, zeichnet jedoch nur exakt die Vorgehensweise im Modell nach (vgl. die nachfolgenden Kapitel 4 und insbesondere 5). Zunächst wird aus dem Modell ein gemeinsamer linearer Trend entfernt. In Kapitel 2 geschieht das durch Division durch  $X_t$ . Sind die dann resultierenden optimalen Entscheidungsregeln des Haushaltes nichtstationär, so werden sie HP-gefiltert. Genau das aber entspricht einer weiteren Filterung der zuvor erhaltenen Residualgrößen nach linearer Trendbereinigung. Verblüffend ist nun, daß dieselbe zyklische Komponente resultiert wie bei der oben gewählten zweistufigen Vorgehensweise, wenn direkt die Ausgangsreihen HP-gefiltert werden. Die Abbildungen 3.5 und 3.6 zeigen das beispielhaft für den Output, den Konsum und die Handelsbilanz:

Abbildung 3.5

HP-Trend und Ausgangsreihe des Outputs und des Konsums

Dänemark 1971:1 - 1991:4

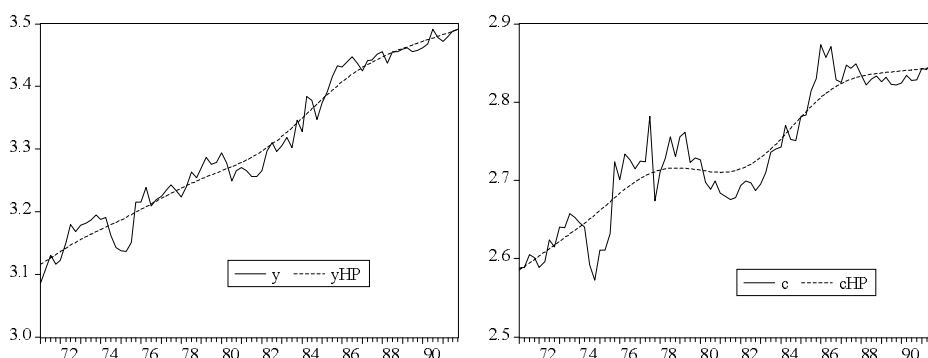


Abbildung 3.6  
 Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung  
 Dänemark 1971:1 - 1991:4

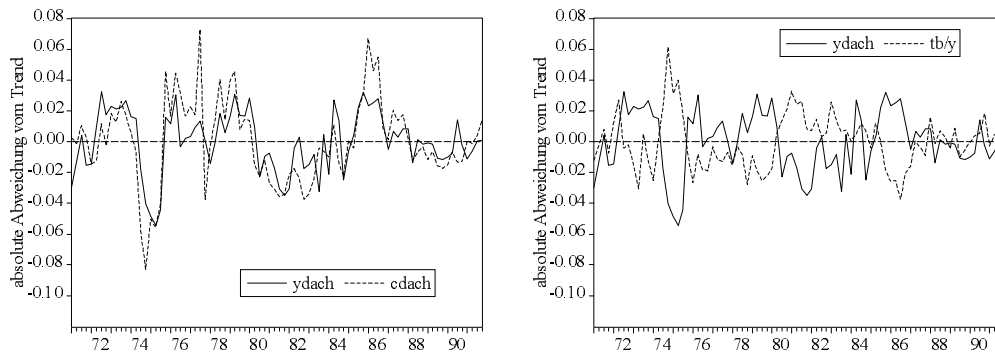


Abbildung 3.6 entspricht exakt Abbildung 3.4. Das bedeutet, daß die HP-Wachstumskomponente hier der Summe aus linearem Trend und HP-Trend der Residualgrößen beim zweistufigen Verfahren entspricht. Der HP-Filter eliminiert somit implizit (auch) einen linearen Trend aus den Zeitreihen.

### 3.2 Stilisierte Fakten für zwei große Länder

#### 3.2.1 Die USA

##### 3.2.1.1 Die verwendeten Daten

In der vorliegenden Analyse werden die Citibase-Daten der Citicorporation verwendet, welche wiederum von der DSI International Statistical Yearbook 1992 CD stammen. Die Reihen beginnen bis auf die des Reallohns im 1. Quartal 1960 und enden im 1. Quartal 1992. Stichprobenumfang ist der Zeitraum 1968:1 bis 1991:1 (93 Quartale), um für die spätere Analyse der internationalen Verflechtungen mit Deutschland den gleichen Betrachtungszeitraum zu verwenden.

Für die USA liegen sowohl Daten über den Konsum dauerhafter Güter wie auch nichtdauerhafter Güter vor. Vielfach wird bei empirischen Untersuchungen der Realen Konjunkturtheorie diese dauerhafte Komponente nicht berücksichtigt. Da im Modell aber nicht zwischen verschiedenen Konsumformen differenziert wird, erscheint diese Vorgehensweise zweifelhaft.<sup>31</sup> Dies gilt um so mehr im Hinblick auf einen internationalen Vergleich. In den beiden anderen hier betrachteten Ländern (Dänemark und Deutschland) existieren keine gesonderten Zeitrei-

---

<sup>31</sup> Eine der ganz wenigen Arbeiten auf diesem Gebiet ist die von Baxter (1996). In diesem Fall wird modelltheoretisch explizit zwischen dauerhaften und nichtdauerhaften Gütern unterscheiden. In den anderen Beiträgen der Literatur wird unerschwellig unterstellt, daß das Modell nur für nichtdauerhaften Konsum formuliert sei, um damit die Verwendung der Reihen CNCQ (Personal Consumption Expenditures on Non-durables) und CSCQ (Personal Consumption Expenditures on Services) zu rechtfertigen.

hen zum Konsum dauerhafter Konsumgüter, so daß es sich auch aus Vergleichbarkeitsgründen anbietet, beide Kategorien in den USA zu aggregieren. Daher wird die Reihe GCQ (Personal Consumption Expenditures) verwendet. Gleiches gilt in analoger Weise für die Investitionen. Zwischen verschiedenen Formen von Investitionen wird modelltheoretisch nicht differenziert. Daher ist die gesamte private Investition gemeint, so daß die Reihe GPIQ (Gross Private Domestic Investment) anstelle von GIFQ (Gross Private Fixed Investment) verwendet wird. Für die realen Nettoexporte wird die Reihe GNETQ (Net Exports of Goods and Services) herangezogen. Ferner werden die Reihen GDPQ (Gross Domestic Product) für das Bruttoinlandsprodukt sowie GGEQ (Government Purchases of Goods and Services) für die Staatsausgaben verwendet. Alle Aggregate sind real in Preisen von 1987.

Zur Bestimmung von Pro-Kopf-Größen werden Bevölkerungsdaten benötigt, wobei hier die Reihen PM16 und PF16 (Civilian Noninstitutional Population, men bzw. women, older than 16 years) herangezogen werden. Für die Bestimmung des Reallohnes wird analog zu King/Plosser/Rebelo (1988a,b) die Reihe LEH77 (Gross Average Hourly Earnings of Production or Nonsupervisory Workers on Private Nonagricultural Payrolls, Workers, real, in Preisen von 1977, 1964:1 bis 1992:1) benutzt, während für die Berechnung der durchschnittlich pro Kopf und pro Woche gearbeiteten Stunden die Reihen LHCH (Average Hours Worked Weekly, All Workers, All Industries) und LHEM (Total Employed of the Civilian Population) Verwendung finden. Diese beiden letztgenannten Reihen sowie die Bevölkerungs- und Reallohndaten stellen Monatsdaten dar, während die nationalen Aggregate der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung Quartalsdaten sind.

### **3.2.1.2 Die Berechnung der relevanten Variablen**

Sparen wird interpretiert als Nichtkonsum, so daß man zur Berechnung dieser Größe vom Bruttoinlandsprodukt den Gesamtkonsum subtrahieren muß. Anschließend werden Output, Konsum, Investitionen und die Ersparnis zunächst durch die Bevölkerung  $P$  ( $P=PF16+PM16$ ) dividiert, um zu Pro-Kopf-Größen zu gelangen.

Die Berechnungen zeigen, daß sich vier der insgesamt sechs Variablen zur Bestimmung des gemeinsamen Trends eignen: der Output, der Konsum, die Investitionen, sowie die Ersparnis.

Für die Handelsbilanz  $TB$  muß empirisch anders vorgegangen werden. Im Prinzip müßte auch in den USA die Handelsbilanz in die Bestimmung des gemeinsamen Trends einbezogen werden. Die Datenlage der USA stellt sich jedoch derart dar, daß die Nettoexporte in den Jahren 1982 bis 1987 stetig zurückgegangen sind. Bezieht man also die Handelsbilanz in die Schätzung des Trends ein, so resultiert ein verzerrtes Ergebnis für den gemeinsamen Trend (welcher nur eine marginal positive Steigung aufweist). Da dies unerwünscht ist, bleiben die Nettoexporte hierfür außen vor. Sie werden wie in Dänemark als Abweichung vom Mittelwert berechnet.

Der Reallohn  $W$  wird - im Gegensatz zu Dänemark - nicht in die Bestimmung des Trends in den USA einbezogen. Dies geschieht in Anlehnung an eine Bemerkung in King/Plosser/Rebelo (1988a), nach der eine Berücksichtigung des Reallohns eine spezifische Annahme über die Marktstruktur beinhaltet. Die genauen Gründe dafür nennen sie nicht. Vermutlich würde das bedeuten, daß der Reallohn in seinem Wachstum in irgendeiner Form an die Produktivitätsentwicklung gekoppelt wäre. Zur Bestimmung der zyklischen Komponente wird daher einfach die Differenz zwischen aktuellem Wert und Mittelwert der Reallohnreihe gewählt. Auffällig ist, daß der Reallohn in den USA kein stetiges Wachstum aufweist. Von 1964 bis 1973 wächst er, um dann von 1973 bis 1975 abzunehmen. Zu Beginn des Jahres 1978 erreicht er ein zweites Maximum, fällt aber danach mit kleineren Auf- und Abwärtsbewegungen stetig ab. Eine Einbeziehung in die Bestimmung des gemeinsamen Trends erscheint somit aus diesem Erscheinungsbild nicht sinnvoll.

Da der Arbeitseinsatz  $N$  im Modell die einzige Größe ist, die nicht wächst, wird er genau wie der Reallohn behandelt. Zur Bestimmung der durchschnittlich pro Kopf und pro Woche gearbeiteten Stunden multipliziert man die durchschnittlich pro Woche gearbeiteten Stunden (LHCH) mit der Anzahl aller Beschäftigten (LHEM) und dividiert das Produkt durch die Bevölkerungsgröße  $P$ . Da diese Werte auf Monatsbasis vorliegen, müssen sie mittels Durchschnittsbildung in Quartalswerte umgewandelt werden.

Die Behandlung der Handelsbilanz bleibt unbefriedigend. Es scheint unmöglich, eine exakte Übereinstimmung mit dem Modell zu konstruieren, da kein Trend vorliegt, so daß eine Einbeziehung in die Bestimmung des gemeinsamen Trends nicht möglich ist bzw. zu unsinnigen Ergebnissen mit negativem  $R^2$  führt. Die Division durch den Output liefert eine noch weniger mit dem Modell vergleichbare Größe, da sie modellendogen nicht exakt auf diese Weise bestimmt werden kann. Jedoch ist dies die einzige Methode, die Variabilitätsmaße für die Handelsbilanz erzeugt, die nahe an denen für die übrigen Variablen liegen. Trotz aller Vorbehalte soll aus Vergleichbarkeitsgründen mit der übrigen Literatur dieses Verfahren zur Anwendung kommen. Eine vermeintliche Lösung des Problems bestünde eventuell darin, die Handelsbilanz so mit den empirischen Daten für den Konsum und die Investitionen zu bestimmen, wie es im Modell geschieht. Dabei konstruiert man jedoch ein empirisches Maß für die zyklische Handelsbilanz, welches inkorrekt ist, da keine bzw. nur eine unzureichende Modellierung der Lagerhaltung bzw. der Staatsausgaben erfolgt, die genaugenommen in der Berechnung der Nettoexporte im Modell fehlen.

### **3.2.1.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation**

Zur Schätzung des gemeinsamen linearen Trend findet wieder die Methode der Seemingly Unrelated Regressions Anwendung. Für den Fall eines gemeinsamen Trends für den Konsum, die Investitionen, den Output und die Ersparnis liefern die Schätzungen das in Tabelle 3.3 angegebene Ergebnis.

Tabelle 3.3

Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung)<sup>32</sup>

USA, inländische Kenngrößen

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	4.66	1.00	0.95	0.89	0.89	0.95	1.00	0.95	0.89
$\hat{c}$	2.57	0.55	0.95	0.89	0.72	0.78	0.84	0.83	0.80
$\hat{i}$	10.35	2.22	0.85	0.65	0.51	0.61	0.67	0.60	0.52
$\hat{N}$	3.85	0.83	0.96	0.90	-0.09	-0.06	-0.05	-0.05	-0.07
$\hat{w}$	3.80	0.82	0.97	0.92	0.57	0.59	0.60	0.59	0.56
$\hat{s}$	11.21	2.41	0.89	0.77	0.59	0.63	0.64	0.54	0.45
$\frac{tb}{y} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	1.24		0.97	0.93	0.16	0.08	0.02	-0.03	-0.06

Die gemeinsame Wachstumsrate beträgt für die USA im Betrachtungszeitraum 1.49 % jährlich und ist signifikant von null verschieden.

Der Konsum variiert etwa halb so stark wie der Output, die Investitionen 2.2mal so stark. Etwas variabler sind die Ersparnisse, deren Volatilität ungefähr das 2.5fache der des Outputs ausmacht. Nahezu gleich stark schwanken der Arbeitseinsatz und der Reallohn. Bis auf die Investitionen haben alle Aggregate ein nahezu identisches Persistenzverhalten: Die Autokorrelationen erster Ordnung sind größer als 0.84. Auch bei höheren Verzögerungen fallen die Werte nur sehr langsam ab. Konsum, Investitionen und Ersparnis sind ausgeprägt prozyklisch und gleichlaufend, während die Tabelle 3.3 das Verhalten der anderen Variablen nur unvollständig angibt. Der Arbeitseinsatz zeigt sich kontemporär nahezu unkorreliert mit dem Output (-0.05), ist jedoch mit 14 Quartalen Verzögerung nachhinkend antizyklisch (-0.68). Der Reallohn hinkt sogar 17 Quartale der Produktion nach, ist aber dabei positiv korreliert mit dem Output (0.73). Die Handelsbilanz zeigt ein ähnliches Verhalten und hinkt mit elf Quartalen prozyklisch hinter dem Zyklus her (0.55). Dies sind genau die drei Aggregate, die nicht in die Bestimmung des gemeinsamen Trends eingeflossen sind. Damit liegt die Vermutung nahe, daß die Beseitigung des gemeinsamen linearen Trends zu Verzerrungen der Korrelationen zu den übrigen Variablen führt, die ein ungewöhnliches Verhalten hervorrufen. Dies liegt möglicherweise zum Teil auch an den ungewöhnlichen Eigenschaften der Originalreihen in den USA wie beispielsweise des

<sup>32</sup> gemeinsamer Trend von  $I$ ,  $Y$ ,  $S$  und  $C$  mit iterierter Schätzung des Systems (89 Iterationen, Abbruchkriterium: Die Veränderung der logarithmierten Determinante der Varianz-Kovarianz-Matrix der Residuen (also der zyklischen Komponenten) ist kleiner als  $10 \cdot 10^{-15}$ ). Das bewirkt eine Genauigkeit der Standardabweichungen bis auf die 10. Stelle nach dem Komma.

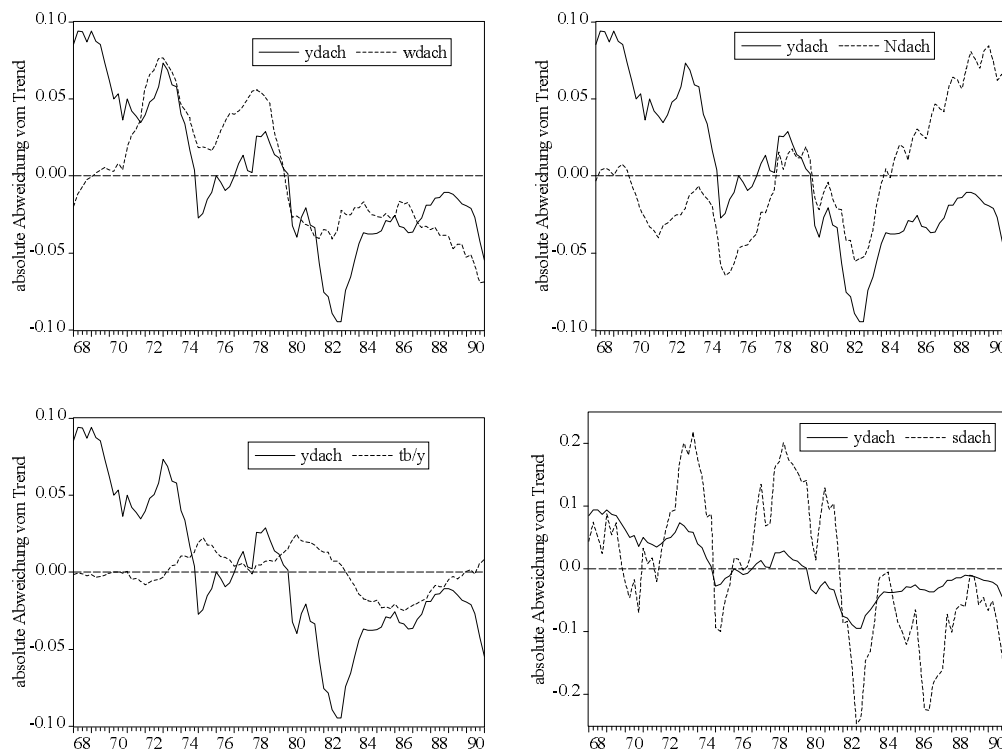
Reallohn, der sich aufgrund eines fehlenden Trends nicht in die Bestimmung des gemeinsamen Trends einbeziehen läßt.

Abbildung 3.7 zeigt die zyklischen Komponenten von Reallohn, Arbeitseinsatz, Handelsbilanz und Ersparnis im Vergleich zu der des Outputs, wobei - wie schon erwähnt - die der ersten drei Abweichungen vom Mittelwert darstellen.

Abbildung 3.7

Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend für Konsum, Output, Investitionen und Ersparnis

USA 1968:1 - 1991:1



Einer ähnlichen Problematik sehen sich King/Plosser/Rebelo (1988a) gegenüber. Ihre Arbeit stellt die einzige in der Literatur dar, die konsequent versucht, theoretisch und empirisch die gleiche Transformation der Daten vorzunehmen.<sup>33</sup> Ihr Stichprobenraum umfaßt den Zeitraum 1948:1 bis 1986:4. Die Berechnung der jeweiligen Reihen entspricht exakt der in dieser Arbeit auch gewählten Methode. Trotz des so verschiedenen Stichprobenraums erhalten sie ebenfalls

---

<sup>33</sup> Canova (1993) präsentiert auch Ergebnisse für einen gemeinsamen linearen Trend. Er bezieht zusätzlich den Kapitalstock ein und erhält eine gemeinsame Wachstumsrate von 2,8 % jährlich für den Zeitraum 1955:3 bis 1986:3. Es bleibt allerdings unklar, welche weiteren Aggregate er noch einbezieht. Zusätzlich betrachtet er eine andere Investitionsreihe und nicht Pro-Kopf-Größen, so daß ein direkter Vergleich mit seinen Ergebnissen nicht möglich ist.



einen mit zwölf Quartalen nachhinkenden Arbeitseinsatz (-0.44).<sup>34</sup> Eine Untersuchung von kleineren Zeitabschnitten (Fünffjahreszeiträume) ergibt jedoch kontemporäre Korrelationen von im Mittel 0.77 (und nie unter 0.30), die eindeutig auf eine gleichlaufend prozyklische Entwicklung hindeuten. King/Plosser/Rebelo schließen daraus, daß eine beträchtliche Niedrigfrequenzkomponente trotz der Eliminierung eines linearen Trends noch in den Zeitreihen enthalten ist, worauf auch die hohen Autokorrelationen hindeuten.<sup>35</sup>

Eine individuelle Anpassung linearer Trends an  $C$ ,  $Y$ ,  $S$  und  $I$  bewirkt eine deutliche Korrektur des Verhaltens des Arbeitseinsatzes. Er verhält sich dann gleichlaufend mit dem zyklischen Output mit einer beachtlichen Korrelation von 0.72. Die Handelsbilanz läuft jetzt jedoch mit sechs Quartalen der Entwicklung des Zyklus antizyklisch voraus (-0.68). Der Reallohn weist weiterhin eine nachhinkende Prozyklizität von jetzt 21 Quartalen auf (0.49), während er zuvor mit 18 Quartalen nachhinkte. Die Ersparnis zeigt sich jetzt antizyklisch vorlaufend bei zwölf Quartalen (-0.64). Die Investitionen verstärken ihre kontemporäre Verflechtung mit dem Output auf 0.70, während der Konsum eine leichte Tendenz zum Vorlaufen (bei einem Quartal mit 0.93) zeigt.

Eine Untersuchung der Graphiken der zyklischen Komponenten läßt keinerlei weitere Aufschlüsse über das Verhalten des Reallohnes zu. Eine genauere Untersuchung des Arbeitseinsatzes zeigt aber, daß dieser keineswegs die im Modell unterstellte Konstanz aufweist, sondern mit einer durchschnittlichen Rate von 0.36 % pro Jahr gewachsen ist. Testet man  $\hat{N}$  mittels erweitertem Dickey-Fuller-Test auf eine Einheitswurzel, so kann die Nullhypothese erst ab vier einbezogenen Lags auf einem Signifikanzniveau von 5 % abgelehnt werden. Auch für die Handelsbilanz und den Reallohn können entsprechende Tests erst bei einer Einbeziehung von drei Lags die Hypothese einer Einheitswurzel ablehnen. Die Ursache für das Verhalten der Ersparnis hängt möglicherweise mit dem sehr geringen Wachstum zusammen. So beträgt die Jahreswachstumsrate (des linearen Trends) gerade einmal 0.56 % gegenüber 0.92 % beim Output.

An dieser Stelle stellt sich unweigerlich die Frage, inwieweit nun die nach linearer Trendbereinigung resultierenden zyklischen Komponenten überhaupt stationär sind und damit die Bestimmung von Momenten möglich und zulässig ist. Sollte Nichtstationarität gegeben sein, so hätte man eine gute Erklärung für die teilweise sehr ungewöhnlichen Korrelationsmuster. Jedoch muß daneben das in Hamilton (1994) anschaulich beschriebene Problem der Beobachtungsäquivalenz von tatsächlich nichtstationären Prozessen und stationären Prozessen gesehen werden: Bei endlichen Prozessen, mit denen man als empirisch arbeitender Makroökonom konfrontiert ist, kann man aufgrund der Datenlage häufig nicht entscheiden, ob eine Zeitreihe nun

---

<sup>34</sup> Vgl. ihre Tabelle 6 auf S. 229.

<sup>35</sup> Vgl. dazu auch die spätere Diskussion in Abschnitt 5.1.1.3.

von einem Random Walk generiert ist oder von einem AR (1)-Prozeß mit hohem Autokorrelationskoeffizienten  $\rho$ . Das gilt im übrigen auch umgekehrt. Nur bei empirisch nicht vorliegenden unendlich langen Zeitreihen können stationäre Prozesse von nichtstationären Prozessen exakt getrennt werden. In dieser Hinsicht sind die in Tabelle 3.4 angegebenen Werte für die HP-gefilterten Reihen mit ähnlichen Vorbehalten zu interpretieren wie die der Tabelle 3.3. Für diese zyklischen Komponenten kann eine Unit Root allerdings bei allen Aggregaten schon mit dem einfachen Dickey-Fuller-Test, welcher von seriell unkorrelierten Störgrößen ausgeht, abgelehnt werden.

Tabelle 3.4  
Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung)<sup>36</sup>

			USA, inländische Kenngrößen						
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in				
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}$	1.77	1.00	0.85	0.64	0.64	0.85	1.0	0.85	0.64
$\hat{c}$	1.33	0.75	0.84	0.68	0.47	0.68	0.88	0.87	0.77
$\hat{i}$	8.54	4.82	0.81	0.58	0.58	0.80	0.93	0.77	0.59
$\hat{N}$	1.58	0.89	0.85	0.65	0.77	0.87	0.89	0.72	0.49
$\hat{w}$	1.43	0.81	0.92	0.77	0.28	0.46	0.64	0.73	0.73
$\hat{s}$	7.30	4.12	0.78	0.54	0.63	0.80	0.89	0.67	0.44
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	0.55		0.89	0.76	-0.13	-0.33	-0.47	-0.54	-0.57

Die HP-Filterung der nach linearer Trendbereinigung verbleibenden zyklischen Komponenten führt zu einer deutlichen Reduktion der absoluten Volatilitäten der makroökonomischen Aggregate, gleichzeitig aber auch zu einer veränderten Struktur der relativen Schwankungsintensitäten. So bewegen sich die relativen Werte für den Konsum und die Ersparnis deutlich nach oben, am stärksten jedoch für die Investitionen, die nunmehr 4.82mal so variabel wie das Bruttoinlandsprodukt sind. Die Ersparnis verliert sehr deutlich an absoluter Variabilität. Daneben stellt sich ein wesentlich schwächeres Persistenzverhalten ein.

Nach wie vor sind der Konsum, die Investitionen und die Ersparnis stark prozyklisch, wobei die Beziehung der Investitionen zur Produktion zunimmt. Das Verhalten des Arbeitseinsatzes sowie des Reallohnes verändert sich in dem Sinne, daß die Beschäftigung nunmehr mit dem Output gleichläuft, wobei der Reallohn jetzt mit zwei Quartalen vorläuft. Das konjunkturelle Muster für die Handelsbilanz bleibt ambivalent. Man kann sowohl eine nachhinkende Prozy-

<sup>36</sup> gemeinsamer Trend von  $S$ ,  $I$ ,  $Y$  und  $C$  mit iterierter Schätzung des Systems

klizität von acht Quartalen (0.68) als auch eine vorlaufende Antizyklizität von vier Quartalen (−0.62) feststellen. Letzteres Ergebnis wird von den Resultaten von Reynolds (1992) gestützt: In ihrer Untersuchung läuft die Handelsbilanz ebenfalls mit vier Quartalen antizyklisch vor (−0.58). Zimmermann (1995) erhält sogar eine mit fünf Quartalen antizyklisch vorlaufende Handelsbilanz (−0.52).<sup>37</sup> Er führt dies auf die stark prozyklisch nachhinkende Exportquote in den Vereinigten Staaten zurück, die das Verhalten der Importquote (prozyklisch nachhinkend bei einem Quartal mit 0.47) dominiert. Die Standardabweichung der Nettoexporte liegt bei Zimmermann (1995) ähnlich niedrig wie hier (0.61) bei vergleichbarer Autokorrelation (0.85). Die Outputvariabilität beträgt 1.75 % mit einem zur Tabelle 3.4 identischen Persistenzverhalten.

Da die meisten Arbeiten auf dem Gebiet der Realen Konjunkturtheorie sich mit der Erklärung des US-amerikanischen Konjunkturzyklus beschäftigen, ist die Zahl der empirischen Arbeiten sehr groß. Entsprechend stark variieren auch die zugrundeliegenden Daten und die Methoden. Am ehesten mit dieser Analyse vergleichbar sind die Arbeiten von Kydland/Prescott (1990) (Zeitraum 1954 bis 1989) und Huffman (1994) (Zeitraum 1947 bis 1991), insbesondere wegen der gleichen Datenquelle (Citicorporation). Obwohl in diesen Arbeiten keine Pro-Kopf-Aggregate betrachtet werden und trotz des unterschiedlichen Stichprobenumfangs liegen die Volatilitäten der Investitionen, des Konsums und des Outputs nahe an denen der Tabelle 3.4.<sup>38</sup> Diese Fakten scheinen in den USA sehr robust zu sein. Eine der Reihe  $\hat{N}$  vergleichbare Zeitreihe wird jedoch auch in diesen Arbeiten nicht betrachtet. Die Implikationen für den Reallohn können ebensowenig verglichen werden, da Kydland/Prescott (1990) mit der Reihe LBPUR7 (Average Hourly Real Compensation, Business Sector) und nicht mit LEH77 arbeiten. In Huffman (1994) fehlt eine genauere Quellenangabe. Für die Ersparnis referieren beide Untersuchungen keine Ergebnisse.

---

<sup>37</sup> Seine Tabelle 20 enthält allerdings nur Angaben für fünf Leads/Lags. Möglicherweise haben die Nettoexporte einen ähnlichen ambivalenten Charakter, denn bei einem Lag von fünf liegt die Korrelation zum Output bei 0.45.

<sup>38</sup> Huffman und Kydland/Prescott betrachten ebenfalls die Gesamtinvestitionen und den gesamten privaten Konsum, im Gegensatz zu den meisten anderen Untersuchungen mit Citibase-Daten (vgl. die Diskussion in Abschnitt 3.2.1.1).

Eine interessante Variation besteht darin, die Implikationen für einen gemeinsamen Trend lediglich für  $C$ ,  $I$  und  $Y$  zu untersuchen. Das Ergebnis ist in Tabelle 3.5 wiedergegeben.

Tabelle 3.5  
Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung)<sup>39</sup>

			USA, inländische Kenngrößen						
			Autokorrelation		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in				
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	4.37	1.00	0.95	0.89	0.89	0.95	1.00	0.95	0.89
$\hat{c}$	2.45	0.56	0.95	0.89	0.66	0.73	0.79	0.79	0.76
$\hat{i}$	10.23	2.34	0.85	0.65	0.50	0.60	0.67	0.60	0.52
$\hat{N}$	3.85	0.88	0.96	0.90	-0.04	-0.00	0.00	-0.00	-0.02
$\hat{w}$	3.80	0.87	0.97	0.92	0.55	0.57	0.58	0.57	0.54
$\hat{s}$	10.18	2.33	0.88	0.74	-0.04	-0.02	-0.02	-0.10	-0.17
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	1.24		0.97	0.93	0.14	0.06	-0.01	-0.06	-0.10

In diesem Fall sinkt die jährliche gemeinsame Wachstumsrate von Konsum, Output und Investitionen auf 1.41 % ab.

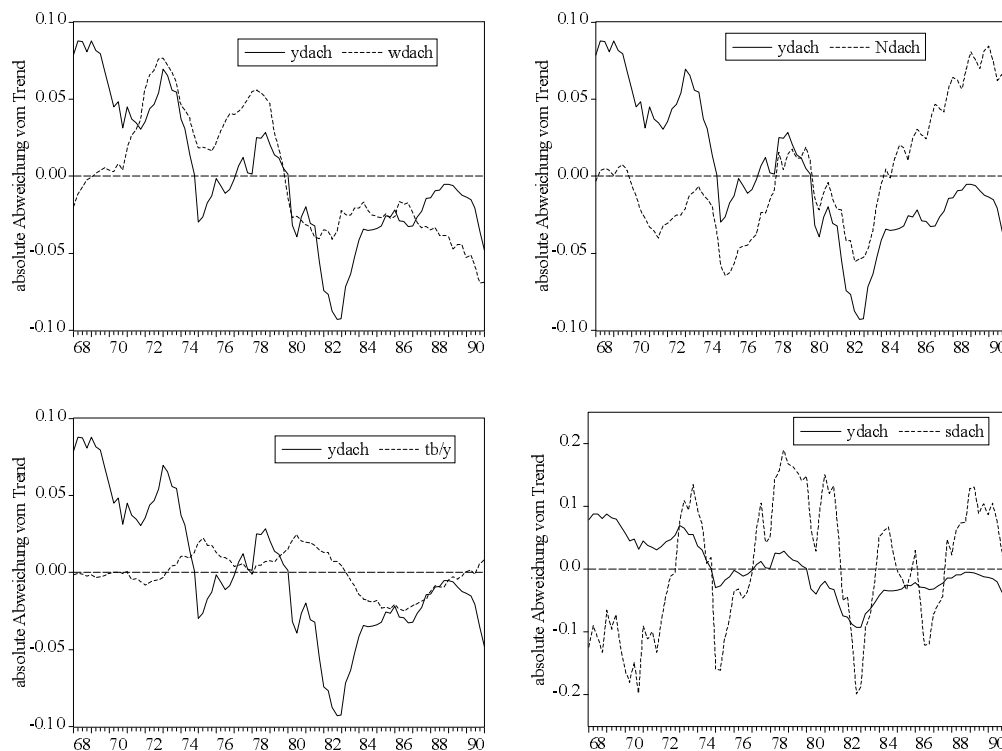
Beim Vergleich von Tabelle 3.5 und 3.3 sticht sofort das auf den Kopf gestellte Verhalten der Ersparnis ins Auge. Ihre Herausnahme aus der Trendbestimmung führt zwar zu einer geringfügigen Reduktion der Variabilität von 2.41 auf 2.33. Gleichzeitig nimmt die relative Volatilität der Investitionen leicht zu. Die kontemporäre Korrelation der Ersparnis mit dem Output aber sinkt auf -0.02, und die Ersparnis wird vorlaufend antizyklisch bei zwölf Quartalen (-0.48). Die Handelsbilanz bleibt nachhinkend prozyklisch bei elf Quartalen (0.56), ebenso der Arbeitseinsatz antizyklisch nachhinkend bei jetzt 15 Quartalen (-0.66), während der Reallohn mit nunmehr sogar 18 Quartalen prozyklisch nachhinkt (0.72).

<sup>39</sup> gemeinsamer Trend von  $I$ ,  $Y$  und  $C$  mit iterierter Schätzung des Systems (85 Iterationen, Abbruchkriterium: Die Veränderung der logarithmierten Determinante der Varianz-Kovarianz-Matrix der Residuen (also der zyklischen Komponenten) ist kleiner als  $10 \cdot 10^{-15}$ ). Das bewirkt eine Genauigkeit der Standardabweichungen bis auf die 10. Stelle nach dem Komma.

Abbildung 3.8 zeigt ausgewählte zyklische Komponenten, wenn nur drei Variablen in die Bestimmung des gemeinsamen Trends einbezogen werden.

Abbildung 3.8

Zyklische Komponenten nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend für Konsum, Output und Investitionen  
USA 1968:1 - 1991:1



Man kann deutlich erkennen, daß sich durch die Herausnahme der Ersparnis aus der gemeinsamen Trendberechnung die zyklische Komponente des Outputs kaum verändert hat, so daß die ungewöhnlichen Beziehungen zum Reallohn, zum Arbeitseinsatz und zur Handelsbilanz erhalten bleiben. Die zyklische Komponente der Ersparnis erscheint nunmehr jedoch wie nach unten verschoben, so daß dann, wenn  $\hat{y}$  positiv ist,  $\hat{s}$  negativ ist. Daraus geht das antizyklische Verhalten in Tabelle 3.5 hervor.

Insgesamt betrachtet muß festgehalten werden, daß die Eliminierung eines linearen Trends zu teilweise außergewöhnlichen und von der Literatur abweichenden Momenten der empirischen Größen führt. Dennoch erscheint eine Berechnung sinnvoll, um zwischen Modell und Empirie eine möglichst große Übereinstimmung herbeizuführen.

Wie schon bei Dänemark gezeigt, gilt auch für die USA, daß unabhängig von der zuvor durchgeführten linearen Trendbereinigung dieselben zyklischen Komponenten nach HP-Filterung resultieren. Das ist sogar unabhängig von der Anzahl der in die gemeinsame Trendbestimmung

einbezogenen Variablen. Es macht keinen Unterschied, ob man direkt HP-filtert oder erst einen linearen Trend eliminiert.

### **3.2.2 Deutschland**

#### **3.2.2.1 Die verwendeten Daten**

Wie bei den amerikanischen Daten stammen die deutschen von der DSI International Statistical Yearbook 1992 CD. Der Stichprobenumfang der relevanten Reihen schwankt beträchtlich. Um die Analyse für alle Variablen zu vereinheitlichen, bestimmt die Reihe mit den wenigsten Beobachtungswerten den Analysezeitraum. Dies ist die Bevölkerung, deren Daten im 1. Quartal 1968 beginnen und im 1. Quartal 1991 enden.<sup>40</sup>

Da keine brauchbaren saisonbereinigten Zahlen für die Investitionen im Bestand des DIW vorliegen, müssen die Daten der Bundesbank für die Reihen der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung herangezogen werden. Diese führt jedoch nur saisonbereinigte Statistiken für das Bruttosozialprodukt, so daß dieses anstelle des BIP als Maß für den Output verwendet wird. Bei den Investitionsreihen werden entgegen der Analyse für die USA auch staatliche Investitionen berücksichtigt, was in der Datenlage begründet liegt. Die DIW-Reihen sind nicht saisonbereinigt und somit ungeeignet für die Analyse von Konjunkturzyklen. Im einzelnen finden folgende Zeitreihen Verwendung:

Für den Output die Reihe DA0192 Deutsche Bundesbank Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen, Bruttosozialprodukt, real, in Preisen von 1985, Quartalsdaten; für den Konsum DA0180, Privater Verbrauch, real, in Preisen von 1985, Quartalsdaten; für die Investitionen DA0184, Ausstattungsinvestitionen, real, in Preisen von 1985 sowie DA0185 Bauinvestitionen, Quartalsdaten; für den Staatskonsum DA0014, Staatsverbrauch, real, in Preisen von 1985; für den Arbeitseinsatz H1105B, DIW, Volkswirtschaftliche Gesamtrechnung, Tägliche Arbeitszeit je Erwerbstätigen, saisonbereinigt, Quartalsdaten; 01997007, Statistisches Bundesamt, Erwerbstätige im Inland, Quartalsdaten und 01997001, Statistisches Bundesamt, Bevölkerung (Einwohner), Quartalsdaten; für den Reallohn DU5141, Deutsche Bundesbank, Monatsbericht, Tarifverdienste, Gesamtwirtschaft, Tariflohn- und Gehaltsniveau auf Stundenbasis, Index, 1985=100 und UU0062, Deutsche Bundesbank, Monatsbericht, Preisindex für die private Lebenshaltung aller privaten Haushalte, insgesamt, 1985=100, Monatsdaten; für die Handelsbilanz DA0188, Deutsche Bundesbank Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen, Ausfuhr (Waren und

---

<sup>40</sup> Vgl. hierzu auch die Argumentation in Abschnitt 3.1.1. Für Deutschland kommt als weiteres Problem die deutsche Wiedervereinigung hinzu. Gesamtdeutsche Daten liegen erst ab 1991 vor, während die westdeutschen Daten im Regelfall 1990 bzw. 1991 enden, so daß auch aus diesem Grunde eine Einschränkung des Stichprobenumfangs notwendig wird, um sich nicht auf die kurze Zeitperiode von 1991 bis 1997 beschränken zu müssen.

Dienstleistungen) und DA0190, Deutsche Bundesbank Saisonbereinigte Wirtschaftszahlen, Einfuhr (Waren und Dienstleistungen), real, in Preisen von 1985.

### 3.2.2.2 Die Berechnung der relevanten Variablen

Wie bei den Daten für die USA werden auch hier Konsum, Investitionen und Output zunächst durch die Bevölkerung dividiert.

Danach werden die Pro-Kopf-Größen des Konsums, des Outputs, der Investitionen und der Ersparnis logarithmiert. Im Unterschied zu den US-amerikanischen Daten weist die deutsche Reallohnentwicklung ein stetiges Wachstum auf, so daß eine Einbeziehung in die Bestimmung des gemeinsamen Trends angebracht erscheint. Somit wird also für  $C$ ,  $Y$ ,  $I$ ,  $S$  und  $W$  ein gemeinsamer linearer Trend geschätzt, wobei unterschiedliche Konstanten zugelassen werden. Die weitere Vorgehensweise entspricht der bei den amerikanischen Daten.

Der Arbeitseinsatz wird berechnet aus den Reihen H1105B, 01997007 und 01997001. Zunächst wird die tägliche Arbeitszeit je Erwerbstätigen (H1105B) mit der Anzahl der Erwerbstätigen (01997007) multipliziert, anschließend durch die Bevölkerung (01997001) dividiert. Das ergibt dann die durchschnittlich pro Kopf und pro Tag gearbeiteten Stunden. Für die durchschnittlich pro Woche gearbeiteten Stunden muß nur mit sieben multipliziert werden, was jedoch nur eine Umskalierung darstellt und nichts an den resultierenden Momenten (Standardabweichungen und Korrelationen) ändert.

Für die Handelsbilanz wird wie bei den Daten der USA vorgegangen. Zunächst werden die Nettoexporte als Differenz aus Ex- und Importen bestimmt, anschließend wird durch das Bruttosozialprodukt dividiert. Die Ersparnis entspricht der Differenz aus BSP und Gesamtkonsum (privater plus staatlicher Konsum). Auch die deutsche Handelsbilanz eignet sich nicht für eine Einbeziehung in die Bestimmung des gemeinsamen Trends, da ihr Beitrag zum Wirtschaftswachstum nicht signifikant ist.

Den Reallohn, der insbesondere mit dem der USA vergleichbar sein soll, erhält man, indem man die Reihe DU5141 durch den Preisindex für die Lebenshaltung dividiert. Diese Zeitreihe muß wieder mittels Durchschnittsbildung in Quartalsdaten umgewandelt werden.

### 3.2.2.3 Die empirischen Momente und ihre Interpretation

Wie zuvor findet die SUR Schätzmethode Anwendung und liefert für eine iterierte Schätzung das in Tabelle 3.6 angegebene Ergebnis:

Tabelle 3.6  
Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung)<sup>41</sup>  
Deutschland, inländische Kenngrößen

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	2.59	1.00	0.78	0.68	0.68	0.78	1.00	0.78	0.68
$\hat{c}$	4.30	1.66	0.90	0.83	0.69	0.74	0.83	0.72	0.63
$\hat{i}$	9.69	3.74	0.93	0.89	0.15	0.21	0.33	0.29	0.29
$\hat{N}$	5.31	2.05	0.97	0.93	-0.20	-0.20	-0.21	-0.14	-0.10
$\hat{w}$	6.27	2.42	0.94	0.89	0.66	0.67	0.69	0.58	0.52
$\hat{s}$	8.15	3.15	0.78	0.69	-0.16	-0.10	0.08	-0.02	-0.03
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	1.97		0.88	0.81	-0.34	-0.38	-0.39	-0.46	-0.48

Man erhält für Deutschland für den Konsum eine höhere Variabilität (4.30 %) als für den Output (2.59 %). Die Investitionen sind mit einem Faktor von 3.74 ebenfalls erheblich volatiler als die amerikanischen. Gleiches gilt auch für den Reallohn und die Beschäftigung. Die gemeinsame Wachstumsrate der genannten Aggregate beträgt für Deutschland 0.0054 pro Quartal, was einer Jahreswachstumsrate von 2.18 % entspricht.

Output, Ersparnis und Handelsbilanz weisen eine abgeschwächte Persistenz auf, während Reallohn und Beschäftigung diesbezüglich in der Höhe den amerikanischen Werten vergleichbar sind.

Problematisch stellt sich das Verhalten der Beschäftigung dar. Sie hinkt mit 18 Quartalen hinter der Entwicklung des Outputs her und ist wie in den USA im Fall ohne HP-Filterung antizyklisch (-0.31). Reallohn und Konsum sind gleichlaufend prozyklisch, die Handelsbilanz läuft der Entwicklung mit zwei Quartalen gegenläufig vor (-0.48) und zeigt damit ein völlig anderes

<sup>41</sup> gemeinsamer Trend von  $I$ ,  $Y$ ,  $W$ ,  $S$  und  $C$  mit iterierter Schätzung des Systems (73 Iterationen, Abbruchkriterium: Die Veränderung der logarithmierten Determinante der Varianz-Kovarianz-Matrix der Residuen (also der zyklischen Komponenten) ist kleiner als  $10 \cdot 10^{-15}$ ). Das bewirkt eine Genauigkeit der Standardabweichungen bis auf die 10. Stelle nach dem Komma.

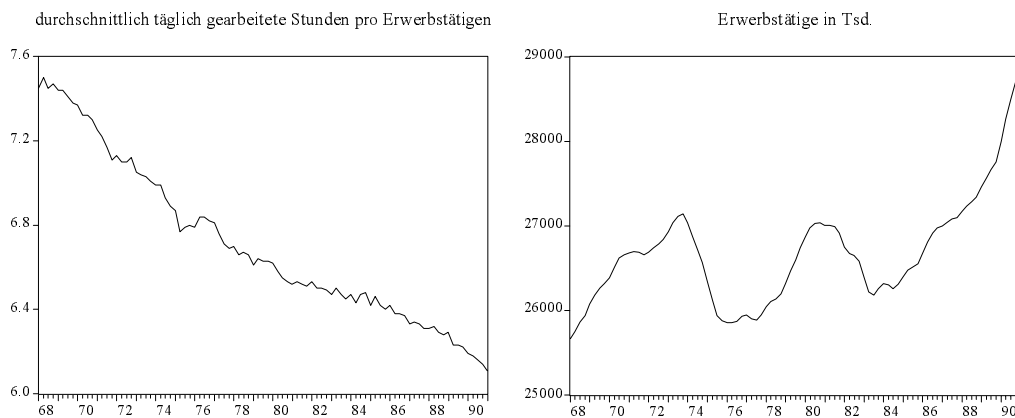


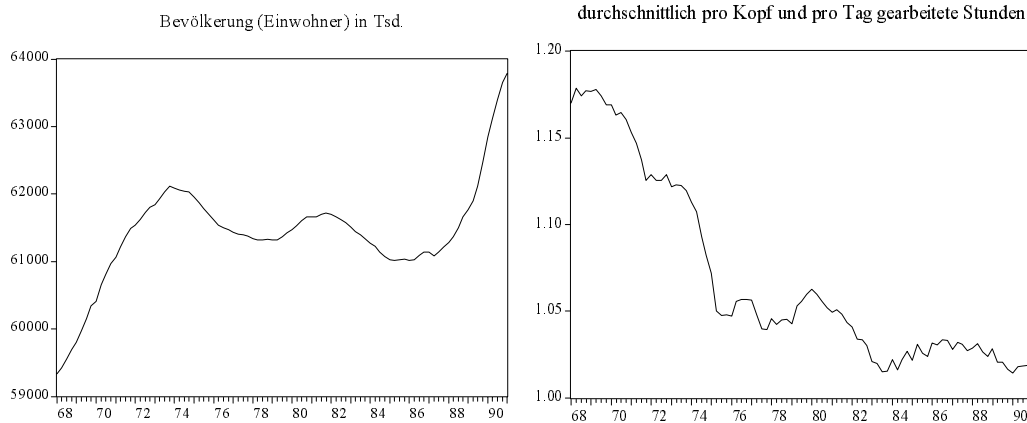
Verhalten als in den USA ohne HP-Filterung. Die Ersparnis verhält sich antizyklisch mit sieben Quartalen Nachlauf (-0.49), während die Investitionen antizyklisch mit 19 Quartalen Nachlauf sind (-0.44). Auch diese Beziehungen weichen fundamental von denen in den Vereinigten Staaten ab (vgl. mit Tabelle 3.3).

Können individuell angepaßte Trends diese Ergebnisse bestätigen? Im Unterschied zu Dänemark liegt hier tatsächlich bei allen in die Trendbestimmung einbezogenen Größen ein positiver Trend vor. Die Investitionen weisen nun ein prozyklisch gleichlaufendes Verhalten auf (0.55), während die Ersparnis ihren nachhinkenden antizyklischen Charakter bei sieben Quartalen beibehält (-0.50). Die Handelsbilanz verstärkt noch etwas ihren antizyklischen Vorlauf bei zwei Quartalen auf -0.54. An dem außergewöhnlichen Verhalten des Arbeitseinsatzes ändert sich jedoch wenig. Die kontemporäre Korrelation mit dem Output steigt leicht auf -0.12 an. Bei 19 Quartalen Verzögerung kann man wieder eine Antizyklizität ausmachen (-0.30), jedoch auch ein Vorlaufen bei 20 Quartalen konstatieren (0.31). Der zyklische Charakter des Arbeitseinsatzes bleibt damit ambivalent. Betrachtet man jedoch einmal die zugrundeliegenden Zeitreihen zur Bestimmung von  $\hat{N}$  genauer, so stellt man einige sehr wichtige Aspekte fest, die das ungewöhnliche Korrelationsmuster mit dem Bruttosozialprodukt bestimmen.

Abbildung 3.9

Bestimmung der pro Tag und pro Kopf (der Bevölkerung) gearbeiteten Stunden  
 Deutschland 1968:1 - 1991:1





Die durchschnittlich pro Erwerbstätigen gearbeiteten täglichen Stunden (Reihe H1105B) haben im Beobachtungszeitraum von ca. 7.5 auf 6.1 Stunden abgenommen. Die Zahl der Erwerbstätigen weist zwei Maxima in den Jahren 1973 und 1980/81 auf. Ab 1984 kann ein kontinuierlicher Anstieg bis auf einen Wert von 28.825 Millionen beobachtet werden. Im gleichen Zeitraum hat auch die Bevölkerungsentwicklung zwei Höhepunkte gehabt, und zwar einen im Jahr 1973/74 sowie einen zweiten im Jahr 1981/82. Ab Ende 1986 ist ein stetiger Anstieg der Bevölkerung zu verzeichnen. All dies führt insgesamt dazu, daß die durchschnittlich pro Tag und pro Kopf der Bevölkerung gearbeiteten Stunden bis Ende 1974 stark sinken, um dann in 1976 und 1980 ein lokales Maximum anzunehmen, bis Anfang 1984 weiter zu sinken und ab 1984 nahezu konstant zu bleiben. Diese Tatsachen sprechen dafür, den Arbeitseinsatz in Deutschland in dieser Definition trendbehaftet zu modellieren, und zwar mit einer negativen Wachstumsrate. In der Tat ergibt eine Schätzung einen Wert von  $-0.00176$  für die Quartalswachstumsrate, was einem durchschnittlichen Rückgang von  $\hat{N}$  von 0.7 % pro Jahr entspricht. Bestimmt man für den so trendbereinigten Arbeitseinsatz die Korrelation mit dem zyklischen Output, so ergibt sich eine Antizyklizität bei einem Nachhinken von  $\hat{N}$  von zehn Quartalen. Die Modellannahme, daß der Arbeitseinsatz konstant sei, ist damit empirisch für Deutschland im genannten Beobachtungszeitraum falsifiziert. Man muß sich davor hüten, aus anderen Untersuchungen wie Zarnovitz (1985) gewonnene Erkenntnisse über das konjunkturelle Verhalten von makroökonomischen Größen auf den Analyserahmen hier zu übertragen. Es kommt entscheidend darauf an, welche Größe man genau betrachtet und was unter dem Zyklus verstanden werden soll. Insofern kann von **den** stilisierten Fakten des Konjunkturzyklus nicht gesprochen werden.

In Tabelle 3.7 werden die Ergebnisse für den Fall der HP-Filterung der nach linearer Trendbereinigung verbleibenden zyklischen Komponenten angegeben.

Tabelle 3.7  
Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung)<sup>42</sup>  
Deutschland, inländische Kenngrößen

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}$	1.55	1.00	0.61	0.49	0.49	0.61	1.0	0.61	0.49
$\hat{c}$	1.42	0.92	0.72	0.61	0.37	0.41	0.62	0.58	0.51
$\hat{i}$	4.23	2.73	0.63	0.48	0.40	0.48	0.78	0.51	0.43
$\hat{N}$	0.88	0.57	0.82	0.66	0.69	0.70	0.68	0.41	0.19
$\hat{w}$	1.30	0.84	0.72	0.43	0.24	0.08	-0.05	-0.11	-0.09
$\hat{s}$	5.33	3.44	0.49	0.34	0.36	0.48	0.80	0.39	0.28
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	1.07		0.63	0.50	-0.15	-0.16	-0.11	-0.33	-0.36

Wie bei den Daten der USA kommt es auch hier zu einer deutlichen Absenkung der absoluten wie relativen Variabilitäten. Auffällig ist, daß nunmehr der Konsum weniger volatil als der Output ist. Im gleichen Zuge sinken auch die Schwankungsintensitäten des Reallohnes und der Beschäftigung ab, so daß diese ebenfalls weniger schwanken als der Output. Im Gegensatz zu den USA kommt es jedoch in Deutschland nicht zu einer erhöhten Variabilität der Investitionen, sondern zu einer abgeschwächten.

Für die Autokorrelationen gilt die schon zuvor gemachte Feststellung, daß der HP-Filter sie nach unten verzerrt, sie also der Höhe nach abnehmen. Ein ähnliches Ergebnis stellt sich für die Korrelationen des Konsums, des Reallohns und der Handelsbilanz mit dem Output ein.<sup>43</sup> Dagegen nimmt die Beziehung zum Output für die Investitionen und die Ersparnis zu. Der Reallohn zeigt sich nun nachhinkend bei sechs Quartalen (0.52), während die Handelsbilanz mit drei Quartalen (-0.37) vorläuft.<sup>44</sup> Die Beschäftigung zeigt sich nunmehr mit einem Quartal nachhinkend prozyklisch (0.70).  $\hat{s}$  ist nun prozyklisch gleichlaufend (0.80).

<sup>42</sup> gemeinsamer Trend von  $S$ ,  $I$ ,  $Y$ ,  $W$  und  $C$  mit iterierter Schätzung des Systems

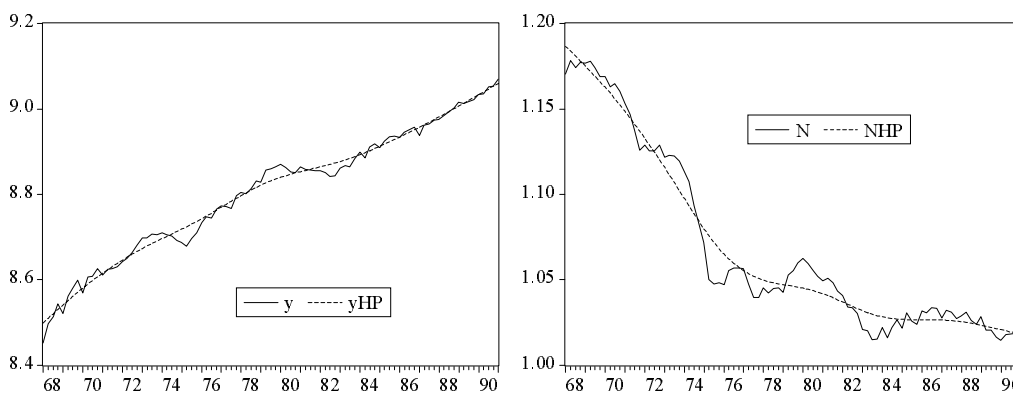
<sup>43</sup> Es gilt jeweils, daß der Betrag der Korrelation (absoluter Wert) abnimmt.

<sup>44</sup> In Blackburn/Ravn (1991) läuft die Handelsbilanz ebenfalls mit drei Quartalen vor (-0.54) und weist eine fast gleiche hohe Standardabweichung von 1.05 % auf. Bei Reynolds (1992) ergibt sich eine mit zwei Quartalen vorlaufende Handelsbilanz (-0.33).

Sowohl das Verhalten von Ersparnis, Reallohn und Investitionen als auch das des Arbeitseinsatzes weicht somit fundamental von den Ergebnissen nach alleiniger Bereinigung um einen gemeinsamen Trend ab. Die Ursachen sollen beispielhaft am Arbeitseinsatz demonstriert werden.

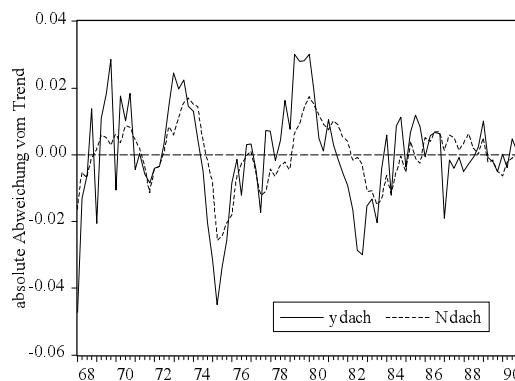
Dazu sind in Abbildung 3.10 jeweils die Ausgangsreihen von Output und Beschäftigung sowie ihre HP-Trends wiedergegeben:

Abbildung 3.10  
 HP-Trend und Ausgangsreihe des Outputs und des Arbeitseinsatzes  
 Deutschland 1968:1 - 1991:1



Der individuell angepasste HP-Trend trägt dem Rückgang in den pro Tag und pro Kopf gearbeiteten Stunden in vollem Umfange Rechnung, indem er den Abwärtstrend nachzeichnet. Die danach verbleibende zyklische Komponente hat dann folgendes Aussehen:

Abbildung 3.11  
 Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung  
 Deutschland 1968:1 - 1991:1



Daran läßt sich sehr gut der nachlaufende Charakter der in dieser Weise bestimmten Zykluskomponente der Beschäftigung ablesen.

Brandner/Neusser (1992) vergleichen in ihrer Studie die stilisierten Fakten des Konjunkturzyklus von Österreich und Deutschland. Sie gehören zu den wenigen Autoren, die Pro-Kopf-Größen betrachten. Der Konsum fluktuiert genau wie in Tabelle 3.7 0.92mal so stark wie der Output und weist eine nahezu identische Autokorrelations- und Kreuzkorrelationsstruktur auf (Zeitraum 1960:1 bis 1989:4, DIW-Daten). Smeets (1992) erhält - entgegen den Ergebnissen hier - einen prozyklisch vorlaufenden Konsumentenreallohn (fünf Quartale, 0.51), der kontemporär schwach positiv mit dem Output korreliert ist (Stichprobenraum 1962 bis 1988), wobei er jedoch die Existenz einer Beziehung zwischen Reallöhnen und Konjunktur bezweifelt.<sup>45</sup> Fiorito/Kollintzas (1994) erhalten mit OECD-Daten einen kontemporär negativ mit dem Output korrelierten Reallohn des verarbeitenden Gewerbes (-0.10), interpretieren diesen Wert aber als Indiz für Unkorreliertheit. Eine nähere Betrachtung der Leads und Lags läßt zum einen auf einen antizyklischen Vorlauf (-0.26 bei vier Quartalen), zum anderen aber auch auf ein prozyklisches Nachhinken bei fünf Quartalen (0.25) schließen.<sup>46</sup>

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die stilisierten Fakten in starkem Maße von der zugrundegelegten Technik der Trendeliminierung bestimmt werden. Sie sind keinesfalls robust gegen solche Variationen. Somit kommt es immer auf den betrachteten Einzelfall an, welche Fakten durch welches Modell zu erklären sind.

### **3.2.3 Stilisierte Fakten des internationalen Konjunkturzyklus zwischen den USA und Deutschland**

In der Literatur findet man lediglich Angaben über kontemporäre Korrelationen zwischen Konsumströmen, Outputs usw.<sup>47</sup> Häufig verschleiern diese Zahlen jedoch das wahre Korrelationsverhalten der Variablen, weil keine Aussagen über Lead/Lag-Beziehungen gemacht werden (können). Darüber hinaus beschränken sich die Autoren realer Konjunkturmodelle häufig auf wenige Aggregate wie Konsum und Output und lassen insbesondere Angaben über die Arbeitsmarktdaten ganz außen vor bzw. beschränken sich auf Angaben, die nur die USA betreffen. Da jedoch die Datenlage für Deutschland erfreulicherweise in dieser Hinsicht mit der der USA kompatibel ist, können hier auch Aussagen über die Beziehungen zwischen den Reallöh-

---

<sup>45</sup> "Wenn überhaupt ein Zusammenhang zwischen Reallöhnen und Konjunktur abgeleitet werden kann, dann handelt es sich um ein prozyklisches Verhalten, ... ." (Smeets (1992), S. 520)

<sup>46</sup> Vgl. die Tabelle 5 auf S. 256 in Fiorito/Kollintzas (1994).

<sup>47</sup> Beispiele für solche Arbeiten sind die rein empirischen Beiträge von Blackburn/Ravn (1991), Backus/Kehoe (1992) für lange Zeitreihen und Christodoulakis/Dimelis/Kollintzas (1995). Hinzu kommen die Untersuchungen von den Autoren realer Konjunkturmodelle selbst, die diese ihren Modellen voranstellen. Eine Auswahl sind: Stockman (1990), Roche (1996), Backus/Kehoe/Kydland (1995), Bruno (1995) und Ambler/Cardia (1995).

nen und der Beschäftigung gemacht werden. Schließlich soll den Handelsbilanzsalden und den Ersparnissen größere Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Die Ergebnisse für den Fall der linearen Trendbereinigung ohne HP-Filterung gibt Tabelle 3.8 wieder.

Tabelle 3.8  
Momente der empirischen Aggregate (ohne HP-Filterung)<sup>48</sup>  
USA und Deutschland, internationale Kenngrößen

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in									
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4	
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$										
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.16	0.16	0.14	0.09	-0.03	-0.06	-0.11	-0.15	-0.21	
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	-0.04	-0.09	-0.14	-0.19	-0.25	-0.30	-0.36	-0.40	-0.44	
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.32	0.34	0.37	0.40	0.40	0.41	0.38	0.34	0.28	
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.18	-0.22	-0.24	-0.28	-0.32	-0.35	-0.38	-0.42	-0.45	
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.54	0.52	0.50	0.47	0.45	0.40	0.35	0.31	0.27	
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.03	0.15	0.22	0.27	0.22	0.21	0.16	0.13	0.07	
$\frac{tb}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	$\frac{tb^*}{y_t^*} - \overline{\left(\frac{tb^*}{y^*}\right)}$	-0.33	-0.35	-0.38	-0.41	-0.43	-0.44	-0.48	-0.51	-0.53	
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.39	0.42	0.46	0.52	0.61	0.55	0.54	0.54	0.55	
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.34	0.44	0.53	0.64	0.72	0.56	0.38	0.21	0.04	
$\hat{w}$	$\hat{N}$	-0.10	-0.17	-0.24	-0.31	-0.38	-0.40	-0.41	-0.42	-0.42	
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	-0.60	-0.58	-0.56	-0.54	-0.51	-0.46	-0.43	-0.41	-0.39	

Die kontemporäre Korrelation zwischen den Outputströmen zeigt mit -0.03 eine azyklische Entwicklung an, allerdings läuft der inländische Output mit 14 Quartalen dem ausländischen antizyklisch vor (-0.43). Beim Konsum tritt kontemporär eine Korrelation von -0.25 zu Tage, die sich bei genauerer Betrachtung als ein Vorlaufen des inländischen vor dem ausländischen Konsum entpuppt, mit einer negativen Korrelation von -0.72 bei 14 Quartalen. Auch die inländische Beschäftigung läuft der ausländischen (mit elf Quartalen) vor (-0.60). Die inländischen Investitionen laufen mit einem Quartal (0.41) der Entwicklung der ausländischen vor. Der Reallohn Deutschlands zeigt sich nachhinkend prozyklisch zu  $\hat{w}^*$  (acht Quartale, 0.57), während die deutsche Ersparnis mit 18 Quartalen der amerikanischen vorläuft (0.46). Die deutsche Handelsbilanz ist vorlaufend antizyklisch zu der der USA bei neun Quartalen (-0.63).

<sup>48</sup> Sterngrößen sind die der USA; verwendet werden die itertierten Schätzungen für beide Länder; Deutschland mit gemeinsamem Trend für  $W, C, I, Y$  und  $S$ , USA mit gemeinsamem Trend für  $C, I, Y$  und  $S$ .

In bezug auf die landesspezifischen Spar-Investitionskorrelationen weisen beide Länder ein Gleichlaufen bei hoher Korrelation auf. Die für den Arbeitsmarkt so wichtige Beziehung zwischen Reallohn und Beschäftigung fällt in Deutschland als positiv nachhinkender Reallohn (bei 25 Quartalen) aus (0.56), während in den USA eine nachhinkende Antizyklizität von nur vier Quartalen besteht (-0.60). Mit den in dieser Arbeit verwendeten Maßen für die Beschäftigung und den Reallohn wird die Dunlop (1938)/Tarshis (1939)-Beobachtung einer Unkorreliertheit nicht gestützt.

Berechnet man die Momente für die resultierenden zyklischen Komponenten nach individueller linearer Trendanpassung (USA  $C, I, S$ , und  $Y$ ; Deutschland  $C, I, S, Y$  und  $W$ ), so erhält man nur für die internationalen Investitions- und Outputkorrelationen ein qualitativ abweichendes Ergebnis zum oben angegebenen. Die inländischen Investitionen laufen dann antizyklisch mit 13 Quartalen Verzögerung den ausländischen vor (-0.42), während die deutsche Ersparnis mit elf Quartalen antizyklisch hinter der amerikanischen herhinkt (-0.43).

Ein zum Teil völlig anderes Bild bietet sich für die HP-gefilterten Komponenten:

Tabelle 3.9

Momente der empirischen Aggregate (mit HP-Filterung)<sup>49</sup>

USA und Deutschland, internationale Kenngrößen

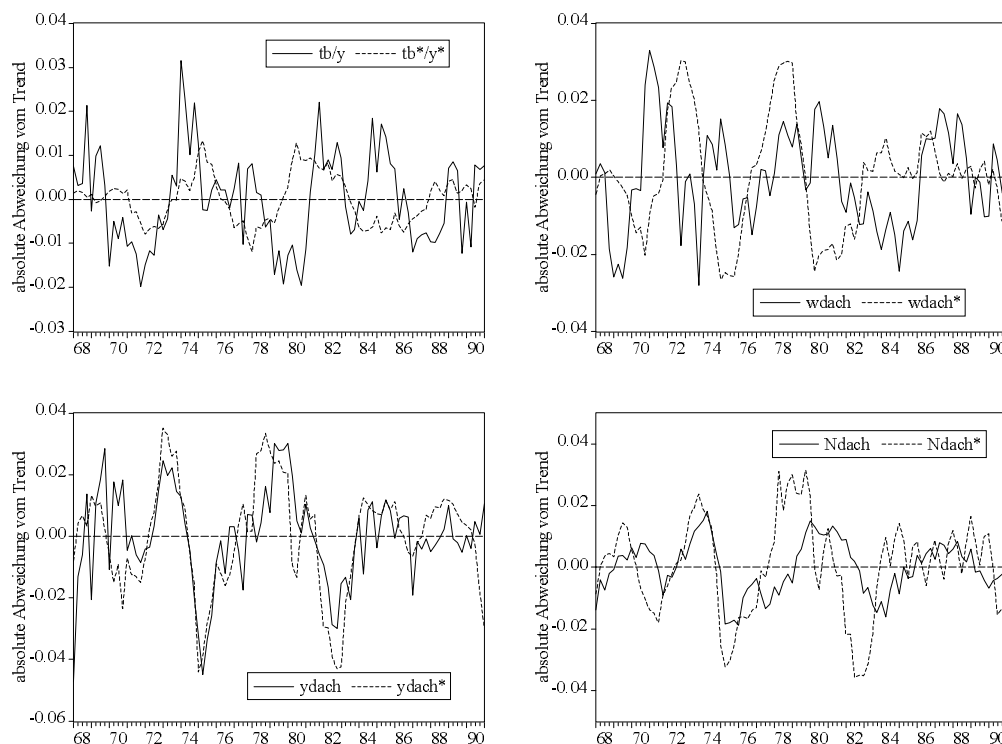
		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.31	0.47	0.59	0.67	0.63	0.54	0.36	0.22	0.02
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.38	0.41	0.45	0.50	0.55	0.50	0.38	0.30	0.18
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.11	0.16	0.25	0.34	0.38	0.43	0.38	0.33	0.20
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	0.57	0.58	0.59	0.53	0.38	0.21	0.02	-0.17	-0.29
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.07	-0.00	-0.04	-0.06	-0.05	-0.02	0.00	0.03	0.08
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.11	0.33	0.45	0.54	0.43	0.34	0.20	0.09	-0.09
$\frac{tb_t}{y_t} - \overline{\left(\frac{tb}{y}\right)}$	$\frac{tb_t^*}{y_t^*} - \overline{\left(\frac{tb^*}{y^*}\right)}$	0.18	0.18	0.14	0.09	0.10	0.13	0.07	0.03	-0.01
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.25	0.20	0.22	0.30	0.51	0.20	0.12	0.09	0.11
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.22	0.40	0.57	0.76	0.92	0.69	0.42	0.17	-0.08
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.36	0.41	0.39	0.33	0.26	0.16	0.11	0.10	0.08
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	-0.33	-0.14	0.07	0.29	0.50	0.64	0.71	0.74	0.73

<sup>49</sup> Sterngrößen sind die der USA; verwendet werden die iterierten Schätzungen für beide Länder; Deutschland mit gemeinsamem Trend für  $W, C, I, Y$  und  $S$ , USA mit gemeinsamem Trend für  $C, I, Y$  und  $S$ .

Im Gegensatz zu den nicht HP-gefilterten Reihen kann hier das Verhalten an den Korrelationen mit vier Leads bzw. Lags bei einigen Aggregaten eindeutig abgelesen werden. Die kontemporären Beziehungen decken sich eher mit denen in der Literatur als die in Tabelle 3.8. Der deutsche zyklische Output  $\hat{y}$  hinkt dem amerikanischen prozyklisch mit einem Quartal nach (0.67), während der Konsum gleichlaufend mit dem des Auslands ist (0.55). Die inländischen Investitionen laufen ein Quartal vor (0.43), die Beschäftigung hinkt dagegen mit zwei Quartalen nach (0.59).<sup>50</sup> Die inländischen Ersparnisse sind nachhinkend mit einem Quartal (0.54), während die deutsche Handelsbilanz 26 Quartale prozyklisch vorlaufend vor der amerikanischen ist (0.57). Der inländische Reallohn verhält sich ebenfalls vorlaufend prozyklisch vor dem ausländischen mit 26 Quartalen (0.35).

Die Graphiken für die Handelsbilanzen und die Reallöhne suggerieren hingegen eher eine Unkorreliertheit. Für die Reallöhne deuten auch die oben angegebenen Werte zu den vier Leads und Lags eher auf eine fehlende Beziehung hin. Das Nachhinken von deutschem Output und Arbeitseinsatz kann hingegen auch gut graphisch abgelesen werden.

Abbildung 3.12  
Zyklische Komponenten nach individueller HP-Filterung  
Deutschland und USA 1968:1 - 1991:1



<sup>50</sup> Reynolds (1992) erhält für die Korrelation von  $\hat{y}_t$  mit  $\hat{y}_{t-1}^*$  und für die kontemporäre einen Wert von 0.66. Die Konsumströme sind bei ihr schwächer korreliert (0.37), während bei den Investitionen  $\rho(\hat{i}_t, \hat{i}_{t+1}^*) = \rho(\hat{i}_t, \hat{i}_t^*) = 0.57$  gilt, mithin auch eine leichte Tendenz zum Vorlaufen der deutschen besteht.



Investition und Ersparnis sind gleichlaufend korreliert, wobei in den USA eine stärkere Beziehung (0.92) besteht.<sup>51</sup> Der Reallohn hinkt in Deutschland zwölf Quartale antizyklisch hinter der Beschäftigung her (-0.55), in den USA zeigt er sich drei Quartale der Beschäftigung vorausgehend (0.74).

In Zimmermann (1995) hinkt der amerikanische Output mit einem Quartal hinter dem deutschen her (0.41), während der US-amerikanische Konsum mit fünf Quartalen bei einer Korrelation von 0.22 vorläuft. Bei den Investitionen werden nur die kontemporären Werte angegeben, wobei für die Beziehung USA/Deutschland ein Wert von 0.31 resultiert. Für die Gesamt-arbeitsstundenzahl errechnet er eine Korrelation von 0.27.

Brandner/Neusser (1992) erhalten für Deutschland eine deutlich positive Beziehung zwischen Reallohn und Beschäftigung: 0.66, wenn die Beschäftigung über die Anzahl der Beschäftigten und 0.60, wenn sie über die Zahl der (insgesamt) gearbeiteten Stunden gemessen wird. Sie sehen dadurch die theoretischen Aussagen der Realen Konjunkturtheorie bestätigt. Offenbar hängt dieses Resultat aber stark an der von den Autoren gewählten Beschäftigungsvariable. Für die USA ermitteln Danthine/Donaldson (1993) eine kontemporäre Korrelation von Reallohn und Beschäftigung von 0.36 und für Deutschland von 0.29.<sup>52</sup> Ihre Untersuchung enthält jedoch wie die anderen keine Angaben für Leads und Lags. Insgesamt illustrieren die Ergebnisse von Danthine/Donaldson ein sehr heterogenes Verhalten der Arbeitsmarktvariablen (bedingt durch unterschiedliche kulturelle und institutionelle Gegebenheiten), das nicht ohne eine differenzierte Modellierung des jeweiligen Landes erfaßt werden könne.

Wie oben schon in einem Resümee angesprochen, hängen die stilisierten Fakten stark von der verwendeten Trendbereinigungsmethode ab. Es stellt sich gar die Frage, ob man in diesem Lichte überhaupt noch von stilisierten Fakten sprechen kann. Generell sollte bei jeder modelltheoretischen Analyse möglichst in der Empirie dasselbe Verfahren angewandt werden wie im Modell. Wenn also in einem realen Konjunkturmodell ein gemeinsamer linearer Trend unterstellt wird, so sollte dieser möglichst auch in der Empirie extrahiert werden, um die zyklischen Komponenten zu bestimmen. Müssen jedoch die Modellvariablen aufgrund einer Instationarität noch zusätzlich gefiltert werden, so sollte derselbe Filter auch in der Empirie Verwendung finden. Hier zeigt sich jedoch, daß dann eine vorherige Eliminierung eines linearen Trends zu den gleichen Ergebnissen führt, die man erhält, wenn zuvor kein Trend beseitigt wurde. Dies liegt daran, daß der HP-Filter die Eliminierung eines linearen Trends beinhaltet, obwohl die verbleibende Wachstumskomponente nichtlinear ist. Daneben muß man jedoch berücksichtigen, daß

---

<sup>51</sup> Blackburn/Ravn (1991) dokumentieren ebenfalls eine stärkere kontemporäre Korrelation von Sparen und Investieren in den USA (0.80) als in Deutschland (0.46). Ganz ähnlich fällt auch das Ergebnis bei Zimmermann (1995) aus (0.80 vs. 0.59).

<sup>52</sup> Sie verwenden Daten des IMF von 1957:1 bis 1989:4.

bei Unterstellung eines gemeinsamen Trends versucht wird, in der Realität möglicherweise etwas zu suchen, was gar nicht vorhanden ist. Die Wirklichkeit wird dann in ein Korsett geschnürt, wodurch die wahren Zusammenhänge zwischen den Aggregaten verschleiert werden könnten. Bei der Bewertung der in diesem Kapitel abgeleiteten stilisierten Fakten ist diese Tatsache immer zu bedenken.

#### **4 Erklärung der dänischen Konjunkturzyklen mit einem internationalen realen Konjunkturmodell**

In der Literatur findet man, aufbauend auf dem Basismodell des Kapitels 2, die unterschiedlichsten Ansätze zur Erklärung der Konjunkturmuster in kleinen offenen Volkswirtschaften. Diese kann man hinsichtlich der Anzahl der betrachteten Güter sowie der Art und der Anzahl der exogenen Schocks klassifizieren. Andere Arbeiten, die nicht in diese Einteilung passen, sind so gestaltet, daß sie ganz bestimmte landesspezifische empirische Beobachtungen erklären können.

Direkte Erweiterungen des Ein-Gut-Modells aus Kapitel 2 sind die Arbeiten von Cardia (1991), Bruno/Portier (1995), Mendoza (1991), Fève/Langot (1996), Lundvik (1992a) sowie Correia/Neves/Rebelo (1992a,1995). Jermann (1991) fügt einen zweiten Sektor nicht-handelbarer Güter hinzu, während in Mendoza (1995) zusätzlich Ex- und Importgüter (neben einem nichthandelbaren Gut) betrachtet werden. In Lundvik (1992a) wird ein Gut im In- und Ausland produziert, ein zweites nur im Ausland. Sadka/Yi (1996) differenzieren zwischen in- und ausländischen dauerhaften Gütern sowie einem inländischen nichthandelbaren Gut. In bezug auf exogene Schocks werden von allen Autoren technologische Störungen einbezogen. Cardia (1991) fügt fiskalische und monetäre Schocks hinzu, während Fève/Langot (1996) auch Zinssatzstörungen und Terms-of-Trade-Schocks modellieren. Bei Sadka/Yi (1996) können auch die Importpreise dauerhafter Güter stochastisch sein. In dieser Arbeit geht es primär um die Erklärung des Handelsbilanzdefizits der USA durch verstärkte Importe dauerhafter Konsumgüter infolge eines starken Rückgangs der Importpreise dieser Güter. Jermann (1991) legt besonderen Wert auf die Analyse der Impulsantwortfunktionen des Modells in Verbindung mit dem Sektor der nichthandelbaren Güter zur Erklärung der Rolle des Handels und zur Abbildung der Korrelation von Sparen und Investieren. Die übrigen Arbeiten versuchen jeweils die landesspezifischen Konjunkturmuster (wie sie sich z.B. in der Analyse des Kapitels 3 darstellen) modelltheoretisch abzubilden.

Die Problematik besteht bei vielen Modellen darin, daß trotz zum Teil umfangreicher Sensitivitätsanalysen der Beitrag der einzelnen Modellkomponenten (mehrere Güter, Energie als zusätzlicher Input (Bruno/Portier (1995)), mehrere exogene Schocks usw.) nicht immer klar hervortritt. Fève/Langot (1996) betrachten daher zunächst ein Basismodell der geschlossenen Volkswirtschaft, welches dann sukzessive um "spezifisch europäische Aspekte"<sup>53</sup> erweitert wird: Im Modell II wird eine kleine offene Volkswirtschaft walrasianischen Typs betrachtet, während dieses in Modell III um nichtwalrasianische Elemente auf dem Arbeitsmarkt (in Anlehnung an die Anregung von Danthine/Donaldson (1993)) erweitert wird. Damit können sie die Güte ihrer Modelle im Hinblick auf die Erklärung der französischen Konjunkturen besser

---

<sup>53</sup> Vgl. Fève/Langot (1996), S. 1610.

beurteilen. Allerdings weichen die Modelle untereinander jeweils stark voneinander ab. Mendoza (1991) variiert in seinem Modell einzelne Modellbestandteile derart, daß er den spezifischen Beitrag genauer herauschälen kann: In seinem Basismodell gibt es keine Zinssatzschocks und keine Anpassungskosten der Investitionen, in Variante 2 werden zusätzlich Zinssatzschocks zugelassen, während in Variante 3 diese wieder wegfallen, statt dessen aber die Anpassungskosten hinzukommen. Lundvik (1992a) betrachtet ein Grundmodell und überprüft, inwieweit Terms-of-Trade-Schocks, Zinssatzschocks und Produktivitätsschocks jeweils allein und in Kombination die schwedischen Konjunkturzyklen abbilden können. Um sowohl der Vorgehensweise von Fève/Langot (1996) als auch der von Mendoza (1991) und Lundvik (1992a) gerecht zu werden, sollen in diesem Kapitel nach der Analyse des Basismodells folgende Erweiterungen diskutiert werden:

1. die Einbeziehung des Staates durch Modellierung der Staatsausgaben und der Einkommensteuer (Abschnitt 4.2),
2. die zusätzliche Einbeziehung von Anpassungskosten des Kapitalstocks, die im Zuge von Investitionen entstehen (Abschnitt 4.3),
3. die Modellierung einer kleinen offenen Volkswirtschaft in Anlehnung an die Formulierung von Correia/Neves/Rebelo (1992a) (Abschnitt 4.4), wobei jeweils die Implikationen der Anpassungskosten und von fiskalischer Aktivität isoliert (Abschnitte 4.5 und 4.6) wie auch in Kombination (Abschnitt 4.7) untersucht werden,
4. die Implikationen einer alternativen Nutzenfunktion (sog. GHH-Präferenzen), bei der Konsum und Freizeit kontemporär nicht gegeneinander substituiert werden (Abschnitt 4.8).

Auf die Berücksichtigung mehrerer Güter soll verzichtet werden. Damit können auch Terms-of-Trade-Schocks nicht modelliert werden.<sup>54</sup> Von monetären Schocks wird ebenfalls abstrahiert.

#### 4.1 Das Basismodell

Die Nutzenfunktion des repräsentativen Haushalts lautet<sup>55</sup>

$$(4.1) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[C_t^\theta (1 - N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \right]$$

---

<sup>54</sup> In Ein-Gut-Modellen sind die Terms-of-Trade-Schocks in den technologischen Schocks  $A$  enthalten. (vgl. für diese Interpretation Greenwood (1983)). In Fève/Langot (1996) gibt es in Modell II und III mehrere Güter, so daß auch Terms-of-Trade-Schocks möglich sind.

<sup>55</sup> Siehe auch die Bemerkung zu (2.71) in Abschnitt 2.3 im Hinblick auf die Subtraktion der "1" im Zähler.

$U$  ist die Lebensnutzenfunktion, abhängig vom Konsum  $C_t$  und von der Freizeit  $L_t = 1 - N_t$ , die maximiert werden soll.  $\theta$  stellt einen Gewichtungsfaktor dar, während  $\sigma$  das Maß der relativen Risikoaversion des Haushalts ist.<sup>56</sup> In die CRRA-Nutzenfunktion wird damit eine den Konsum und die Freizeit als Argumente beinhaltende Cobb-Douglas-Funktion eingebettet.<sup>57</sup>

In der Ökonomie wird nur ein Produkt  $Y_t$  mit den Faktoren Arbeit  $N_t$  und Kapital  $K_t$  mittels einer Cobb-Douglas-Produktionstechnologie erzeugt. Die Variable  $X_t$  beschreibt die Entwicklung des Technologieniveaus und repräsentiert den arbeitsvermehrenden deterministischen technischen Fortschritt.  $A_t$  ist ein temporärer stochastischer technologischer Schock, der die totale Faktorproduktivität beeinflusst.

$$(4.2) \quad Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha \Leftrightarrow Y_t = C_t + I_t$$

Der Output kann für Konsum und Investitionen  $I_t$  verwendet werden.  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ) ist die Lohnquote.

Gleichung (4.3) beschreibt die Entwicklung des Kapitalstocks in der Zeit und besagt, daß der Kapitalstock der Periode  $t+1$  dem um die Abschreibungen  $\delta K_t$  verminderten Kapitalstock der Periode  $t$  zuzüglich den neuen Investitionen entspricht.

$$(4.3) \quad K_{t+1} = I_t + (1 - \delta) K_t$$

Dieser Ansatz wird nun um einen dem Konsum, den Investitionen und dem Output gemeinsamen linearen Wachstumstrend bereinigt, der durch den arbeitsvermehrenden technischen Fortschritt  $X_t$  entsteht. Dies geschieht durch Division aller Variablen durch  $X_t$ .

Das vom Haushalt zu lösende Optimierungsproblem lautet dann für die transformierte Ökonomie folgendermaßen:

$$(4.4) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1 - N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t [A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1 - \delta) k_t - c_t] \right\}$$

mit  $\beta^* = \beta \gamma_X^{\theta(1-\sigma)}$ ,  $\gamma_X = X_{t+1}/X_t$ ,  $c_t = C_t/X_t$ ,  $k_t = K_t/X_t$  usw. für die anderen klein geschriebenen Variablen.  $\gamma_X$  ist der Wachstumsfaktor des arbeitsvermehrenden technischen Fortschritts,  $\tilde{\Lambda}_t$  ist der Schattenpreis der zu einer Nebenbedingung verarbeiteten Gleichungen (4.2) und (4.3).

<sup>56</sup> Vgl. zu diesem Problembereich den Anhang D.

<sup>57</sup> Diese Funktion ist zwar etwas komplizierter als die des Basismodells (2.71), impliziert aber für den Fall  $\sigma = 1$  eine unveränderte Systemmatrix *Mcc* (vgl. (4.24)).

Die Bedingungen erster Ordnung für ein inneres Optimum lauten dann:

$$(4.5) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^{*t} \theta c_t^{\theta(1-\sigma)-1} (1-N_t)^{(1-\theta)(1-\sigma)} - \tilde{\Lambda}_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.6) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \beta^{*t} (1-\theta) c_t^{\theta(1-\sigma)} (1-N_t)^{(1-\theta)(1-\sigma)-1} (-1) + \tilde{\Lambda}_t \alpha A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.7) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\tilde{\Lambda}_t \gamma_x + E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} [A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^{\alpha} + (1-\delta)] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.8) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha} - \gamma_x k_{t+1} + (1-\delta) k_t - c_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.9) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \tilde{\Lambda}_t \gamma_x k_{t+1} = 0$$

Im Steady State gelten die nachstehenden Beziehungen:

$$(4.10) \quad \gamma_c = \gamma_l = \gamma_s = \gamma_w = \gamma_y = \gamma_x = \gamma_k$$

$$(4.11) \quad \beta^* = \gamma_{\tilde{\Lambda}} = \frac{\gamma_x}{1+r}$$

$$(4.12) \quad r = (1-\alpha) A \left( \frac{k}{N} \right)^{-\alpha} - \delta$$

$$(4.13) \quad \frac{i}{k} = \gamma_x - (1-\delta)$$

$$(4.14) \quad \frac{k}{y} = \left( \frac{k}{N} \right)^{\alpha} \frac{1}{A}$$

$$(4.15) \quad \frac{i}{y} = \frac{(\gamma_x - 1 + \delta)(1-\alpha)}{r + \delta}$$

$$(4.16) \quad \frac{i}{y} + \frac{c}{y} = 1$$

$$(4.17) \quad \alpha \frac{1-N}{N} = \frac{1-\theta}{\theta} \frac{c}{y}$$

Das System der Bedingungen erster Ordnung stellt ein hochgradig nichtlineares System dar, für das keine exakte Lösung bestimmt werden kann. Man kann jedoch durch Linearisierung der Bedingungen erster Ordnung mittels einer Taylor-Approximation erster Ordnung um den Steady State die dynamischen Eigenschaften nahe dem Steady State analysieren.<sup>58</sup> Diese approximierten Gleichungen lauten:

$$(4.18) \quad [\theta(1-\sigma) - 1]\hat{c}_t - (1-\theta)(1-\sigma)\frac{N}{1-N}\hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

$$(4.19) \quad \theta(1-\sigma)\hat{c}_t - \left\{ [(1-\theta)(1-\sigma) - 1]\frac{N}{1-N} + \alpha - 1 \right\} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t + \hat{A}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t$$

$$(4.20) \quad \hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_{t+1} + \eta_A \hat{A}_{t+1} - \alpha \eta_A \hat{k}_{t+1} + \alpha \eta_A \hat{N}_{t+1}$$

$$(4.21) \quad \hat{A}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t - \frac{c}{y}\hat{c}_t + \alpha \hat{N}_t = \gamma_x \frac{k}{y}\hat{k}_{t+1} - (1-\delta)\frac{k}{y}\hat{k}_t$$

mit  $\lambda_t = \tilde{\lambda}_t / \beta^{*t}$ ,  $\eta_A = (1-\alpha)Ak^{-\alpha}N^\alpha / [(1-\alpha)Ak^{-\alpha}N^\alpha + 1 - \delta] = (r + \delta)/(1+r)$ ,  $\hat{c}_t = (c_t - c)/c$  usw. für alle anderen mit einem Dach versehenen Größen, interpretiert als zyklische Komponenten.

Für diesen Standardfall kann die Wahl der Vektoren der Zustands- und Kozustandsvariablen sowie der exogenen Variablen wie im Anhang B.2 beschrieben erfolgen.

Es bestehen hier zwei Gleichungen, die die Beziehungen zwischen dem Vektor der Zustands-/Kozustandsvariablen einerseits und dem Vektor der Kontrollvariablen sowie dem der exogenen Variablen andererseits beschreiben ((4.20) und (4.21)).

Für die Beziehung zwischen Kontrollvariablen auf der einen und Zustands-/Kozustandsvariablen sowie exogenen Variablen auf der anderen Seite liegen genauso viele Gleichungen wie Kontrollgrößen, nämlich zwei, vor ((4.18) und (4.19)).

Damit erhält man das folgende dynamische System, auf das sich die Lösungsstrategie von King/Plosser/Rebelo (1990) anwenden läßt:<sup>59</sup>

$$(4.22) \quad Mcc \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = Mcs \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + Mce \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

---

<sup>58</sup> Siehe hierzu den Anhang B.1.

<sup>59</sup> Vgl. dazu den Anhang B.2.

Die Staatsausgaben tauchen hier nur aus rechentechnischen Gründen im Vektor der exogenen Variablen auf. Alle betreffenden Koeffizienten in  $Mce$  werden gleich null gesetzt. Das gleiche gilt für die Matrix  $Mse$ .

$$(4.23) \quad Mss(B) \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = Msc(B) \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + Mse(B) \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Das bedeutet im einzelnen:

In (4.22) erhält man folgende Matrizen:

$$(4.24) \quad Mcc = \begin{bmatrix} \theta(1-\sigma)-1 & -(1-\theta)(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ \theta(1-\sigma) & -\left[\{(1-\theta)(1-\sigma)-1\}\frac{N}{1-N} + \alpha - 1\right] \end{bmatrix} \quad Mcs = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-\alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$Mce = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dabei faßt (4.24) die Gleichungen (4.18) und (4.19) zusammen.

Das Gleichungssystem lautet:

$$(4.25) \quad \begin{bmatrix} \theta(1-\sigma)-1 & -(1-\theta)(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ \theta(1-\sigma) & -\left[\{(1-\theta)(1-\sigma)-1\}\frac{N}{1-N} + \alpha - 1\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

Für (4.23) ergibt sich dann:

$$(4.26) \quad \left\{ \begin{bmatrix} \alpha\eta_A & -1 \\ \gamma_X \frac{k}{y} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\left[(1-\delta)\frac{k}{y} + 1 - \alpha\right] & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} \\ = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \alpha\eta_A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{c}{y} & \alpha \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \eta_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

(4.26) subsummiert die Gleichungen (4.20) und (4.21). Durch entsprechendes Einsetzen ist man nun in der Lage, das fundamentale Differenzgleichungssystem herzuleiten.

$$(4.27) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + Q \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$



Zur Ableitung konjunkturtheoretischer Implikationen des Modells müssen den Parametern - wie in Kapitel 2 bereits angedeutet - numerische Werte zugewiesen werden. Dabei bedient man sich in der Realen Konjunkturtheorie eines Verfahrens, welches unter dem Begriff Kalibrierung (bzw. Kalibration) bekannt geworden ist. Man versucht, empirische Pendant zu den im Modell verwendeten Parametern zu finden. Dies geschieht zum einen durch eigene Berechnungen aufgrund des vorhandenen Datenmaterials eines spezifischen Landes, zum anderen dadurch, daß man bei Unmöglichkeit einer eigenen Schätzung so viele Parameter wie möglich aus anderen empirischen Untersuchungen übernimmt, sofern zumindest partiell eine Deckungsgleichheit besteht.

Im vorliegenden Fall lassen sich einige Werte schätzen. So beträgt die gemeinsame mittlere Wachstumsrate des Reallohnes sowie der Pro-Kopf-Werte der Investitionen, des Outputs, des Konsums und der Ersparnis 0.54 % pro Quartal, so daß  $\gamma_x$  auf 1.0054 gesetzt wird.<sup>60</sup> Wie in Abschnitt 3.1.3 bereits erwähnt, entspricht dies einem durchschnittlichen Wachstum von etwa 2.22 % im Jahr. Die Lohnquote  $\alpha$  beträgt 0.55 und entspricht dem durchschnittlichen Anteil der Lohnsumme am Bruttoinlandsprodukt. Einige Autoren, darunter auch Correia/Neves/Rebelo (1992a), wählen die Abschreibungsrate  $\delta$  so, daß der Anteil der Investitionen am Output im Modell und in der Realität übereinstimmt. Dies ergäbe einen Wert von 0.0194 pro Quartal, der unter dem sonst in der Literatur verwendeten von 0.025 liegt. Weil diese Vorgehensweise umstritten ist, wird aus Vergleichbarkeitsgründen mit der Literatur mit dem letzteren Wert gearbeitet. Den Anteil  $N$  der Arbeitszeit an der Gesamtzeit im stationären Punkt kann man mit den vorliegenden dänischen Daten nicht bestimmen, da es sich bei der Berechnung der pro Kopf und pro Monat gearbeiteten Stunden um Indexgrößen handelt. Somit wird der Wert von King/Plosser/Rebelo (1988a) von 0.20 übernommen. Schätzungen von Correia/Neves/Rebelo (1992a) für die relative Risikoaversion  $\sigma$  nach der generalisierten Momentenmethode von Hansen (1982) (GMM) ergeben einen Bereich zwischen 0.6 und 3.0. Allgemein hält man einen Bereich zwischen null und zehn für realistisch. Da in der Literatur in den meisten Fällen von  $\sigma = 1$  ausgegangen wird, soll diese Vorgehensweise übernommen werden. Allerdings werden auch die Implikationen für andere Werte kurz referiert. Den Wert für  $\theta$  bestimmt man derart, daß für einen Steady-State-Arbeitseinsatz von 0.2 Gleichung (4.17) nach  $\theta$  aufgelöst wird. Wie man aber an (4.25) leicht sieht, hat  $\theta$  nur dann einen Einfluß, wenn die Risikoaversion verschieden von eins ist.

Zieht man Standard and Poor's 500 Index als repräsentatives internationales Portfolio Dänemarks heran, so kann dessen Wachstumsrate als relevanter Steady-State-Zinssatz für dieses Land betrachtet werden. Die durchschnittliche Wachstumsrate betrug im relevanten Zeitraum

---

<sup>60</sup> Aus Gründen der Vergleichbarkeit der verschiedenen Modellvarianten wird nicht für jeden Fall eine spezifische Bestimmung des gemeinsamen Trends vorgenommen.

von 1971:1 bis 1991:4 8.6 % pro Jahr, so daß für  $r$  ein Wert von 0.0215 angesetzt wird. Das bedeutet einen transformierten Diskontierungsfaktor  $\beta^* = 0.9842$  (aus (4.11)).

Eine Diskussion der stochastischen Eigenschaften der exogenen Prozesse des Modells schließt sich an die Bestimmung der Eigenwerte der Matrix  $W$  an.

Die nachstehende Tabelle 4.1 faßt die exogenen Parameter für das Basismodell zusammen.

Tabelle 4.1  
Kalibrierung des Basismodells

exogene Parameter	Wert
$\gamma_x$	1.0054
$\alpha$	0.5500
$\delta$	0.0250
$N$	0.2000
$\sigma$	1.0000
$r$	0.0215

Alle anderen in den Systemmatrizen auftretenden Parameter können endogen über die obigen Steady-State-Beziehungen bestimmt werden.

Zur Bestimmung der Lösung dieses fundamentalen Differenzgleichungssystems müssen zunächst von der Matrix  $W$  die Eigenwerte und die Eigenvektoren bestimmt werden. Dabei stellt sich heraus, daß genau ein Eigenwert größer als eins und einer kleiner als eins ist:

1.0663, 0.9528.<sup>61</sup>

Den Prozeß für den Technologieschock kann man nur dann exakt bestimmen, wenn hinreichend genaue Daten über den Arbeitseinsatz und den Kapitalstock als Bestimmungsgründe der totalen Faktorproduktivität vorliegen. In den allermeisten Fällen existieren jedoch keine Daten über den Kapitalstock, so daß das Solow-Residuum dann häufig unter der Annahme berechnet wird, daß Output und Kapitalstock mit derselben Rate wachsen (siehe auch Blanchard/Fischer (1989), S. 3-4). Prescott (1986) gehört zu den wenigen Ausnahmen, die versuchen, für die USA eine möglichst exakte Berechnung unter Einbeziehung des Kapitalstocks vorzunehmen. Nimmt man an, daß die zyklischen Komponenten des Outputs und des Kapitalstocks

---

<sup>61</sup> In Stokey/Lucas/Prescott (1989) werden alternative Verfahren zur Lösung dynamischer Optimierungsprobleme angegeben. Eines dieser Verfahren bestimmt die Lösungen der sog. Eulergleichungen und kann mit dem King/Plosser/Rebelo (1990)-Algorithmus am ehesten verglichen werden. Eine wichtige Implikation dabei ist, daß für den Fall, daß  $x$  ( $x > 1$ ) ein Eigenwert der Matrix  $W$  ist, auch  $\tilde{x}$  ( $\tilde{x} = 1/(\beta^* x)$ ) ein Eigenwert ist. Dieser zweite Wert entspricht genau dem Eigenwert von 0.9528.

gleich sind, kann eine Bestimmung von  $\hat{A}_t$  gemäß der nachstehenden Gleichung über die zuvor bestimmten zyklischen Komponenten des Pro-Kopf-Outputs und des Arbeitseinsatzes erfolgen:

$$(4.28) \quad \hat{A}_t = \alpha(\hat{y}_t - \hat{N}_t)$$

Paßt man dieser Reihe einen AR (1)-Prozeß an, so ergibt sich das folgende Ergebnis, und zwar unter Verwendung der mittels HP-Filterung bestimmten zyklischen Komponenten:

$$(4.29) \quad \hat{A}_{t+1} = \underset{(0.0730)}{0.7533} \hat{A}_t + \varepsilon_{\hat{A},t+1} \quad \text{mit} \quad \sigma_{\varepsilon_{\hat{A},t+1}}^2 = 0.0003605$$

Prescott (1986) gelangt zu einem AR (1)-Parameter von 0.90 und einer Standardabweichung der Störgröße von 0.763 %, was einer Varianz von 0.0000582 entspricht. In Dänemark beobachtet man somit zwar weniger persistente Schocks, dafür jedoch solche mit einer stärkeren Schwankungsintensität. Dickey-Fuller-Tests und auch erweiterte Dickey-Fuller-Tests führen zu einer Nichtannahme der Nullhypothese eines Random Walks für die Technologieschocks, was Prescott (1986) jedoch nicht ausschließen kann. Er referiert, daß ein Random Walk und ein persistenter AR (1)-Prozeß die gleichen Schwankungen der endogenen Variablen hervorrufen (S. 15).

Manche Autoren, u. a. auch Correia/Neves/Rebelo (1992a), bedienen sich eines anderen Verfahrens, das auf Kydland/Prescott (1982) zurückgeht und darin besteht, die Varianz des Outputs im Modell und in der Empirie in Übereinstimmung zu bringen. Begründet wird dies damit, man habe dann eine Größe, die im Modell und in der Realität die gleiche Schwankung aufweise, und man könne somit die Güte des Modells, meßbar an der Abbildung der empirischen Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen, sehr viel besser einschätzen. Correia/Neves/Rebelo (1992a) gehen noch einen Schritt weiter, indem sie die Korrelation des zyklischen Outputs mit dem der Vorperiode im Modell dem Wert in der Realität anpassen.<sup>62</sup> Da das vorliegende Modell jedoch im weiteren immer wieder angepaßt wird, können Änderungen der Modellbestandteile bei gleichzeitig notwendiger Änderung der Eigenschaften der stochastischen Prozesse zu einer Verwischung der Einzeleffekte führen. Um also die Wirkungen der Modellvariationen zu isolieren, wird immer mit dem gleichen Prozeß für den technologischen Schock gearbeitet.

Verwendet man zur Bestimmung von  $\hat{A}_t$  die sich ergebenden zyklischen Komponenten ohne HP-Filterung, so erhält man einen nichtstationären Prozeß, bei dem die Random-Walk-Hypothese nicht abgelehnt werden kann. Wenn auch die Aussagekraft dieser Tests gering ist und

---

<sup>62</sup> Man muß dabei beachten, daß eine **algebraisch** genaue Bestimmung von  $\rho_A$  gar nicht möglich ist, da die in die Formel für die exakte Varianz eines ARMA (2,1)-Prozesses eingehenden Koeffizienten selbst Funktionen von  $\rho_A$  sind. Der einzige, wirklich freie Parameter ist die Varianz der Störgröße.

man faktisch nie zwischen einem Random Walk und einem trendstationären Prozeß trennen kann (siehe für eine sehr plastische Darstellung Hamilton (1994), S. 444-447), so erscheint es sinnvoller, mit einem Prozeß zu arbeiten, bei dem die Random-Walk-Hypothese abgelehnt werden kann und der einen relativ kleinen AR-Koeffizienten aufweist. Daher werden für alle Modellvarianten die Momente der HP-gefilterten Prozesse angegeben.

Der eine Instabilität verursachende Eigenwert wird nach dem Algorithmus von King/Plosser/Rebelo (1990) willkürlich der Kozustandsvariablen zugewiesen. Die Instationarität kann über eine geeignete Endwertbestimmung beseitigt werden.

Es resultiert schließlich ein System von zwei Gleichungen, welches die Beziehungen zwischen den Zustandsvariablen und den exogenen Variablen beschreibt:

$$(4.30) \quad \tilde{s}_{t+1} = M\tilde{s}_t + \varepsilon_{t+1}$$

$$\text{wobei } \tilde{s}_t = \begin{pmatrix} \hat{k}_t & \hat{A}_t \end{pmatrix} \text{ und } \varepsilon_t = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{\hat{A},t} \end{pmatrix}$$

Mit den o.g. Parameterwerten ergibt sich für die Entwicklung des Kapitalstocks:

$$(4.31) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9528\hat{k}_t + 0.1533\hat{A}_t$$

Die zweite Gleichung des Systems (4.30) entspricht (4.29). In diesem Fall kann leicht eine Umschreibung des Prozesses von  $\hat{k}_{t+1}$  in einen ARMA-Prozeß erfolgen. Der zyklische Kapitalstock folgt einem ARMA (2,1)-Prozeß. Damit kann man die Prozesse für die übrigen Kontrollvariablen in diesem Standardfall noch relativ leicht in die ARMA-Struktur bringen und auch ihre Momente über die Formel für die Varianz eines solchen Prozesses bestimmen.<sup>63</sup> Dennoch soll hier die Methode von King/Plosser/Rebelo (1990) weiter verfolgt werden, die sich insbesondere die lineare Struktur der Modellösung zunutze macht, um zu einer Bestimmung der Momente zu gelangen.

Da man sich für mehr endogene Kontrollvariablen als den Konsum und den Arbeitseinsatz interessiert, reicht die Betrachtung der Matrizen  $Mcc$ ,  $Mcs$  und  $Mce$  allein nicht mehr aus. Vielmehr müssen weitere Gleichungen für die zu untersuchenden Kontrollgrößen wie den Output, die Investitionen, den Reallohn und den Realzinssatz formuliert werden, die so zu spezifizieren sind, daß sie letztlich nur noch von den Komponenten des Zustandsvektors  $\tilde{s}_t$  abhängen.

In Betracht kommen hier Gleichungen für den Output, den Reallohn, die Investitionen und schließlich den impliziten Realzinssatz. Für letzteren wird jedoch nicht die zyklische Komponente, sondern die Abweichung vom Steady State betrachtet.

$$(4.32) \quad \hat{y}_t = \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t$$

---

<sup>63</sup> Vgl. Anhang C.

$$(4.33) \quad \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{N}_t = \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t - (1 - \alpha)\hat{N}_t$$

$$(4.34) \quad \hat{i}_t = \frac{\gamma_x}{\gamma_x - 1 + \delta} \hat{k}_{t+1} - \frac{1 - \delta}{\gamma_x - 1 + \delta} \hat{k}_t = \frac{1}{i/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{i/y} \hat{c}_t$$

$$(4.35) \quad r_t - r = (r + \delta) (\hat{A}_t - \alpha \hat{k}_t + \alpha \hat{N}_t)^{64}$$

Da ein empirisches Pendant zum impliziten Realzinssatz aufgrund der Problematik der Bestimmung erwarteter realer Zinssätze fehlt, wird im weiteren auf eine Berücksichtigung von (4.35) verzichtet.

Durch geschicktes Einsetzen<sup>65</sup> kann man nun die Matrix  $\Pi$  bestimmen, welche die Beziehungen zwischen den Kontrollvariablen  $z_t$  und dem Vektor  $\tilde{s}_t$  beschreibt. King/Plosser/Rebelo interpretieren die Elemente dieser Matrix als Elastizitäten der Kontrollvariablen in bezug auf die Zustandsvariablen und die exogenen Variablen.

$$(4.36) \quad z_t = \Pi \tilde{s}_t \text{ mit } z_t = (\hat{y}_t \quad \hat{c}_t \quad \hat{i}_t \quad \hat{N}_t \quad \hat{w}_t)'$$

Tabelle 4.2 enthält die Reaktionskoeffizienten (Elemente der Matrix  $\Pi$ ) der Entscheidungsfunktionen des Haushalts.

Tabelle 4.2  
Reaktionskoeffizienten im Basismodell

Variable	Wert des Koeffizienten vor	
	$\hat{k}_t$	$\hat{A}_t$
$\hat{y}_t$	0.2933	1.6310
$\hat{c}_t$	0.6494	0.1969
$\hat{i}_t$	-0.5609	5.0714
$\hat{N}_t$	-0.2849	1.1472
$\hat{w}_t$	0.5782	0.4837

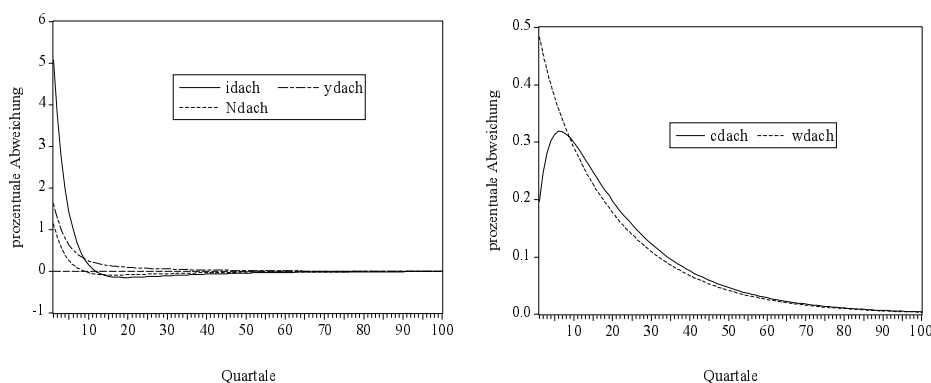
<sup>64</sup> Für den Fall einer Risikoaversion von eins entspricht nach King/Plosser/Rebelo (1990) die Abweichung des Realzinssatzes von seinem Steady-State-Wert der Differenz zwischen dem erwarteten Konsum der Periode  $t+1$  und dem der Periode  $t$ . Legt man dies zugrunde, so ergeben sich geringfügig andere Koeffizienten für die Reaktion des Realzinses auf technologische Störungen sowie auf Änderungen des Kapitalstocks.

<sup>65</sup> Der Aufwand ist nicht ganz unbeträchtlich, da die Gleichungen (4.32)-(4.35) noch nicht die Beziehungen zwischen den Kontrollvariablen einerseits und den Zustandsvariablen sowie exogenen Variablen andererseits angeben. Vielmehr müssen aus jeder Gleichung durch geeignete Substitution die Kontrollvariablen auf der rechten Seite verschwinden.

Wie bei der Parametrisierung von King/Plosser/Rebelo (1988a) bewirkt eine positive Änderung des Kapitalstocks eine Erhöhung des Outputs und eine Ausweitung des Konsums, wobei der Anstieg des Konsums stärker ausfällt. Gleiches trifft für den Reallohn zu, dessen Anstieg stärker ist als der des Outputs, aber geringer als der des Konsums. Der Arbeitseinsatz und die Investitionen hingegen werden durch den Anstieg des Kapitalstocks zurückgefahren. Ein positiver Technologieschock veranlaßt den Haushalt, seinen Arbeitseinsatz auszudehnen, was zu einer noch stärkeren Zunahme der Produktion und einer schwächeren Zunahme des Reallohnes führt. Der Konsum nimmt zwar auch zu, aber wesentlich schwächer als die Investitionen, deren Reaktion am stärksten ausfällt.

Für die Impulsantwortfunktionen, die die kombinierte Wirkung der externen Dynamik über  $\hat{A}_t$  und der internen über  $\hat{k}_t$  bei einem einprozentigen Technologieschock in der Periode 1 angeben, erhält man für einen Zeitraum von 100 Quartalen nach Auftreten der Störung folgende Graphiken:

Abbildung 4.1  
Impulsantwortfunktionen im Basismodell  
einprozentiger Technologieschock



Man sieht hier sehr gut die anfängliche Dominanz der externen Dynamik durch den Technologieschock; beim Arbeitseinsatz und bei den Investitionen schlägt die interne Dynamik nach acht bzw. elf Quartalen voll durch, den Zeitpunkten, bei denen  $\hat{N}_t$  bzw.  $\hat{i}_t$  negativ werden. Die stärkste Abweichung nach unten besteht beim Arbeitseinsatz bei 16 Quartalen nach Auftreten des Schocks, bei den Investitionen bei 19 Quartalen. Die absolute Höhe dieser Abweichungen bleibt jedoch gemessen am Einfluß des Schocks selbst gering, so daß der interne Propagationsmechanismus von untergeordneter Bedeutung ist. Der Haushalt reagiert mit der Anpassung des Konsums nach sechs Quartalen am intensivsten, genau zwei Quartale bevor beim Arbeitseinsatz die interne Dynamik dominiert. Nach 100 Quartalen haben sich bis auf den Konsum und den Reallohn alle Entscheidungsvariablen nahezu wieder ihrem Steady-State-Wert angenähert, so daß die prozentualen Abweichungen der zyklischen Komponenten null werden.

Hinsichtlich der konjunkturtheoretisch interessanten Momente der Kontrollvariablen ergibt sich das in der nachstehenden Tabelle 4.3 aufgeführte Ergebnis für die Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen mit dem Output:

Tabelle 4.3  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Basismodell

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	3.63	1.00	0.60	0.31	0.31	0.60	1.00	0.60	0.31
$\hat{c}_t$	0.73	0.20	0.87	0.70	0.64	0.66	0.61	0.19	-0.10
$\hat{i}_t$	11.34	3.13	0.59	0.29	0.24	0.55	0.99	0.62	0.35
$\hat{N}_t$	2.58	0.71	0.59	0.29	0.21	0.53	0.98	0.63	0.37
$\hat{w}_t$	1.18	0.32	0.70	0.45	0.51	0.70	0.92	0.46	0.14

Aufgrund der oben schon angedeuteten Problematik im Hinblick auf die Stationarität des technologischen Schocks werden die Momente nur für die HP-gefilterten Prozesse bestimmt. Somit muß der Vergleich auch mit den empirischen Momenten nach HP-Filterung erfolgen. Die relevante Tabelle ist die Tabelle 3.2.

Output und Investitionen schwanken absolut zu stark, Konsum, gearbeitete Stunden und Reallohn dagegen zu wenig. Der zyklische Konsum und der Arbeitseinsatz schwanken relativ zum Output zu schwach, während sie in der Realität eine höhere relative Variabilität aufweisen. Die Investitionen dagegen sind etwa dreimal so variabel wie der Output und liegen damit auch quantitativ relativ nahe an dem Wert von 4.17 in der Empirie. Das Autokorrelationsmuster des Outputs kann gut abgebildet werden, jedoch liegen die Werte beim Konsum und dem Reallohn zu hoch. Die Investitionen sowie die Beschäftigung sind im Modell nicht persistent genug. Im Modell ist der Konsum nachhinkend prozyklisch bei einem Quartal und in der Empirie gleichlaufend bei etwas höherer Korrelation. Der Arbeitseinsatz, der Reallohn und die Investitionen weisen eine zu starke kontemporäre Beziehung mit dem Output auf, wobei das nachhinkende Verhalten des Reallohnes in Dänemark vom Modell in keiner Weise abgebildet werden kann. Die Ersparnis verhält sich in diesem Modell einer geschlossenen Volkswirtschaft wie die Investitionen. Verglichen mit den dänischen Werten schwankt sie damit zu wenig, ist zu hoch mit dem Output korreliert und zu persistent.

An dieser Stelle sei nochmals auf die verzerrende Wirkung des HP-Filters auf die Momente hingewiesen. Da jedoch im Modell wie in der Empirie mit dem Filter gearbeitet wird, begeht

man im Grunde in beiden Fällen den gleichen Fehler, so daß ein Vergleich der Implikationen unproblematisch sein dürfte.

Variiert man die Risikoaversion des repräsentativen Haushalts, so ändern sich die Modellimplikationen für die Momente. Um insgesamt Konkavität der Nutzenfunktion zu gewährleisten, muß unter Beachtung von (A.145) und dem gegebenen  $\theta$  von 0.2429  $\sigma > 0.4309$  sein. Für  $\sigma = 0.44$  geht die relative Volatilität von Konsum und Reallohn zurück, während die Investitionen und die Beschäftigung variabler werden. Der Konsum wird nachhinkend bei drei Quartalen (0.66), der Reallohn schwächt seine kontemporäre Korreliertheit mit dem Output ab, und Arbeitseinsatz und Investitionen ändern ihr Verhalten diesbezüglich nicht. Konsum und Reallohn weisen eine stärkere Autokorreliertheit auf. Bei hohen Risikoaversionen ( $\sigma = 10$ ) kehrt sich die Änderung der Variabilitäten genau um: Konsum und Reallohn werden volatiler, Investitionen und Beschäftigung schwanken schwächer. Alle Aggregate verstärken ihre Beziehung mit dem Output auf sehr hohe kontemporäre Werte. Die Persistenz von Konsum und Reallohn nimmt dagegen ab.

Was kann die zusätzliche Einbeziehung des Staates in das Modell im Hinblick auf eine verbesserte Abbildung der Empirie bewirken? Dieser Frage wird im folgenden Abschnitt nachgegangen.

#### 4.2 Das Basismodell mit Staatsaktivität

Um Staatsaktivität in diesem Modell zu modellieren, werden die Staatsausgaben als weitere exogene Störgröße neben dem Technologieschock aufgenommen. Gleichzeitig muß sichergestellt werden, daß das Budget ausgeglichen bleibt. Dies geschieht durch die Einführung einer Einkommensteuer mit dem Steuersatz  $\tau$ . Damit treten folgende Modifikationen der Grundgleichungen des Modells ein:

$$(4.37) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$(4.38) \quad \tau A_t K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha = G_t$$

(4.37) beschreibt die geänderte Inlandsproduktidentität, (4.38) die Forderung nach einem ausgeglichenen Budget. Das geänderte Optimierungsproblem lautet damit:

$$(4.39) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1 - N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\lambda}_t [(1 - \tau) A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1 - \delta) k_t - c_t] \right\}$$

An den Optimumbedingungen ändert sich nicht viel. Die Ableitung nach dem Konsum ändert sich nicht, während die Ableitungen nach dem Arbeitseinsatz und dem Kapitalstock der Folgeperiode um die Steuereinnahmen  $\tau Y_t$  korrigiert werden müssen. Bei der Optimumbedingung



für den Schattenpreis bedient man sich der Bedingung für ein ausgeglichenes Budget und verwendet  $g_t$  anstatt  $\tau Y_t$ .

$$(4.40) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \beta^* (1-\theta) c_t^{\theta(1-\sigma)} (1-N_t)^{(1-\theta)(1-\sigma)-1} (-1) + \tilde{\Lambda}_t (1-\tau) \alpha A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.41) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\tilde{\Lambda}_t \gamma_x + E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} [(1-\tau) A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^{\alpha} + (1-\delta)] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.42) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha} - \gamma_x k_{t+1} + (1-\delta) k_t - c_t - g_t \stackrel{!}{=} 0$$

Die Transversalitätsbedingung (4.9) gilt auch hier unverändert. Die Beziehungen im Steady State gelten weiterhin, müssen jedoch teilweise auch um den Faktor  $(1-\tau)$  erweitert werden:

$$(4.43) \quad \gamma_c = \gamma_I = \gamma_S = \gamma_w = \gamma_Y = \gamma_x = \gamma_K = \gamma_G$$

$$(4.44) \quad \beta^* = \frac{\gamma_x}{1+r}$$

$$(4.45) \quad r = (1-\alpha)(1-\tau) A \left( \frac{k}{N} \right)^{-\alpha} - \delta$$

$$(4.46) \quad \frac{i}{k} = \gamma_x - (1-\delta)$$

$$(4.47) \quad \frac{k}{y} = \left( \frac{k}{N} \right)^{\alpha} \frac{1}{A}$$

$$(4.48) \quad \frac{i}{y} = \frac{(\gamma_x - 1 + \delta)(1-\tau)(1-\alpha)}{r + \delta}$$

$$(4.49) \quad \frac{i}{y} + \frac{c}{y} + \frac{g}{y} = 1$$

$$(4.50) \quad \alpha(1-\tau) \frac{1-N}{N} = \frac{1-\theta}{\theta} \frac{c}{y}$$

Im System der Bedingungen erster Ordnung gelten (4.18) und (4.19) weiter. In  $\eta_A$  muß im Zähler wie im Nenner der Faktor  $1-\tau$  berücksichtigt werden. Bei der Approximation von (4.42) geht zusätzlich die Abweichung der Staatsausgaben vom Steady State als exogene Variable ein.

$$(4.51) \quad \eta_A = \frac{(1-\alpha)A(1-\tau)k^{-\alpha}N^\alpha}{(1-\alpha)A(1-\tau)k^{-\alpha}N^\alpha + 1 - \delta} = \frac{r + \delta}{1+r}$$

$$(4.52) \quad \hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_{t+1} + \eta_A \hat{A}_{t+1} - \alpha \eta_A \hat{k}_{t+1} + \alpha \eta_A \hat{N}_{t+1}$$

$$(4.53) \quad \hat{A}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t - \frac{c}{y}\hat{c}_t - \frac{g}{y}\hat{g}_t + \alpha \hat{N}_t = \gamma_X \frac{k}{y} \hat{k}_{t+1} - (1-\delta) \frac{k}{y} \hat{k}_t$$

Mit diesen Änderungen resultieren die nachstehenden Systemmatrizen. An (4.24) und (4.25) ändert sich nichts.

Für (4.23) ergibt sich dann:

$$(4.54) \quad \left\{ \begin{bmatrix} \alpha \eta_A & -1 \\ \gamma_X \frac{k}{y} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\left[(1-\delta)\frac{k}{y} + 1 - \alpha\right] & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} \\ = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \alpha \eta_A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{c}{y} & \alpha \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \eta_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -\frac{g}{y} \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

(4.54) subsummiert hier die Gleichungen (4.52) und (4.53). Wie im Grundmodell kann durch entsprechendes Einsetzen das fundamentale Differenzgleichungssystem hergeleitet werden.

Zu den in Tabelle 4.1 genannten Parametern treten nur zwei neue hinzu, und zwar der Steuersatz und der Anteil der Staatsausgaben am Inlandsprodukt. Beiden wird ein Wert von 0.2472 zugewiesen, der dem empirischen durchschnittlichen Anteil der Staatsausgaben am Inlandsprodukt entspricht. Die Eigenwerte der Matrix  $W$  lauten jetzt:

1.0928, 0.9537.<sup>66</sup>

Der Prozeß der Staatsausgaben wird um denselben linearen Trend bereinigt wie die in die gemeinsame Trendbestimmung einbezogenen Variablen. Anschließend erfolgt eine Filterung mit dem HP-Filter, nach welcher der verbleibenden zyklischen Komponente ein AR (1)-Prozeß angepaßt wird. Damit ergibt sich der nachstehende Prozeß für die zyklischen Staatsausgaben:

$$(4.55) \quad \hat{g}_{t+1} = \underset{(0.0724)}{0.7261} \hat{g}_t + \varepsilon_{\hat{g},t+1} \quad \text{mit} \quad \sigma_{\varepsilon_{\hat{g},t+1}}^2 = 0.0000614$$

---

<sup>66</sup> In diesem Fall gilt die in Fußnote 61 genannte Implikation nicht. Dies liegt möglicherweise daran, daß der Steuersatz nur einen Einfluß auf den Steady State nimmt, wobei die Staatsausgaben über  $g/y$  auch direkten Einfluß auf die Systemmatrizen nehmen.

In (4.30) tritt dann in  $\varepsilon_t$  die Störgröße der Staatsausgaben hinzu, so daß  $M$  um eine Zeile und eine Spalte erweitert werden muß.

$$\tilde{s}_t = \begin{pmatrix} \hat{k}_t & \hat{A}_t & \hat{g}_t \end{pmatrix}' \quad \text{und} \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{\hat{A},t} & \varepsilon_{\hat{g},t} \end{pmatrix}'$$

Verflechtungen zwischen der staatlichen Störgröße und dem technologischen Schock werden ausgeschlossen.

Damit entwickelt sich der optimale Kapitalstock gemäß

$$(4.56) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9537\hat{k}_t + 0.1837\hat{A}_t - 0.0220\hat{g}_t$$

Die beiden weiteren Gleichungen des Systems (4.30) entsprechen den exogenen Prozessen für die Staatsausgaben und den Technologieschock. Ein Vergleich von (4.56) mit (4.31) zeigt, daß der Prozeß des Kapitalstocks persistenter geworden ist. Dies bedeutet eine langsamere Anpassung an den Steady State nach einer Störung. Der Einfluß des Technologieschocks hat zugenommen, während die Staatsausgaben einen schwach negativen Einfluß auf die Entwicklung von  $\hat{k}_{t+1}$  haben. Bereits hier nimmt die Komplexität der sich ergebenden ARMA-Prozesse für die Modellösungen deutlich zu. So muß bei einer Umschreibung von (4.56) beachtet werden, daß sich der MA-Teil aus zwei verschiedenen exogenen Störgrößen zusammensetzt, die zu einer zusammengefaßt werden müssen. Dies geschieht, indem man die Koeffizienten des MA-Teils so bestimmt, daß die Varianz des Gesamtprozesses mit einer einzigen Störung der des Prozesses mit zwei Störgrößen entspricht. Wie im Grundmodell wird daher nur die Methode von King/Plosser/Rebelo (1990) angewandt.

Die Gleichungen (4.32), (4.33) und (4.35) ändern sich durch die Einbeziehung der Staatstätigkeit nicht. Allein in Gleichung (4.34) erfahren die Investitionen eine Reduktion um die mit dem Anteil der Staatsausgaben am Gesamtoutput gewichteten zyklischen Staatsausgaben.

$$(4.57) \quad \hat{i}_t = \frac{\gamma_x}{\gamma_x - 1 + \delta} \hat{k}_{t+1} - \frac{1 - \delta}{\gamma_x - 1 + \delta} \hat{k}_t = \frac{1}{i/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{i/y} \hat{c}_t - \frac{g/y}{i/y} \hat{g}_t$$

Für die Reaktionskoeffizienten in (4.36) erhält man nun die Werte in Tabelle 4.4.

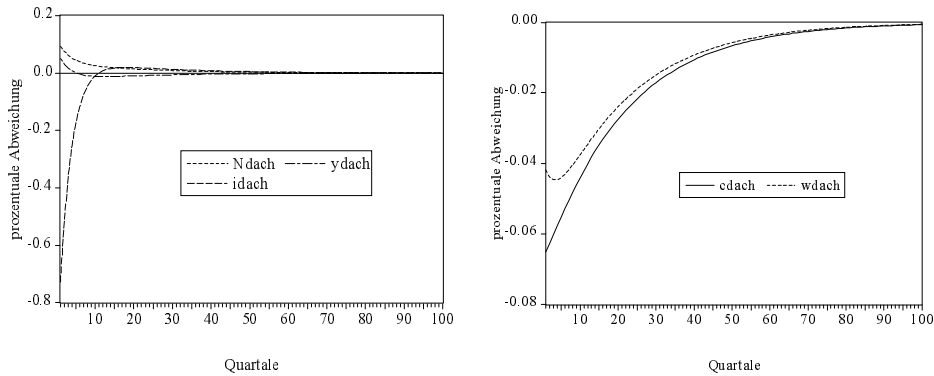
Tabelle 4.4  
Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Staatsaktivität

Variable	Wert des Koeffizienten vor		
	$\hat{k}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{g}_t$
$\hat{y}_t$	0.2540	1.5230	0.0512
$\hat{c}_t$	0.6995	0.3344	-0.0652
$\hat{i}_t$	-0.5313	6.0746	-0.7286
$\hat{N}_t$	-0.3564	0.9509	0.0931
$\hat{w}_t$	0.6104	0.5721	-0.0419

Die Einbeziehung von Staatstätigkeit führt in erster Linie zu einem massiven Crowding Out der privaten Investitionen. Auch der optimale Konsum wird eingeschränkt. Im Steady State sinkt die Investitionsquote von 0.2942 auf 0.2215, die Konsumquote von 0.7058 auf 0.5313. Die geringere Investitionsquote ist auch eine Konsequenz des durch die Steuererhebung gesunkenen Kapitalkoeffizienten  $k/y$ . Dieser sinkt von 9.6774 auf 7.2852. Das bedeutet einen geringeren Kapitalstock und erfordert geringere Investitionen zu seiner Erhaltung. Die Reagibilität der Investitionen, des Konsums sowie des Reallohnes hinsichtlich technologischer Veränderungen nimmt zu, während der Output und der Arbeitseinsatz schwächer reagieren. Eine erhöhte Sensibilität gegenüber Änderungen des Kapitalstocks kann nur für den Konsum, den Arbeitseinsatz und den Reallohn beobachtet werden. Bei den Investitionen und dem Output nimmt diese Reagibilität ab. Insgesamt gesehen sind jedoch die Veränderungen in bezug auf den zyklischen Kapitalstock gering. Die Staatsausgaben selbst üben einen deutlich spürbaren negativen Einfluß nur auf die Investitionen aus. Alle anderen Variablen werden trotz der Steady-State-Implikationen nur schwach tangiert. Die Koeffizienten weisen allesamt Werte absolut kleiner als 0.10 auf. Im Hinblick auf die Wirkungsrichtung von Kapitalstock und Technologieschock, also die Vorzeichen vor den Koeffizienten, treten gegenüber dem Grundmodell ohne staatliche Aktivität keine Änderungen ein.

Abbildung 4.2 zeigt die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen Staatsausgabenschock in der Periode 1.

Abbildung 4.2  
 Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Staatsaktivität  
 einprozentiger Staatsausgabenschock



Der Konsum und der Reallohn bleiben als Folge des Schocks ständig unterhalb des Steady State, während die Investitionen nach elf Quartalen durch die interne Dynamik in den positiven Bereich gelangen. Der Arbeitseinsatz bleibt als einzige Entscheidungsvariable bis zuletzt oberhalb des Steady State, während der Output nach einer anfänglichen Erhöhung schon nach fünf Quartalen negativ vom stationären Punkt abweicht. Der kurzfristige Effekt der Staatsausgabenerhöhung auf den Output beträgt nur 0.05 %. Im übrigen widerspricht das Verhalten vieler Größen dem typischen Muster einer Expansion: Output und Arbeitseinsatz steigen zwar, Investitionen, Konsum und Reallohn sinken jedoch.

Die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen Technologieschock haben dieselben qualitativen Eigenschaften wie im Basismodell und weichen nur in der Intensität der Reaktionen geringfügig vom Basismodell ab, weshalb sie hier nicht wiederholt werden sollen.

Hinsichtlich der konjunkturtheoretisch interessanten Momente der Kontrollvariablen ergibt sich das in der nachstehenden Tabelle 4.5 aufgeführte Ergebnis für die Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen mit dem Output:

Tabelle 4.5  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

			Basismodell mit Staatsaktivität						
			Autokorrelation		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in				
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	3.39	1.00	0.60	0.31	0.31	0.60	1.00	0.60	0.31
$\hat{c}_t$	1.05	0.31	0.83	0.64	0.62	0.69	0.72	0.28	-0.02
$\hat{i}_t$	13.60	4.01	0.59	0.29	0.24	0.55	0.99	0.62	0.36
$\hat{N}_t$	2.18	0.64	0.59	0.29	0.15	0.48	0.96	0.64	0.40
$\hat{w}_t$	1.41	0.42	0.71	0.47	0.52	0.70	0.91	0.46	0.14

Die Einbeziehung des Staates in das Modell bewirkt eine Erhöhung der relativen Variabilität des Konsums von 0.20 auf 0.31. Gleiches trifft für die Investitionen zu, deren relative Volatilität auf 4.01 zunimmt. Beides steht in engem Zusammenhang mit den oben beschriebenen Crowding-Out-Effekten sowie mit der gesteigerten Sensitivität hinsichtlich von Veränderungen des Technologieniveaus. Das Variationsverhalten des Arbeitseinsatzes zeigt eine Abschwächung gegenüber dem Basismodell, während der Reallohn an Variabilität zunimmt. Die absolute Standardabweichung des Outputs nimmt geringfügig ab. Am deutlichsten ändert sich die Beziehung des Konsums zum Output: Er läuft nunmehr parallel mit diesem bei einer erhöhten Korrelation von 0.72. Alle anderen Kontrollgrößen weisen ein nahezu unverändertes Korrelationsmuster auf. Die Autokorrelationsstruktur ändert sich ebenso nur wenig mit Ausnahme des Konsums, der etwas an Persistenz verliert.

Bei einer geringeren Risikoaversion ( $\sigma = 0.44$ ) wird der Konsum nachhinkend bei zwei Quartalen (0.65). Ansonsten ändern sich die Implikationen genau wie im Modell ohne Staat in Abschnitt 4.1.<sup>67</sup>

Insgesamt betrachtet erreicht man tendenziell eine verbesserte Abbildung des Konsum- und Investitionsverhaltens durch die Einbeziehung des Staates in das Modell.

Bevor das Modell um außenwirtschaftliche Elemente erweitert wird, soll untersucht werden, welche Modellimplikationen sich ändern, wenn man unterstellt, daß die Anpassung des Kapitalstocks durch neue Investitionen mit Kosten verbunden ist.

<sup>67</sup> Der Wert von  $\sigma$  zur Sicherstellung der Konkavität der Nutzenfunktion bleibt bei  $\sigma = 0.4309$ .

### 4.3 Das Basismodell mit Anpassungskosten

Um die isolierte Wirkung von Anpassungskosten zu untersuchen, wird die Staatsaktivität wieder aus dem Modell herausgelassen. Die Berücksichtigung von Anpassungskosten erfordert die Modifikation der Gleichung für die Entwicklung des Kapitalstocks (4.3). Modelliert werden diese Kosten über eine Funktion  $\phi$ , die nicht funktional spezifiziert zu werden braucht. Es genügt zu unterstellen, daß die Anpassungskosten mit zunehmendem  $I/K$  steigen, jedoch mit sinkenden Zuwächsen ( $\phi' > 0, \phi'' < 0$ ).

$$(4.58) \quad K_{t+1} = \phi\left(\frac{I_t}{K_t}\right)K_t + (1-\delta)K_t$$

Baxter/Crucini (1993) verwenden diese Funktion als erste in einem internationalen realen Konjunkturmodell. Bei der Kalibrierung müssen drei Größen bestimmt werden, die für die Entwicklung von  $\phi$  nahe dem Steady State verantwortlich sind: Die ersten beiden Parameter determinieren das Verhalten des gleichgewichtigen Tobin's  $q$ <sup>68</sup> sowie den gleichgewichtigen Anteil der Investitionen am Output. Das bedeutet letztlich, die Funktion  $\phi$  sowie deren Ableitung  $\phi'$  im Steady State zu berechnen. Um die Berechnung möglichst einfach handhaben zu können, werden die beiden Parameter so gesetzt, daß das Modell mit Anpassungskosten denselben stationären Punkt erreicht wie das Modell ohne Anpassungskosten. Das impliziert ein Tobin's  $q$  von eins und identische Investitionsquoten  $I/Y$  in beiden Modellvarianten. Der dritte Parameter ist die Elastizität von Tobin's  $q$  in bezug auf  $I/K$ .<sup>69</sup> Die konkrete Ermittlung der Parameter wird im Rahmen der Kalibrierung der Modelle diskutiert.

Das zu untersuchende Optimierungsproblem lautet damit:

$$(4.59) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t [A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - i_t - c_t] + \sum_{t=0}^{\infty} \Theta_t \left[ \phi\left(\frac{i_t}{k_t}\right)k_t + (1-\delta)k_t - \gamma_X k_{t+1} \right] \right\}$$

Hier muß nun eine zweite Nebenbedingung eingeführt werden, da in (4.58) nicht mehr explizit nach den Investitionen aufgelöst werden kann. Deshalb muß auch nach den Investitionen als Kontrollvariable differenziert werden. Die Optimumbedingungen ((4.5) und (4.6)) gelten weiter) lauten dann:

<sup>68</sup> Man kann zeigen, daß  $q = 1/\phi'$ .

<sup>69</sup> Diese lautet formal:  $\xi = [\partial(1/\phi')/\partial(I/K)] \cdot [(I/K)/(1/\phi')]$ .

$$(4.60) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i_t} = -\tilde{\Lambda}_t + \Theta_t \phi' \left( \frac{i_t}{k_t} \right) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.61) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\Theta_t \gamma_X + E_t \left\{ \tilde{\Lambda}_{t+1} \left[ A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha \right] \right. \\ \left. + \Theta_{t+1} \left( \phi' \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \left( -\frac{i_{t+1}}{(k_{t+1})^2} \right) k_{t+1} + \phi \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \cdot 1 + (1-\delta) \right) \right\} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.62) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - i_t - c_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.63) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Theta_t} = \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t + (1-\delta) k_t - \gamma_X k_{t+1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.64) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \Theta_t \gamma_X k_{t+1} = 0^{70}$$

Der neue Schattenpreis  $\Theta_t$  kann zusammen mit der Bedingung (4.60) eliminiert werden:

$$(4.65) \quad \Theta_t = \frac{\tilde{\Lambda}_t}{\phi' \left( \frac{i_t}{k_t} \right)} \quad \text{und} \quad \Theta_{t+1} = \frac{\tilde{\Lambda}_{t+1}}{\phi' \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right)}$$

Aus (4.61) wird dann (4.66):

$$(4.66) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\tilde{\Lambda}_t \gamma_X}{\phi' \left( \frac{i_t}{k_t} \right)} = E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} \left[ A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha - \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} + \frac{\phi \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right)}{\phi' \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right)} + \frac{1-\delta}{\phi' \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right)} \right]$$

Im Steady State gelten wieder die in (4.10) - (4.17) genannten Beziehungen. Die Taylor-Approximationen liefern das Ergebnis, daß (4.18) und (4.19) weiterhin Gültigkeit haben. Für die übrigen Gleichungen erhält man:

$$(4.67) \quad \hat{\lambda}_t + \xi (\hat{i}_t - \hat{k}_t) = \hat{\lambda}_{t+1} + \eta_A \hat{A}_{t+1} - \alpha \eta_A \hat{k}_{t+1} + \alpha \eta_A \hat{N}_{t+1} + \frac{\gamma_X}{1+r} \xi (\hat{i}_{t+1} - \hat{k}_{t+1})^{71}$$

<sup>70</sup> Es ist unklar, welcher Zustandsvariablen der alte Schattenpreis zugewiesen werden muß.

<sup>71</sup> Der Parameter  $\xi$  entsteht im Zusammenhang mit der Anpassungskostenfunktion (vgl. (4.58)).



$$(4.68) \quad \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t = \frac{c}{y}\hat{c}_t + \frac{i}{y}\hat{i}_t$$

$$(4.69) \quad \hat{k}_{t+1} = (\hat{i}_t - \hat{k}_t) \frac{\gamma_X - (1 - \delta)}{\gamma_X} + \hat{k}_t$$

Bei der Berechnung von (4.67) und (4.69) wird beachtet, daß im Steady State gilt:

$$\phi\left(\frac{i}{k}\right) = \frac{i}{k} = \gamma_X - 1 + \delta \quad \text{und} \quad \phi'\left(\frac{i}{k}\right) = 1$$

In (4.67) erhalten Correia/Neves/Rebello (1992b) vor der Differenz der zyklischen Investitionen und des zyklischen Kapitalstocks auf der rechten Seite einen anderen Koeffizienten, und zwar den Faktor  $(1 - \eta_A)\xi$ . Diesen Koeffizienten erhält man aber nur unter der falschen Annahme, daß in (4.66) die Summe des zweiten und dritten Ausdrucks in der eckigen Klammer unbedeutend für die Entwicklung des zyklischen Kapitalstocks und der zyklischen Investitionen ist. Eine solche Vorgehensweise ist jedoch nicht korrekt, denn die angesprochene Summe ist zwar im Steady State gleich null, muß aber bei der Bestimmung der Taylor-Approximation in den Ableitungen berücksichtigt werden.

Zur Vereinfachung des Systems kann man aus (4.67) bis (4.69)  $\hat{i}_t$  und  $\hat{i}_{t+1}$  eliminieren:

$$(4.70) \quad \begin{aligned} \hat{\lambda}_t - \xi \frac{\gamma_X^2}{(1+r)(\gamma_X - 1 + \delta)} \hat{k}_{t+2} + \left( \frac{\xi\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \left[ 1 + \frac{\gamma_X}{1+r} \right] + \alpha\eta_A \right) \hat{k}_{t+1} \\ - \xi \frac{\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_t = \hat{\lambda}_{t+1} + \eta_A \hat{A}_{t+1} + \alpha\eta_A \hat{N}_{t+1} \end{aligned}$$

$$(4.71) \quad \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t = \frac{c}{y}\hat{c}_t + \gamma_X \frac{k}{y} \hat{k}_{t+1} - (1 - \delta) \frac{k}{y} \hat{k}_t$$

Bei dieser Konstellation der Gleichungen kann wegen (4.70) der Fall eintreten, daß Polynome zweiten Grades im Backshift-Operator auftreten, denn in (4.70) taucht der Kapitalstock zu drei unterschiedlichen Zeitpunkten auf: in  $t+2$ ,  $t+1$  und in  $t$ . Um dies bei der Umschreibung des Systems zu vermeiden, werden die Modellgleichungen derart verzögert aufgeschrieben, daß maximal Polynome ersten Grades im Operator auftauchen. Dies bedeutet, daß (4.70) um eine Periode verzögert werden muß:

$$(4.72) \quad \begin{aligned} \hat{\lambda}_{t-1} - \xi \frac{\gamma_X^2}{(1+r)(\gamma_X - 1 + \delta)} \hat{k}_{t+1} + \left( \frac{\xi\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \left[ 1 + \frac{\gamma_X}{1+r} \right] + \alpha\eta_A \right) \hat{k}_t \\ - \xi \frac{\gamma_X}{\gamma_X - 1 + \delta} \hat{k}_{t-1} = \hat{\lambda}_t + \eta_A \hat{A}_t + \alpha\eta_A \hat{N}_t \end{aligned}$$

Somit liegen nun zwei Gleichungen vor, die die Beziehungen zwischen dem Vektor der Zustands- und Kozustandsvariablen einerseits und den Kontrollvariablen und exogenen Variablen andererseits beschreiben. Um nun dieses System in der erforderlichen Form aufschreiben zu können, müssen sowohl die Zustandsvariable  $\hat{k}_t$  als auch der Schattenpreis  $\hat{\lambda}_t$  in verzögerter Form aufgenommen werden. Man erhält damit für (4.22) und (4.23):

$$(4.73) \quad \begin{bmatrix} -\sigma & -\theta(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ 1-\sigma & -\left[\{\theta(1-\sigma)-1\}\frac{N}{1-N} + \alpha - 1\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{k}_{t-1} \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{\lambda}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

$$(4.74) \quad \left\{ \begin{bmatrix} -\frac{\xi\gamma_X^2}{(1+r)(\gamma_X-1+\delta)} & \frac{\xi\gamma_X}{\gamma_X-1+\delta} \left(1 + \frac{\gamma_X}{1+r}\right) + \alpha\eta_A & 0 & -1 \\ \gamma_X \frac{k}{y} & -\left[(1-\delta)\frac{k}{y} + 1 - \alpha\right] & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\xi\gamma_X}{\gamma_X-1+\delta} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} \\ = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \alpha\eta_A \\ -\frac{c}{y} & \alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_A & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Im Gleichungssystem (4.74) taucht nun das Problem auf, daß die Matrix  $Mss_0^*$  aufgrund der Nullspalte (dritte Spalte der linken Matrix) nicht invertierbar ist. Da aber der Lösungsalgorithmus von King/Plosser/Rebelo (1990) auf der Invertierung dieser Matrix basiert, kann das Modell in der vorliegenden Form nicht gelöst werden.<sup>72</sup>

Eine Möglichkeit der Problemlösung könnte darin bestehen, anstelle des verzögerten Kapitalstocks und des verzögerten Schattenpreises die zyklischen Investitionen im System zu belassen und in den Vektor der Zustandsvariablen aufzunehmen. Dies wäre zwar inhaltlich nicht korrekt, da die Höhe der Investitionen tatsächlich in den Entscheidungsbereich des Haushalts fällt, böte jedoch eventuell die Möglichkeit, die Inversionsprobleme zu umgehen.

Das System (4.74) lautet dann:

---

<sup>72</sup> An sich wäre die Nullspalte in  $Mss_0$  nicht so gravierend, da von dieser noch das Produkt weiterer Systemmatrizen abgezogen werden muß. Allerdings ist diese zu subtrahierende Matrix eine Nullmatrix, so daß  $Mss_0$  und  $Mss_0^*$  übereinstimmen.

$$(4.75) \quad \left\{ \begin{bmatrix} \alpha\eta_A + \frac{\xi\gamma_X}{1+r} & -\frac{\xi\gamma_X}{1+r} & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\xi & \xi & 1 \\ \frac{(1-\delta)}{\gamma_X} & -\left(\frac{\gamma_X-1+\delta}{\gamma_X}\right) & 0 \\ -(1-\alpha) & \frac{i}{y} & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{i}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & \alpha\eta_A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{c}{y} & \alpha \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} \eta_A & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

Auch dieser Ansatz führt nicht weiter. Nach wie vor kann die Matrix  $Mss_0^*$  nicht invertiert werden.<sup>73</sup> Weitere Manipulationen an den Matrizen und Vektoren sind nicht möglich. Es hat somit den Anschein, daß dieses Modell mit Anpassungskosten allein eine zu komplexe dynamische Struktur aufweist, um sie mit dem King/Plosser/Rebelo (1990)-Algorithmus zu erfassen.

King/Watson (1996) stellen einen Algorithmus vor, der es erlaubt, lineare Differenzgleichungssysteme mit einer singulären Übergangsmatrix zu lösen. Mit diesem Ansatz kann das vorliegende Problem möglicherweise gelöst werden, würde jedoch an dieser Stelle den Rahmen der Arbeit sprengen.<sup>74</sup>

#### 4.4 Das Basismodell mit Außenhandel

Weltwirtschaftlich betrachtet muß Dänemark zur Gruppe der kleinen offenen Volkswirtschaften gerechnet werden. Ausgehend von dieser Überlegung wird im folgenden untersucht, welche grundlegenden Modellergebnisse resultieren, wenn man Außenhandel zuläßt. Es handelt sich dabei um die einfachste Struktur eines Modells eines kleinen Landes, welches einem exogen gegebenen Weltmarktzinssatz gegenübersteht. Es gibt kein Bevölkerungswachstum, keine staatliche Aktivität sowie keine Anpassungskosten im Zuge von Investitionen.

An der Nutzenfunktion (4.1) sowie an der Kapitalstockentwicklungsgleichung (4.3) ändert sich nichts. Jedoch tritt nun eine zweite Bewegungsgleichung für den Bestand an ausländischen Wertpapieren hinzu. Daneben ändert sich die Inlandsproduktidentität durch die Aufnahme des Handelsbilanzsaldos.

$$(4.76) \quad Y_t = C_t + I_t + TB_t$$

<sup>73</sup> In diesem Fall ist sogar die zu subtrahierende Matrix nicht die Nullmatrix. Trotzdem bleibt die Singularität von  $Mss_0^*$  erhalten.

<sup>74</sup> Für eine konkrete Anwendung des King/Watson (1996)-Ansatzes siehe Ehlgen (1997).

$$(4.77) \quad TB_t = B_{t+1} - (1+r_t^*)B_t \Leftrightarrow B_{t+1} = TB_t + (1+r_t^*)B_t$$

Der repräsentative Haushalt hat lediglich Zugang zu einem Wertpapiermarkt, auf dem ausländische Vermögensaktiva  $B_t$  gehandelt werden, deren Ertrag  $r_t^*$  beträgt und der für das kleine Land den exogen gegebenen Weltmarktzinssatz darstellt. Der Handelsbilanzsaldo  $TB_t$  entspricht daher der Änderung in den gehaltenen Wertpapierbeständen zwischen der Periode  $t$  und  $t+1$  abzüglich der Zinserträge.

Das modifizierte Optimierungskalkül lautet dann:

$$(4.78) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t \left[ A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1-\delta)k_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*)b_t \right] \right\}$$

Die Bedingungen erster Ordnung lauten damit ((4.5), (4.6) und (4.9) gelten weiter):

$$(4.79) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\tilde{\Lambda}_t \gamma_X + E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} \left[ A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha + (1-\delta) \right] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.80) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_{t+1}} = -\tilde{\Lambda}_t \gamma_X + E_t \left[ \tilde{\Lambda}_{t+1} (1+r_{t+1}^*) \right] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.81) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1-\delta)k_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*)b_t \stackrel{!}{=} 0$$

Im Steady State gelten wieder die in (4.10) bis (4.15) und (4.17) genannten Beziehungen. Anstelle von  $r$  muß jetzt allerdings in (4.11), (4.12) und (4.15) der gleichgewichtige Weltmarktzinssatz  $r^*$  gesetzt werden. Die Inlandsproduktidentität (4.16) muß um den Handelsbilanzsaldo erweitert werden:

$$(4.82) \quad \frac{i}{y} + \frac{tb}{y} + \frac{c}{y} = 1$$

Die Taylor-Approximationen liefern das Ergebnis, daß (4.18), (4.19) und (4.20) weiterhin Gültigkeit haben. Für die übrigen Gleichungen erhält man:

$$(4.83) \quad \hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_{t+1} + \frac{r^*}{1+r^*} \hat{r}_{t+1}^*$$

$$(4.84) \quad \hat{A}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t = \frac{c}{y}\hat{c}_t + \gamma_X \frac{b}{y}\hat{b}_{t+1} - (1+r^*)\frac{b}{y}\hat{b}_t - r^* \frac{b}{y}\hat{r}_t^* + \gamma_X \frac{k}{y}\hat{k}_{t+1} - (1-\delta)\frac{k}{y}\hat{k}_t$$

Für die Systeme (4.22) und (4.23) ergibt sich jetzt:

$$(4.85) \quad \begin{bmatrix} -\sigma & -\theta(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ 1-\sigma & -\left[\theta(1-\sigma)-1\right]\frac{N}{1-N} + \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1-\alpha & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{b}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{r}_t^* \end{bmatrix}$$

$$(4.86) \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \alpha\eta_A & 0 & -1 \\ \gamma_x \frac{k}{y} & \gamma_x \frac{b}{y} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\left[(1-\delta)\frac{k}{y} + 1 - \alpha\right] & -(1+r^*)\frac{b}{y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{b}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \alpha\eta_A \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{c}{y} & \alpha \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{r^*}{1+r^*} \\ \eta_A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & r^* \frac{b}{y} \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{r}_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

Zu den Parametern tritt nun das Verhältnis ausländischer Vermögenstitel zum Output hinzu. Dieses wird endogen bestimmt über den Anteil der Nettoexporte am Output  $tb/y$ :

$$(4.87) \quad \frac{b}{y} = \frac{tb}{y} / (\gamma_x - 1 - r^*)$$

In Dänemark betrug der durchschnittliche Anteil der Handelsbilanz am Inlandsprodukt für die Jahre 1971:1 bis 1991:4 -0.0198, so daß die Dänen im Mittel mehr importiert als exportiert haben. Mit diesem Wert ergibt sich für (4.87), daß das Verhältnis ausländischer Wertpapiere zum Inlandsprodukt im Durchschnitt 1.24 betrug. Für den Weltmarktzinssatz gilt hier das gleiche wie im Falle der geschlossenen Volkswirtschaft, so daß  $r^*$  auf 0.0215 gesetzt wird.

Die Eigenwerte der Matrix  $W$ , welche die Dynamik bestimmen, lauten jetzt:

1.0160, 1.0, 0.0.

An dieser Stelle taucht erstmals ein Instabilitätsproblem auf. Zwei der insgesamt drei Eigenwerte sind größer als oder gleich eins. Das Lösungsverfahren von King/Plosser/Rebelo (1990) erlaubt jedoch nur die Eliminierung so vieler Eigenwerte größer als oder gleich eins, wie Kozustandsvariablen existieren. In diesem Fall liegt jedoch nur eine Kozustandsvariable vor, so daß die Einheitswurzel erhalten bleibt und sich auf die anderen Größen überträgt. Dies bedeutet, daß im folgenden eine Filterung der sich für den Kapitalstock und den Bestand an ausländischen Vermögenstiteln ergebenden Prozesse zwingend notwendig ist, während sie zuvor hätte unterbleiben können. Aus Gründen der Vergleichbarkeit wurde jedoch von Anfang an eine HP-Filterung der Prozesse vorgenommen, insbesondere auch wegen der im empirischen Teil ange-

sprochenen Problematik der Stationarität der nach linearer Trendbereinigung verbleibenden zyklischen Komponenten.

Im Modell von Mendoza (1991) taucht das Instabilitätsproblem nicht auf. Dies liegt im wesentlichen an der verwendeten Nutzenfunktion, die eine endogene Zeitpräferenzrate impliziert: Mit steigendem vergangenem Konsum nimmt die Zeitpräferenzrate zu und damit der Diskontierungsfaktor ab.<sup>75</sup> Cardia (1991), Lundvik (1992a) und Leiderman/Razin (1989) erreichen Stabilität im Rahmen des auf Blanchard (1985) zurückgehenden Ansatzes überlappender Generationen, in denen die Individuen sich einer positiven Sterbewahrscheinlichkeit gegenübersehen. Eine dritte Möglichkeit, Stationarität zu gewährleisten, eröffnet sich durch die Aufnahme des Wertpapierbestandes als Argument in die Nutzenfunktion. Bruno/Portier (1995) unterstellen einen negativen Einfluß von  $B_t$  auf das Nutzenniveau, so daß die Haushalte inländische Wertpapiere bevorzugen (die nicht explizit modelliert werden). Steigt nun z.B. der internationale Zinssatz kurzfristig (über den inländischen), so kommt es nicht zu einer unendlichen Nachfrage nach ausländischen Wertpapieren. Diese werden nur so lange nachgefragt, bis der negative Grenznutzen und der Ertrag der Wertpapierhaltung zum Ausgleich kommen. In allen genannten Arbeiten (mit Ausnahme der von Lundvik (1992a)) wird kein deterministischer technischer Fortschritt  $X_t$  modelliert. Inwieweit diese Nutzenfunktionen mit gleichgewichtigem Wachstum vereinbar sind, bleibt somit offen.

Zur Bestimmung des Prozesses für den exogenen Weltmarktzinssatz wird Standard and Poor's 500 Index<sup>76</sup> (Citibase-Bezeichnung FSPCOM) verwendet, und zwar für den Zeitraum von 1971:1 bis 1991:4. Berechnet man dessen Jahreswachstumsrate, so hat man ein Maß für den Ertrag, den diese 500 Aktien im Durchschnitt erwirtschaftet haben. Bestimmt man anschließend die prozentuale Abweichung der Reihe von ihrem Mittelwert, so erhält man ein empirisches Äquivalent zu dem exogenen Prozeß  $\hat{r}_t^*$  im Modell. Wenn man nun dieser Reihe einen AR (1)-Prozeß anpaßt, kann man die geschätzten Parameter für die Autokorrelation und den Standardfehler als statistische Kenngrößen für den exogenen Prozeß des Weltmarktzinssatzes im Modell verwenden. Das liefert:

$$(4.88) \quad \hat{r}_{t+1}^* = 0.7987 \hat{r}_t^* + \varepsilon_{\hat{r}^*, t+1} \quad \text{mit} \quad \sigma_{\varepsilon_{\hat{r}^*, t+1}}^2 = 0.0001212$$

(0.0673)

Für den Technologieschock gilt weiterhin (4.29). In (4.30) muß der Vektor der exogenen Störungen um die Störgröße des Prozesses für den Weltmarktzinssatz erweitert werden, während zum Vektor der Zustandsvariablen  $\hat{r}_t^*$  und  $\hat{b}_t$  hinzukommen:

---

<sup>75</sup> Die Nutzenfunktion geht auf Epstein (1983) zurück.

<sup>76</sup> Dieser Index umfaßt die 500 größten amerikanischen Unternehmen und wird häufig als ein für kleine Länder repräsentatives internationales Portfolio herangezogen (siehe z.B. Correia/Neves/Rebelo (1992a)).

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{b}_t \quad \hat{A}_t \quad \hat{r}_t^* \right)' \text{ und } \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{r}^*,t} \right)'$$

Verflechtungen zwischen den Zinssatzstörungen und dem Technologieschock werden - in Analogie zu den Staatsausgabenschocks - ausgeschlossen, um die isolierten Wirkungen herauszuarbeiten.

Die optimalen Entscheidungsregeln für den Kapitalstock und den Wertpapierbestand lauten dann:

$$(4.89) \quad \hat{k}_{t+1} = -0.2223\hat{k}_t - 0.0273\hat{b}_t + 6.4981\hat{A}_t - 1.5717\hat{r}_t^*$$

$$(4.90) \quad \hat{b}_{t+1} = 9.9626\hat{k}_t + 1.2223\hat{b}_t - 49.7963\hat{A}_t + 12.5041\hat{r}_t^*$$

Die beiden weiteren Gleichungen von (4.30) entsprechen den Gleichungen für die exogenen Prozesse von  $\hat{A}_t$  und  $\hat{r}_t^*$ . An (4.89) überrascht der Koeffizient vor dem verzögerten Kapitalstock: Der Kapitalstock ist nunmehr negativ korreliert mit seiner verzögerten Realisation. Der Prozeß für die Wertpapierhaltung ist instabil aufgrund der sich auf die Systemmatrix  $M$  übertragenden Einheitswurzel. Im übrigen reagieren die Wertpapiere sehr sensitiv auf Änderungen des Technologieniveaus und des Zinssatzes.

Aufgrund der Einbeziehung des Außenhandels erweitert sich die Gruppe der Kontrollvariablen um den Handelsbilanzsaldo. Man kann nun auch zusätzlich die Implikationen für die Grundersparnis (Sparen interpretiert als Nichtkonsum  $S=Y-C$ ) untersuchen. Schließlich könnte man auch die Implikationen für die Leistungsbilanz untersuchen. Aus Gründen der Verfügbarkeit der empirischen Daten (insbesondere als Quartalsdaten) wird darauf jedoch verzichtet.

Die Gleichungen (4.32) bis (4.34) können direkt übernommen werden. Aus (4.77) kann die Taylor-Approximation für die Handelsbilanz berechnet werden. Die Grundersparnis kann direkt aus ihrer Definition heraus um den Steady State approximiert werden.

Die neu hinzutretenden Gleichungen lauten damit:

$$(4.91) \quad t\hat{b}_t = \gamma_x \frac{b/y}{tb/y} \hat{b}_{t+1} - (1+r^*) \frac{b/y}{tb/y} \hat{b}_t - r^* \frac{b/y}{tb/y} \hat{r}_t^* = \frac{1}{tb/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{tb/y} \hat{c}_t - \frac{i/y}{tb/y} \hat{i}_t$$

$$(4.92) \quad \hat{s}_t = \frac{1}{1-c/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{1-c/y} \hat{c}_t$$

Um eine möglichst große Übereinstimmung zwischen den Modellvariablen und den empirischen Pendanten zu gewährleisten, wird (4.91) auf beiden Seiten mit  $tb/y$  multipliziert. Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die zyklische Handelsbilanz  $t\hat{b}_t$  die Abweichung vom

Steady State darstellt, kann (4.91) in folgende Form gebracht werden, die dem empirischen Maß der Abweichung vom Mittelwert  $(tb/y)_t - tb/y$  sehr nahe kommt:

$$(4.93) \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} = \gamma_x \frac{b}{y} \hat{b}_{t+1} - (1+r^*) \frac{b}{y} \hat{b}_t - r^* \frac{b}{y} \hat{r}_t^* = \hat{y}_t - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \frac{i}{y} \hat{i}_t$$

Für die Matrix  $\Pi$  des Systems (4.36) ergeben sich damit die in Tabelle 4.6 genannten Koeffizienten.

Tabelle 4.6  
Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel

Variable	Wert des Koeffizienten vor			
	$\hat{k}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{r}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.7599	-0.0054	1.7169	0.0738
$\hat{c}_t$	0.0556	0.0068	0.0875	-0.0939
$\hat{i}_t$	-39.4256	-0.9022	214.9070	-51.9809
$\hat{N}_t$	0.5635	-0.0097	1.3035	0.1341
$\hat{w}_t$	0.1964	0.0044	0.4134	-0.0604
$\hat{s}_t$	2.6224	-0.0376	6.0258	0.5171
$(tb_t/y) - (tb/y)$	12.3183	0.2551	-61.5708	15.4343

Der ausländische Wertpapierbestand hat in erster Linie einen Einfluß auf die Investitionen, die Handelsbilanz und die Ersparnis. Während sich die Handelsbilanz durch zunehmende Wertpapierhaltung verbessert, gehen die Investitionen und die Ersparnis im gleichen Zuge zurück. Im Gegensatz zum Basismodell führt eine positive Abweichung des Kapitalstocks vom stationären Wert nun zu einer Erhöhung des Arbeitseinsatzes. Lediglich die Investitionen verstärken ihre negative Reaktion auf -39.4256, einen extrem niedrigen Wert. Der Output reagiert nun stärker auf den zyklischen Kapitalstock als der Reallohn im Vergleich zum Basismodell, während der Einfluß auf den Konsum deutlich an Intensität abgenommen hat.

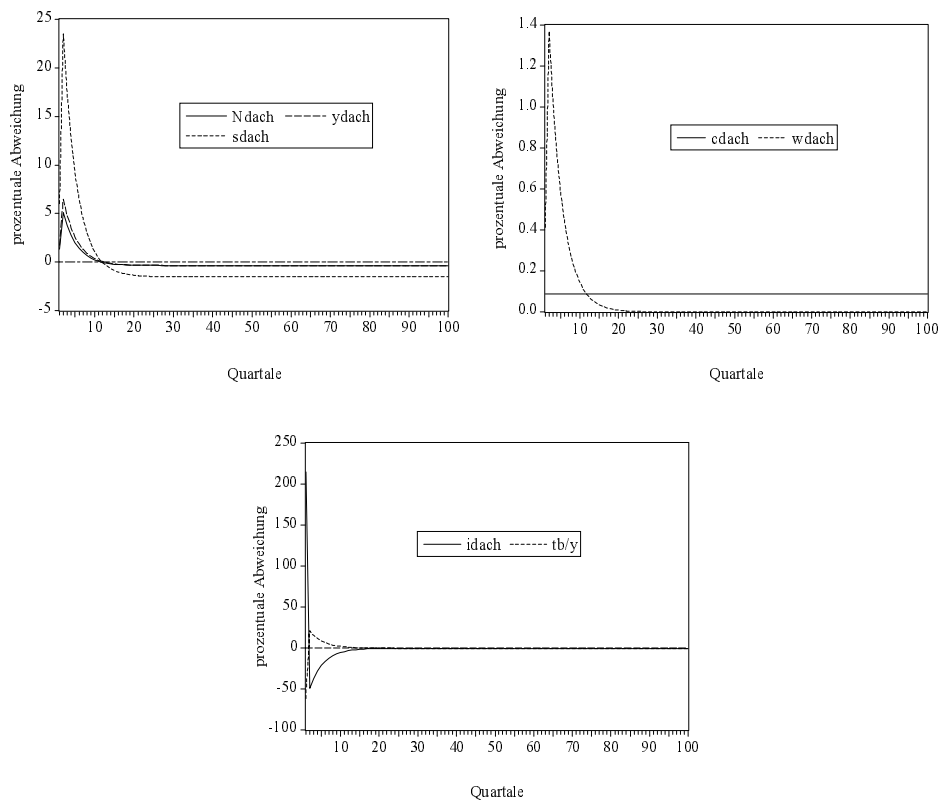
Der technologische Schock behält seine Wirkungsrichtung bei, zeigt jedoch bei den Investitionen eine extrem starke Wirkung: Ein einprozentiger Technologieschock führt zu einer 214prozentigen Erhöhung der Investitionen. Allein die Handelsbilanz reagiert mit einer enormen Verschlechterung auf den Schock.

Der exogene Realzinssatz wirkt stimulierend auf den Arbeitseinsatz, den Output sowie die Ersparnis und die Handelsbilanz. Der Konsum, die Investitionen und der Reallohn sinken infolge eines Anstiegs des Zinssatzes. Wieder werden insbesondere die Investitionen, die Ersparnis und die Handelsbilanz stark beeinflusst.



Die Anpassung an einen einmaligen einprozentigen technologischen Schock zeigen die nachstehenden Graphiken, die in Abbildung 4.3 zusammengefaßt sind.

Abbildung 4.3  
Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel  
einprozentiger Technologieschock



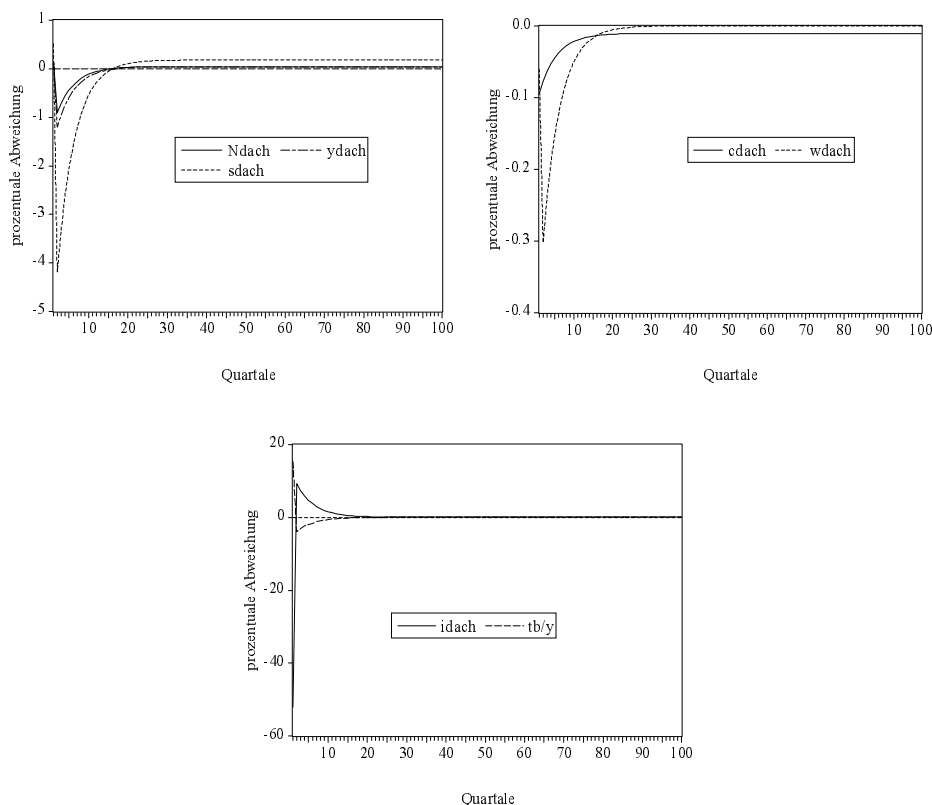
An den Graphiken kann man gut die dynamischen Reaktionsmuster ablesen. Output, Arbeitsinsatz und Ersparnis weisen die gleiche Reaktion auf den technologischen Schock auf. Merkwürdig ist die maximale Reaktion in der Periode nach dem Schock, nicht in derselben Periode. Dies gilt auch für den Reallohn, wobei dieser aber nicht wie die erstgenannten drei (im 12. bzw. 13. Quartal) negativ vom stationären Punkt abweicht. Investitionen und Handelsbilanz zeigen eine spiegelbildliche Entwicklung. Die anfänglich stark negative Reaktion der Handelsbilanz schlägt noch in der Folgeperiode in eine positive um, wobei der Steady State nicht mehr erreicht wird. Genau umgekehrt ist es bei den Investitionen. Sie reagieren zunächst mit einer starken Ausdehnung, fallen aber danach sofort ins Negative, da sich die interne Dynamik durchsetzt. Auch sie nähern sich nicht mehr dem alten Gleichgewicht. Dies stellt eine Besonderheit dieses Modells dar, die in der Nichtstationarität des Wertpapierbestandes begründet liegt. Eine einmalige Abweichung vom Gleichgewicht genügt, um die Entwicklung der Variablen permanent von diesem stationären Punkt abweichen zu lassen. Einzige Ausnahme davon ist der zyklische Reallohn, der sich tatsächlich wieder dem Gleichgewichtswert annähert, somit also stabil ist. Der Konsum ändert sich nur ein einziges Mal zum Zeitpunkt des Auftretens des

Schocks und bleibt danach unverändert. Der technologische Schock hat damit einen permanenten Einfluß auf den zyklischen Konsum.

Trotz der anfänglichen Verbesserung von Output, Beschäftigung, Reallohn und Ersparnis wird langfristig ein neuer Steady State unterhalb des alten realisiert, so daß im Endeffekt die Produktivitätssteigerung nur zu einer Erhöhung des Konsums und der Wertpapierhaltung führt.

Die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen Realzinssatzschock werden in Abbildung 4.4 wiedergegeben.

Abbildung 4.4  
Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel  
einprozentiger Realzinssatzschock



Dabei gleichen sich die Anpassungen in qualitativer Hinsicht sehr. Die Dynamik wird im wesentlichen wieder von den internen Mechanismen, insbesondere durch die Entwicklung der Wertpapierhaltung geprägt. Wieder beobachtet man bei allen Variablen - außer beim Konsum - eine maximale Reaktion in der zweiten Periode nach Auftreten des Schocks, wobei die zunächst positive Reaktion der Ersparnis aufgrund des negativen Einflusses steigender Wertpapierhaltung in eine stark negative umschlägt. Die Investitionen reagieren zunächst mit einem starken Rückgang auf die Zinssatzsteigerung, schießen aber schon in der nächsten Periode deutlich nach oben über den Steady State hinaus. Genau gegenläufig zeigt sich die Reaktion der Handelsbilanz, die sich zunächst verbessert, um sich danach sofort zu verschlechtern und

erst allmählich einem neuen Gleichgewichtswert anzunähern. Zwischen dem 16. und dem 18. Quartal weichen die Ersparnis, die Beschäftigung und der Output nach oben vom stationären Punkt ab, spiegelbildlich zur negativen Abweichung bei technologischen Schocks. Die nicht-stationäre Entwicklung der Wertpapiere dominiert hier die interne Modelldynamik und diese die gesamte Dynamik.

Auch hier erfolgt - mit Ausnahme des Reallohnes - keine Annäherung an den Steady State mehr. Langfristig verschlechtern sich die Wertpapierhaltung und der Konsum, während alle anderen Aggregate einen höheren neuen stationären Punkt erreichen. Insbesondere die Ersparnis zeigt eine deutliche Verbesserung aufgrund des gestiegenen Zinssatzes.

Für die Momente der Kontrollvariablen berechnet man das in der folgenden Tabelle 4.7 aufgeführte Ergebnis:

Tabelle 4.7  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Basismodell mit Außenhandel

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	14.43	1.00	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\hat{c}_t$	0.25	0.02	0.70	0.45	0.41	0.53	0.66	0.66	0.20
$\hat{i}_t$	433.01	30.01	-0.14	-0.11	-0.26	-0.37	-0.22	0.48	0.34
$\hat{N}_t$	11.41	0.79	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\hat{w}_t$	3.02	0.21	0.74	0.38	0.38	0.72	1.00	0.73	0.37
$\hat{s}_t$	52.16	3.61	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	131.37		-0.13	-0.10	0.30	0.43	0.32	-0.39	-0.29

Im Gegensatz zum Basismodell entwickelt sich der Konsum nun gleichlaufend mit dem Output mit einer leichten Tendenz vorzulaufen (mit einem Quartal). Seine relative Variabilität nimmt jedoch stark ab auf 0.02.  $\hat{N}$ ,  $\hat{w}$  und  $\hat{s}$  weisen eine perfekte kontemporäre Korrelation mit dem Output auf und haben ein identisches Korrelations- und Autokorrelationsmuster. Die Handelsbilanz und die Investitionen sind ungewöhnlich negativ autokorreliert<sup>77</sup> und haben mit dem Output eine bemerkenswerte Korrelation, die bei den Investitionen als prozyklisches Vorlaufen

<sup>77</sup> Das wird auch an den in den Impulsantwortfunktionen auf einen technologischen Schock zum Ausdruck kommenden stark entgegengesetzten Reaktionen deutlich: zunächst ein Anstieg, dann ein starkes Abfallen bei den Investitionen. Mendoza (1991) erhält das gleiche Ergebnis (vgl. seine Abbildungen 2 und 3 auf der Seite 808).

mit einem Quartal und bei der Handelsbilanz mit einem prozyklischen Nachhinken ebenfalls von einem Quartal beschrieben werden können. Beide Aggregate schwanken im Vergleich zur Empirie (absolut) extrem stark, was im übrigen auch für die Ersparnis gilt. Eine relative Standardabweichung der Handelsbilanz kann nicht ermittelt werden, da die beiden Komponenten nicht auf die gleiche Weise berechnet worden sind und damit ein relativer Vergleich nicht möglich ist (vgl. auch Abschnitt 3.1.2).

Die hohen Standardabweichungen der Investitionen, der Handelsbilanz und der Ersparnis liegen in dem Auseinanderfallen von Investitions- und Sparentscheidung des Haushaltes in einer kleinen offenen Volkswirtschaft begründet.<sup>78</sup> Auf einen Produktivitätsschock hin können die Investitionen so angepaßt werden, daß die erwarteten Erträge des inländischen Kapitals und der Wertpapiere wieder zum Ausgleich kommen. Es bestehen keine Anreize, den Konsum anzupassen, da die optimale Änderung der Ersparnis über eine Anpassung der Handelsbilanz erreicht werden kann (um die erwartete intertemporale Substitutionselastizität mit der risikofreien Ertragsrate auszugleichen). Daher weist der Konsum eine sehr geringe Variabilität auf, während die Investitionen und die Handelsbilanz stark schwanken. In einer geschlossenen Volkswirtschaft sind die Investitions- und Ersparnisentscheidungen identisch. Die Investitionen werden dort angepaßt, um den Konsumstrom zu glätten und um den Konsum zwischen verschiedenen Zeitpunkten zu substituieren. Letzteres ist deswegen möglich, weil der Zinssatz  $r$  endogen ist. In einer kleinen offenen Volkswirtschaft hingegen tritt die Substitution des Konsums zwischen verschiedenen Perioden nicht auf, da  $r^*$  exogen ist.<sup>79</sup> Die Konsumglättung erfolgt hier über die Handelsbilanz.

Eine Variation der Risikoaversion führt für  $\sigma = 0.44$  zu einer starken Zunahme der absoluten Variabilitäten aller Größen mit Ausnahme des Reallohnes.<sup>80</sup> So steigt z.B. die Standardabweichung des zyklischen Outputs auf 25.37 % an. Auch die relativen Volatilitäten nehmen deutlich zu, wobei gleichzeitig die relative Variabilität des Reallohnes stark absinkt. Die Kreuzkorrelation des Konsums mit dem Output schlägt in eine perfekt negative um (-0.996), während die

---

<sup>78</sup> Vgl. dazu auch Mendoza (1991).

<sup>79</sup> Die Tatsache, daß  $r^*$  stochastisch ist, ändert daran prinzipiell nichts. Mendoza (1991) zeigt, daß die Ergebnisse bei konstantem exogenen Zinssatz und bei stochastischem kaum unterschiedlich sind. Allerdings stellt diese Neutralität von Zinssatzschocks kein allgemeines Resultat dar. Mendoza (1988) zeigt, daß dies nur dann gilt, wenn der durchschnittliche Zinssatz gering ist und wenn ausländische Zinszahlungen nur einen kleinen Anteil des Bruttoinlandsproduktes ausmachen. Im vorliegenden Modell fallen die Effekte des exogenen Weltmarktzinssatzes jedoch stärker aus, wie man an der Reaktion des Konsums in Abbildung 4.4. ablesen kann. Vermutlich liegt dies in dem höheren gleichgewichtigen Zinssatz von 8.6 % begründet.

<sup>80</sup>  $\sigma$  muß hier (wie auch später in Abschnitt 4.6) größer als 0.4292 sein, um Konkavität der Nutzenfunktion sicherzustellen.

Autokorrelationen sinken und nur bei der Handelsbilanz und den Investitionen unverändert bleiben. Für hohe Risikoaversionen ( $\sigma = 10$ ) schwanken nur Konsum und Reallohn stärker als bei  $\sigma = 1$  (absolut und relativ), alle anderen Aggregate büßen an Volatilität ein. Der Konsum ist jetzt perfekt positiv korreliert mit dem Output (0.999). Seine Autokorrelation steigt für das erste Lag und sinkt für die folgenden. Beschäftigung, Output, Reallohn und Ersparnis werden persistenter, Investitionen und Handelsbilanz nicht.

Gemessen an der Abbildungsgenauigkeit des Basismodells kann im vorliegenden Fall nur eine verbesserte Abbildung der relativen Volatilität der Ersparnis erreicht werden. Alle anderen Variablen, insbesondere auch die Handelsbilanz, werden schlecht oder verschlechtert abgebildet. So kann in keiner Weise die Antizyklizität der Handelsbilanz erklärt werden. Bevor der Einfluß von Anpassungskosten untersucht wird, sollen die Modellimplikationen bei Hinzunahme des Staates diskutiert werden.

#### 4.5 Das Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität

Wie in Abschnitt 4.1 soll im Gleichgewicht wieder ein ausgeglichenes Budget herrschen. Die Inlandsproduktidentität (4.76) muß natürlich um die Staatsausgaben erweitert werden:

$$(4.94) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t + TB_t$$

Das geänderte Optimierungsproblem lautet dann:

$$(4.95) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t \left[ (1-\tau) A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1-\delta) k_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*) b_t \right] \right\}$$

Die Optimumbedingung für den Arbeitseinsatz entspricht nun wieder der Gleichung (4.40), während die des Konsums identisch mit (4.5) ist. Bei der Ableitung nach dem Kapitalstock der Folgeperiode muß wieder der Faktor  $(1-\tau)$  beachtet werden, bei der nach dem Schattenpreis die Bedingung des ausgeglichenen Budgets.

$$(4.96) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = -\tilde{\Lambda}_t \gamma_X + E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} \left[ (1-\tau) A_{t+1} (1-\alpha) k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha + (1-\delta) \right] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(4.97) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - \gamma_X k_{t+1} + (1-\delta) k_t - c_t - g_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*) b_t \stackrel{!}{=} 0$$

Für den Steady State gelten weiterhin die Beziehungen (4.43) bis (4.48) sowie (4.50),<sup>81</sup> während für die Inlandsproduktidentität wegen (4.94) gilt:

$$(4.98) \quad \frac{i}{y} + \frac{c}{y} + \frac{g}{y} + \frac{tb}{y} = 1$$

Der Parameter  $\eta_A$  bestimmt sich über (4.51), mit  $r^*$  anstelle von  $r$ .

Die Taylor-Approximationen (4.18) bis (4.20) haben weiterhin Gültigkeit. Gleiches trifft auf (4.83) zu. (4.97) impliziert:

$$(4.99) \quad \hat{A}_t + (1-\alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t = \frac{c}{y}\hat{c}_t + \frac{g}{y}\hat{g}_t + \gamma_X \frac{b}{y}\hat{b}_{t+1} - (1+r^*)\frac{b}{y}\hat{b}_t - r^* \frac{b}{y}\hat{r}_t^* + \gamma_X \frac{k}{y}\hat{k}_{t+1} - (1-\delta)\frac{k}{y}\hat{k}_t$$

Die Systeme (4.85) und (4.86) verändern sich nur im Hinblick auf die Matrizen, die die Koeffizienten für die Staatsausgabenschocks beinhalten. Dies sind  $Mce$  und  $Mse(B)$ .

$$(4.100) \quad Mce = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad Mse(B) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{r^*}{1+r^*} \\ \eta_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{g}{y} & r^* \frac{b}{y} \end{bmatrix} B$$

Die Parameterwerte für den Anteil der Staatsausgaben am Gesamtoutput sowie für den Steuersatz bleiben bei 0.2472. Die Eigenwerte der Matrix  $W$  entsprechen denen des vorigen Abschnitts.

Für den Prozeß der Staatsausgabenschocks soll wie in Abschnitt 4.2 die Gleichung (4.55) gelten, während für den Weltmarktzinssatz weiterhin (4.88) gilt. Damit haben der Zustandsvektor sowie der Vektor der exogenen Variablen folgende Form:

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{b}_t \quad \hat{A}_t \quad \hat{g}_t \quad \hat{r}_t^* \right)' \quad \text{und} \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{g},t} \quad \varepsilon_{\hat{r}^*,t} \right)'$$

Bei der Bestimmung der Ersparnis und der Handelsbilanz muß der Einfluß der zyklischen Staatsausgaben berücksichtigt werden. Aus (4.92) und (4.93) ergibt sich:

$$(4.101) \quad \hat{s}_t = \frac{1}{1-c/y-g/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{1-c/y-g/y} \hat{c}_t - \frac{g/y}{1-c/y-g/y} \hat{g}_t$$

$$(4.102) \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} = \gamma_X \frac{b}{y} \hat{b}_{t+1} - (1+r^*) \frac{b}{y} \hat{b}_t - r^* \frac{b}{y} \hat{r}_t^* = \hat{y}_t - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \frac{i}{y} \hat{i}_t - \frac{g}{y} \hat{g}_t$$

---

<sup>81</sup> Anstelle von  $r$  muß natürlich wieder  $r^*$  eingesetzt werden.

Die resultierenden optimalen Pfade für den Kapitalstock und den Wertpapierbestand lauten dann:

$$(4.103) \hat{k}_{t+1} = -0.1574\hat{k}_t - 0.0250\hat{b}_t + 6.4695\hat{A}_t + 0.0172\hat{g}_t - 1.5574\hat{r}_t^*$$

$$(4.104) \hat{b}_{t+1} = 7.2845\hat{k}_t + 1.1574\hat{b}_t - 36.9820\hat{A}_t - 0.2974\hat{g}_t + 9.3524\hat{r}_t^*$$

Man beobachtet im Vergleich zu (4.89) und (4.90) einen abgeschwächten Einfluß aller Einflußgrößen durch die Hinzunahme des Staates auf die dynamische Entwicklung des Kapitalstocks und der Wertpapierbestände. Die Staatsausgaben bewirken eine Stimulierung des Kapitalstocks, während die Wertpapierbestände mit einer Reduktion auf einen Staatsausgabenschock reagieren. Die Wirkung hat einen permanenten Charakter.

Damit kann die Matrix  $\Pi$  bestimmt werden. Alle Koeffizienten erfahren dabei eine Änderung. Zunächst gibt Tabelle 4.8 die numerischen Werte wieder.

Tabelle 4.8  
Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität

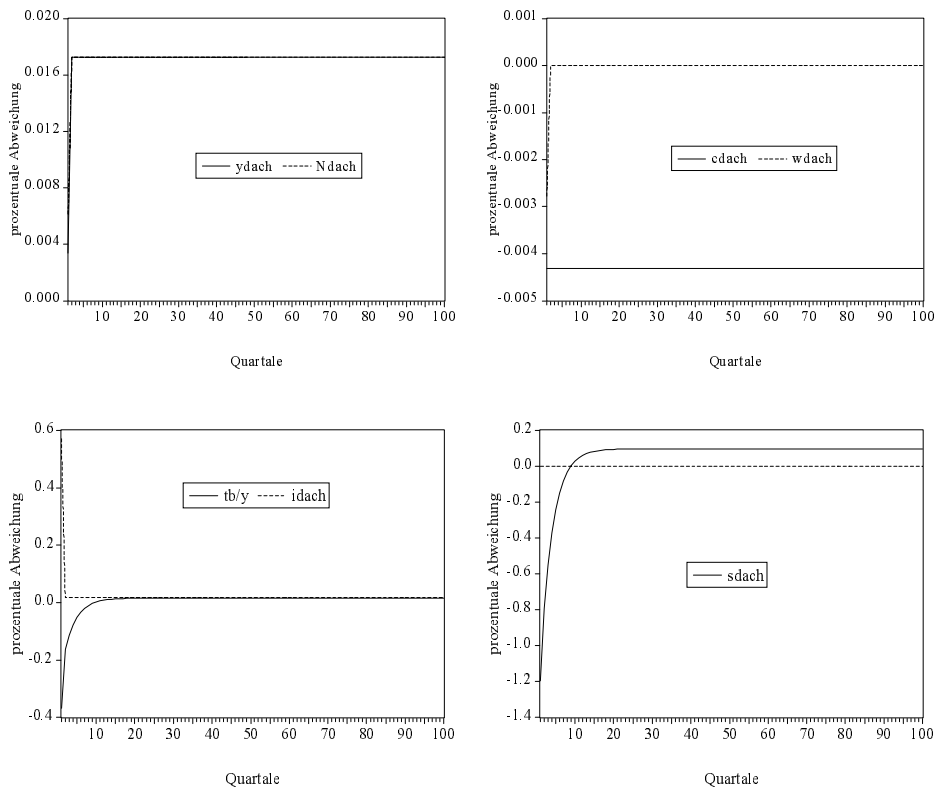
Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{g}_t$	$\hat{r}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.7727	-0.0049	1.7113	0.0034	0.0766
$\hat{c}_t$	0.0394	0.0063	0.0947	-0.0043	-0.0975
$\hat{i}_t$	-37.2781	-0.8271	213.9612	0.5704	-51.5065
$\hat{N}_t$	0.5866	-0.0089	1.2933	0.0062	0.1392
$\hat{w}_t$	0.1860	0.0040	0.4180	-0.0028	-0.0627
$\hat{s}_t$	3.7238	-0.0414	8.2271	-1.1972	0.6461
$(tb_t/y) - (tb/y)$	9.0069	0.1748	-45.7266	-0.3678	11.5374

Die technologischen Schocks verstärken ihre Wirkung nunmehr auf den Konsum, den Reallohn und die Ersparnis, während sich ihr Einfluß bei den übrigen Größen abschwächt. Zinssatzvariationen bewirken eine stärkere Reaktion des Konsums, des Arbeitseinsatzes, des Outputs, des Reallohnes und der Ersparnis gegenüber dem Basismodell mit Außenhandel ohne staatliche Aktivität. Bezüglich der internen Dynamik ergeben sich ebenfalls geringfügige Abweichungen gegenüber den Koeffizienten in Tabelle 4.6, die aber an der Wirkungsrichtung des Kapitalstocks und der Wertpapiere (Vorzeichen) nichts ändern.

Eine wichtige Änderung gegenüber dem Basismodell mit Staatsaktivität besteht darin, daß die Investitionen nunmehr infolge eines Staatsausgabenschocks steigen, während sie zuvor fielen. Auch der Kapitalstock verbessert sich langfristig durch die fiskalische Expansion. Die Impulsantwortfunktionen haben das in der nachstehenden Abbildung 4.5 dargestellte Aussehen.

Abbildung 4.5

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität  
einprozentiger Staatsausgabenschock



In der Periode nach dem Schock steigen der Output und die Beschäftigung sofort auf ihr neues Gleichgewichtsniveau, das genau um 0.0172 % über dem ursprünglichen liegt. Diese Änderung entspricht dem Koeffizienten vor  $\hat{g}_t$  in (4.103). Die Investitionen steigen zunächst um 0.5704 %, fallen aber dann auf den neuen Steady State ab, welcher wie der des Outputs und des Arbeitseinsatzes 0.0172 % vom alten Gleichgewicht abweicht. Der langfristige Einfluß des fiskalischen Schocks ist somit positiv und nicht, wie im Basismodell der geschlossenen Volkswirtschaft, negativ auf die Investitionen. Der Konsum fällt permanent um 0.43 %, während der Reallohn nur in der Periode des Auftretens des Schocks um 0.28 % abnimmt, um sofort auf seinen alten Steady State anzusteigen. Allein die Handelsbilanz und die Ersparnis nähern sich langsam ihrem neuen Gleichgewichtswert an, wobei die anfänglichen negativen Reaktionen schnell in positive umschlagen (neun bzw. acht Quartale nach dem Schock).

Die Reaktionen auf Realzinssatz- und Technologieschocks entsprechen denen des Modells ohne Staat, ebenso die langfristigen Wirkungen.



Für die Momente der Modellvariablen erhält man das in Tabelle 4.9 angegebene Ergebnis:

Tabelle 4.9  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Basismodell mit Außenhandel und Staatsaktivität

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	14.38	1.00	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\hat{c}_t$	0.27	0.02	0.70	0.45	0.41	0.53	0.67	0.67	0.20
$\hat{i}_t$	431.32	30.00	-0.14	-0.11	-0.26	-0.37	-0.22	0.48	0.34
$\hat{N}_t$	11.36	0.79	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\hat{w}_t$	3.02	0.21	0.74	0.38	0.38	0.72	1.00	0.73	0.37
$\hat{s}_t$	70.83	4.93	0.72	0.37	0.37	0.72	1.00	0.72	0.37
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	99.72		-0.13	-0.10	0.31	0.45	0.36	-0.36	-0.27

Die Auswirkungen staatlicher Aktivität auf das Variationsverhalten der Kontrollvariablen fallen gering aus. Lediglich die Ersparnis, die Handelsbilanz und die Investitionen erfahren eine bedeutende Änderung. Die Handelsbilanz wird weniger variabel und verstärkt ihren nachhinkenden prozyklischen Charakter bei einem Quartal. Die Ersparnis schwankt nun deutlich intensiver (70.83 % zu 52.16 %) und überschreitet auch den relativen empirischen Wert merklich (4.93 zu 3.48). Die Investitionen verlieren ein wenig an Volatilität, womit sich ihr Verhalten der Realität aber kaum annähert. Sie bleiben extrem weit vom realistischen Wert entfernt. Für die Kreuzkorrelationen mit dem Output gilt das gleiche wie bereits im Fall ohne fiskalische Aktivität:  $\hat{s}$ ,  $\hat{w}$  und  $\hat{N}$  sind perfekt mit dem Output korreliert.

Eine Variation der Risikoaversion<sup>82</sup> liefert qualitativ dieselben Ergebnisse wie in Abschnitt 4.4, wobei das quantitative Ausmaß des Anstiegs der Volatilitäten von Handelsbilanz und Investitionen (bei geringerer Risikoaversion) schwächer ausfällt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, daß die Aufnahme der staatlichen Aktivität in das Modell mit Außenhandel lediglich eine marginale Verbesserung der Erklärung grundlegender außenwirtschaftlicher Phänomene bewirkt. Jedoch bleibt die positive Korrelation der Handelsbilanz mit dem Output erhalten. Im nächsten Abschnitt wird daher untersucht, welche Auswirkungen von der Hinzunahme der Anpassungskosten der Investitionen ausgehen.

<sup>82</sup>  $\sigma$  muß hier (wie später auch in Abschnitt 4.7) mindestens 0.4297 betragen.

#### 4.6 Das Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten

Wie oben bereits angedeutet, kann die Einführung von Anpassungskosten im Zuge neuer Investitionen zu einer verringerten Schwankung dieser beitragen. Daher sollen nun die Implikationen konkret herausgearbeitet werden.

Wie in Abschnitt 4.3 schon ausgeführt, erfolgt die Modellierung der Anpassungskosten über die Funktion  $\phi$  in (4.58). Um den Effekt zu isolieren, wird zunächst wieder von staatlicher Aktivität abstrahiert. Die Lagrangefunktion des zu betrachtenden Optimierungsproblems sieht damit wie folgt aus:

$$(4.105) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t \left[ A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - i_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*) b_t \right] \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} \Theta_t \left[ \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t + (1-\delta) k_t - \gamma_X k_{t+1} \right] \right\}$$

Neben (4.5) und (4.6) können die Bedingungen (4.60), (4.61), (4.63) und (4.64) übernommen werden. Eine Veränderung tritt lediglich für die Ableitung nach dem Schattenpreis  $\tilde{\Lambda}_t$  und durch die neue Zustandsvariable  $b_{t+1}$  ein. Die Zuordnung der Schattenpreise zu den beiden Zustandsvariablen bereitet hier - entgegen den Ergebnissen in Abschnitt 4.3 (vgl. (4.64)) im Hinblick auf die Transversalitätsbedingungen - keine Probleme mehr.

$$(4.106) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - i_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*) b_t = 0$$

$$(4.107) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \tilde{\Lambda}_t \gamma_X b_{t+1} = 0$$

Durch die gleiche Substitution wie in (4.65) kann ein Schattenpreis eliminiert werden, so daß (4.66) weiter gilt. Neben den Taylor-Approximationen (4.18) und (4.19) können auch (4.67), (4.69) und (4.83) weiter verwendet werden. Bei der sich aus der Ableitung nach dem Schattenpreis  $\tilde{\Lambda}_t$  ergebenden Approximation muß der ausländische Wertpapierbestand berücksichtigt werden:

$$(4.108) \quad \hat{A}_t + (1-\alpha) \hat{k}_t + \alpha \hat{N}_t = \frac{c}{y} \hat{c}_t + \frac{i}{y} \hat{i}_t + \gamma_X \frac{b}{y} \hat{b}_{t+1} - (1+r^*) \frac{b}{y} \hat{b}_t - r^* \frac{b}{y} \hat{r}_t^*$$

Aus (4.67), (4.69) und (4.108) kann man die Investitionen beseitigen und so zu einer Reduzierung der Zahl endogener Variablen im Grundsystem gelangen. In der so modifizierten Gleichung (4.67) taucht - wie oben beschrieben - der Kapitalstock zu drei verschiedenen Zeitpunk-

ten auf. Um Polynome zweiten Grades im Backshift-Operator zu vermeiden, erfolgt wieder eine Verzögerung der resultierenden Gleichung um eine Periode, was bedingt, daß die tautologischen Gleichungen

$$(4.109) \quad \hat{k}_t = \hat{k}_t$$

$$(4.110) \quad \hat{\lambda}_t = \hat{\lambda}_t$$

aufgenommen werden müssen. Der Vektor der Zustands-/Kozustandsvariablen besteht somit aus dem Kapitalstock (kontemporär und verzögert), dem Bestand an ausländischen Wertpapieren sowie dem Schattenpreis, ebenfalls kontemporär und verzögert.

Für die Systeme (4.22) und (4.23) folgt damit:

$$(4.111) \quad \begin{bmatrix} -\sigma & -\theta(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ 1-\sigma & -\left[\theta(1-\sigma)-1\right]\frac{N}{1-N} + \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{k}_{t-1} \\ \hat{b}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{\lambda}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{r}_t^* \end{bmatrix}$$

$$(4.112) \quad \left\{ \begin{array}{ccc} -\frac{\xi\gamma_x^2}{(1+r)(\gamma_x-1+\delta)} & \frac{\xi\gamma_x}{\gamma_x-1+\delta} \left(1 + \frac{\gamma_x}{1+r}\right) + \alpha\eta_A & 0 & 0 & -1 \\ \gamma_x \frac{k}{y} & -\left[(1-\delta)\frac{k}{y} + 1 - \alpha\right] & \gamma_x \frac{b}{y} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right\} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\xi\gamma_x}{\gamma_x-1+\delta} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(1+r^*)\frac{b}{y} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} B \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{k}_t \\ \hat{b}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix}$$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \alpha\eta_A \\ -\frac{c}{y} & \alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{r^*}{1+r^*} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_A & 0 \\ 1 & r^* \frac{b}{y} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} B \right\} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{r}_{t+1}^* \end{bmatrix}$$

Zu den Parametern tritt die Elastizität von Tobin's  $q$  im Hinblick auf das Verhältnis der Investitionen zum Kapitalstock  $\xi$  hinzu. Aufgrund mangelnder empirischer Schätzungen experimentieren Baxter/Crucini (1993) mit verschiedenen Werten zwischen 0.00001 und 1. Correia/Neves/Rebelo (1992a) setzen  $\xi$  auf 0.075, da dies zu realistischen Schwankungen der Investitionen führe. Deshalb wird dieser Vorgehensweise gefolgt. Für die Matrix  $W$  ergeben sich nunmehr die Eigenwerte 1.0712, 1.0160, 1.0, 0.9485, 0.0. Damit verbleibt eine Einheitswurzel im Modell, die zu Nichtstationaritäten führt und wieder eine spätere Filterung der Prozesse notwendig macht.

Der Technologieschock wird weiterhin mit (4.29) angesetzt, während für den Weltmarktzinssatz (4.88) gilt. Der Vektor der exogenen Störungen in (4.30) entspricht dem aus Abschnitt 4.4, erweitert um eine Null; der Vektor der Zustands- und Kozustandsvariablen muß um den verzögerten Kapitalstock erweitert werden. Ebenso soll es keine Verflechtungen zwischen den Zinssatzstörungen und dem Technologieschock geben.

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_{t-1} \quad \hat{b}_t \quad \hat{A}_t \quad \hat{r}_t^* \right)' \quad \text{und} \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{r}^*,t} \right)'$$

Die optimalen Entscheidungsregeln für den Kapitalstock und den Wertpapierbestand ändern sich dann wie folgt:

$$(4.113) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9295\hat{k}_t - 0.0016\hat{b}_t + 0.0683\hat{A}_t - 0.0219\hat{r}_t^*$$

$$(4.114) \quad \hat{b}_{t+1} = 0.8539\hat{k}_t + 1.0191\hat{b}_t + 0.8439\hat{A}_t + 0.2946\hat{r}_t^*$$

Im Vergleich zum Basismodell mit Außenhandel (ohne Anpassungskosten) nimmt der AR-Koeffizient vor dem verzögerten Kapitalstock in (4.113) nun wieder einen positiven Wert an, der in der Nähe von eins liegt. Dies bedeutet, daß die Hälfte einer anfänglichen Abweichung vom Steady State in etwa zehn Quartalen beseitigt wird.<sup>83</sup> Die Reaktion der Wertpapierhaltung auf den zyklischen Kapitalstock schwächt sich stark ab, was darüber hinaus auch für die Antworten auf Zinssatzschocks gilt. Technologieschocks führen nunmehr zu einer Ausdehnung der Wertpapierhaltung, während der Kapitalstock wesentlich schwächer durch die Verbesserung der Technik steigt. Die Nichtstationarität der Wertpapierhaltung bleibt erhalten.

Im modifizierten System (4.36) ändern sich die Entscheidungsregeln der Kontrollvariablen wie folgt:

Tabelle 4.10

Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten

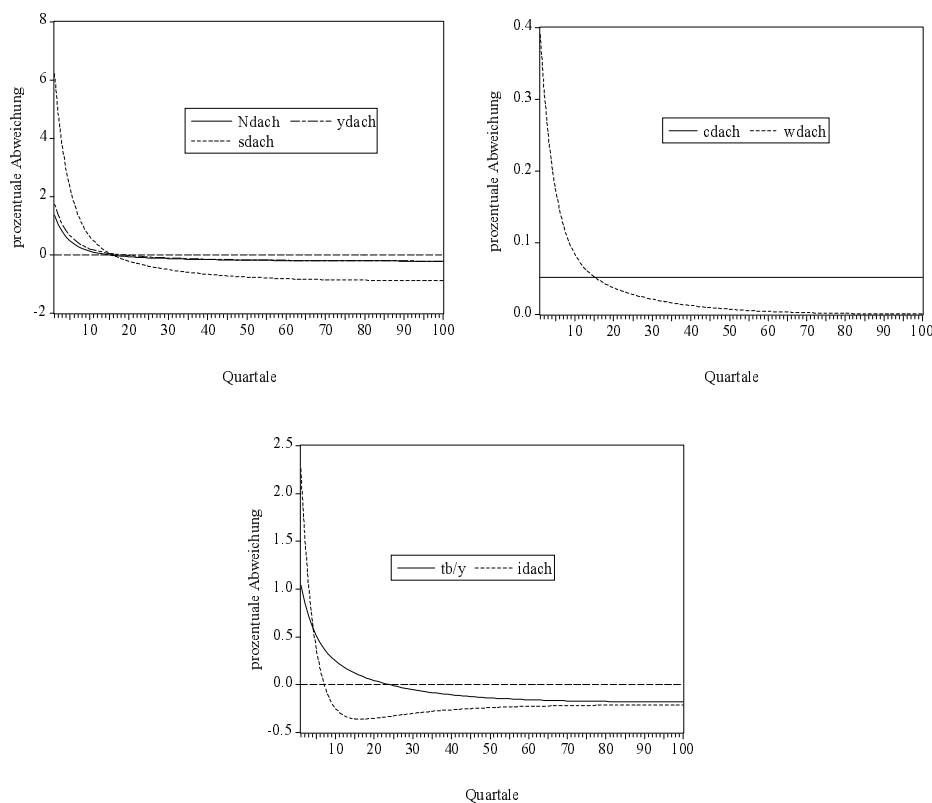
Variable	Wert des Koeffizienten vor			
	$\hat{k}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{r}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.7309	-0.0060	1.7450	0.0647
$\hat{c}_t$	0.0925	0.0076	0.0518	-0.0824
$\hat{i}_t$	-1.3327	-0.0521	2.2574	-0.7248
$\hat{N}_t$	0.5106	-0.0109	1.3546	0.1177
$\hat{w}_t$	0.2202	0.0049	0.3904	-0.0530
$\hat{s}_t$	2.4188	-0.0421	6.2228	0.4538
$(tb_t/y) - (tb/y)$	1.0558	0.0038	1.0434	0.3378

<sup>83</sup> Die Anzahl der Quartale berechnet man, indem man die Gleichung  $\mu_1^n = 0.5$  nach  $n$  auflöst. Dabei ist  $\mu_1$  der AR-Koeffizient vor dem verzögerten Kapitalstock.

Zunächst einmal kann man festhalten, daß der zyklische Kapitalstock der Periode  $t-1$  auf keine Kontrollvariable einen direkten Einfluß nimmt. Bei den meisten Koeffizienten tritt nur eine geringfügige Änderung gegenüber dem Modell ohne Anpassungskosten ein. Deutlicher fallen jedoch die Koeffizienten für die Investitionen und die Handelsbilanz auf. Die Investitionen reagieren erheblich schwächer auf Variationen sowohl der Zustandsvariablen wie der exogenen Variablen. So führt ein einprozentiger positiver Technologieschock nunmehr nur noch zu einer 2.26prozentigen Erhöhung, während die Auswirkung ohne Anpassungskosten 214 % betrug. Für die Handelsbilanz gilt qualitativ die gleiche Aussage wie für die Investitionen. Jedoch verbessern technologische Schocks jetzt ihre zyklische Entwicklung (positiver Koeffizient vor  $\hat{A}_t$ ).

Abbildung 4.6

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten  
einprozentiger Technologieschock



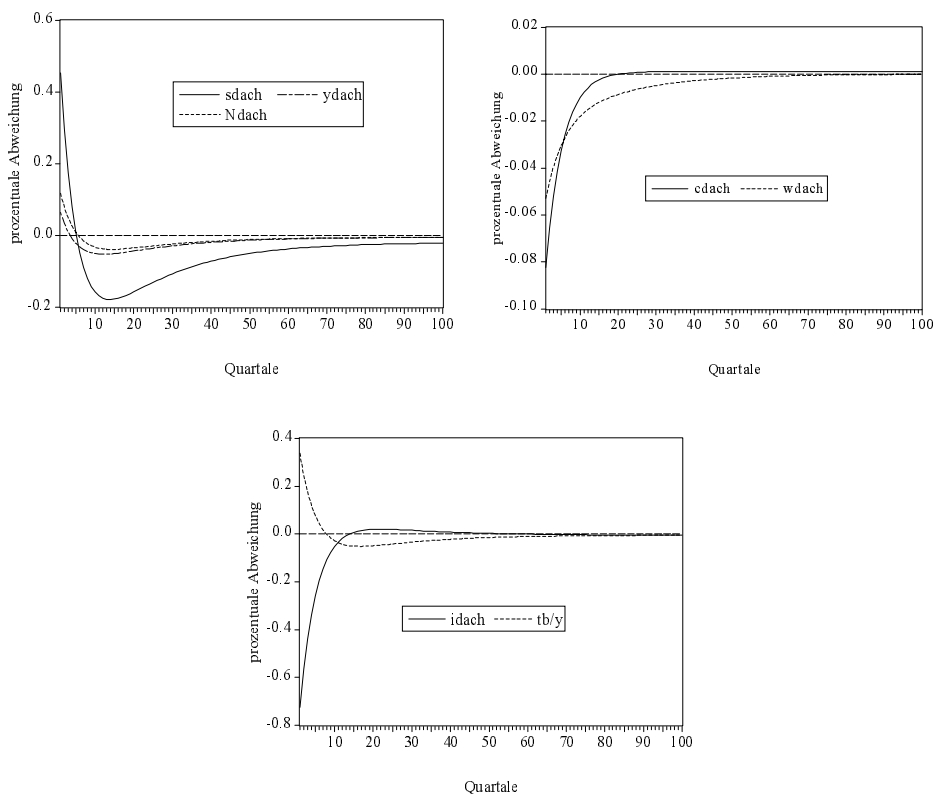
Im Vergleich zum Fall ohne Anpassungskosten beobachtet man nicht mehr die maximale Reaktion in der Periode nach dem Schock, sondern in der Periode, in der der Schock auftritt. Die anfängliche Verbesserung der Handelsbilanz schlägt nach 25 Quartalen in eine Verschlechterung um. Für die Investitionen gilt dies auch, jedoch erfolgt der Umschlag schon im achten Quartal. Ihre spiegelbildliche Entwicklung zur Handelsbilanz geht verloren. Wieder wird ein neues Gleichgewichtsniveau erreicht, da sich die Nichtstationarität des Wertpapierbestandes auf die Kontrollvariablen überträgt. Der technologische Schock erhöht permanent den Kon-

sum, so daß dieser noch in derselben Periode seinen neuen Gleichgewichtswert erreicht. Die langfristigen Wirkungen entsprechen qualitativ denen des Modells ohne Anpassungskosten.

Obwohl sich an den Vorzeichen vor dem Weltmarktzinssatz nichts ändert, ergeben sich dennoch, bestimmt von der internen Dynamik, andere Impulsantwortfunktionen auf einen Realzinssatzschock:

Abbildung 4.7

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten  
einprozentiger Realzinssatzschock



Hier fallen die Ersparnis, der Output und der Arbeitseinsatz nach dem Schock nicht direkt ins Negative, sondern bleiben zunächst einige Quartale oberhalb des Steady State, bevor sie darunter absinken. Das Ausmaß der Reaktionen ist zudem sehr viel geringer als im Modell ohne Anpassungskosten (vgl. mit Abbildung 4.4). Das gleiche gilt für den Reallohn, der infolge des gestiegenen Weltmarktzinssatzes zunächst sinkt, sich aber allmählich seinem Steady-State-Wert wieder annähert. (Man erinnere sich, daß der Reallohn als einzige Endogene wieder seinen alten Gleichgewichtswert erreicht.) Handelsbilanz und Investitionen entwickeln sich zwar auch spiegelbildlich, ohne jedoch abrupt das Vorzeichen zu wechseln wie in Abbildung 4.4. Statt dessen setzt sich die interne Dynamik erst sehr viel später durch (negativer Reaktionskoeffizient vor  $\hat{k}_t$  bei den Investitionen, positiver bei der Handelsbilanz).

Die langfristigen Auswirkungen weichen allerdings deutlich von denen des Abschnitts 4.4. ab. Konsum und Wertpapierhaltung steigen an, während alle übrigen Aggregate (mit Ausnahme des Reallohnes) unter den alten Gleichgewichtswert sinken. Anpassungskosten bewirken somit eine Umkehrung der Reaktionen auf Realzinssatzschocks.

Im Hinblick auf die konjunkturell interessanten Momente der Aggregate bedeutet dies:

Tabelle 4.11  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Basismodell mit Außenhandel und Anpassungskosten

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	3.93	1.00	0.61	0.32	0.32	0.61	1.00	0.61	0.32
$\hat{c}_t$	0.17	0.04	0.68	0.42	0.39	0.50	0.62	0.26	0.02
$\hat{i}_t$	5.26	1.34	0.59	0.30	0.18	0.49	0.95	0.63	0.39
$\hat{N}_t$	3.06	0.78	0.61	0.32	0.31	0.60	1.00	0.61	0.33
$\hat{w}_t$	0.87	0.22	0.61	0.33	0.35	0.62	0.99	0.59	0.29
$\hat{s}_t$	14.05	3.58	0.61	0.32	0.32	0.60	1.00	0.61	0.33
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	2.43		0.63	0.36	0.39	0.64	0.98	0.57	0.27

Die absoluten Standardabweichungen aller Aggregate gehen deutlich gegenüber dem Fall ohne Anpassungskosten zurück (vgl. Tabelle 4.7). Konsum und Reallohn zeigen eine leicht erhöhte relative Schwankungsintensität. Die relative Standardabweichung der Ersparnis liegt jetzt sehr nahe am empirischen Wert von 3.48, wobei aber die Investitionen nur noch 1.34mal so variabel wie der Output sind und damit hinter dem realistischen Wert zurückbleiben. Die Handelsbilanz übertrifft die tatsächliche Volatilität nun nur noch schwach, so daß diesbezüglich eine deutliche Verbesserung gegenüber dem Fall ohne Anpassungskosten erreicht werden kann.

Hinsichtlich der Korrelation mit dem Output läuft die Handelsbilanz nunmehr gleich und dies bei einer Korrelation von 0.98.<sup>84</sup> Dies trifft auch für die Investitionen zu. Das ungewöhnliche Autokorrelationsmuster dieser beiden Größen verschwindet im Zuge der Einbeziehung von Anpassungskosten. Die Ersparnis, der Arbeitseinsatz und der Reallohn behalten ihre perfekte Korreliertheit mit  $\hat{y}$ , was empirisch gesehen nicht der Fall ist.

<sup>84</sup> In dieser Hinsicht erhält Mendoza (1991) ein anderes Ergebnis. Bei ihm tendiert die Handelsbilanz zur Azyklizität.

Die Implikationen für eine geringere Risikoaversion entsprechen denen des Abschnitts 4.4, wobei jedoch die absoluten Volatilitäten wesentlich schwächer als dort zunehmen. Die Kreuzkorrelation des Konsums mit dem Output fällt etwas weniger stark aus (-0.93). Ihre Persistenz behalten bis auf den Konsum, bei dem sie abnimmt, alle Variablen bei. Bei größerer Risikoaversion fällt der Rückgang der Schwankungen ebenfalls geringer aus. Außer dem Konsum behalten alle Aggregate ihre Persistenz bei. Die des Konsums sinkt erneut.

Zusammengefaßt kann festgehalten werden, daß die Einbeziehung von Anpassungskosten auf der eine Seite eine realistischere Modellierung der absoluten Variabilitäten der Aggregate gestattet, auf der anderen Seite jedoch die Implikationen für die Beziehung zwischen Handelsbilanz und Output verschlechtert und eine zu geringe relative Standardabweichung für die Investitionen bewirkt. Durch eine Variation des Anpassungskostenparameters kann aber das Verhalten der Investitionen exakt abgebildet werden. Aus Vergleichbarkeitsgründen mit der Literatur soll aber der Wert von  $\xi = 0.075$  beibehalten werden. Keine Verbesserung kann hingegen bei den Implikationen für das Konsumverhalten erreicht werden. Nach wie vor stehen dem Haushalt alle Möglichkeiten der Risikostreuung offen, so daß er seinen Konsumstrom fast perfekt glätten kann. Daher bleibt die Standardabweichung gering.

#### 4.7 Das Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität

Für die Inlandsproduktidentität gilt nun wieder (4.94). Im Gleichgewicht herrscht ein ausgeglichenes Budget. Im Optimierungsansatz (4.105) muß in der mit  $\tilde{A}_t$  angeschlossenen Nebenbedingung vor der Produktionsfunktion der Faktor  $(1 - \tau)$  eingefügt werden.

Neben der Optimumbedingung (4.40) können auch (4.5), (4.60), (4.61), (4.63), (4.64) und (4.107) übernommen werden. In (4.61) geht zusätzlich der Faktor  $(1 - \tau)$  multiplikativ in die Grenzproduktivität ein. In der Ableitung nach  $\tilde{A}_t$  wird auf der linken Seite  $g_t$  subtrahiert.

Die Taylor-Approximationen (4.18) und (4.19) sowie (4.67) und (4.69) gelten mit entsprechend modifiziertem  $\eta_A$  weiter. Für (4.108) gilt nun:

$$(4.115) \quad \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t = \frac{c}{y}\hat{c}_t + \frac{i}{y}\hat{i}_t + \frac{g}{y}\hat{g}_t + \gamma_X \frac{b}{y}\hat{b}_{t+1} - (1 + r^*)\frac{b}{y}\hat{b}_t - r^*\frac{b}{y}\hat{r}_t^*$$

Man erhält damit das um die Staatsausgaben erweiterte Modell mit folgenden Systemgleichungen:

$$(4.116) \quad \begin{bmatrix} -\sigma & -\theta(1-\sigma)\frac{N}{1-N} \\ 1-\sigma & -\left[\{\theta(1-\sigma)-1\}\frac{N}{1-N} + \alpha - 1\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1-\alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{k}_{t-1} \\ \hat{b}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{\lambda}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \\ \hat{r}_t^* \end{bmatrix}$$



$$(4.117) \left\{ \begin{array}{cccc} -\frac{\xi\gamma_x^2}{(1+r)(\gamma_x-1+\delta)} & \frac{\xi\gamma_x}{\gamma_x-1+\delta}\left(1+\frac{\gamma_x}{1+r}\right)+\alpha\eta_A & 0 & 0 & -1 \\ \gamma_x\frac{k}{y} & -\left[(1-\delta)\frac{k}{y}+1-\alpha\right] & \gamma_x\frac{b}{y} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{cccc} 0 & -\frac{\xi\gamma_x}{\gamma_x-1+\delta} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -(1+r^*)\frac{b}{y} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right\} B \left\{ \begin{array}{c} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{k}_t \\ \hat{b}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_t \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{cc} \left[ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{cc} 0 & \alpha\eta_A \\ -\frac{c}{y} & \alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right] \end{array} \right\} B \left\{ \begin{array}{c} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{ccc} \left[ \begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{r^*}{1+r^*} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{ccc} \eta_A & 0 & 0 \\ 1 & -\frac{g}{y} & r^*\frac{b}{y} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array} \right\} B \left\{ \begin{array}{c} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \\ \hat{r}_{t+1}^* \end{array} \right\}$$

Die Eigenwerte der Matrix  $W$  stimmen in diesem Fall mit denen des Modells ohne staatliche Aktivität überein (Abschnitt 4.6). Der Prozeß für die Staatsausgaben sowie die stochastischen Eigenschaften des technologischen Schocks und des Weltmarktzinssatzes bleiben unverändert. Der Vektor der exogenen Störungen muß um den Störterm der Staatsaktivität erweitert werden, während der Vektor  $\tilde{s}_t$  um die zyklischen Staatsausgaben ergänzt wird.

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_{t-1} \quad \hat{b}_t \quad \hat{A}_t \quad \hat{g}_t \quad \hat{r}_t^* \right)' \quad \text{und} \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{g},t} \quad \varepsilon_{\hat{r}^*,t} \right)'$$

Neben der bekannten Dynamik der exogenen Prozesse beschreibt (4.30) die optimale Entwicklung des Kapitalstocks und der Wertpapiere:

$$(4.118) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9315\hat{k}_t - 0.0015\hat{b}_t + 0.0683\hat{A}_t + 0.0010\hat{g}_t - 0.0216\hat{r}_t^*$$

$$(4.119) \quad \hat{b}_{t+1} = 0.7872\hat{k}_t + 1.0170\hat{b}_t + 0.9839\hat{A}_t - 0.2006\hat{g}_t + 0.2401\hat{r}_t^*$$

Verglichen mit dem Ergebnis für den Fall, daß keine Anpassungskosten der Investitionen entstehen, schwächt sich der Einfluß des Staates auf den Zustand der Ökonomie ab. Dies gilt im besonderen für den Koeffizienten vor  $\hat{g}_t$  in (4.118). Im Vergleich zum Fall ohne Staat, aber mit Anpassungskosten, nimmt der Einfluß des Kapitalstocks und des Zinssatzes sowie des verzögerten Wertpapierbestandes auf die Wertpapierhaltung ab, während die technologischen Schocks ihre Wirkung verstärken.

Die Koeffizienten der Entscheidungsregeln für die Kontrollvariablen sind in Tabelle 4.12 zusammengefaßt.

Tabelle 4.12  
Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität

Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{g}_t$	$\hat{r}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.7387	-0.0056	1.7452	0.0039	0.0659
$\hat{c}_t$	0.0826	0.0072	0.0515	-0.0050	-0.0838
$\hat{i}_t$	-1.2650	-0.0489	2.2589	0.0338	-0.7152
$\hat{N}_t$	0.5248	-0.0103	1.3550	0.0071	0.1197
$\hat{w}_t$	0.2138	0.0046	0.3903	-0.0032	-0.0539
$\hat{s}_t$	3.4370	-0.0476	8.5131	-1.1929	0.5556
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.9733	0.0012	1.2166	-0.2480	0.2704

Gegenüber der Modellvariante ohne Anpassungskosten (vgl. Tabelle 4.8) üben fiskalische Störungen einen größeren Einfluß auf den Konsum, die Beschäftigung, den Output und den Reallohn aus. Ersparnis und Investition sowie die Handelsbilanz reagieren abgeschwächt.

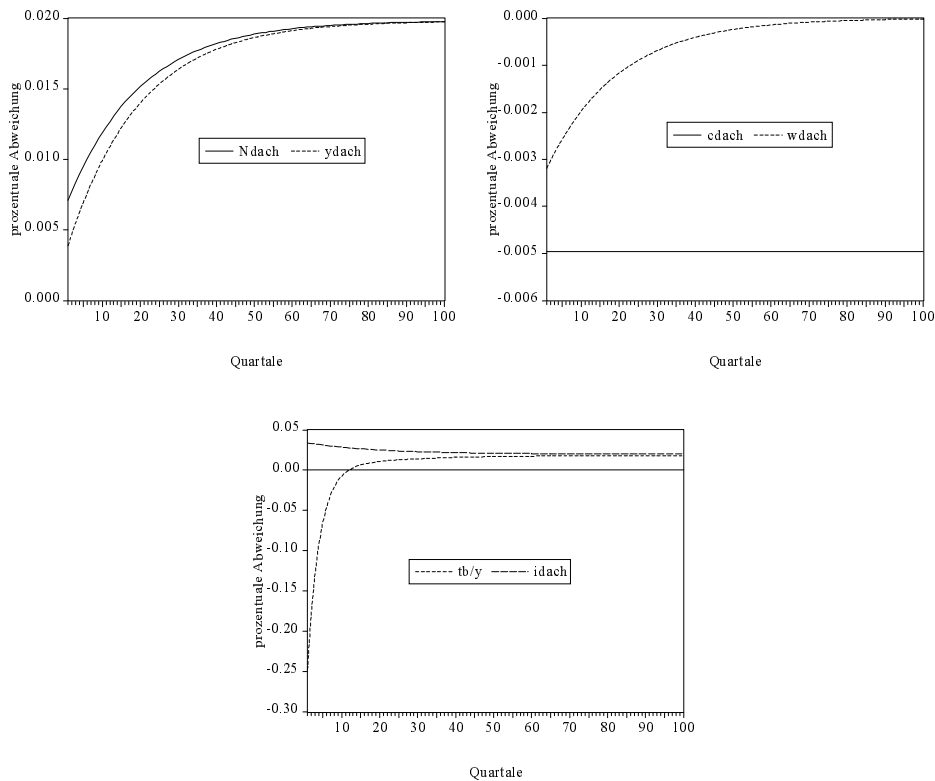
Nur die Ersparnis wird (neben der Handelsbilanz in abgeschwächter Form) spürbar durch die Hinzunahme des Staates beeinflusst (vgl. Tabelle 4.10). Sie reagiert insbesondere verstärkt auf technologische Änderungen sowie auf den zyklischen Kapitalstock. Zusätzlich erhöhen sich die Koeffizienten vor den außenwirtschaftlichen Einflußgrößen. Die Handelsbilanz reagiert nur auf Technologieschocks stärker, ansonsten schwächer.

Die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen Staatsausgabenschock haben nun im Vergleich zu Abbildung 4.5 für den Output, den Arbeitseinsatz, den Reallohn und die Investitionen einen glatteren Verlauf. Die Anpassung an den neuen Steady State vollzieht sich nicht von einer Periode auf die andere, sondern nimmt eine bestimmte Zeit in Anspruch. Bei der Ersparnis und der Handelsbilanz dagegen ändert sich nichts an der Entwicklung.

Abbildung 4.8

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität

einprozentiger Staatsausgabenschock



An den Impulsantwortfunktionen auf Technologie- und Zinssatzschocks ändert sich qualitativ gegenüber dem Fall ohne Staat (Abschnitt 4.6) nichts. Lediglich die Intensität der anfänglichen Reaktion differiert etwas gegenüber der Variante ohne fiskalische Aktivität, was sich an den entsprechenden Koeffizienten in Tabelle 4.12 ablesen läßt. Die langfristigen Effekte eines Realzinssatzschocks entsprechen jedoch kurioser Weise denen der Variante ohne Anpassungskosten (Abschnitt 4.4). Die zusätzliche Aufnahme des Staates kippt somit das im vorigen Abschnitt erzielte Ergebnis eines langfristigen Anstiegs des Konsums und der Wertpapierhaltung infolge einer einmaligen Erhöhung des Realzinssatzes.

Schließlich bewirkt staatliche Aktivität die folgenden Ergebnisse im Hinblick auf die Momente der Modellvariablen:

Tabelle 4.13  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten und Staatsaktivität

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	3.93	1.00	0.61	0.32	0.32	0.61	1.00	0.61	0.32
$\hat{c}_t$	0.17	0.04	0.68	0.42	0.39	0.49	0.61	0.26	0.02
$\hat{i}_t$	5.26	1.34	0.59	0.30	0.18	0.49	0.95	0.63	0.39
$\hat{N}_t$	3.06	0.78	0.61	0.32	0.31	0.60	1.00	0.61	0.33
$\hat{w}_t$	0.87	0.22	0.61	0.33	0.35	0.62	0.99	0.59	0.29
$\hat{s}_t$	19.23	4.90	0.61	0.32	0.32	0.60	1.00	0.61	0.33
$\frac{ib_t}{y} - \frac{ib}{y}$	2.79		0.62	0.34	0.37	0.63	0.99	0.58	0.29

Die einzige Änderung, die sich für die Momente einstellt, betrifft die Volatilität der Ersparnis und der Handelsbilanz, die beide absolut steigen. Alle anderen Standardabweichungen bleiben gegenüber Tabelle 4.11 unverändert. Dies gilt auch für die Autokorrelationsmuster und die Korrelationen mit dem Output. Die Erhöhung der Variabilität der Handelsbilanz verschlechtert die Abbildungsgenauigkeit des Modells in bezug auf den empirischen Wert von 1.73, die erhöhte Standardabweichung der Ersparnis entfernt sich ebenfalls vom beobachteten Wert von 3.48.

Eine Variation der Risikoaversion liefert qualitativ die gleichen Ergebnisse wie in Abschnitt 4.6.

Die Hinzunahme staatlicher Aktivität führt in dieser Variante des Modells zu schlechteren Ergebnissen. Insbesondere erreicht man keine Verbesserung der Abbildung des Konsumverhaltens des Haushalts.

Läßt man in diesem Modell noch zusätzlich ein Wachstum der Bevölkerung zu, muß der Wachstumsfaktor  $\gamma_x$  durch den neuen Faktor  $\gamma_z = \gamma_x \gamma_m$  ersetzt werden. Dabei mißt  $\gamma_m$  das durchschnittliche Wachstum der Bevölkerung Dänemarks im Betrachtungszeitraum 1971 bis 1991 pro Quartal. Dieser Wert liegt bei 1.00053, was einer Jahresrate von ca. 0.2 % entspricht. Die dadurch ausgelösten Änderungen bleiben marginal. Lediglich die Ersparnis büßt ein wenig von ihrer hohen relativen Standardabweichung auf 4.80 ein, so daß sie sich dem empirischen Wert tendenziell annähert.

#### 4.8 Das Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

Correia/Neves/Rebelo (1995) sehen die Ursache für die schlechte Abbildung des Konsumverhaltens in der unterstellten Nutzenfunktion begründet. Sie diskutieren in dem genannten Papier ein Modell, bei dem sie auf die erstmals von Greenwood/Hercowitz/Huffman (1988) unterstellte Nutzenfunktion zurückgreifen:<sup>85</sup>

$$(4.120) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[C_t - \psi X_t N_t^\nu]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right], \quad \nu > 1, \psi > 0$$

Dabei sind  $\nu$  und  $\psi$  Gewichtungsfaktoren. Konsum und Arbeitszeit sind nicht mehr multiplikativ, sondern additiv miteinander verknüpft. Diese im folgenden GHH-Präferenzen genannte Nutzenfunktion impliziert, daß die Anzahl der gearbeiteten Stunden nur vom Reallohn der laufenden Periode beeinflusst wird, nicht aber von der Höhe des Konsums.

$$(4.121) \quad N = \left( \alpha \frac{y}{N} \right)^{\frac{1}{\nu-1}} \left( \frac{1}{\nu\psi} \right)^{\frac{1}{\nu-1}}$$

Hierbei entspricht  $\alpha(y/N)$  dem Reallohn (im Gleichgewicht). Im Gegensatz dazu kann der Haushalt bei Standardpräferenzen kontemporär zwischen Freizeit und Konsum substituieren.<sup>86</sup>

Das Optimierungsproblem der transformierten Ökonomie lautet dann:

$$(4.122) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \frac{[c_t - \psi N_t^\nu]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \tilde{\Lambda}_t \left[ (1-\tau) A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - i_t - c_t - \gamma_X b_{t+1} + (1+r_t^*) b_t \right] + \sum_{t=0}^{\infty} \Theta_t \left[ \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t + (1-\delta) k_t - \gamma_X k_{t+1} \right] \right\}$$

mit  $\beta^* = \beta \gamma_X^{1-\sigma}$

Die Optimumbedingungen dieses Ansatzes stimmen bis auf die Ableitungen nach dem Konsum und dem Arbeitseinsatz mit denen des vorigen Abschnitts 4.7 überein.

$$(4.123) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \beta^{*t} (c_t - \psi N_t^\nu)^{-\sigma} - \tilde{\Lambda}_t = 0$$

<sup>85</sup> Auch in Lundvik (1992a) wird diese Form der Nutzenfunktion verwendet.

<sup>86</sup> Dazu muß (4.17) nach  $N$  aufgelöst werden.

$$(4.124) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \beta^{*t} (c_t - \psi N_t^v)^{-\sigma} (-v \psi N_t^{v-1}) + \tilde{\Lambda}_t (1 - \tau) \alpha A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

Die resultierenden Taylor-Approximationen lauten dann:

$$(4.125) \quad -\sigma \frac{c}{c - \psi N^v} \hat{c}_t + \frac{\sigma N^v v \psi}{c - \psi N^v} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

$$(4.126) \quad -\sigma \frac{c}{c - \psi N^v} \hat{c}_t + \left( \frac{\sigma N^v v \psi}{c - \psi N^v} + v - 1 \right) \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t + \hat{A}_t + (\alpha - 1) \hat{N}_t$$

Bei dieser Nutzenfunktion entspricht die Elastizität des Grenznutzens des Konsums in bezug auf den Konsum der Elastizität des Grenzleids der Arbeit im Hinblick auf den Konsum, d.h., die Faktoren vor dem zyklischen Konsum sind in beiden Gleichungen identisch. Mit der in (4.121) angegebenen Steady-State-Beziehung können die Koeffizienten vor den zyklischen Kontrollvariablen vereinfacht aufgeschrieben werden:

$$(4.127) \quad -\sigma \frac{c/y}{c/y - \alpha/v} \hat{c}_t + \frac{\sigma \alpha}{c/y - \alpha/v} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

$$(4.128) \quad -\sigma \frac{c/y}{c/y - \alpha/v} \hat{c}_t + \left( \frac{\sigma \alpha}{c/y - \alpha/v} + v - \alpha \right) \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t + \hat{A}_t$$

In diesen Gleichungen sind alle Koeffizienten bekannt, was zuvor nicht der Fall war. Die Steady-State-Beziehung (4.11) kann aufgrund der Nichtseparierbarkeit der Nutzenfunktion in Konsum und Freizeit nicht endogen berechnet werden. Ihre Gültigkeit wird daher angenommen. Anstelle von (4.17) gilt jetzt (4.121). Aus (4.121) kann zusammen mit (4.45) und (4.47) ein Ausdruck für  $\psi$  endogen bestimmt werden (ähnlich der Bestimmung von  $\theta$ ).<sup>87</sup>

$$(4.129) \quad \psi = \frac{\alpha}{v} \left( \frac{(1 - \alpha)(1 - \tau)}{r^* + \delta} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} N^{1-v}$$

Mit dem gegebenen Steady-State-Arbeitseinsatz  $N$  liegt der Wert von  $\psi$  numerisch fest. Für das System (4.22) resultiert dann:

---

<sup>87</sup> Dabei gilt, daß  $A=1$  im Steady State ist.

$$(4.130) \begin{bmatrix} -\sigma \frac{c/y}{c/y - \alpha/\nu} & \frac{\sigma\alpha}{c/y - \alpha/\nu} \\ -\sigma \frac{c/y}{c/y - \alpha/\nu} & \frac{\sigma\alpha}{c/y - \alpha/\nu} + \nu - \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 - \alpha & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{k}_{t-1} \\ \hat{b}_t \\ \hat{\lambda}_t \\ \hat{\lambda}_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \\ \hat{r}_t^* \end{bmatrix}$$

Am System (4.23) ändert sich nichts gegenüber Abschnitt 4.7. Um eine möglichst gute Vergleichsmöglichkeit mit den anderen hier vorgestellten Modellvarianten zu gewährleisten, werden die Parameter weitgehend beibehalten. Neu hinzu tritt lediglich der Parameter  $\nu$ , der auf 1.7 in Anlehnung an Greenwood/Hercowitz/Huffman (1988) festgelegt wird. Die Risikoaversion bleibt bei eins und wird nicht auf zwei wie bei Greenwood/Hercowitz/Huffman gesetzt.

Die Eigenwerte der Matrix  $W$  lauten dann: 1.0909, 1.0160, 0.9313, 1.0, 0.0. Der Vektor der Zustandsvariablen sowie der exogenen Variablen und der der exogenen Störgrößen ändert sich nicht. Es bleibt auch hier eine Einheitswurzel erhalten, die sich auf die Wertpapierentwicklung überträgt:

$$(4.131) \hat{k}_{t+1} = 0.9313\hat{k}_t + 0.0615\hat{A}_t - 0.0236\hat{r}_t^*$$

$$(4.132) \hat{b}_{t+1} = 0.4797\hat{k}_t + \hat{b}_t + 0.3912\hat{A}_t - 0.1889\hat{g}_t + 0.1755\hat{r}_t^*$$

Ungewöhnlicherweise üben weder fiskalische Störungen noch die Wertpapierhaltung einen Einfluß auf die Entwicklung des Kapitalstocks aus.  $\hat{b}_{t+1}$  wird von allen Einflußgrößen in schwächerem Maße beeinflusst als zuvor (vgl. (4.119)).

Noch interessanter sind die Implikationen für die Kontrollvariablen, die die Matrix  $\Pi$  zusammenfaßt. Deren Koeffizienten enthält Tabelle 4.14:

Tabelle 4.14

Reaktionskoeffizienten im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{b}_t$	$\hat{A}_t$	$\hat{g}_t$	$\hat{r}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.6652		1.4783		
$\hat{c}_t$	0.6415	0.0359	0.9873	-0.0248	-0.0325
$\hat{i}_t$	-1.2708		2.0340		-0.7793
$\hat{N}_t$	0.3913		0.8696		
$\hat{w}_t$	0.2739		0.6087		
$\hat{s}_t$	1.5455	-0.0982	4.6320	-1.1581	0.0890
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5931	-0.0198	0.4837	-0.2335	0.1905

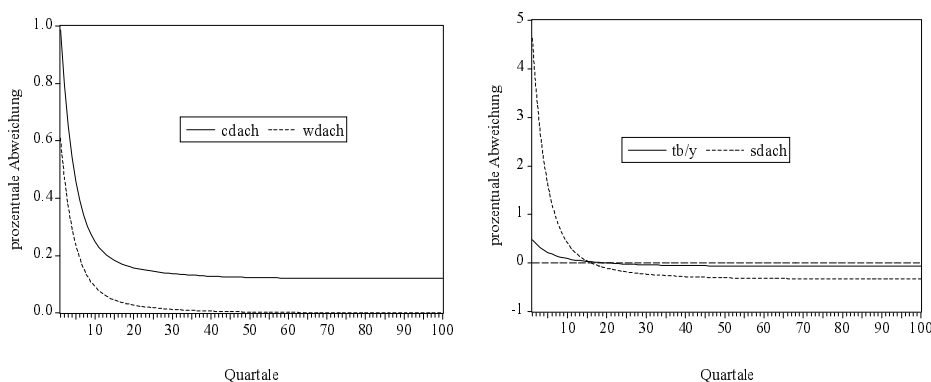
Output, Beschäftigung und Reallohn hängen nur noch vom Kapitalstock und vom Technologieschock ab (vgl. mit Tabelle 4.12). Der Konsum reagiert auf alle Einflußfaktoren mit Ausnahme des Weltmarktzinssatzes wesentlich intensiver. Die Investitionen sind unabhängig von der Entwicklung der Wertpapiere und der fiskalischen Störungen. Die Ersparnis reagiert verstärkt auf Wertpapierschwankungen, während gleichzeitig alle anderen Faktoren an Einfluß verlieren. Bei der Handelsbilanz liegen ebenfalls abgeschwächte Wirkungen vor, wobei nunmehr die Wertpapierhaltung einen negativen Einfluß ausübt. Erstaunlicherweise entspricht der Reaktionskoeffizient genau dem durchschnittlichen Anteil der Handelsbilanz am Output in Dänemark für die Jahre 1971:1 bis 1991:4, der in die Kalibrierung eingeflossen ist.

Für die Impulsantwortfunktionen ergeben sich unter diesen Umständen ganz andere Ergebnisse für den Konsum als im zuvor in Abschnitt 4.7 diskutierten Fall.

Abbildung 4.9

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger Technologieschock



Der Konsum reagiert nun wesentlich intensiver auf den technologischen Schock, um sich erst allmählich dem neuen Gleichgewichtswert anzunähern. Er erreicht somit nicht sofort den neuen Gleichgewichtspunkt wie bei Standardpräferenzen. Die Impulsantworten der übrigen Variablen ändern sich qualitativ kaum gegenüber der Variante in Abschnitt 4.7. Langfristig bleiben aber Output, Beschäftigung und Investitionen unverändert, im Gegensatz zum Fall der Standardnutzenfunktion des vorigen Abschnitts. Handelsbilanz und Ersparnis erreichen langfristig wie zuvor einen niedrigeren Steady State.<sup>88</sup>

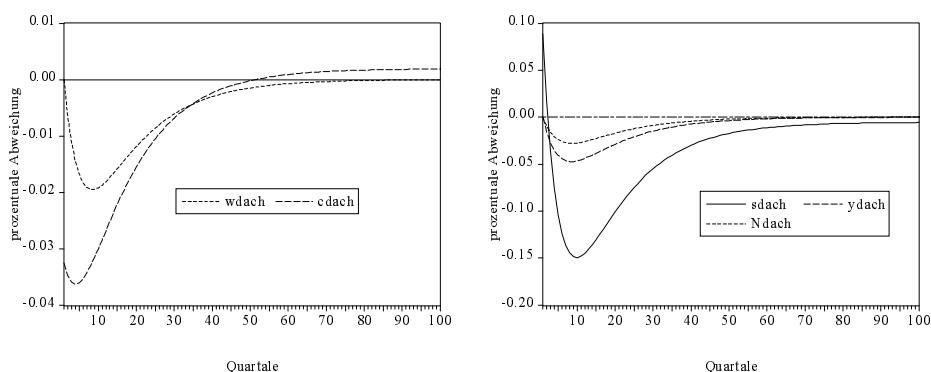
<sup>88</sup> Correia/Neves/Rebelo (1995) erhalten für die Handelsbilanz eine negative Reaktion auf den technologischen Schock.



Abbildung 4.10

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger Realzinssatzschock

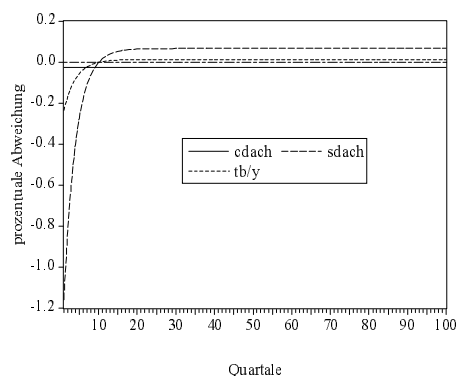


Output, gearbeitete Stunden und Reallohn reagieren anfänglich nicht, sinken dann jedoch aufgrund des Rückgangs des Kapitalstocks durch den gestiegenen Zinssatz. Im neunten Quartal wird der Rückgang des Kapitalstocks maximal, so daß auch  $\hat{y}$ ,  $\hat{N}$  und  $\hat{w}$  zu diesem Zeitpunkt am stärksten vom alten Gleichgewichtswert abweichen. Der durch die Dekumulation des Kapitalstocks hervorgerufene Effekt wirkt beim Konsum wie ein Verstärker, so daß bis zum vierten Quartal eine weitere Intensivierung des Konsumrückgangs zu verzeichnen ist. Erst danach steigt er auf seinen neuen stationären Punkt (ca. 0.19 % über dem alten Steady State) an. Bei den langfristigen Wirkungen stellt sich zum Teil das Ergebnis des Modells mit Anpassungskosten (Abbildung 4.7) ein: Konsum und Wertpapierhaltung steigen, während Handelsbilanz und Ersparnis sinken. Der konterkarierende Effekt der Staatsausgaben des letzten Abschnitts tritt bei GHH-Präferenzen nicht ein.

Abbildung 4.11

Impulsantwortfunktionen im Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger Staatsausgabenschock



Im Hinblick auf fiskalische Schocks reagieren tatsächlich nur die Ersparnis, die Handelsbilanz und der Konsum. Alle anderen Variablen bleiben unbeeinflusst. Der Konsum fällt permanent, begleitet von einem Rückgang der Ersparnis und einer Verschlechterung der Handelsbilanz bedingt durch eine Abnahme der Wertpapierhaltung des repräsentativen Haushalts. Nach zehn Quartalen dominiert die interne Dynamik die Entwicklung, so daß die Nettoexporte und die Ersparnis zunehmen. Das langfristige Gleichgewicht liegt oberhalb des alten.

Für die Momente der Aggregate bedeutet diese Form der Nutzenfunktion insbesondere eine verbesserte Abbildung der Variabilität des Konsums:

Tabelle 4.15

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Basismodell mit Außenhandel, Anpassungskosten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	3.30	1.00	0.60	0.31	0.31	0.60	1.00	0.60	0.31
$\hat{c}_t$	2.19	0.66	0.61	0.32	0.35	0.62	1.00	0.58	0.28
$\hat{i}_t$	4.67	1.42	0.58	0.29	0.20	0.51	0.96	0.62	0.36
$\hat{N}_t$	1.94	0.59	0.60	0.31	0.31	0.60	1.00	0.60	0.31
$\hat{w}_t$	1.36	0.41	0.60	0.31	0.31	0.60	1.00	0.60	0.31
$\hat{s}_t$	10.46	3.17	0.60	0.31	0.29	0.59	0.99	0.61	0.33
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	1.16		0.63	0.35	0.36	0.61	0.95	0.56	0.28

Gegenüber dem Modell des Abschnitts 4.7 steigt die relative Standardabweichung des Konsums auf 0.66 an. Auch der absolute Wert nähert sich mit 2.19 % dem empirischen von 2.76 % gut an. Gleichzeitig nimmt die absolute Variation des Outputs, der Beschäftigung, der Ersparnis und der Handelsbilanz ab, wodurch sich Ersparnis und Output den realistischen Werten annähern und Handelsbilanz sowie Beschäftigung sich von ihnen entfernen. Investitionen und Reallohn variieren relativ zum Output stärker bei GHH-Präferenzen als bei der Standardnutzenfunktion, absolut jedoch schwächer, entgegen der Empirie. Die verbesserte Abbildung der Volatilität von  $\hat{c}$  geht einher mit einer nun perfekten Korrelation zum Output. Alle anderen Größen haben ein nahezu unverändertes Korrelationsmuster zum Output und zeigen dasselbe Persistenzverhalten.<sup>89</sup>

<sup>89</sup> Correia/Neves/Rebelo (1995) erhalten eine kontemporär schwach negativ mit dem Output korrelierte Handelsbilanz. Das liegt an einer geringeren Elastizität von Tobin's  $q$  im Hinblick auf das Verhältnis der Investitionen zum Kapitalstock  $\xi$ , die bei den Autoren auf 1/30 gesetzt wird. Je geringer dieser Wert, desto

Die perfekte Korrelation der zyklischen Beschäftigung und des Reallohnes mit dem Output ist keine Besonderheit der unterstellten GHH-Nutzenfunktion, denn auch bei Standardpräferenzen liegen die Werte bei eins.<sup>90</sup>

Eine Variation der Risikoaversion ruft bei GHH-Präferenzen wenig Wirkung hervor. Lediglich die Reaktionskoeffizienten vor dem Weltmarktzinssatz werden beeinflußt. An den statistischen Eigenschaften der Aggregate ändert dies jedoch nur wenig. In dieser Hinsicht weist das Modell eine erstaunliche Robustheit auf. Denn in den übrigen Modellvarianten unterlagen alle Koeffizienten bei Variation der Risikoaversion einer Änderung. Dies gilt jedoch nur für  $0.1 \leq \sigma \leq 10$ .<sup>91</sup> Für sehr geringe Risikoaversionen und damit hohe Substitutionselastizitäten entkoppeln sich Konsum, Ersparnis und Handelsbilanz von der Entwicklung des Outputs: Sie verlieren zunehmend ihre Korreliertheit mit dem Output. Außerdem steigt ihre absolute und relative Variabilität sehr stark an. Bei  $\sigma = 0.01$  beträgt die Standardabweichung des Konsums beispielsweise schon das 1.46fache der des Outputs und liegt damit nahe am empirischen Wert von 1.40. Auch die Autokorrelationen von  $\hat{c}$ ,  $\hat{s}$  nehmen deutlich zu. Bedingt wird dies durch einen starken Anstieg der Reaktionskoeffizienten vor dem exogenen Weltmarktzinssatz. Allerdings erscheinen solch geringe Risikoaversionen als unrealistisch.

Insgesamt kann man festhalten, daß keine Modellvariante in der Lage ist, die empirisch beobachtete höhere Konsumvariabilität gegenüber der Outputvariabilität zu erklären. In allen Modellen sind die relativen Standardabweichungen des Arbeitseinsatzes, der Investitionen und des Reallohns zu gering. Insbesondere können die Modelle auch keine stärker als der Output schwankende Beschäftigung erklären. Die Antizyklizität der Handelsbilanz bildet kein Modell zufriedenstellend ab. Insbesondere bleibt sie immer prozyklisch. Die absoluten Standardabweichungen liegen vielfach über den tatsächlichen, so daß die exogenen Schocks mehr als 100 % der Schwankungen der Aggregate erklären können.<sup>92</sup> Dies deutet darauf hin, daß andere

---

kleiner wird die positive Reaktion der Handelsbilanz auf technologische Schocks. Bei hinreichend kleinem  $\xi$  wird sie dann deutlich negativ, was die negative Korrelation von Handelsbilanz und Output hervorruft.

<sup>90</sup> Mendoza ((1991), S. 815) kommt zu dem Schluß, daß allein die GHH-Nutzenfunktion (in Verbindung mit einer Cobb-Douglas-Produktionsfunktion) die perfekten Korrelationen auslöse, was im Lichte der Ergebnisse dieses Kapitels in Zweifel zu ziehen ist.

<sup>91</sup> Im Gegensatz zu Standardpräferenzen kann bei GHH-Präferenzen  $\sigma$  beliebig nahe Werte an null annehmen. Vgl. dazu den Anhang D.

<sup>92</sup> Ein ähnliches Ergebnis erhält Zimmermann (1994b). Dabei berechnet er die Solow-Residuen unter Verwendung verschiedenster Meßmethoden für den Arbeitseinsatz und den Kapitalstock und kommt zu dem Schluß, daß in Dänemark die im Modell auftretende Outputvariabilität die tatsächliche ebenfalls deutlich überschreitet. Diese Ergebnisse erhält er im Rahmen eines Zwei-Güter-Zwei-Länder-Modells (vgl. dazu auch Kapitel 6).

Schocks in der Realität die Technologie-, Staatsausgaben- und Zinssatzschocks konterkarieren, wie beispielsweise Nachfragestörungen oder nominale Schocks, die nicht im Modell berücksichtigt worden sind. Die spezielle dänische Entwicklung des Reallohnes, der mit elf Quartalen nachhinkt, bleibt ein empirisches Phänomen und ist im Rahmen eines Modells der Realen Konjunkturtheorie nicht erklärbar. Dazu bedarf es einer landesspezifischeren Modellierung des Arbeitsmarktes unter Berücksichtigung z.B. von Lohnkontrakten. Alle vorgestellten Modelle der offenen Volkswirtschaft geben keine Erklärung für das differenzierte Korrelationsverhalten mit dem Output. Vielmehr weisen die meisten Aggregate einen perfekten Gleichlauf mit dem Output auf, ein empirisch nicht zu beobachtendes Ergebnis. Schließlich werden auch die unterschiedlichen Autokorrelationsmuster nicht abgebildet.

## **5 Erklärung der deutschen Konjunkturzyklen mit einem internationalen realen Konjunkturmodell: Der Zwei-Länder-Fall**

Deutschland gehört neben den USA und Japan zu den größten Volkswirtschaften der Welt (gemessen am Bruttosozialprodukt). Dadurch beeinflusst Deutschland die Weltmarktpreise, so daß sich die Analyse zweier großer Länder anbietet, bei denen der Weltmarktzinssatz endogen bestimmt wird.

Zwei-Länder-Modelle wurden im Rahmen der Realen Konjunkturtheorie erstmals von Cantor/Mark (1987, 1988) vorgeschlagen. Dabei betrachten Cantor/Mark (1987) eine Ein-Gut-Ökonomie mit konstanter Beschäftigung (keine endogenisierte Arbeitszeit/Freizeit-Entscheidung) und mit einem auf den Handel von Wertpapieren beschränkten Finanzmarkt. Jedes Land produziert ein und dasselbe Gut, und Handel entsteht aufgrund von Anpassungsreaktionen auf Produktivitätsschocks. Die technologischen Schocks folgen keinen AR (1)-Prozessen, sondern können nur kontemporär voneinander abweichende Werte annehmen (komparativ dynamische Analyse). Ihre Wirkung kann jedoch vorübergehender (transitorischer) oder dauerhafter (permanenter) Natur sein. Aufgrund einer Abschreibungsrate von 100 % und einer zeitverzögerten Produktionsfunktion à la Long/Plosser (1983) kann für dieses Modell eine exakte Lösung abgeleitet werden. In Cantor/Mark (1988) kann auch die Beschäftigung variieren und zur Ausbreitung der technologischen Störungen beitragen. Die Produktivitätsschocks folgen White-Noise-Prozessen. Man kann das Modell als eine Erweiterung des Long/Plosser-Modells auf zwei Länder interpretieren, allerdings mit nur einem Sektor. Die beiden Länder übernehmen im Grunde die Funktion der Sektoren. Das Modell zeichnet sich durch eine explizite Modellierung der Aktienmärkte aus, die es den Haushalten erlauben, ihr Risiko perfekt zu streuen. Auch hier kann eine exakte Lösung bestimmt werden, da sich der Substitutions- und der Einkommenseffekt einer Reallohnänderung gerade gegeneinander aufheben, so daß die Arbeitszeit konstant bleibt. Beide Modelle können eine positive Beziehung der Outputs beider Länder infolge eines technischen Impulses erklären.<sup>93</sup>

Zwei wesentliche Modellbestandteile der Ansätze von Cantor/Mark haben in der Folge eine Erweiterung und Verfeinerung in der Literatur erfahren und sollen in diesem Kapitel als Grundlage für eine Analyse herangezogen werden. Dies ist zum einen die unterschiedliche Finanzmarktstruktur, zum anderen die Form der exogenen technologischen Schocks. Die umfangreichste Arbeit dazu stammt von Baxter/Crucini (1995).<sup>94</sup> Dort werden die unterschiedlichen Implikationen vollständiger und unvollständiger Märkte in Verbindung mit transitorischen

---

<sup>93</sup> In Cantor/Mark (1987) gilt das nur bei einem transitorischen Schock.

<sup>94</sup> Davon unabhängig hat auch Kollmann (1991, 1996a) die Bedeutung der Marktform für die konjunkturellen Implikationen eines internationalen realen Konjunkturmodells herausgearbeitet.

und permanenten Technologieschocks diskutiert. In Abschnitt 5.1 soll dieser Ansatz für Deutschland kalibriert und angewandt werden. Neben die von Baxter/Crucini betrachteten Schocks tritt eine dritte Variante, die die Störungen aus den gegebenen Daten schätzt und deshalb die Bezeichnung "tatsächliche Schocks" erhält. In Abschnitt 5.2 werden die Implikationen der aus Abschnitt 4.8 bereits bekannten GHH-Präferenzen in Verbindung mit fiskalischer Aktivität untersucht. Dieser Ansatz verbindet Elemente der Arbeiten von Roche (1996), Baxter (1992), Bec (1995), Marrinan (1996) sowie Devereux/Gregory/Smith (1992) mit den von Baxter/Crucini vorgeschlagenen Marktformen und den unterschiedlichen Schocks, wobei nunmehr auch für die fiskalischen Störungen artifizielle transitorische und permanente sowie tatsächliche unterstellt werden. Eine Analyse der Einzelbestandteile (wie in Kapitel 4) unterbleibt, da dies den Umfang der Arbeit sprengen würde.

## 5.1 Das Grundmodell von Baxter/Crucini

### 5.1.1 Vollständige Märkte

#### 5.1.1.1 Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung

In der betrachteten Welt gibt es nur zwei Länder, die miteinander handeln können. In jedem Land konsumieren die Individuen (modelliert als repräsentative Haushalte) neben dem einzigen Gut  $C$  auch Freizeit  $L$ . Sie maximieren den erwarteten Lebensnutzen.

$$(5.1) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[C_t^\theta L_t^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right], \quad 0 < \beta < 1, \text{ Inland}$$

$$(5.2) \quad U^* = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[(C_t^*)^\theta (L_t^*)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right], \quad 0 < \beta < 1, \text{ Ausland}$$

wobei die mit einem Stern versehenen Variablen die Aggregate des Auslands darstellen. Die Form dieser Funktionen entspricht der Nutzenfunktion  $U$  des Abschnitts 4.1 mit den dort genannten Eigenschaften. Im Inland wie im Ausland gilt, daß die Summe aus Arbeitszeit und Freizeit die auf eins normierte Gesamtzeit nicht übersteigen kann.

$$(5.3) \quad 1 - L_t - N_t = 0$$

$$(5.4) \quad 1 - L_t^* - N_t^* = 0$$

In beiden Ländern wird ein und dasselbe Produkt in den landesspezifischen Mengen  $Y_t, Y_t^*$  mit den Faktoren Arbeit  $N_t, N_t^*$  und Kapital  $K_t, K_t^*$  mit Cobb-Douglas-Produktionstechnologien erzeugt.  $X_t, X_t^*$  beschreiben die Entwicklung der landestypischen Technologieniveaus und re-

präsentieren wieder den deterministischen technischen Fortschritt, während  $A_t, A_t^*$  temporäre stochastische technologische Schocks erfassen. Das Kapital, welches im jeweiligen Land eingesetzt wird, gehört nicht notwendigerweise auch den Einwohnern dieses Landes, sondern stellt dasjenige Kapital dar, das in diesem Land produktiv eingesetzt wird. Der Arbeitseinsatz ist international immobil.

$$(5.5) \quad Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

$$(5.6) \quad Y_t^* = A_t^* (K_t^*)^{1-\alpha} (N_t^* X_t^*)^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1$$

Der Output kann jeweils für Konsum und Investitionen  $I_t, I_t^*$  verwendet werden.

Im Gegensatz zum Arbeitseinsatz ist neues Kapital international mobil. Im Zuge neuer Investitionen entstehen Anpassungskosten, wie sie schon aus Kapitel 4 bekannt sind.

$$(5.7) \quad K_{t+1} = \phi \left( \frac{I_t}{K_t} \right) K_t + (1-\delta) K_t$$

$$(5.8) \quad K_{t+1}^* = \phi \left( \frac{I_t^*}{K_t^*} \right) K_t^* + (1-\delta) K_t^*$$

In dieser Modellwelt mit vollständigen Märkten können die Individuen jede Art von Vermögenstiteln handeln, die sie wollen. Es gibt somit kein verbleibendes länderspezifisches Risiko. Die Weltmarktressourcenbedingung lautet also in diesem Falle:

$$(5.9) \quad \pi(Y_t - C_t - I_t) + (1-\pi)(Y_t^* - C_t^* - I_t^*) = 0$$

wobei  $\pi$  den Anteil der im Inland lebenden Individuen an der Gesamtbevölkerung darstellt. Umgeschrieben bedeutet (5.8) nichts anderes, als daß der Weltexportüberschuß gleich null ist.

Dieser Ansatz wird nun um den gemeinsamen linearen Wachstumstrend bereinigt, der über den arbeitsvermehrenden technischen Fortschritt  $X_t$  entsteht. Dies geschieht wieder durch Division aller Variablen durch  $X_t$ , wobei die klein geschriebenen Symbole für die trendbereinigten Aggregate stehen. Gleiches geschieht mit den ausländischen Variablen.

Das vom Haushalt zu lösende Optimierungsproblem lautet dann für die transformierte Ökonomie folgendermaßen:

$$\begin{aligned}
(5.10) \quad \mathcal{L} = E_0 & \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \left( \pi \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + (1-\pi) \frac{[(c_t^*)^\theta (1-N_t^*)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) \right] \right. \\
& + \sum_{t=0}^{\infty} \left( \pi \tilde{\Lambda}_t \left[ \gamma_X k_{t+1} - (1-\delta)k_t - \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t \right] + (1-\pi) \tilde{\Lambda}_t^* \left[ \gamma_X k_{t+1}^* - (1-\delta)k_t^* - \phi \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) k_t^* \right] \right) \\
& \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t \left[ \pi (A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t) + (1-\pi) (A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^*) \right] \right\}
\end{aligned}$$

mit  $\beta^* = \beta \gamma_X^{\theta(1-\sigma)}$ ,  $\gamma_X = X_{t+1}/X_t$ ,  $c_t = C_t/X_t$ ,  $k_t = K_t/X_t$  usw. für die anderen klein geschriebenen Variablen.  $\gamma_X$  ist der Wachstumsfaktor des arbeitsvermehrenden technischen Fortschritts, welcher im In- und Ausland gleich hoch ist,  $\tilde{\Lambda}_t$  und  $\tilde{\Lambda}_t^*$  sind die Schattenpreise der Kapitalstocksbergungsgleichungen (5.7) und (5.8). Die Nebenbedingungen (5.3) und (5.4) wurden in die Nutzenfunktion eingearbeitet.  $P_t$  schließlich steht für den Schattenpreis des Weltmarktexportüberschusses.

Dieser Ansatz muß nun nach allen inländischen sowie allen ausländischen Variablen und den Schattenpreisen differenziert werden. Die Bedingungen erster Ordnung für ein inneres Optimum lauten dann:

$$(5.11) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t} = \pi \beta^{*t} \theta c_t^{\theta(1-\sigma)-1} (1-N_t)^{(1-\theta)(1-\sigma)} - \pi P_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.12) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \pi \beta^{*t} (1-\theta) c_t^{\theta(1-\sigma)} (1-N_t)^{(1-\theta)(1-\sigma)-1} (-1) + \pi P_t A_t \alpha k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.13) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i_t} = -\pi \tilde{\Lambda}_t \phi' \left( \frac{i_t}{k_t} \right) - \pi P_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.14) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}} = \pi E_t \tilde{\Lambda}_{t+1} \left[ -\phi \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right) + \phi' \left( \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} \right) \frac{i_{t+1}}{k_{t+1}} - (1-\delta) \right] + \pi \gamma_X \tilde{\Lambda}_t + \pi E_t P_{t+1} [(1-\alpha) A_{t+1} k_{t+1}^{-\alpha} N_{t+1}^\alpha] \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.15) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t} = \pi \left( \gamma_X k_{t+1} - (1-\delta)k_t - \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t \right) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.16) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^*} = (1-\pi) \beta^{*t} \theta (c_t^*)^{\theta(1-\sigma)-1} (1-N_t^*)^{(1-\theta)(1-\sigma)} - (1-\pi) P_t \stackrel{!}{=} 0$$



$$(5.17) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t^*} = (1-\pi)\beta^{*t}(1-\theta)(c_t^*)^{\theta(1-\sigma)}(1-N_t^*)^{(1-\theta)(1-\sigma)-1}(-1) + (1-\pi)P_t A_t^* \alpha (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^{\alpha-1} = 0$$

$$(5.18) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial i_t^*} = -(1-\pi)\tilde{\Lambda}_t^* \phi' \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) - (1-\pi)P_t = 0$$

$$(5.19) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial k_{t+1}^*} = (1-\pi)E_t \tilde{\Lambda}_{t+1}^* \left[ -\phi \left( \frac{i_{t+1}^*}{k_{t+1}^*} \right) + \phi' \left( \frac{i_{t+1}^*}{k_{t+1}^*} \right) \frac{i_{t+1}^*}{k_{t+1}^*} - (1-\delta) \right] + (1-\pi)\gamma_X \tilde{\Lambda}_t^* \\ + (1-\pi)E_t P_{t+1} \left[ (1-\alpha)A_{t+1}^* (k_{t+1}^*)^{-\alpha} (N_{t+1}^*)^\alpha \right] = 0$$

$$(5.20) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tilde{\Lambda}_t^*} = (1-\pi) \left( \gamma_X k_{t+1}^* - (1-\delta)k_t^* - \phi \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) k_t^* \right) = 0$$

$$(5.21) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t} = \left[ \pi (A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t) + (1-\pi) (A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^*) \right] = 0$$

$$(5.22) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \tilde{\Lambda}_t^* \gamma_X k_{t+1}^* = 0$$

$$(5.23) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} E_t \tilde{\Lambda}_t^* \gamma_X k_{t+1}^* = 0$$

Da die beiden Länder völlig gleiche Parameter in ihren Nutzen- und Produktionsfunktionen sowie in der Entwicklung des Kapitalstocks aufweisen, gilt das Resultat aus dem Grundmodell von King/Plosser/Rebelo (1988a), daß im Steady State alle Variablen mit der gleichen Rate wachsen, hier auch:

$$(5.24) \quad \gamma_C = \gamma_{C^*} = \gamma_I = \gamma_{I^*} = \gamma_Y = \gamma_{Y^*} = \gamma_X = \gamma_{X^*} = \gamma_K = \gamma_{K^*}$$

Daneben gelten die nachstehenden Beziehungen im Steady State:

$$(5.25) \quad \beta^* = \frac{\gamma_X}{1+r}$$

$$(5.26) \quad r = (1-\alpha)A \left( \frac{k}{N} \right)^{-\alpha} - \delta$$

$$(5.27) \quad \frac{i}{k} = \gamma_X - (1-\delta)$$

$$(5.28) \quad \frac{k}{y} = \left( \frac{k}{N} \right)^\alpha \frac{1}{A}$$

$$(5.29) \quad \frac{i}{y} = \frac{(\gamma_x - 1 + \delta)(1 - \alpha)}{r + \delta}$$

$$(5.30) \quad \frac{i}{y} + \frac{c}{y} = 1$$

$$(5.31) \quad \alpha \frac{1 - N}{N} = \frac{1 - \theta}{\theta} \frac{c}{y}$$

Diese Beziehungen gelten aufgrund der Symmetrie der beiden Länder auch im Ausland. Mithin gilt somit:

$$(5.32) \quad \frac{i}{k} = \frac{i^*}{k^*}, \frac{i}{y} = \frac{i^*}{y^*}, \frac{c}{y} = \frac{c^*}{y^*}, \frac{k}{y} = \frac{k^*}{y^*}, y = y^*$$

Um zu einer Lösung dieser Optimumbedingungen zu gelangen, wird - wie bekannt - das vorliegende nichtlineare System mittels einer Taylor-Approximation erster Ordnung um den Steady State linearisiert. Dies liefert die nachstehenden Gleichungen:

$$(5.33) \quad [\theta(1 - \sigma) - 1]\hat{c}_t - (1 - \theta)(1 - \sigma)\frac{N}{1 - N}\hat{N}_t = \hat{p}_t$$

$$(5.34) \quad \theta(1 - \sigma)\hat{c}_t - [(1 - \theta)(1 - \sigma) - 1]\frac{N}{1 - N}\hat{N}_t = \hat{p}_t + \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + (\alpha - 1)\hat{N}_t$$

$$(5.35) \quad \left[ \phi'' \left( \frac{i}{k} \right) \frac{i}{k} \right] (\hat{i}_t - \hat{k}_t) = \hat{p}_t - \hat{\lambda}_t$$

$$(5.36) \quad \beta^* \left[ \phi'' \left( \frac{i}{k} \right) \frac{i}{k} \right] \left( \frac{i}{k} \right) \hat{k}_{t+1} - \beta^* \left[ \phi'' \left( \frac{i}{k} \right) \frac{i}{k} \right] \left( \frac{i}{k} \right) \hat{i}_{t+1} \\ + [\gamma_x - \beta^*(1 - \delta)] (\hat{p}_{t+1} + \hat{A}_{t+1} - \alpha \hat{k}_{t+1} + \alpha \hat{N}_{t+1}) + \beta^*(1 - \delta) \hat{\lambda}_{t+1} - \gamma_x \hat{\lambda}_t = 0$$

$$(5.37) \quad \hat{k}_{t+1} = \left( \hat{i}_t - \hat{k}_t \right) \left( \frac{\gamma_x - 1 + \delta}{\gamma_x} \right) + \hat{k}_t$$

$$(5.38) \quad [\theta(1 - \sigma) - 1]\hat{c}_t^* - (1 - \theta)(1 - \sigma)\frac{N}{1 - N}\hat{N}_t^* = \hat{p}_t$$

$$(5.39) \quad \theta(1 - \sigma)\hat{c}_t^* - [(1 - \theta)(1 - \sigma) - 1]\frac{N}{1 - N}\hat{N}_t^* = \hat{p}_t + \hat{A}_t^* + (1 - \alpha)\hat{k}_t^* + (\alpha - 1)\hat{N}_t^*$$

$$(5.40) \quad \left[ \phi'' \left( \frac{i^*}{k^*} \right) \frac{i^*}{k^*} \right] (\hat{i}_t^* - \hat{k}_t^*) = \hat{p}_t - \hat{\lambda}_t^*$$

$$(5.41) \quad \beta^* \left[ \phi'' \left( \frac{i^*}{k^*} \right) \frac{i^*}{k^*} \right] \left( \frac{i^*}{k^*} \right) \hat{k}_{t+1}^* - \beta^* \left[ \phi'' \left( \frac{i^*}{k^*} \right) \frac{i^*}{k^*} \right] \left( \frac{i^*}{k^*} \right) \hat{i}_{t+1}^* \\ + [\gamma_X - \beta^*(1-\delta)] (\hat{p}_{t+1} + \hat{A}_{t+1}^* - \alpha \hat{k}_{t+1}^* + \alpha \hat{N}_{t+1}^*) + \beta^*(1-\delta) \hat{\lambda}_{t+1}^* - \gamma_X \hat{\lambda}_t^* = 0$$

$$(5.42) \quad \hat{k}_{t+1}^* = (\hat{i}_t^* - \hat{k}_t^*) \left( \frac{\gamma_X - 1 + \delta}{\gamma_X} \right) + \hat{k}_t^*$$

$$(5.43) \quad \pi \left[ \hat{A}_t + (1-\alpha) \hat{k}_t + \alpha \hat{N}_t - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \frac{i}{y} \hat{i}_t \right] + (1-\pi) \left[ \hat{A}_t^* + (1-\alpha) \hat{k}_t^* + \alpha \hat{N}_t^* - \frac{c^*}{y^*} \hat{c}_t^* - \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_t^* \right] = 0$$

Dabei gilt, daß die klein geschriebenen Lagrangemultiplikatoren jeweils die current valued multiplier darstellen, d.h.  $\lambda_t = \tilde{\lambda}_t / \beta^*$ ,  $\lambda_t^* = \tilde{\lambda}_t^* / \beta^*$ ,  $p_t = P_t / \beta^*$ . Die mit einem Dach versehenen Variablen repräsentieren die zyklischen Komponenten, wieder berechnet als relative Abweichung vom Steady State.

Wie oben schon für die Steady States herausgestellt, sind beide Länder unter dieser Parameterkonstellation völlig symmetrisch. Diese Parametersymmetrie überträgt sich auch auf die approximierten Gleichungen, wie man an (5.33) bis (5.37) und (5.38) bis (5.42) deutlich erkennen kann. Allein die Gleichung (5.43) ist in ihrer Struktur nicht symmetrisch, da der Parameter für die Landesgröße  $\pi$  noch auftritt und für abweichende Konjunkturen in den Ländern sorgen könnte.

Der Vektor der Kontrollvariablen besteht damit aus den nachstehenden Komponenten:

$$(5.44) \quad \left( \hat{c}_t \quad \hat{N}_t \quad \hat{i}_t \quad \hat{c}_t^* \quad \hat{N}_t^* \quad \hat{i}_t^* \quad \hat{p}_t \right)'$$

während der Vektor der Zustands-/Kozustandsvariablen lautet:

$$(5.45) \quad \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_t^* \quad \hat{\lambda}_t \quad \hat{\lambda}_t^* \right)'$$

Schließlich ergibt sich für den Vektor der exogenen Größen:

$$(5.46) \quad \left( \hat{A}_t \quad \hat{A}_t^* \right)'$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit entfällt eine genaue Angabe der Systemmatrizen  $Mcc$ ,  $Mcs$  usw.

Für die Kalibrierung werden empirische Werte für Deutschland herangezogen. Wie aus Abschnitt 3.2.2.3 bekannt ist, beträgt der dem Output, dem Konsum, den Investitionen, der Ersparnis und dem Reallohn gemeinsame Wachstumsfaktor  $\gamma_x$  1.0054 pro Quartal und impliziert ein Jahreswachstum von ca. 2.2 %. Der Risikoavversionsparameter  $\sigma$  betrage eins, so daß die logarithmisch lineare Nutzenfunktion zugrunde gelegt wird. Die modellrelevante Lohnquote, hier zu verstehen als durchschnittliches Verhältnis der Bruttoeinkommen aus unselbständiger Arbeit zum Bruttosozialprodukt, nimmt in Deutschland im Betrachtungszeitraum 1968 bis 1991 einen Wert von 0.56 an. Beide Länder seien gleich groß, so daß  $\pi$  gleich 0.5 ist. Die Abschreibungsrate  $\delta$  wird auf 0.025 gesetzt, was einer Abschreibung von etwa 10 % pro Jahr entspricht. Exakte empirische Werte liegen nicht vor. Der Anpassungskostenparameter  $[\phi''(i/k) \cdot (i/k)]$  erhält den Wert  $-1/15$ .<sup>95</sup> Dies ist der Wert, mit dem auch Baxter/Crucini (1995) arbeiten und der in ihrem Modell eine realistische Schwankungsintensität der Investitionen gewährleistet. Empirische Untersuchungen darüber liegen nicht vor. Der Wert impliziert für die Elastizität des Verhältnisses der Investitionen zum Kapitalstock im Hinblick auf Tobin's  $q$  einen Wert von 15. Für den Steady-State-Realzinssatz erhält man unter Heranziehung des Standard and Poor's 500 Index (siehe Abschnitt 4.4) im Betrachtungszeitraum 6.9 % pro Jahr. Im Gleichgewicht werden 20 % der Gesamtzeit für Arbeit aufgewendet, so daß  $N=0.2$ . Empirisch gesehen liegt der Anteil der durchschnittlich pro Tag und pro Kopf der Bevölkerung gearbeiteten Stunden bei nur 0.12. In den USA erhält man einen etwas höheren Arbeitseinsatz von etwa 0.14. Um jedoch eine Vergleichbarkeit auch mit den Ergebnissen von Kapitel 4 zu ermöglichen, wird  $N$  trotzdem auf 0.2 gesetzt. Diesen Wert erhält man nur dann näherungsweise, wenn man die durchschnittlichen pro Erwerbstätigen gearbeiteten Stunden untersucht. Dies ist jedoch nicht die modellrelevante Referenzgröße. Alle übrigen Parameter setzen sich in der oben beschriebenen Weise aus diesen zusammen und können somit endogen bestimmt werden. In diesem Fall resultieren folgende Eigenwerte der Matrix  $W$ :

1.0705, 1.0527, 0.9612, 0.9451.

Zwei Eigenwerte sind somit größer als eins, während zwei einen Wert kleiner als eins haben. Da in diesem Modell genau zwei Zustands- und zwei Kozustandsvariablen auftauchen, können die zu Instabilitäten führenden Werte von 1.0705 und 1.0527 den nicht prädeterminierten Schattenpreisen  $\hat{\lambda}_t, \hat{\lambda}_t^*$  zugeordnet und damit eliminiert werden. Das System ist danach stabil und eine Filterung der Prozesse nicht unbedingt notwendig. Um aber später die Implikationen permanenter Schocks mit denen transitorischer vergleichen zu können, soll grundsätzlich eine Filterung der Prozesse mit dem HP-Filter erfolgen. Wo es ratsam erscheint, werden auch die Ergebnisse ohne Filterung angesprochen.

---

<sup>95</sup> Es gilt  $[\phi''(i/k) \cdot (i/k)] = -\xi$ , da im Steady State  $\phi' = 1$  (vgl. (4.58)).

Bevor die für die Modellergebnisse wichtige Stochastik der exogenen Prozesse diskutiert wird, seien zuvor die Gleichungen für die anderen Kontrollvariablen angegeben. Für den Output, den Reallohn und die Ersparnis gelten die schon in Kapitel 4 angegebenen Gleichungen weiter. Sie seien hier der Vollständigkeit halber nochmals wiederholt. Die Bestimmung der Handelsbilanz kann nur über den zyklischen Konsum und die zyklischen Investitionen erfolgen, so daß der erste Teil der Gleichung (4.93) nicht im Modell mit vollständigen Märkten gilt. Im Ausland gelten diese Beziehungen analog mit den entsprechenden Sterngrößen.

$$(5.47) \quad \hat{y}_t = \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t + \alpha\hat{N}_t$$

$$(5.48) \quad \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{N}_t = \hat{A}_t + (1 - \alpha)\hat{k}_t - (1 - \alpha)\hat{N}_t$$

$$(5.49) \quad \hat{s}_t = \frac{1}{1 - c/y} \hat{y}_t - \frac{c/y}{1 - c/y} \hat{c}_t$$

$$(5.50) \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} = \hat{y}_t - \frac{c}{y} \hat{c}_t - \frac{i}{y} \hat{i}_t$$

Nach der Eliminierung der beiden o.g. Schattenpreise über den Algorithmus von King/Plosser/Rebelo (1990) verbleiben folgende Zustandsvariablen sowie exogene Variablen in  $\tilde{s}_t$ :

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_t^* \quad \hat{A}_t \quad \hat{A}_t^* \right)' \quad \text{und} \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \right)'$$

während der Vektor aller Kontrollvariablen  $z_t$  die Form

$$z_t = \left( \hat{c}_t \quad \hat{N}_t \quad \hat{i}_t \quad \hat{c}_t^* \quad \hat{N}_t^* \quad \hat{i}_t^* \quad \hat{p}_t \quad \hat{y}_t \quad \hat{w}_t \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} \quad \hat{s}_t \quad \hat{y}_t^* \quad \hat{w}_t^* \quad \frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*} \quad \hat{s}_t^* \right)'$$

annimmt. Die entsprechenden Prozesse können dann für die Zustandsvariablen und die exogenen Größen gemäß (4.30) und für die Kontrollgrößen über (4.36) bestimmt werden.

Entscheidend für die internationalen Verflechtungen sind die in den Ländern auftretenden technologischen Schocks. Zunächst sollen die Implikationen für transitorische Schocks untersucht werden, um im Anschluß daran die Unterschiede zu permanenten Störungen herauszuarbeiten. Schließlich werden die Ergebnisse für die tatsächlichen Störungen referiert.

### 5.1.1.2 Berechnung der Technologieschocks

Die unterstellten Produktionsfunktionen vom Cobb-Douglas-Typ legen es nahe, den technologischen Fortschritt über die Solow-Residuen (Solow (1957)) zu messen. Im Rahmen dieses Modells müßten die logarithmierten Solow-Residuen dann folgendermaßen berechnet werden:

$$(5.51) \quad \begin{aligned} \log A_t &= \log y_t - (1 - \alpha) \log k_t - \alpha \log N_t \\ \log A_t^* &= \log y_t^* - (1 - \alpha) \log k_t^* - \alpha \log N_t^* \end{aligned}$$

Empirische Untersuchungen über Solow-Residuen gibt es viele, insbesondere über landesspezifische (Prescott (1986), Finn (1995), Hall (1990), Ravn (1992a)). Dabei steht man häufig gravierenden Datenproblemen gegenüber. In den meisten Ländern (mit Ausnahme der USA) liegen keine Reihen über den Kapitalstock vor. Vielfach versuchen die Autoren dann, über Investitionsreihen und bei Unterstellung einer bestimmten Abschreibungsrate entsprechende Reihen zu konstruieren. Diese Vorgehensweise kann jedoch keinen Anspruch auf Exaktheit erheben. Andere gehen von der Annahme eines gleich hohen Wachstums von Output und Kapitalstock aus (Blanchard/Fischer (1989)), wieder andere nehmen den Kapitalstock ganz aus der Berechnung heraus (Backus/Kehoe/Kydland (1992), Roche (1996)). Vielfach werden für den Arbeitseinsatz Beschäftigungsreihen (Employment) verwendet, weil Angaben über die Arbeitsstunden nicht vorliegen. Backus/Kehoe/Kydland (1992) gehen diesen Weg und verwenden die Beschäftigungsreihen des IMF. Hierbei besteht das Problem, daß, wie Burdett/Wright (1989) gezeigt haben, der Großteil der Varianz des Arbeitseinsatzes von einer Variation der Arbeitsstunden und nicht der Anzahl der Beschäftigten herrührt, womit also korrekterweise die gearbeitete Stundenzahl zu verwenden wäre, um zu einer genaueren Messung der Varianzen der Störungen zu gelangen.

Dennoch stellen die Schätzungen von Backus/Kehoe/Kydland (1992) einen geeigneten Ausgangspunkt für die Beurteilung der technologischen Verflechtungen zweier Länder dar. Nach der Berechnung der Werte über (5.51) schätzen sie das folgende bivariate VAR (1)-Modell für die Solow-Residuen:

$$(5.52) \quad \begin{bmatrix} \log A_t \\ \log A_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{AA} & \rho_{AA^*} \\ \rho_{A^*A} & \rho_{A^*A^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \log A_{t-1} \\ \log A_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{A,t} \\ \varepsilon_{A^*,t} \end{bmatrix}$$

$$\text{mit } E(\varepsilon_{A,t}) = E(\varepsilon_{A^*,t}) = 0, E(\varepsilon_{A,t}^2) = \sigma_{\varepsilon_{A,t}}^2, E(\varepsilon_{A^*,t}^2) = \sigma_{\varepsilon_{A^*,t}}^2, E(\varepsilon_{A,t} \varepsilon_{A^*,t})$$

Dieses Gleichungssystem wird zum einen für die USA und Kanada, zum anderen für die USA und ein Aggregat aus sechs europäischen Ländern (= Europa) geschätzt. Die Schätzungen ergeben, daß die Störungen stark persistent sind und das Anzeichen für die Übertragung der Schocks von einem Land in das andere bestehen (sog. positive Spillovers:  $\rho_{AA^*}, \rho_{A^*A}$  verschie-

den von null). Darüber hinaus weisen die Störterme  $\varepsilon_{A,t}$ ,  $\varepsilon_{A^*,t}$  eine positive Korrelation auf. Allerdings sind die Koeffizienten  $\rho_{AA^*}$ ,  $\rho_{A^*A}$  mit großen Standardfehlern behaftet.

Ausgehend von dieser Tatsache in Verbindung mit der hohen Persistenz der Schocks testen Baxter/Crucini (1995) die Hypothese, ob die Solow-Residuen Random-Walk-Prozessen ohne Verflechtungen zwischen den Ländern, aber mit korrelierten Störungen folgen. In beiden Fällen kann die Nullhypothese nicht abgelehnt werden, so daß zwar keine Signifikanzaussage getroffen werden kann, jedoch Anzeichen für eine Nichtstationarität bestehen. In einer weiteren Untersuchung ermitteln die Autoren eine Tendenz zur Kointegration der Technologieschocks der USA und Kanadas, während sie zwischen den USA und Europa nur eine sehr schwache Evidenz für Kointegration feststellen können. Basierend darauf schätzen sie ein Vector-Error-Correction-Modell für die USA und Kanada und ein VAR-System in den ersten Differenzen für die USA und Europa. Auch diese Modelle führen zu dem Ergebnis, daß allenfalls zwischen Kanada und den Vereinigten Staaten eine schwache Transmission der Schocks besteht, nicht jedoch zwischen dem Aggregat europäischer Länder und den Vereinigten Staaten. Zusammenfassend gelangen die Autoren zu dem Ergebnis, daß die Random-Walk-Eigenschaft ohne Verflechtungen zwischen den Ländern nicht auszuschließen ist. Daher sollen - in Anlehnung an dieses Ergebnis - auch hier die Implikationen für permanente Schocks ohne Spillovers einerseits und transitorische Schocks mit internationalen Verflechtungen andererseits untersucht werden.

Die Problematik bei dieser Art der Berechnung der Residuen besteht darin, daß die logarithmierten Werte der Residuen in dieser Form nicht im Modell auftreten, sondern vielmehr die zyklischen Komponenten  $\hat{A}_t$ ,  $\hat{A}_t^*$  benötigt werden. Wenn man somit den zyklischen Output sowie den zyklischen Arbeitseinsatz und den zyklischen Kapitalstock bestimmt hat, kann man durch Umstellen der Gleichung (5.47) und dem ausländischen Pendant nach den zyklischen Komponenten von  $A$  und  $A^*$  auflösen. In diesen Gleichungen taucht dann immer noch der zyklische Kapitalstock auf, über den man natürlich keine Daten hat, wenn man schon über den Kapitalstock selbst keine besitzt. Dann bestehen grundsätzlich zwei Möglichkeiten fortzufahren. Entweder nimmt man an, die zyklische Komponente des Kapitalstocks sei gleich null:  $\hat{k}_t = 0$ . Das würde aber bedeuten, daß der Pro-Kopf-Kapitalstock keinen Zyklus hätte, was sicherlich im Rahmen des Modells unrealistisch wäre. Oder man unterstellt, daß die zyklischen Komponenten von Output und Kapitalstock gleich sind:  $\hat{y}_t = \hat{k}_t$ . Dies ist zwar auch unrealistisch, entspricht jedoch der Annahme gleicher Wachstumsraten von Kapitalstock und Output bei der Berechnung von Solow-Residuen aus den aggregierten Daten  $Y$  und  $K$  (vgl. dazu

Blanchard/Fischer (1989), S. 3-4).<sup>96</sup> Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, daß man tatsächlich dasjenige Maß berechnet, so gut es die Datenlage zuläßt, welches im Modell benötigt wird. Dagegen begeht man einen größeren Fehler, wenn man mit den logarithmierten Werten für die technologischen Schocks in die Schätzung des bivariaten Systems geht, wie es Backus/Kehoe/Kydland (1992) vorschlagen. Daher wird die dritte Form der betrachteten technologischen Schocks mit der Bezeichnung tatsächliche Schocks versehen.

### 5.1.1.3 Modelllösung bei transitorischen Schocks

In Anlehnung an die Vorgehensweise von Baxter/Crucini werden für die Solow-Residuen im In- und Ausland in einem bivariaten VAR (1)-Modell persistente Prozesse unterstellt, die schwach miteinander verflochten sind. Auch die Störterme sind positiv korreliert. Hinsichtlich der Varianzen und Kovarianzen werden die Schätzungen von Backus/Kehoe/Kydland (1992) für die USA und Europa verwendet. Das ergibt nun für die exogene Dynamik folgendes VAR (1)-Modell:

$$(5.53) \quad \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{A}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.906 & 0.088 \\ 0.088 & 0.906 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-1} \\ \hat{A}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \end{bmatrix}, \text{ wobei}$$

$$E(\varepsilon_{\hat{A},t}) = E(\varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A},t}}^2 = 0.0000681, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A}^*,t}}^2 = 0.0000681, E(\varepsilon_{\hat{A},t} \varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0.0000176$$

An dieser Stelle sei nochmals betont, daß diese Schätzungen eigentlich für die Logarithmen von  $A$  und  $A^*$  gelten. Im Modell werden sie dann für die zyklischen Komponenten eingesetzt. Baxter/Crucini (1995) normieren in Abweichung zu Backus/Kehoe/Kydland (1992) die Varianzen der Störterme auf eins. Hier werden die Originalwerte von Backus/Kehoe/Kydland angesetzt. Dies hat zwar auf die relativen Variabilitäten keinen Einfluß, wohl aber auf die absoluten und damit auf den Beitrag, den die technologischen Schocks zur Erklärung der Schwankungen von Output, Konsum, Investitionen usw. leisten. Die Korrelation zwischen den Störgrößen beträgt 0.258 und wird auch von Baxter/Crucini (1995) verwendet. (5.53) stellt eine symmetrisierte Variante der tatsächlichen Werte dar, die derart aus den geschätzten Koeffizienten bestimmt wird, daß auf der Diagonalen die gleichen Koeffizienten stehen, während auf den Positionen außerhalb der Diagonalen die Werte unterschiedliche Vorzeichen haben können, ansonsten aber gleich sein müssen. Zusätzlich stimmen die Eigenwerte der Originalmatrix und der symmetrisierten Matrix überein.

Die Entscheidungsregeln für den Kapitalstock im In- und Ausland lauten damit:

---

<sup>96</sup> Es sei darauf hingewiesen, daß die Gleichheit der Wachstumsraten von  $Y$  und  $K$  in diesem Modell nicht impliziert, daß die zyklischen Komponenten der um den gemeinsamen Trend  $X$  bereinigten Reihen  $y$  und  $k$  gleich sind. Dies stellt eine zusätzliche Annahme dar.



$$(5.54) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9532\hat{k}_t + 0.0080\hat{k}_t^* + 0.0934\hat{A}_t - 0.0184\hat{A}_t^*$$

$$(5.55) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0080\hat{k}_t + 0.9532\hat{k}_t^* - 0.0184\hat{A}_t + 0.0934\hat{A}_t^*$$

Aufgrund der völlig symmetrischen Parameterstruktur ergeben sich auch symmetrische Prozesse sowohl für die Kapitalstöcke als auch für die Kontrollvariablen. Die Kapitalstöcke weisen eine hohe Autokorrelation auf, reagieren mit einer Zunahme auf jeweils ausländische Verbesserungen des Kapitalstocks und nehmen infolge eines positiven technologischen Schocks im eigenen Land zu, während sie infolge technischer Innovationen im jeweiligen Ausland sinken.

Im einzelnen resultieren die in der nachstehenden Tabelle 5.1 genannten Prozesse. Die Koeffizienten beziehen sich wieder auf die Matrix  $\Pi$  in (4.36).

Tabelle 5.1  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
transitorische Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor			
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5563	-0.2408	1.5331	-0.2785
$\hat{c}_t$	0.2967	0.2967	0.3431	0.3431
$\hat{i}_t$	-0.5491	0.2649	3.0905	-0.6089
$\hat{N}_t$	0.2077	-0.4300	0.9520	-0.4973
$\hat{w}_t$	0.3486	0.1892	0.5811	0.2188
$\hat{s}_t$	1.1168	-1.4010	4.1019	-1.6203
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5274	-0.5274	0.3202	-0.3202

Die Koeffizienten für die ausländischen Variablen sind wie die des Kapitalstocks spiegelbildlich exakt die gleichen und werden der Übersichtlichkeit halber weggelassen.

Wie schon aus Kapitel 4 bekannt, überträgt sich die Struktur des Technologieschocks auch auf den Kapitalstock. In (5.54) liegt der AR-Koeffizient mit 0.9532 sogar noch über dem von  $\hat{A}_t$ . Inländische technologische Schocks rufen bei allen endogenen Variablen eine positive Reaktion hervor. Diese ist bei der Ersparnis und den Investitionen am stärksten, gefolgt vom Output und dem Arbeitseinsatz. Es schließen sich Reallohn und Konsum an. Am schwächsten reagiert die Handelsbilanz. Ausländische Schocks dagegen führen beim Output, dem Arbeitseinsatz, den Investitionen, der Ersparnis und der Handelsbilanz zu einer negativen Reaktion, während der Reallohn und der Konsum mit einer Zunahme auf die ausländischen Störungen reagieren. Die Konsumströme in beiden Ländern folgen identischen Prozessen, bedingt durch die unterstellte

Nutzenfunktion mit einem Risikoaversionsparameter von eins in Verbindung mit der perfekten Risikostreuung aufgrund der vollständigen Märkte.<sup>97</sup>

Bevor die Implikationen des Modells für die Impulsantwortfunktionen untersucht werden, sollen zunächst die Ergebnisse für die Momente der zyklischen Komponenten betrachtet werden. Diese sind - ermittelt nach einer HP-Filterung der Prozesse - in Tabelle 5.2 angegeben.

Tabelle 5.2  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	1.55	1.00	0.69	0.44	0.44	0.69	1.00	0.69	0.44
$\hat{c}_t$	0.60	0.39	0.75	0.53	0.39	0.53	0.68	0.47	0.30
$\hat{i}_t$	3.10	2.00	0.67	0.41	0.34	0.62	0.98	0.71	0.49
$\hat{N}_t$	0.98	0.63	0.67	0.41	0.37	0.62	0.93	0.65	0.41
$\hat{w}_t$	0.73	0.47	0.73	0.50	0.45	0.64	0.88	0.61	0.39
$\hat{s}_t$	4.13	2.66	0.68	0.42	0.40	0.66	0.97	0.67	0.43
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	0.45		0.75	0.53	0.42	0.54	0.68	0.40	0.19

Die absolute Variabilität des Outputs kann exakt abgebildet werden (vgl. mit Tabelle 3.7). Die Beschäftigung schwankt absolut betrachtet etwas zu stark. Alle übrigen Volatilitäten fallen zu gering aus. Die Autokorrelationen können vergleichsweise gut für den Output, den Konsum, die Investitionen und den Reallohn abgebildet werden, während das Persistenzverhalten des Arbeitseinsatzes nicht ganz im Modell erreicht werden kann.

Im Hinblick auf die Korrelationen mit dem Output können das gleichlaufende Verhalten des Konsums, der Investitionen und der Ersparnis gut erklärt werden, wenn auch mit zu hohen Werten. Die Handelsbilanz ist jedoch im Modell prozyklisch, während sie in der Empirie anti-zyklisch vorlaufend bei drei Quartalen ist. Die empirisch nachhinkende Beschäftigung (ein Quartal) wird wie auch schon in Kapitel 4 gesehen nicht erklärt, ebensowenig wie der mit sechs Quartalen nachhinkende Reallohn. Vielmehr resultieren immer gleichgerichtete Bewegungen von Arbeitseinsatz, Reallohn und Output aufgrund der zugrundeliegenden Produktionstechnologie.

<sup>97</sup> Bec (1995) führt diese Eigenschaft allein auf die unterstellte Nutzenfunktion bei einer Risikoaversion von eins zurück. Wie später deutlich werden wird, spielt aber auch die Marktform eine entscheidende Rolle.

Für das Ausland ergeben sich, wie oben schon angedeutet, aufgrund der exakt gleichen (symmetrischen) Prozesse genau die gleichen Konjunkturmuster. Somit könnte Tabelle 5.2 auch zu einem Vergleich mit Tabelle 3.4 für die USA herangezogen werden. Dies soll aus Platzgründen jedoch unterbleiben.

Interessant sind die Ergebnisse, die sich ohne Anwendung des HP-Filters für die Momente der Modellvariablen ergeben. Da - wie bekannt - nur dann auf eine Filterung der Prozesse verzichtet werden kann, wenn die verbleibenden Eigenwerte der Matrix  $W$  kleiner als eins sind, kann diese Berechnung hier vorgenommen werden. Das aus Kapitel 4 bekannte Problem der Nichtstationarität der tatsächlichen Technologieschocks ergibt sich nicht, weil unterstellt wird, daß die transitorischen Schocks stationär sind. Man erhält die in Tabelle 5.3 angegebenen Ergebnisse:

Tabelle 5.3  
Momente der Modellvariablen (ohne HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks			Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
Variable	Std.	Relative	1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$	Abw.	Std.Abw.							
$\hat{y}_t$	10.92	1.00	0.993	0.987	0.987	0.993	1.00	0.993	0.987
$\hat{c}_t$	10.32	0.95	0.999	0.998	0.977	0.977	0.977	0.974	0.971
$\hat{i}_t$	12.43	1.14	0.979	0.960	0.939	0.954	0.971	0.964	0.958
$\hat{N}_t$	1.87	0.17	0.906	0.825	0.297	0.325	0.355	0.340	0.326
$\hat{w}_t$	10.40	0.95	0.999	0.997	0.983	0.984	0.986	0.982	0.978
$\hat{s}_t$	13.55	1.24	0.969	0.941	0.906	0.921	0.938	0.927	0.917
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	1.23		0.965	0.928	0.156	0.161	0.166	0.148	0.133

Betrachtet man die Ergebnisse für die ungefilterten Reihen, fällt auf, daß alle Variablen eine sehr hohe Persistenz haben: Die Autokorrelationskoeffizienten liegen sehr nahe an eins, und dies auch für eine Verzögerung von zwei Quartalen. Da sie auch nur langsam abnehmen, sind aus Gründen der Unterscheidbarkeit drei Nachkommastellen angegeben. Alle Aggregate sind gleichlaufend mit dem Output, wobei bis auf den Arbeitseinsatz eine unrealistisch starke Prozyklizität zu beobachten ist. Ein Vergleich mit der Tabelle 3.6 für die nicht HP-gefilterten empirischen Prozesse zeigt, daß zwar die Erhöhung der relativen Variabilität des Konsums dem realistischen Wert näher kommt (0.95 zu 1.66), sich jedoch die Werte insbesondere für den Arbeitseinsatz, die Investitionen und die Ersparnis verschlechtern. Die absoluten Volatilitäten steigen jedoch weit über die empirischen hinaus an. Gerade die spezifischen Implikationen bei einer Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend, wie er im Modell unterstellt wird,

können nicht erklärt werden. Dazu gehört neben dem antizyklischen Nachhinken des Arbeitseinsatzes (18 Quartale) auch die antizyklische Entwicklung der Ersparnis (sieben Quartale nachhinkend), wobei ja diese Ergebnisse selbst dann gelten, wenn man individuelle lineare Trends zuläßt. Völlig unzureichend ist zudem die Erklärung des Verhaltens der Handelsbilanz, welche immer noch zu wenig schwankt und nicht antizyklisch mit zwei Quartalen vorläuft, sondern sich statt dessen schwach prozyklisch entwickelt.

Verglichen mit den Ergebnissen für die HP-gefilterten Reihen fällt auf, daß der Filter insbesondere die Autokorrelationen deutlich nach unten verzerrt. Tendenziell gilt dies auch für die Korrelationen mit dem Output zu verschiedenen Leads und Lags. Allein beim Arbeitseinsatz und bei der Handelsbilanz gilt das umgekehrte. Hier liegt eine Verzerrung in die andere Richtung vor. Bezüglich der relativen Volatilitäten ist festzustellen, daß der Filter Verzerrungen in unterschiedlicher Form bewirkt. Der Konsum und der Reallohn werden weniger variabel, während beim Arbeitseinsatz, bei den Investitionen und bei der Ersparnis die Schwankungsintensität zunimmt. Dies hängt damit zusammen, daß der HP-Filter in einem nicht unbeträchtlichen Maße Komponenten aus einer Zeitreihe entfernt, die einen Großteil der Residualgröße erklären, die verbleiben, wenn man die empirische Zeitreihe nur um einen linearen Trend bereinigt.<sup>98</sup> Da diese Komponente in den ungefilterten Reihen noch enthalten ist, bewirkt dies u.a. die hohen Autokorrelationen der zyklischen Komponenten (vgl. King/Rebelo (1993), S. 211-212).

Im Gegensatz zum Modell der kleinen offenen Volkswirtschaft (Kapitel 4) erlaubt das vorliegende Zwei-Länder-Modell die Betrachtung der konjunkturellen Implikationen für die internationalen Beziehungen zwischen den Outputströmen, den Konsumströmen, den Investitionen usw. Obwohl die Konjunkturmuster in den Ländern selbst identisch sind, und obwohl die auftretenden technologischen Schocks symmetrisch sind, ergeben sich dennoch internationale Konjunkturen, da die Reaktionen auf technologische Schocks, ablesbar an den Koeffizienten in Tabelle 5.1, mit Ausnahme des Konsums nicht gleich groß sind. Die Intensität der Reaktionen unterscheidet sich, so daß andere als perfekte Korrelationen zwischen den Ländern bestehen.

---

<sup>98</sup> Vgl. dazu auch die Abbildung 3.3 für Dänemark und die anschließende Diskussion.

Die Tabelle 5.4 zeigt die Ergebnisse für die HP-gefilterten Reihen, während die Tabelle 5.5 die Implikationen für die Momente ohne vorherige HP-Filterung beinhaltet.

Tabelle 5.4

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.05	0.04	0.03	-0.00	-0.05	-0.00	0.03	0.04	0.05
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.18	0.34	0.53	0.75	1.00	0.75	0.53	0.34	0.18
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.06	0.05	0.03	-0.01	-0.08	-0.01	0.03	0.05	0.06
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.01	-0.11	-0.26	-0.44	-0.68	-0.44	-0.26	-0.11	-0.01
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.14	0.27	0.43	0.61	0.81	0.61	0.43	0.27	0.14
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.01	-0.07	-0.17	-0.30	-0.48	-0.30	-0.17	-0.07	0.01
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.17	-0.33	-0.53	-0.75	-1.00	-0.75	-0.53	-0.33	-0.17
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.12	0.27	0.45	0.68	0.96	0.61	0.33	0.12	-0.03
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.12	0.27	0.45	0.68	0.96	0.61	0.33	0.12	-0.03
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.12	0.21	0.33	0.47	0.64	0.42	0.24	0.09	-0.02
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.12	0.21	0.33	0.47	0.64	0.42	0.24	0.09	-0.02

Tabelle 5.5

## Momente der Modellvariablen (ohne HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.935	0.936	0.937	0.936	0.936	0.936	0.937	0.936	0.935
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.995	0.996	0.998	0.999	1.000	0.999	0.998	0.996	0.995
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.887	0.889	0.889	0.887	0.883	0.887	0.889	0.889	0.887
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.198	-0.237	-0.284	-0.340	-0.408	-0.340	-0.284	-0.237	-0.198
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.991	0.993	0.995	0.996	0.997	0.996	0.995	0.993	0.991
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.632	0.624	0.613	0.600	0.583	0.600	0.613	0.624	0.632
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.852	-0.890	-0.928	-0.965	-1.000	-0.965	-0.928	-0.890	-0.852
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.890	0.905	0.921	0.939	0.959	0.929	0.903	0.881	0.862
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.890	0.905	0.921	0.939	0.959	0.929	0.903	0.881	0.862
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.196	0.195	0.194	0.194	0.194	0.178	0.164	0.150	0.138
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.196	0.195	0.194	0.194	0.194	0.178	0.164	0.150	0.138

Aufgrund der perfekten Risikoabsicherung in Verbindung mit der unterstellten Risikoaversion von eins sind die internationalen Konsumströme im Fall ohne HP-Filterung (Tabelle 5.5) für alle angegebenen Leads und Lags perfekt miteinander korreliert. Auch die Outputs lassen einen sehr starken Gleichlauf erkennen. Dabei erregt insbesondere die Konstanz dieser Korrelationen Aufmerksamkeit: Selbst bei vier Leads bzw. Lags liegen die Werte beim Konsum noch nahezu bei eins, beim Output bei etwa 0.94. Auch die Investitionen weisen einen starken Gleichlauf bei konstanter Korrelation auf. Ähnliches gilt für die Reallöhne. Nur bei den Beziehungen zwischen den Arbeitseinsätzen, den Ersparnissen und den Handelsbilanzen liegen abweichende Korrelationen zu den verschiedenen Leads und Lags vor. Dabei zeigen die Ersparnisse ein nicht zu interpretierendes Muster, das man sowohl als prozyklisches Vorlaufen wie auch als prozyklisches Nachhinken bezeichnen kann. Man beobachtet eine gleich hohe Korrelation bei vier Quartalen Vorlauf bzw. vier Quartalen Nachlauf. Die pro Kopf gearbeiteten Stunden zeigen sich kontemporär negativ korreliert, während die Handelsbilanzen aufgrund der symmetrischen Modellstruktur perfekt negativ miteinander korreliert sind.

Die Spar-Investitionskorrelationen liegen relativ nahe an eins, womit gezeigt wird, daß selbst im Rahmen eines Modells der offenen Volkswirtschaft mit völlig freiem Handel eine hohe inländische Korrelation zwischen Sparen und Investieren bestehen kann. Das Feldstein-Horiokarätsel, das darin besteht, eine hohe inländische Korrelation von Sparen und Investieren selbst

bei hoher (oder perfekter) Kapitalmobilität erklären zu können, existiert somit in diesen Modellen offener Volkswirtschaften nicht (siehe dazu auch Baxter/ Crucini (1993)).

Die den Arbeitsmarkt charakterisierende Beziehung zwischen Reallohn und Arbeitseinsatz deutet auf ein Nachhinken des Reallohnes hin.

Gemessen an den empirischen Beobachtungen für dieses zyklische Maß (Residuen nach Bereinigung um einen gemeinsamen linearen Trend), wie sie in Tabelle 3.8 dokumentiert sind, fallen die Modellergebnisse für alle Variablen mit Ausnahme der Beziehung von Sparen und Investieren völlig aus dem Rahmen. Keines der anderen zugegebenermaßen außergewöhnlichen Korrelationsmuster kann durch das Modell erklärt werden. Selbst wenn man - wie in der Literatur gängige Praxis - nur die kontemporären Werte in die Betrachtung einbezieht, wird neben der Spar-Investitionskorrelation nur die der Beschäftigung hinreichend genau abgebildet. Für den Konsum, die Outputs und die Beziehungen zwischen Reallohn und Beschäftigung sind noch nicht einmal die Vorzeichen der Korrelationen erklärbar.

Im Hinblick auf die Momente der HP-gefilterten Reihen (Tabelle 5.4) fällt auf, daß die internationale Outputkorrelation auf nahe null absinkt. Für den Konsum fallen die Werte für die Leads und Lags ab, kontemporär bleibt jedoch die starke Prozyklizität erhalten, wenn auch nicht mehr die perfekte Korrelation besteht.<sup>99</sup> Die gegenläufige Entwicklung der Beschäftigung in beiden Ländern nimmt noch etwas zu, während sich die gleichgerichtete zwischen den Reallöhnen abschwächt. Die Investitionskorrelation fällt ähnlich wie die der Outputs auf nahe null ab, und die Entwicklung von Sparen und Investieren bleibt zwar kontemporär etwa gleich stark, fällt aber zu den verschiedenen Vor- und Nachlaufzeitpunkten ab. Gleiches trifft auf die Beziehung der Handelsbilanzen zu. Die Reallöhne zeigen sich nunmehr stark gleichlaufend mit den pro Kopf gearbeiteten Stunden. Die Ersparnisse laufen jetzt in entgegengesetzte Richtungen in den beiden Ländern.

Die Modellimplikationen weichen somit stark voneinander ab, wenn man den HP-Filter anwendet. Der Filter verzerrt die Korrelationen zwischen den Outputs und den Investitionen derart stark, daß aus einer nahezu perfekten Korrelation eine Azyklizität erwächst. Ähnlich dramatisch sinkt die Ersparnis-Korrelation in den negativen Bereich ab. Im Hinblick auf die Empirie (vgl. Tabelle 3.9) werden dadurch keine verbesserten Erklärungen geliefert. Die Outputs zeigen sich nach HP-Filterung nicht unkorreliert, sondern der deutsche zyklische Output stellt sich nachhinkend prozyklisch bei einem Quartal dar. Die inländischen Investitionen laufen ein Quartal vor, anstatt azyklisch zu sein. Die deutschen Ersparnisse hinken mit einem Quartal nach, anstatt sich gleichlaufend antizyklisch zu verhalten. Diese Aufzählung ließe sich beliebig fortsetzen. Bei nahezu jeder Korrelation liegt eine deutliche Abweichung zwischen Modell und Realität vor. Nur bei den Spar-Investitionskorrelationen stimmen Modell und Empirie - zumin-

---

<sup>99</sup> Der genaue Wert ist tatsächlich kleiner als eins.

dest tendenziell - überein, wenn auch - aufgrund der Symmetrie des Modells - die schwächere Korrelation von  $\hat{s}$  und  $\hat{i}$  in Deutschland nicht erklärt wird.

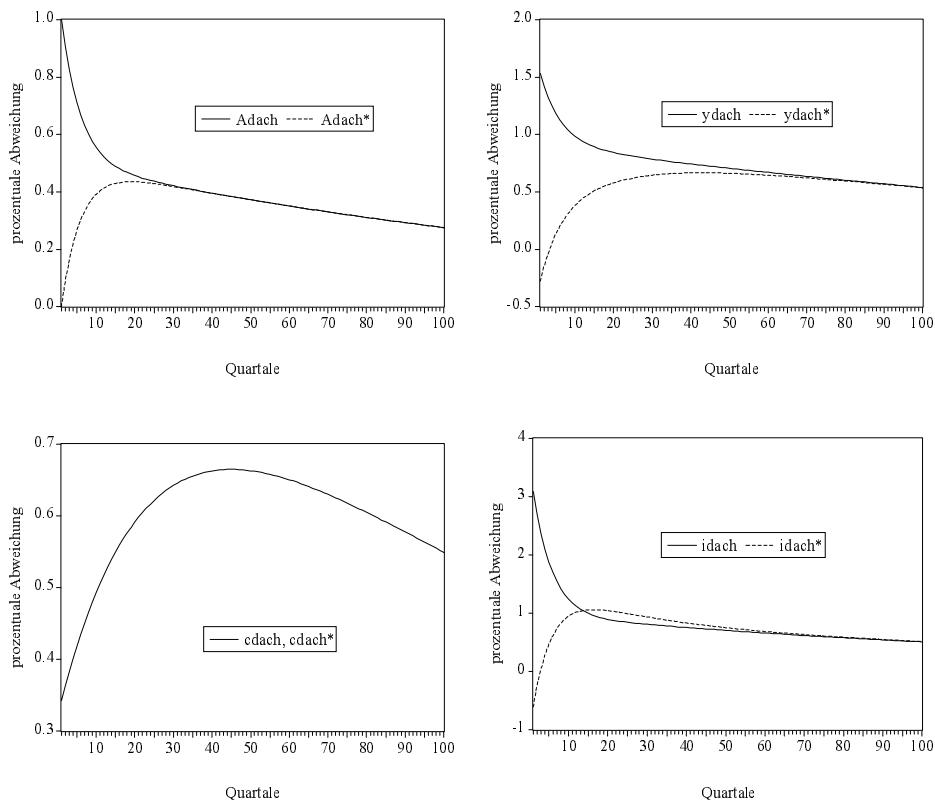
Damit kann festgehalten werden, daß die internationalen Konjunkturmuster zwischen Deutschland und den USA im Falle symmetrischer transitorischer Schocks mit technischen Verflechtungen nicht angemessen abgebildet werden können, und zwar weder für die nach einer linearen Trendbereinigung verbleibenden zyklischen Komponenten noch für die Residuen nach HP-Filterung.

Bevor nun die Frage beantwortet wird, ob eine verbesserte Abbildung der Realität bei permanenten Schocks möglich ist, werden die grundsätzlichen dynamischen Reaktionen auf einen inländischen (deutschen) einprozentigen Technologieschock diskutiert, um die ökonomisch wirkenden Mechanismen herauszuarbeiten, die letztlich für die sich ergebenden Korrelationen verantwortlich sind.

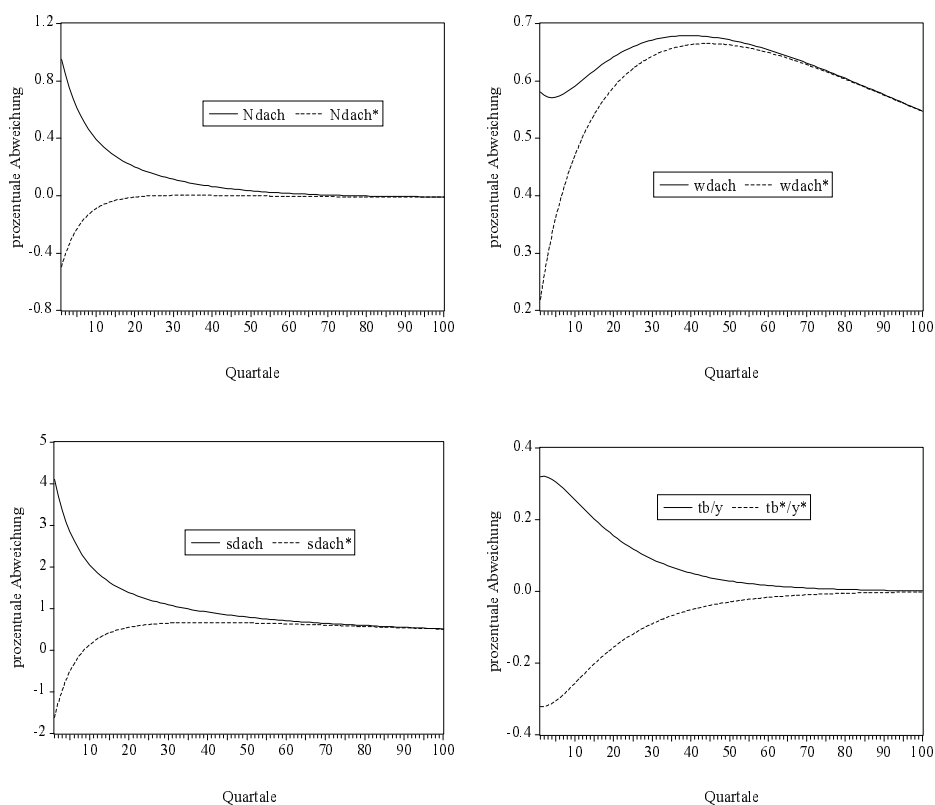
Grundsätzlich bestimmt die Dynamik der Technologieschocks die Dynamik der Variablen. Im Gegensatz zum Kapitel 4 bewirken hier jedoch Änderungen des Technologieniveaus im Inland über die Spillovers Änderungen der totalen Faktorproduktivität im Ausland. Das verdeutlichen die nachstehenden Impulsantwortfunktionen:

Abbildung 5.1

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland







Die inländische Produktivitätssteigerung überträgt sich allmählich auch auf die ausländische Produktivität, so daß sich  $\hat{A}^*$  nach 25 Quartalen der Entwicklung von  $\hat{A}$  angenähert hat. Zu Anfang aber dominiert der Schock im Inland die Entwicklung, so daß zunächst nur der inländische Output und der Arbeitseinsatz steigen, während im relativ unproduktiveren Land der Output und die Beschäftigung zurückgehen. Gleiches trifft in noch stärkerem Maße für die Investitionen und die Ersparnisse zu, die in den USA abnehmen und in Deutschland einen hohen Zuwachs erfahren. Intertemporale Überlegungen bringen die ausländischen Individuen dazu, heute mehr Freizeit zu konsumieren, weil sie erwarten, daß durch die gestiegene zukünftige eigene Produktivität aufgrund der Verflechtungen ihrer Produktivität mit der des Inlands nur noch eine geringere Freizeit möglich sein wird. Bedingt durch die unterstellte Risikoaversion von eins und die Marktform reagieren die Individuen in beiden Ländern mit einer exakt gleichen Ausdehnung ihres Konsums, wobei erst 45 Quartale nach Auftreten des Schocks die maximale Reaktion vorliegt. Die transitorischen, aber dennoch sehr persistenten Schocks werden über einen sehr langen Zeitraum gestreckt, um einen möglichst glatten Konsumstrom aufrechterhalten. Der Reallohn steigt zusammen mit dem Output und dem Arbeitseinsatz im Inland an und verbessert sich auch im Ausland, sobald durch die Verflechtungen die positiven Technologieeffekte dort wirksam werden. Die Handelsbilanz verbessert sich im Zuge des Schocks,

da die Reaktion des Outputs stärker als die des Konsums und der Investitionen ausfällt.<sup>100</sup> Aus diesem Grunde entwickelt sie sich prozyklisch.

Alle Variablen kehren wieder zum alten Steady State zurück, die Handelsbilanzen und die Arbeitseinsätze vergleichsweise schnell, die übrigen Aggregate nach längerer Anpassungszeit. Die optimalen Entscheidungsregeln des Modells mit vollständigen Märkten bei transitorischen Schocks sind stabil.

#### 5.1.1.4 Modelllösung bei permanenten Schocks

Wie reagieren die Individuen im vorliegenden Modell, wenn die unterstellten Technologieschocks keine internationalen Verflechtungen aufweisen und wenn sie einen permanenten Einfluß haben? In diesem Fall hat das VAR (1)-Modell das nachstehende Aussehen:

$$(5.56) \quad \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{A}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-1} \\ \hat{A}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \end{bmatrix}, \text{ wobei}$$

$$E(\varepsilon_{\hat{A},t}) = E(\varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A},t}}^2 = 0.0000681, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A}^*,t}}^2 = 0.0000681, E(\varepsilon_{\hat{A},t} \varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0.0000176$$

Die Nichtstationarität dieser Prozesse überträgt sich auch auf die Zustands- und Kontrollvariablen, so daß ein Vergleich der Modellimplikationen mit und ohne Anwendung des HP-Filters nicht mehr möglich ist.

Für die Kapitalstöcke resultieren die folgenden Prozesse:

$$(5.57) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9532\hat{k}_t + 0.0080\hat{k}_t^* + 0.2795\hat{A}_t - 0.2102\hat{A}_t^*$$

$$(5.58) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0080\hat{k}_t + 0.9532\hat{k}_t^* - 0.2102\hat{A}_t + 0.2795\hat{A}_t^*$$

Die Änderung der exogenen Dynamik bewirkt nur eine Anpassung der Koeffizienten vor den exogenen Variablen, die Koeffizienten vor dem in- und ausländischen Kapitalstock bleiben unverändert. Die Einheitswurzeln übertragen sich somit über die technologischen Schocks. Die Kapitalstöcke reagieren nunmehr sensitiver auf die Störungen, wobei sich jedoch die Wirkungsrichtung, abzulesen am Vorzeichen, gegenüber dem Fall transitorischer Schocks nicht verändert.

---

<sup>100</sup> Das wird unmittelbar über (5.50) deutlich: Steigt  $\hat{y}_t$  stärker als  $\hat{c}_t$  und  $\hat{i}_t$ , jeweils gewichtet mit  $c/y$  bzw.  $i/y$ , dann nimmt die Abweichung der Handelsbilanz vom Steady State zu (vgl. zu diesem Argument auch Kollmann (1996b)).

Für die Entscheidungsvariablen der Individuen erhält man das in Tabelle 5.6 wiedergegebene Ergebnis:

Tabelle 5.6  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
permanente Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor			
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5563	-0.2408	1.5169	-0.2947
$\hat{c}_t$	0.2967	0.2967	0.3631	0.3631
$\hat{i}_t$	-0.5491	0.2649	9.2450	-6.9517
$\hat{N}_t$	0.2077	-0.4300	0.9231	-0.5262
$\hat{w}_t$	0.3486	0.1892	0.5938	0.2315
$\hat{s}_t$	1.1168	-1.4010	4.0077	-1.7144
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5274	-0.5274	-1.6581	1.6581

Die Intensität der Reaktion (somit der absolute Wert des jeweiligen Koeffizienten) auf inländische Schocks verstärkt sich beim inländischen Konsum, den Investitionen und dem Reallohn, während sie beim Arbeitseinsatz, dem Output und der Ersparnis abnimmt. Ausländische Störungen hingegen bewirken bei allen Aggregaten eine erhöhte Reagibilität. Eine qualitative Änderung beobachtet man bei der Handelsbilanz, die sich nunmehr infolge inländischer technischer Neuerungen verschlechtert, während sie sich zuvor verbesserte.

Sensitivitätsanalysen zeigen, daß die Änderung der Koeffizienten in starkem Maße von der Höhe der Persistenzparameter in (5.56) abhängt. Wählt man z.B. den Wert 0.99, der nahe an eins liegt, aber noch stationäre Störungen bedeutet, so reagieren der Arbeitseinsatz, die Ersparnis, die Investitionen und der Output stärker auf den landesspezifischen Schock, während die Reaktion des Konsums und des Reallohnes abnimmt. Eine Änderung um nur 0.01 kippt somit das Ergebnis für den Output, den Reallohn, die Ersparnis, den Konsum und den Arbeitseinsatz. Lediglich die Investitionen zeigen ein unverändertes Verhalten infolge dieser Parametervariation.

Tabelle 5.7 enthält die Implikationen für die landesspezifischen Momente der Variablen.

Tabelle 5.7

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}_t$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	1.84	1.00	0.81	0.63	0.63	0.81	1.00	0.81	0.63
$\hat{c}_t$	0.63	0.34	0.74	0.52	0.31	0.43	0.56	0.39	0.25
$\hat{i}_t$	10.68	5.79	0.71	0.47	0.13	0.39	0.71	0.66	0.59
$\hat{N}_t$	1.27	0.69	0.84	0.67	0.61	0.78	0.94	0.79	0.63
$\hat{w}_t$	0.77	0.42	0.76	0.54	0.50	0.67	0.84	0.64	0.46
$\hat{s}_t$	5.19	2.82	0.83	0.66	0.62	0.80	0.98	0.81	0.64
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	2.41		0.74	0.51	0.24	-0.00	-0.33	-0.37	-0.39

Bei permanenten Schocks nehmen alle absoluten Variabilitäten gegenüber dem Fall transitorischer Störungen zu. Die relative Volatilität des Konsums und des Reallohnes sinkt, während die der Investitionen, der Ersparnis und der Beschäftigung steigt, wobei insbesondere die deutlich erhöhte Schwankungsintensität der Investitionen auffällt. In bezug auf die empirischen Werte wird dadurch eine verbesserte Abbildung der Ersparnisse erzielt, die Investitionen und die Handelsbilanz überschießen jedoch ihre zu erklärenden empirischen Werte deutlich. Auch die Outputvariabilität liegt nunmehr zu hoch.

Permanente Schocks bewirken auch eine stärkere Persistenz des Outputs, der Investitionen, der Ersparnis sowie der Beschäftigung. In etwa unveränderter Weise zeigen sich die Autokorrelationen des Konsums, des Reallohns und der Handelsbilanz. Mit Ausnahme des Arbeitseinsatzes verbessert dies die Abbildung der Realität nur wenig.

Die Beziehungen der Investitionen und des Konsums zum Output schwächen sich kontemporär und zu den betrachteten Leads und Lags deutlich ab, weniger stark gilt dies für den Reallohn und die Handelsbilanz. Bei der Ersparnis und der Beschäftigung steigt die kontemporäre Korrelation mit  $\hat{y}_t$  geringfügig, bei den Leads und Lags jedoch deutlich an. Das bedeutet zumindest tendenziell eine Verbesserung der Erklärung des tatsächlichen Verhaltens des Konsums und der Investitionen, wenn auch nunmehr die Werte zu gering ausfallen. Nach wie vor kann nicht das nachhinkende Verhalten des Reallohnes abgebildet werden; eine deutliche Annäherung kann jedoch für die kontemporäre Korrelation der Handelsbilanz mit dem Output konstatiert werden (-0.33), wobei bei Betrachtung längerer Vor- und Nachlaufzeiten ein prozyklisches Nachhinken der Nettoexporte von sechs Quartalen festzustellen ist.

Für einige Momente kann somit bei permanenten Schocks eine verbesserte Erklärung erreicht werden, während bei anderen, wie schon mehrfach in dieser Arbeit an anderer Stelle betont wurde, eine Verschlechterung zu verzeichnen ist oder aber die Zielwerte über- bzw. unterschossen werden.

In Tabelle 5.8 werden die Ergebnisse für die internationalen Korrelationen zusammengefaßt:

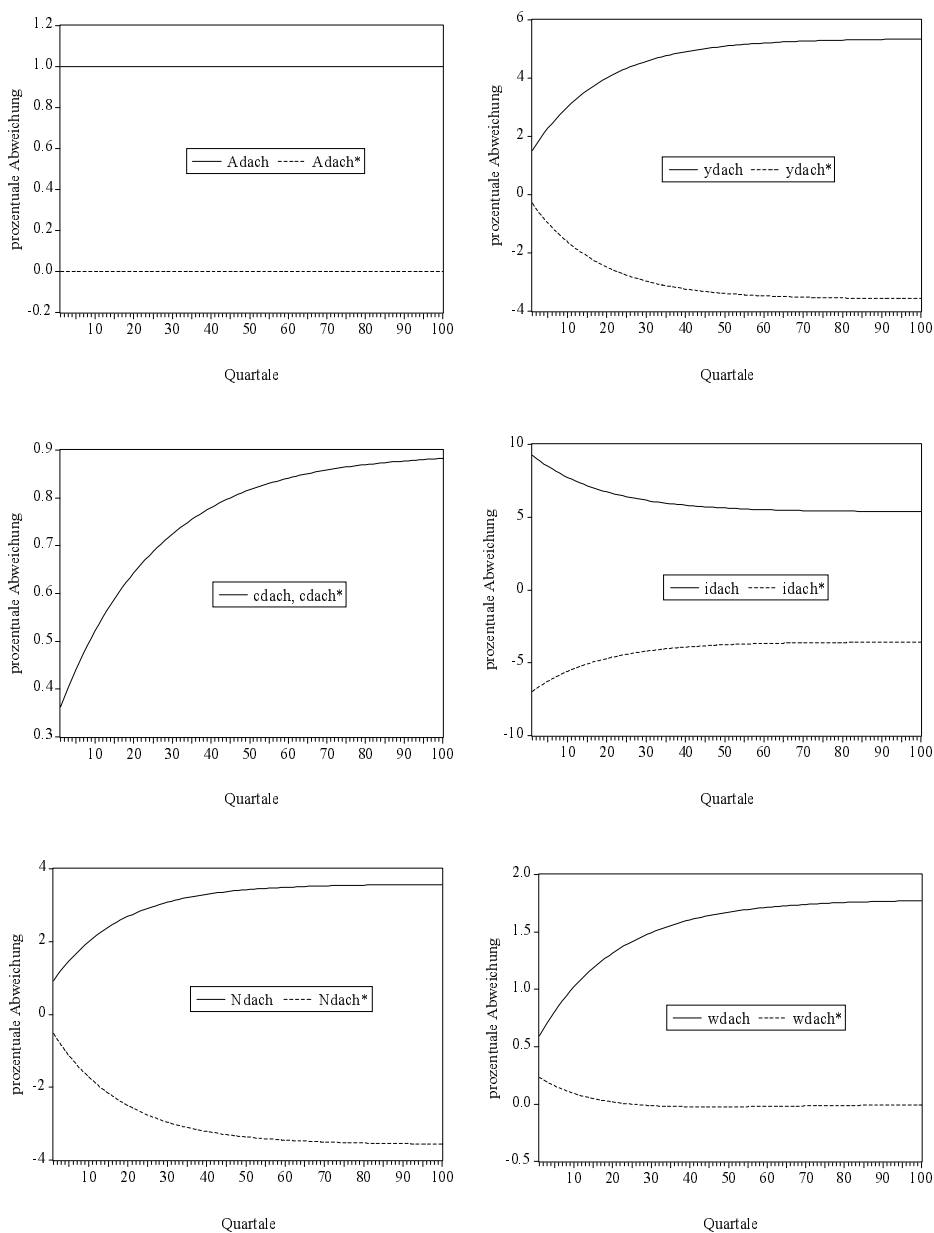
Tabelle 5.8  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)  
Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks

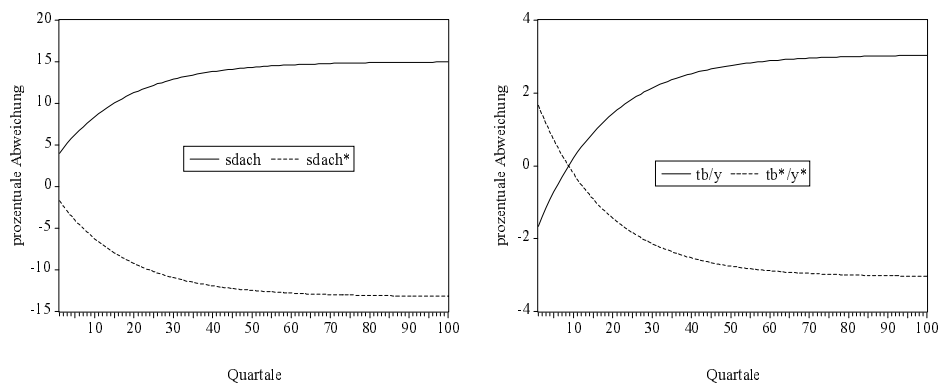
		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in									
Variable $\hat{x}_t$	Variable $\hat{z}$	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4	
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	-0.21	-0.27	-0.32	-0.35	-0.37	-0.35	-0.32	-0.27	-0.21	
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.17	0.33	0.52	0.74	1.00	0.74	0.52	0.33	0.17	
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	-0.10	-0.26	-0.44	-0.67	-0.93	-0.67	-0.44	-0.26	-0.10	
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.34	-0.47	-0.61	-0.74	-0.86	-0.74	-0.61	-0.47	-0.34	
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.08	0.19	0.32	0.49	0.69	0.49	0.32	0.19	0.08	
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	-0.30	-0.41	-0.53	-0.63	-0.72	-0.63	-0.53	-0.41	-0.30	
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.16	-0.32	-0.51	-0.74	-1.00	-0.74	-0.51	-0.32	-0.16	
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.46	0.55	0.63	0.70	0.75	0.41	0.13	-0.08	-0.23	
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.46	0.55	0.63	0.70	0.75	0.41	0.13	-0.08	-0.23	
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.21	0.30	0.40	0.51	0.62	0.47	0.34	0.23	0.13	
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.21	0.30	0.40	0.51	0.62	0.47	0.34	0.23	0.13	

Die Outputs sind nunmehr schwach negativ, die Investitionen sogar stark negativ miteinander korreliert. Die pro Kopf gearbeiteten Stunden stehen in einer noch stärker entgegengesetzten Beziehung als im Falle transitorischer Schocks. Gleiches gilt für die Ersparnisse. Bei allen vier Variablen verschlechtert sich damit die Abbildung der tatsächlichen Korrelationen (vgl. mit Tabelle 3.9). Die Konsumströme bleiben perfekt positiv, die Handelsbilanzen perfekt negativ korreliert. Der empirisch mit 26 Quartalen vorlaufende Reallohn des Inlands zeigt sich im Modell abgeschwächt gleichlaufend mit dem ausländischen. Die abgeschwächten Spar-Investitionskorrelationen bedeuten für Deutschland eine Verbesserung, für die USA allerdings eine Verschlechterung der Abbildung. Für die Beziehung zwischen den Reallöhnen und den gearbeiteten Stunden bedeutet die schwache Reduktion der Korrelationen ebenfalls keine verbesserte Erklärung des Verhaltens dieser Größen in den USA und Deutschland.

Diese zum Teil deutlichen Abweichungen zu den Implikationen transitorischer Schocks werden deutlicher, wenn man sich die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen inländischen Schock ansieht.

Abbildung 5.2  
 Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
 einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland





Aufgrund der Random-Walk-Eigenschaft des Technologieschocks bleibt die einmalige Erhöhung von  $\hat{A}$  in jeder Periode wirksam, so daß  $\hat{A} = 1$  für alle Quartale ist. Da keine Verflechtungen zwischen den Schocks zugelassen werden, bleibt der ausländische Schock dauerhaft auf seinem Anfangsniveau von null. Folglich findet die Übertragung des Konjunkturzyklus von Deutschland in die USA allein über die endogene Modelldynamik statt, wie sie sich in den Koeffizienten vor den Kapitalstöcken niederschlägt (vgl. Tabelle 5.6). Der Schock bewirkt eine sehr starke Ausweitung der Investitionen im Inland, verbunden mit einer Erhöhung des Arbeitseinsatzes und damit des Outputs. Im Zuge dessen steigt der Reallohn, und Ersparnis und Konsum werden allmählich immer stärker ausgedehnt, nachdem der Schock seine permanente Wirkung voll entfaltet hat. Zugleich werden im vergleichsweise unproduktiveren Ausland die gearbeiteten Stunden zurückgefahren, verbunden mit einer Reduktion der Investitionen und des Outputs. Der Reallohn nimmt - entgegen aller Erwartung - trotz fallender Produktivität zu, während die Ersparnis langsam immer stärker abnimmt. Der ausländische Konsum reagiert wie der inländische und kann trotz des Produktivitätsgefälles ausgedehnt werden. Da die Investitionen sehr kräftig zunehmen, kommt es im Inland zu einer Verschlechterung der Nettoexporte, im Ausland dagegen zu einer spiegelbildlichen Verbesserung. Insgesamt betrachtet zeigen die Reaktionen ein höheres Maß an Symmetrie als im Falle transitorischer Schocks. Die internationalen Verflechtungen sorgen in Abbildung 5.1 für eine gleichförmigere Entwicklung nach einer gewissen Zeit der Anpassung des ausländischen an den inländischen Technologieschock. Bei permanenten Störungen fehlt diese Konvergenz, so daß sich die in- und ausländischen Variablen auseinanderentwickeln, anstatt sich anzunähern.

Im Gegensatz zu den vorübergehenden Störungen verursachen die unterstellten dauerhaften Schocks die Anpassung der zyklischen Komponenten an einen neuen Steady State. Die nachstehende Tabelle 5.9 stellt die anfänglichen Effekte, die den Koeffizienten vor  $\hat{A}$  entsprechen, den langfristigen Auswirkungen gegenüber.

Tabelle 5.9

Auswirkungen eines einprozentigen permanenten Technologieschocks in Deutschland  
Grundmodell mit vollständigen Märkten

Variable	prozentuale Abweichung vom alten Steady State	
	anfänglich	nach erfolgter Anpassung
$\hat{y}_t$	1.52	5.36
$\hat{y}_t^*$	-0.29	-3.57
$\hat{c}_t$	0.36	0.89
$\hat{c}_t^*$	0.36	0.89
$\hat{i}_t$	9.25	5.36
$\hat{i}_t^*$	-6.95	-3.57
$\hat{N}_t$	0.92	3.57
$\hat{N}_t^*$	-0.53	-3.57
$\hat{w}_t$	0.59	1.79
$\hat{w}_t^*$	0.23	0.00
$\hat{s}_t$	4.01	14.99
$\hat{s}_t^*$	-1.71	-13.21
$(tb_t/y) - (tb/y)$	-1.66	3.05
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	1.66	-3.05

Im Inland weichen der Output, die Investitionen und der Kapitalstock<sup>101</sup> um 5.36 %, im Ausland diese Variablen sowie die gearbeiteten Stunden um -3.57 % vom ursprünglichen Steady State ab. Die Konsumströme zeigen nur eine geringe Reaktion und steigen um 0.89 % in der langen Sicht an. Sehr intensiv hingegen reagieren die Ersparnisse: Nach einer anfänglichen Erhöhung um etwa 4 % erreicht die deutsche Ersparnis schließlich eine Abweichung von ca. 15 % über den alten Gleichgewichtswert hinaus, während gleichzeitig die ausländische um ca. 13 % sinkt. Die Handelsbilanz des Inlands verschlechtert sich zunächst, um dann allmählich gegen den neuen um etwa 3 % höheren Steady State zu konvergieren. Spiegelbildlich dazu verhalten sich die amerikanischen Nettoexporte. Allein der ausländische Reallohn konvergiert wieder gegen sein altes Gleichgewicht, wobei der inländische geringfügig (1.79 %) über den ursprünglichen stationären Wert ansteigt.

#### 5.1.1.5 Modellösung bei tatsächlichen Schocks

Wie in Abschnitt 5.1.1.2 erläutert, können die zyklischen Komponenten der Solow-Residuen direkt aus denen der gearbeiteten Stunden und des Outputs bestimmt werden. Dies erfordert die Anwendung von (4.28) auf die HP-gefilterten Reihen  $\hat{y}$  und  $\hat{N}$  für das In- und Ausland.

<sup>101</sup> Dieser ist nicht in der Tabelle angegeben.



Schätzt man für diese Reihen ein VAR (1)-Modell wie in den vorigen Abschnitten, so ergibt sich folgendes Ergebnis:<sup>102</sup>

$$(5.59) \quad \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{A}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5005 & 0.4522 \\ (0.0790) & (0.1208) \\ 0.0334 & 0.4776 \\ (0.0629) & (0.0961) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-1} \\ \hat{A}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \end{bmatrix}, \text{ wobei}$$

$$E(\varepsilon_{\hat{A},t}) = E(\varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A},t}}^2 = 0.000028729, \sigma_{\varepsilon_{\hat{A}^*,t}}^2 = 0.000018199, E(\varepsilon_{\hat{A},t} \varepsilon_{\hat{A}^*,t}) = 0.0000013396$$

Technologische Störungen in den USA haben danach einen starken Einfluß auf die deutsche Produktivitätsentwicklung mit einem Spillover-Koeffizienten von 0.4522. Umgekehrt wirken sich deutsche Produktivitätssteigerungen kaum spürbar auf die Vereinigten Staaten aus. Zudem ist der Wert von 0.0334 mit einem hohen Standardfehler von 0.0629 behaftet, so daß der t-Test zu einer Nichtablehnung der Nullhypothese führt und man den Koeffizienten null setzen kann. Das bedeutet, daß faktisch die Technologieschocks in den USA einem AR (1)-Prozeß folgen (mit einem AR-Koeffizienten von 0.4776), während die technischen Impulse in Deutschland fast ebenso stark von den eigenen verzögerten Realisationen abhängen wie von den Störungen der USA. Im Ergebnis vergleichbare Resultate findet man bei Elliot/Fatás (1996), welche im Rahmen eines ökonometrischen Modells feststellen, daß europäische und japanische Schocks im wesentlichen landesspezifisch sind und keine signifikanten Auswirkungen auf die Technologieschocks anderer Länder (USA) haben. Hingegen zeigen sich amerikanische Schocks als die treibende Kraft für die enge Verflechtung der technologischen Schocks zwischen den Ländern.

Die Varianzen der Störgrößen fallen gegenüber den Schätzungen von Backus/Kehoe/Kydland (1992) ab, so daß zu erwarten ist, daß die technologischen Schocks weniger als bei transitorischen und permanenten Störungen zur Erklärung der absoluten Variabilitäten der makroökonomischen Zeitreihen beitragen werden. Insbesondere liegt bei Verwendung der tatsächlichen Schocks eine geringere Korrelation der Störgrößen von nur noch 0.059 gegenüber 0.258 vor, was diesen Effekt noch verstärken wird.

Ferner muß beachtet werden, daß aufgrund der Asymmetrie<sup>103</sup> des technischen Fortschritts in den beiden Ländern unterschiedliche Entscheidungsregeln für die zyklischen Komponenten der Variablen resultieren, so daß im folgenden für beide Länder auch verschiedene landesspezifi-

---

<sup>102</sup> Bei der Berechnung von  $\hat{A}$ ,  $\hat{A}^*$  über (4.28) werden entgegen der Modellannahme die landesspezifischen Lohnquoten verwendet, um möglichst exakte Ergebnisse zu erhalten.

<sup>103</sup> Weder die Matrix der AR-Koeffizienten noch die Varianz-Kovarianz-Matrix werden symmetrisiert wie bei Backus/Kehoe/Kydland (1992).

sche Konjunkturmuster entstehen, die aus Gründen des Umfangs der Arbeit jedoch im Hinblick auf die Momente wieder nur für Deutschland referiert werden.

Ravn (1997) schlägt vor, nicht ein VAR (1), sondern ein VAR (2)-Modell den Prozessen für die technischen Störungen anzupassen. Er begründet diese Vorgehensweise mit der Problematik, daß bei Anpassung eines VAR (1)-Modells und anschließender Simulation dieses Ansatzes die Korrelation der aus dieser Simulation resultierenden Residuen mit denen des Auslands (Referenzland USA, ebenfalls simulierte Residuen) nicht die empirisch beobachtete Korrelation erreiche. Im Durchschnitt betrage die Korrelation der simulierten Residuen mit denen der USA nur etwa 50 % der tatsächlichen Korrelation.<sup>104</sup> Daraus schließt Ravn (1997), daß man mit einem VAR (1)-Ansatz eine Fehlspezifizierung des Produktivitätsprozesses vornehme. Er verwendet wie Backus/Kehoe/Kydland (1992) die logarithmierten Residuen, die sich aus (5.51) ergeben. Dieses Argument kann bei Verwendung der tatsächlichen zyklischen Komponenten entkräftet werden. Empirisch zeigen sich die inländischen Schocks ein Quartal hinter den ausländischen nachhinkend mit einer Korrelation von 0.4325. 1000 Simulationen und eine anschließende Mittelwertberechnung dieser Korrelation aus dem geschätzten VAR-System ergeben einen Wert von 0.4356, der erst in der dritten Stelle nach dem Komma vom tatsächlichen abweicht. Die Anpassung eines VAR (1)-Modells erscheint somit unter diesen Umständen zweckmäßig zu sein. Dies bestätigen auch formale Tests zur Bestimmung der optimalen Lag-Länge in VAR-Modellen wie beispielsweise das Akaike-Information-Criterion (AIC). Beim AIC wird für jedes Lag die Summe aus einer Funktion der quadrierten Residuen der Schätzung sowie der Anzahl der Regressoren gebildet. Das Minimum dieser Summe bestimmt die optimale Zahl einzubeziehender Lags. Das Kriterium nutzt einen Trade Off, indem es zusätzliche Regressoren, also zusätzliche Lags, bestraft, wobei diese Regressoren aber gleichzeitig die Güte der Anpassung, gemessen über die Summe der quadrierten Residuen, verbessern. In allen Fällen schneidet das Modell mit einem AR-Lag besser ab als mit zwei, wie Ravn es vorschlägt.

Möglich wäre neben einem VAR-Modell auch die Anpassung individueller AR-Prozesse an die landesspezifischen technologischen Schocks. Dabei zeigt sich jedoch, daß insbesondere für Deutschland in keinem Fall ein so hohes  $R^2$  erzielt werden kann wie bei Hinzunahme der USA in ein VAR-Modell. Die Verflechtung zwischen den deutschen und amerikanischen Schocks ist zu stark, als daß man sie unberücksichtigt lassen könnte. Für die Vereinigten Staaten verbessert selbst die Einbeziehung der kontemporären deutschen Störungen  $\hat{A}_t$  die Regressionsergebnisse nicht.

Unter Verwendung von (5.59) ergeben sich für die Kapitalstöcke die nachstehenden Prozesse:

---

<sup>104</sup> Ravn schätzt bivariate Prozesse für die Solow-Residuen mehrerer Länder, darunter auch für die USA und Deutschland.

$$(5.60) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9532\hat{k}_t + 0.0080\hat{k}_t^* + 0.0750\hat{A}_t + 0.0689\hat{A}_t^*$$

$$(5.61) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0080\hat{k}_t + 0.9532\hat{k}_t^* + 0.0447\hat{A}_t + 0.0470\hat{A}_t^*$$

Im Vergleich zu den transitorischen Störungen in Abschnitt 5.1.1.1, mit denen die tatsächlichen aufgrund der Stationarität am ehesten zu vergleichen sind, üben die ausländischen Störungen nunmehr einen positiven Einfluß auf den jeweiligen Kapitalstock aus. Die Intensität des Einflusses der jeweils ausländischen Schocks ist jetzt etwa genauso stark wie die der inländischen, während in (5.54) und (5.55) die jeweils inländischen eine stärkere Wirkung zeigen, wobei jedoch in Deutschland die Koeffizienten für  $\hat{k}_{t+1}$  höhere Werte annehmen als in den USA für  $\hat{k}_{t+1}^*$ .

Die hier schon sichtbare Asymmetrie der Koeffizienten wird für die übrigen Entscheidungsvariablen in Tabelle 5.10 noch deutlicher:

Tabelle 5.10  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
tatsächliche Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor			
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5563	-0.2408	1.6600	-0.1628
$\hat{y}_t^*$	-0.2408	0.5563	-0.1516	1.6488
$\hat{c}_t$	0.2967	0.2967	0.1867	0.2006
$\hat{c}_t^*$	0.2967	0.2967	0.1867	0.2006
$\hat{i}_t$	-0.5491	0.2649	2.4806	2.2716
$\hat{i}_t^*$	0.2649	-0.5491	1.4779	1.5558
$\hat{N}_t$	0.2077	-0.4300	1.1786	-0.2908
$\hat{N}_t^*$	-0.4300	0.2077	-0.2706	1.1585
$\hat{w}_t$	0.3486	0.1892	0.4814	0.1279
$\hat{w}_t^*$	0.1892	0.3486	0.1191	0.4902
$\hat{s}_t$	1.1168	-1.4010	4.8404	-0.9474
$\hat{s}_t^*$	-1.4010	1.1168	-0.8818	4.7748
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5274	-0.5274	0.7471	-1.0191
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.5274	0.5274	-0.7471	1.0191

Verglichen mit den transitorischen Schocks (vgl. Tabelle 5.1) bewirken die jeweils inländischen Schocks eine verstärkte Reaktion des Outputs, der gearbeiteten Stunden, der Ersparnis sowie der Handelsbilanzen. Schwächere Auswirkungen kann man dagegen bei den Reallöhnen, den Konsumströmen sowie bei den Investitionen ausmachen. Der bedeutendste Unterschied aber betrifft die Reaktion der Investitionen auf jeweils ausländische Schocks: Diese steigen bei

einem positiven Schock an, obwohl das Ausland im Vergleich zum Inland relativ unproduktiver wird. Die deutschen Investitionen reagieren modelltheoretisch intensiver auf beide Schocks als die amerikanischen.

Für Deutschland erhält man damit folgendes landesspezifische Konjunkturmuster:

Tabelle 5.11  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks			Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	1.02	1.00	0.44	0.13	0.13	0.44	1.00	0.44	0.13
$\hat{c}_t$	0.16	0.16	0.62	0.33	0.24	0.45	0.79	0.47	0.16
$\hat{i}_t$	1.96	1.93	0.53	0.19	0.01	0.29	0.81	0.56	0.30
$\hat{N}_t$	0.72	0.70	0.40	0.09	0.10	0.42	0.99	0.42	0.12
$\hat{w}_t$	0.32	0.31	0.53	0.21	0.18	0.47	0.97	0.48	0.15
$\hat{s}_t$	2.95	2.90	0.41	0.10	0.11	0.43	1.00	0.43	0.12
$\frac{ib_t}{y} - \frac{ib}{y}$	0.59		0.26	-0.02	0.16	0.37	0.72	0.08	-0.12

Die absoluten Standardabweichungen liegen mit Ausnahme der Handelsbilanz alle deutlich unter denen bei transitorischen Schocks (vgl. Tabelle 5.2). Im wesentlichen gilt das auch für die relativen mit Ausnahme des Arbeitseinsatzes und der Ersparnis, die an relativer Volatilität zunehmen. Die Autokorrelationen fallen aufgrund der niedrigeren Korrelationskoeffizienten der technischen Störungen ab, während die kontemporäre Beziehung von Konsum, Arbeitseinsatz, Reallohn, Ersparnis und Handelsbilanz mit dem Output sich verstärkt. Der Gleichlauf der Investitionen nimmt ab auf einen Wert von 0.81 gegenüber 0.98 bei transitorischen Schocks.

Der Anstieg in den kontemporären Beziehungen zum Output verbessert nicht die Abbildung der empirischen Pendanten (vgl. Tabelle 3.7). Jedoch entwickelt sich die relative Variabilität der Ersparnis in die richtige Richtung, wenn auch der empirische Wert von 3.44 nicht erreicht werden kann. Die Autokorrelationen bleiben zu gering und die gesunkenen absoluten Standardabweichungen bedeuten eine Verschlechterung der Abbildung gegenüber dem Fall transitorischer Schocks.

Tabelle 5.12 gibt Aufschluß über die internationalen Korrelationen:

Tabelle 5.12

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.09	0.19	0.29	0.31	-0.05	-0.09	-0.09	-0.08	-0.07
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	-0.02	0.12	0.33	0.62	1.00	0.62	0.33	0.12	-0.02
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	-0.13	-0.02	0.19	0.53	1.00	0.52	0.19	-0.01	-0.12
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	0.14	0.21	0.27	0.20	-0.33	-0.21	-0.13	-0.09	-0.06
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	-0.00	0.14	0.33	0.55	0.61	0.27	0.09	-0.02	-0.08
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.12	0.21	0.28	0.24	-0.24	-0.17	-0.12	-0.09	-0.06
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	0.13	0.11	0.02	-0.26	-1.00	-0.26	0.02	0.11	0.13
$\hat{s}$	$\hat{i}$	-0.04	0.08	0.28	0.54	0.78	0.28	0.02	-0.11	-0.16
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	-0.15	-0.15	-0.10	0.05	0.46	0.42	0.26	0.12	0.03
$\hat{w}$	$\hat{N}$	-0.06	0.02	0.16	0.43	0.93	0.45	0.12	-0.07	-0.17
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.02	0.08	0.19	0.39	0.74	0.07	-0.17	-0.23	-0.23

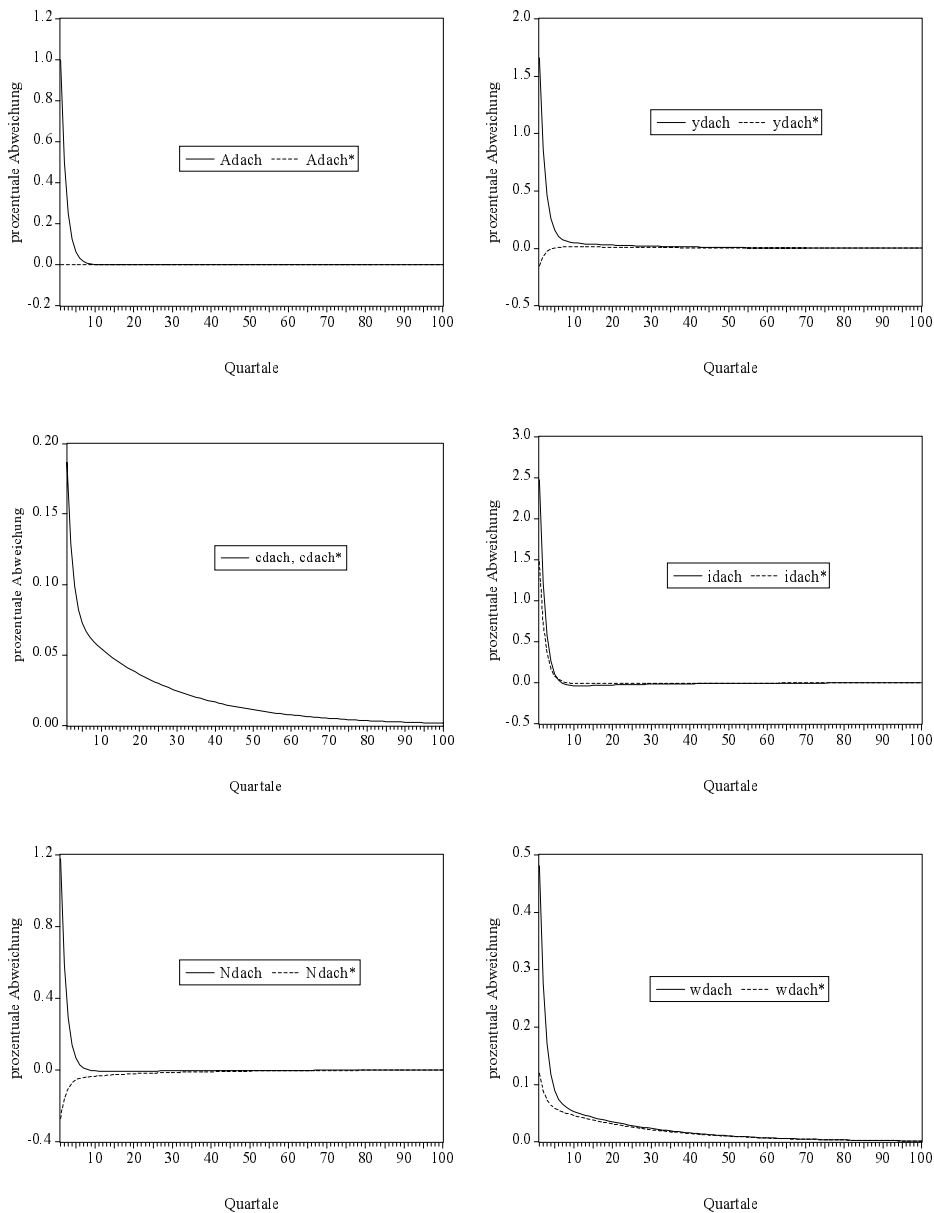
Bedingt durch die Asymmetrie des technischen Fortschritts resultieren nicht mehr exakt gleiche Korrelationsmuster. Die zuvor unkorrelierten Investitionen zeigen sich perfekt korreliert wie die Konsumströme. Der inländische Output hinkt nun mit einem Quartal dem ausländischen nach, wodurch die Verhaltensweise des empirischen Pendants genau abgebildet wird. Die inländische Ersparnis hinkt der ausländischen mit zwei Quartalen bei einer Korrelation von 0.28 nach, ein Quartal mehr als in den Daten. Sparen und Investieren zeigen sich in Deutschland kontemporär stärker korreliert als in den Vereinigten Staaten, konträr zur empirischen Entwicklung. Die Beziehung von Reallohn und Beschäftigung weist für Deutschland einen höheren kontemporären Wert als für die USA auf, ebenfalls umgekehrt zur Realität, wenn man nur die kontemporäre Korrelation betrachtet. Das Vor- und Nachlaufverhalten wird ebensowenig wie in den beiden anderen Varianten des Modells abgebildet. Die gearbeiteten Stunden bleiben nach wie vor negativ korreliert, während die Reallöhne mit ihrem unveränderten Gleichlauf gleichfalls den empirischen Gegenpart verfehlen.

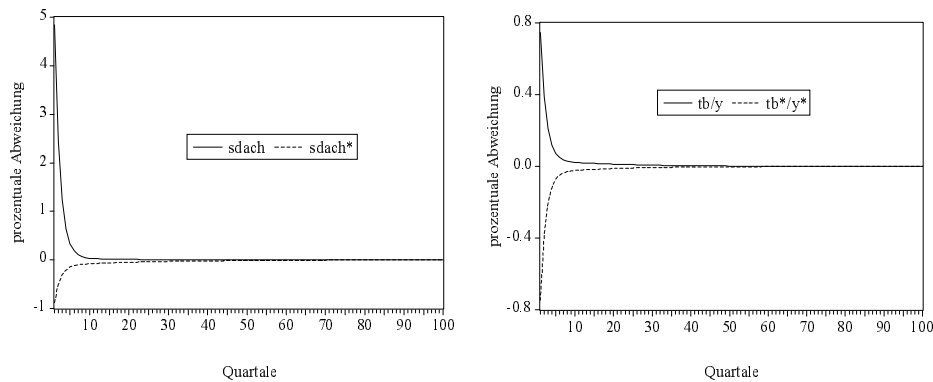
Eine Berechnung der Momente für die nicht HP-gefilterten Prozesse ergibt ein nur wenig verändertes Ergebnis zu den Tabellen 5.11 und 5.12. Offensichtlich weichen die Ergebnisse insbe-

sondere dann stark von denen der gefilterten Reihen ab, wenn eine hohe Persistenz der Schocks bei gleichzeitig schwacher Verflechtung vorliegt.

Weitere Aufschlüsse über die spezifische Dynamik gestatten die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen Schock in Deutschland:

Abbildung 5.3  
 Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten  
 einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland





Aufgrund der fehlenden Verflechtung der deutschen mit den amerikanischen Schocks bleibt  $\hat{A}^*$  bei null für alle betrachteten Quartale. Die Nachwirkung der Störung fällt wesentlich schwächer aus als bei den sehr persistenten transitorischen Schocks in Abschnitt 5.1.1.3. Schon nach etwa zehn Quartalen hat  $\hat{A}$  wieder den alten Steady State erreicht. Bedingt dadurch fällt auch bei den anderen Variablen die Reaktion schneller auf null zurück als bei den transitorischen Störungen. Bei allen Aggregaten tritt die maximale Reaktion in der Periode des Schocks selbst auf, da die Individuen die weniger nachhaltige Wirkung kennen und deshalb sofort ihren Konsumstrom erhöhen anstatt ihn erst allmählich immer weiter auszudehnen. Wegen der fehlenden Spillover-Effekte von Deutschland in die USA bleiben die Größen, die einmal unter den Steady State gesunken sind, permanent unterhalb des Gleichgewichtswertes. Die gestiegene inländische Produktivität kommt allein Deutschland zugute, ohne einen positiven Einfluß in den Vereinigten Staaten zu hinterlassen. Erstaunlicherweise reagieren aber die ausländischen Investitionen mit einer deutlichen Zunahme auf die deutsche Produktivitätssteigerung, ohne jedoch zu einer nennenswerten Ausweitung der Produktion und des Arbeitseinsatzes beizutragen.<sup>105</sup> Diese gleichgerichtete Entwicklung der beiden Investitionsströme schlägt sich in der perfekten Korrelation nieder. Elliot/Fatás (1996) rechnen damit entweder im Falle globaler (von allen Ländern geteilten) Schocks oder bei landesspezifischen Störungen, die schnell in das jeweils andere Land übertragen werden. Es reicht aber offensichtlich aus, wenn die Schocks lediglich in ein Land übertragen werden, um eine hohe Korrelation der Investitionen und der Outputs zu gewährleisten. Ihre zweite Vermutung, daß bei dieser Art der Schocks die Reaktion der Handelsbilanz geringer ausfällt als bei rein landesspezifischen (ohne Spillovers) bestätigt sich ebenfalls: Die Intensität der Reaktion liegt im Falle permanenter Technologieschocks wesentlich höher, wobei zusätzlich der qualitative Unterschied einer Verschlechterung dort gegenüber einer Verbesserung hier hinzukommt.

<sup>105</sup> Beim ausländischen Output kommt es zu einer positiven Abweichung von 0.01 % nach zehn Quartalen. Gemessen an der Ausweitung der Investitionen um 1.48 % kann diese Reaktion als vernachlässigbar gering eingestuft werden. Die gearbeiteten Stunden hingegen verbleiben tatsächlich ganz unterhalb des alten Gleichgewichtswertes.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß der Ansatz mit den tatsächlichen Schocks insbesondere den internationalen Konjunkturmustern erheblich näher kommt als die beiden zuvor diskutierten Modellvarianten. Unbefriedigend bleibt die Rangfolge in der Stärke der Korrelationen: Empirisch gesehen sind die Outputs stärker als die Konsumströme, diese stärker als die Ersparnisse und die wiederum stärker als die Investitionen korreliert, während im Modell der Konsum an erster Stelle steht, gefolgt von den Investitionen, den Outputs und den Ersparnissen. Nicht erklärt werden kann überdies die empirisch nachhinkende inländische Beschäftigung, die im Modell kontemporär gegenläufig zur amerikanischen ist. Weiterhin bestehen Defizite bei der Abbildung des Arbeitsmarktes und bei der Erklärung der Rangfolge der Korrelation von Sparen und Investieren.

Diese Defekte lassen sich möglicherweise beheben, wenn man die Annahme perfekter Kapitalmärkte mit vollständiger Risikostreuung aufgibt und statt dessen den Handel von Vermögenswerten auf Wertpapiere beschränkt. Die Implikationen dieser Modifikation des Modells werden in Abschnitt 5.1.2 abgeleitet.

## 5.1.2 Unvollständige Märkte

### 5.1.2.1 Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung

Die Beschränkung des Handels von Vermögenswerten auf Wertpapiere erfordert eine explizite Modellierung der Handelsbilanz, wie dies schon in Kapitel 4 für den Fall des kleinen Landes geschehen ist. Die Ressourcenbeschränkungen der beiden Länder lauten dann:

$$(5.62) \quad Y_t = C_t + I_t + TB_t$$

$$(5.63) \quad Y_t^* = C_t^* + I_t^* + TB_t^*$$

wobei

$$(5.64) \quad TB_t = B_t - (1 + r_{t-1})B_{t-1} \quad \text{und} \quad TB_t^* = B_t^* - (1 + r_{t-1}^*)B_{t-1}^*$$

Gleichung (5.64) weicht in den Zeitindizes von (4.77) ab. Die Formulierung von (5.64) erfolgt in Anlehnung an Kollmann (1996a) und unterscheidet sich deutlich von der von Baxter/Crucini (1995) verwendeten Version (5.65):

$$(5.65) \quad TB_t = R_t B_{t+1} - B_t \quad \text{und} \quad TB_t^* = R_t^* B_{t+1}^* - B_t^* \quad \text{mit} \quad R_t = \frac{1}{1 + r_t}$$

(5.64) besagt, daß die Handelsbilanz in der Periode  $t$  dem Wertpapierbestand zu Beginn der Periode  $t$  abzüglich des aufgezinsten Wertpapierbestandes zu Beginn der Periode  $t-1$  entspricht. Die Wertpapiere haben nur eine Laufzeit von einer Periode. In (5.65) stellt der Zins-



faktor  $R_t$  den Preis pro Einheit eines Ein-Perioden-Wertpapiers dar, das in  $t$  gekauft wird und in  $t+1$  ausläuft. Umgeschrieben lautet diese Gleichung:

$$(5.66) \quad (1+r_t)TB_t = B_{t+1} - (1+r_t)B_t \quad \text{und} \quad (1+r_t)TB_t^* = B_{t+1}^* - (1+r_t)B_t^*$$

Die aufgezinste Handelsbilanz in  $t$  entspricht hier der Differenz aus dem Wertpapierbestand zu Beginn der Periode  $t+1$  und dem aufgezinnten Bestand zu Beginn der Periode  $t$ . Die Formulierung in (5.64) ist sicherlich ungewöhnlich, noch ungewöhnlicher aber erscheint die in Gleichung (5.66). Dort wird eine Stromgröße mit einem Zinssatz multipliziert, somit also wie eine Bestandsgröße behandelt. Das aber ist unzulässig.

Die Verwendung analoger Gleichungen zu (4.77) wäre zwar möglich, würde aber ein Ergebnis produzieren, das sich nur unwesentlich von dem des vorigen Abschnitts unterscheidet. An geeigneter Stelle wird das später genauer erklärt und damit deutlicher werden. Um im Rahmen des Modells eine sinnvolle Lösung ableiten zu können, wird daher mit (5.64) weitergearbeitet.

Damit kommen die in- und ausländischen Wertpapierbestände als neue Variablen zusätzlich in den Ansatz hinein. Bereinigt um den linearen Trend und unter Verwendung der Produktionsfunktionen haben dann die neuen Ressourcenbedingungen folgendes Aussehen:

$$(5.67) \quad A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha = c_t + i_t - \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1} + b_t$$

$$(5.68) \quad A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha = c_t^* + i_t^* - \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1}^* + b_t^*$$

Das zu lösende Optimierungsproblem lautet damit nun:

$$(5.69) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \left( \pi \frac{[c_t^\theta (1-N_t)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + (1-\pi) \frac{[(c_t^*)^\theta (1-N_t^*)^{1-\theta}]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} \left( \pi \tilde{\Lambda}_t \left[ \gamma_X k_{t+1} - (1-\delta)k_t - \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t \right] + (1-\pi) \tilde{\Lambda}_t^* \left[ \gamma_X k_{t+1}^* - (1-\delta)k_t^* - \phi \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) k_t^* \right] \right) \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t \pi \left( A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1} - b_t \right) \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t^* (1-\pi) \left( A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^* + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1}^* - b_t^* \right) \right\}$$

Die Bedingungen erster Ordnung (5.10)-(5.20) stimmen mit denen aus dem Ansatz mit vollständigen Märkten überein. In (5.16)-(5.19) muß anstelle des Schattenpreises  $P_t$  der ausländische  $P_t^*$  stehen. Gleichung (5.21) fällt weg, statt dessen treten die zwei Ableitungen nach  $P_t$

und  $P_t^*$  sowie zusätzlich noch die nach den in- und ausländischen Wertpapierbeständen hinzu. Die Transversalitätsbedingungen (5.22) und (5.23) bleiben bestehen.

$$(5.70) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t} = \pi \left( A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1} - b_t \right) = 0$$

$$(5.71) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t^*} = (1-\pi) \left( A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^* + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1}^* - b_t^* \right) = 0$$

$$(5.72) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_t} = -P_t \pi + E_t P_{t+1} \pi \frac{(1+r_t)}{\gamma_X} = 0$$

$$(5.73) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_t^*} = -P_t^* (1-\pi) + E_t P_{t+1}^* (1-\pi) \frac{(1+r_t)}{\gamma_X} = 0$$

Unter Berücksichtigung der Tatsache, daß im totalen Konkurrenzgleichgewicht der Weltwertpapiermarkt geräumt sein muß, gilt zusätzlich:

$$(5.74) \quad \pi b_t + (1-\pi) b_t^* = 0$$

Das Weltüberschußangebot an Wertpapieren ist gleich null. Zudem muß in diesem Zwei-Länder-Modell der Handelsbilanzsaldo des Inlands dem negativen des Auslands entsprechen, d.h. die Summe der Handelsbilanzsalden entspricht null.

$$(5.75) \quad \pi \left( b_t - \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1} \right) + (1-\pi) \left( b_t^* - \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1}^* \right) = 0$$

Mit (5.67) und (5.68) kann (5.75) umgeformt werden in:

$$(5.76) \quad \left[ \pi (A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t) + (1-\pi) (A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^*) \right] = 0$$

Die Räumung des Weltwertpapiermarktes impliziert somit auch (letztlich über Walras' Law) die Räumung des Gütermarktes.<sup>106</sup> Man erhält somit dieselbe Optimumbedingung wie in (5.21).

---

<sup>106</sup> Dieses Ergebnis kann auch wie folgt hergeleitet werden: Unterstellt man, daß in der Welt insgesamt nicht mehr an Vermögen in die nächste Periode transferiert werden kann als die Summe, die sich nach Abzug der Konsum- und Investitionsausgaben vom Output und dem Wertpapierbestand der laufenden Periode ergibt, so folgt unter Zuhilfenahme der Gleichung (5.74) die Bedingung für die Räumung des Weltgütermarktes.

Gleichung (5.72) und (5.73) erlauben die endogene Bestimmung des Weltzinssatzes  $r_t$ . Dieser kann vollständig aus dem System eliminiert werden.

$$(5.77) \quad (1+r_t) = \frac{P_t \gamma_X}{E_t P_{t+1}} \Leftrightarrow r_t = \frac{P_t \gamma_X}{\beta^* P_{t+1}} - 1 \quad \text{und} \quad (1+r_t) = \frac{P_t^* \gamma_X}{E_t P_{t+1}^*} \Leftrightarrow r_t = \frac{P_t^* \gamma_X}{\beta^* P_{t+1}^*} - 1$$

Anstelle von (5.72) und (5.73) tritt nun (5.78):

$$(5.78) \quad \frac{E_t P_{t+1}^*}{P_t^*} = \frac{E_t P_{t+1}}{P_t}$$

Wegen (5.74) ist tatsächlich nur ein Wertpapierbestand frei. Liegt dieser fest, so kann der andere einfach über (5.74) berechnet werden. Daher kann eine der Optimumbedingungen (5.70), (5.71) wegfallen. Baxter/Crucini (1995) wählen den ausländischen Wertpapierbestand als Endogene, so daß  $b_t$  herausfällt. Gleichung (5.77) wird auch in (5.71) zur Eliminierung des Zinssatzes verwendet, wobei (5.77) um eine Periode verzögert werden muß.

Durch die Beschränkung auf den Handel von Wertpapieren entstehen Asymmetrien im Modell. Dies liegt in erster Linie an der Hinzunahme eines weiteren exogenen Parameters, des durchschnittlichen Verhältnisses der Handelsbilanz zum Output  $tb/y$ . Es drängt sich daher unweigerlich die Frage auf, ob dann nicht eine landesspezifische Kalibrierung des Modells angebracht wäre. Baxter ((1995), S. 1820) selbst schreibt dazu: "For an application to particular countries, one would of course wish to calibrate the two countries differently, so that each matched the long-run features of a specific economy." Prinzipiell muß man diese Frage bejahen; bei näherer Betrachtung stellt sich jedoch heraus, daß das Modell eine solche Kalibrierung nicht zuläßt. Wenn man unterschiedliche Lohnquoten  $\alpha, \alpha^*$  zuließe, so ginge die Gleichheit der Steady-State-Outputs ( $y = y^*$ ) verloren. Die Zulassung unterschiedlicher Wachstumsraten des gemeinsamen deterministischen technischen Fortschritts würde in Gleichung (5.74) den Term  $X_t/X_t^*$  hineinbringen, für den man keinen numerischen Wert spezifizieren kann. Da man bei der Approximation von (5.76) an einer Stelle durch den Steady-State-Output dividieren muß, wäre die Gleichung (5.43) nicht mehr gültig, sondern müßte um das nicht bekannte Verhältnis der gleichgewichtigen Outputs  $y^*/y$  erweitert werden. So wünschenswert eine unterschiedliche Kalibrierung auch ist, so wenig kann sie im vorliegenden Modell konsequent betrieben werden.

Dennoch entstehen ganz bestimmte asymmetrische Steady States, selbst wenn man versucht, deren Anzahl auf ein Mindestmaß zu beschränken. Hervorgerufen werden sie durch die Tatsache, daß grundsätzlich in einem Zwei-Länder-Modell der Handelsbilanzsaldo des einen Landes dem negativen des anderen entsprechen muß. Aus (5.74) gewinnt man mit  $y = y^*$  die Beziehung

$$(5.79) \quad \frac{b}{y} = -\frac{(1-\pi) b^*}{\pi y^*}$$

Aus (5.64) folgt im Gleichgewicht für die Pro-Kopf-Variablen:

$$(5.80) \quad tb = b - \frac{1+r}{\gamma_x} b$$

Dividiert man durch  $y$ , erhält man:

$$(5.81) \quad \frac{tb}{y} = \frac{\gamma_x - 1 - r}{\gamma_x} \frac{b}{y}$$

Analog dazu ergibt sich für die ausländische Handelsbilanz:

$$(5.82) \quad \frac{tb^*}{y^*} = \frac{\gamma_x - 1 - r}{\gamma_x} \frac{b^*}{y^*}$$

Wegen (5.79) weichen (5.81) und (5.82) voneinander ab.<sup>107</sup> Die Konsumquoten bestimmen sich dann residual, passen sich also derart an, daß die Gleichheit der Outputs gewahrt bleibt.

$$(5.83) \quad \frac{c}{y} = 1 - \frac{i}{y} - \frac{tb}{y} \quad \text{und} \quad \frac{c^*}{y^*} = 1 - \frac{i^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$$

Da die gleichgewichtigen pro Kopf gearbeiteten Stunden im In- und Ausland mit 20 % der Gesamtzeit der Haushalte exogen vorgegeben werden, muß der Präferenzparameter  $\theta$  endogen über die Beziehung (5.31) bestimmt werden.

$$(5.84) \quad \theta = \frac{\frac{c}{y}}{\frac{1-N}{N} \alpha + \frac{c}{y}} \quad \text{und} \quad \theta^* = \frac{\frac{c^*}{y^*}}{\frac{1-N}{N} \alpha + \frac{c^*}{y^*}}$$

Wegen der verschiedenen Konsumquoten der Länder ergibt sich für das Ausland ein anderer Wert als für das Inland, wobei dieser Umstand nur bei von eins verschiedenen Risikoaversionen  $\sigma$  von Bedeutung ist. Im betrachteten Fall  $\sigma = 1$  fallen alle Terme mit  $\theta, \theta^*$  weg. Die Steady-State-Beziehungen (5.24) - (5.29) sind in beiden Ländern identisch, so daß sich auch die Investitionsquoten entsprechen:  $i/y = i^*/y^*$ .

---

<sup>107</sup> Wenn die Landesgröße  $\pi$  gleich 0.5 ist, dann resultiert der Fall, daß der inländische Handelsbilanzsaldo exakt dem negativen ausländischen entspricht.

Die linearisierten Bedingungen erster Ordnung (5.33) bis (5.37) und (5.42) gelten unverändert weiter. In (5.38) bis (5.41) muß  $\hat{p}$  durch  $\hat{p}^*$  ausgetauscht werden. (5.43) ist auch die Taylor-Approximation von (5.76), und aus (5.78) folgt schließlich:

$$(5.85) \quad -\hat{p}_{t+1}^* + \hat{p}_t^* = -\hat{p}_{t+1} + \hat{p}_t$$

Wie oben beschrieben, wird der inländische Wertpapierbestand residual nach Bestimmung des ausländischen ermittelt. Es bleibt somit noch die Gleichung (5.71), die ebenfalls um den Steady State zu approximieren ist.

$$(5.86) \quad -\frac{b^*}{y^*} \hat{b}_t^* + \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{b}_{t-1}^* = \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_t - \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_{t-1} - \hat{A}_t^* - (1-\alpha) \hat{k}_t^* - \alpha \hat{N}_t^* + \frac{c^*}{y^*} \hat{c}_t^* + \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_t^*$$

In dieser Gleichung tritt der Schattenpreis  $\hat{p}$  zum Zeitpunkt  $t-1$  auf, während er in allen anderen Gleichungen nur in  $t$  oder  $t+1$  erscheint. Um somit die Aufnahme einer weiteren Kozustandsvariablen (wie in Abschnitt 4.6) zu vermeiden, wird (5.86) um eine Periode im Zeitindex nach oben gesetzt.

$$(5.87) \quad -\frac{b^*}{y^*} \hat{b}_{t+1}^* + \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{b}_t^* = \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_{t+1} - \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_t - \hat{A}_{t+1}^* - (1-\alpha) \hat{k}_{t+1}^* - \alpha \hat{N}_{t+1}^* + \frac{c^*}{y^*} \hat{c}_{t+1}^* + \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_{t+1}^*$$

Bezüglich der klein geschriebenen Lagrangemultiplikatoren gelten die schon zu (5.43) gemachten Aussagen weiter.

Zur Lösung des Modells wird der Schattenpreis des Auslands  $\hat{p}_t^*$  zum Vektor der Kozustandsvariablen hinzugefügt, während der ausländische Wertpapierbestand  $\hat{b}_t^*$  zum Vektor der Zustandsvariablen gerechnet wird. Der Vektor der exogenen Variablen bleibt unverändert.

$$(5.88) \quad \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_t^* \quad \hat{b}_t^* \quad \hat{\lambda}_t \quad \hat{\lambda}_t^* \quad \hat{p}_t^* \right)'$$

Unter Verwendung von (4.77) erhält man für (5.67) und (5.68) veränderte Gleichungen:

$$(5.89) \quad A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha = c_t + i_t - (1+r_t) b_t + \gamma_x b_{t+1}$$

$$(5.90) \quad A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha = c_t^* + i_t^* - (1+r_t^*) b_t^* + \gamma_x b_{t+1}^*$$

Entsprechend muß der Optimierungsansatz in den Nebenbedingungen angepaßt werden. Die Ableitungen nach den Wertpapierbeständen ((5.72), (5.73)) müssen nach den Werten in  $t+1$  erfolgen und nicht nach denen in  $t$ . Dies ergibt die nachstehenden Gleichungen:

$$(5.91) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t} = \pi \left( A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t + (1+r_t) b_t - \gamma_x b_{t+1} \right) = 0$$

$$(5.92) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t^*} = (1 - \pi) \left( A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^* + (1 + r_t) b_t^* - \gamma_X b_{t+1}^* \right) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.93) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_{t+1}} = -P_t \pi \gamma_X + E_t P_{t+1} \pi (1 + r_{t+1}) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.94) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial b_{t+1}^*} = -P_t^* (1 - \pi) \gamma_X + E_t P_{t+1}^* (1 - \pi) (1 + r_{t+1}) \stackrel{!}{=} 0$$

Man beachte, daß nun in (5.93) und (5.94) der Zinssatz in  $t+1$  und nicht in  $t$  auftritt. Dies bewirkt eine Zeitindexverschiebung um eine Periode in (5.77). Die Struktur der Lösung für  $r$  bleibt jedoch erhalten:

$$(5.95) \quad (1 + r_t) = \frac{P_{t-1} \gamma_X}{E_t P_t} \Leftrightarrow r_t = \frac{P_{t-1} \gamma_X}{\beta^* p_t} - 1 \quad \text{und} \quad (1 + r_t) = \frac{P_{t-1}^* \gamma_X}{E_t P_t^*} \Leftrightarrow r_t = \frac{P_{t-1}^* \gamma_X}{\beta^* p_t^*} - 1$$

In (5.92) muß dann  $1 + r_t$  durch den zweiten Ausdruck in (5.95) mit den ausländischen Schattenpreisen  $\hat{p}^*$  ersetzt werden. Damit erhält man anstelle von (5.87):

$$(5.96) \quad -\gamma_X \frac{b^*}{y^*} \hat{b}_{t+1}^* + \frac{\gamma_X}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{b}_t^* = \frac{\gamma_X}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_t^* - \frac{\gamma_X}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_{t-1}^* - \hat{A}_t^* - (1 - \alpha) \hat{k}_t^* - \alpha \hat{N}_t^* + \frac{c^*}{y^*} \hat{c}_t^* + \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_t^*$$

Da  $\hat{p}^*$  auch in  $t-1$  auftritt, muß diese Variable zusätzlich in den Zustandsvektor aufgenommen werden, um den Ansatz von King/Plosser/Rebelo (1990) anwenden zu können.<sup>108</sup> Dann benötigt man jedoch eine weitere Gleichung, die ähnlich wie in Abschnitt 4.3 nur in der Identitätsgleichung  $\hat{p}_t^* = \hat{p}_t^*$  bestehen kann. Die Folge davon ist, daß ein Eigenwert der Matrix  $W$  null ist und man alle vier instabilen Eigenwerte (von insgesamt sieben) eliminieren kann. Der Eigenwert von null sorgt dafür, daß die Prozesse für die Entscheidungsvariablen unabhängig von der Entwicklung des Wertpapierbestandes sind, so daß man im Vergleich zum Fall mit vollständigen Märkten ein kaum abweichendes Ergebnis erhält. Lediglich die Handelsbilanzen entwickeln sich geringfügig anders, bedingt durch die zwischen den Ländern abweichenden Steady-State-Werte.

Bei der Kalibrierung muß dem durchschnittlichen Anteil der Handelsbilanz am Output ein Wert zugewiesen werden. In Deutschland liegt dieser Wert bei 0.01004, so daß Deutschland im Durchschnitt in den Jahren 1968 bis 1991 einen Exportüberschuß erzielte. Über (5.79) und (5.82) berechnet man für die USA einen modelltheoretischen Wert von -0.01004 (da  $\pi = 0.5$ ), welcher erstaunlich nahe am empirischen von -0.0121 liegt.

---

<sup>108</sup> Sonst würden wieder Polynome zweiten Grades im Backshift-Operator auftreten. Siehe dazu die Diskussion in Abschnitt 4.3.

In der Literatur wird in allen Modellen dieser Art der relative Wertpapierbestand  $b/y$  auf null gesetzt, um im Steady State ein einheitliches Pro-Kopf-Vermögen in den beiden Ländern zu gewährleisten. Das impliziert natürlich auch ausgeglichene Handelsbilanzen in den Ländern:  $tb/y = tb^*/y^* = 0$ . Im obigen Ansatz führt das aber zu einer Singularität der Matrix  $Mss_0^*$ , so daß der Lösungsalgorithmus von King/Plosser/Rebelo (1990) nicht mehr angewandt werden kann. Der zyklische Wertpapierbestand würde aus dem Modell eliminiert werden. Baxter/Crucini (1995) versuchen dies zu vermeiden, indem sie nicht mit der relativen, sondern der absoluten Abweichung des Wertpapierbestandes vom gleichgewichtigen Wert arbeiten.<sup>109</sup> Das bewirkt in (5.87):

$$(5.97) \quad \begin{aligned} & -\frac{1}{y^*}(b_{t+1}^* - b^*) + \frac{1}{\beta^*} \frac{1}{y^*}(b_t^* - b^*) \\ & = \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_{t+1} - \frac{1}{\beta^*} \frac{b^*}{y^*} \hat{p}_t - \hat{A}_{t+1}^* - (1-\alpha)\hat{k}_{t+1}^* - \alpha\hat{N}_{t+1}^* + \frac{c^*}{y^*} \hat{c}_{t+1}^* + \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_{t+1}^* \end{aligned}$$

Ein Nullsetzen des relativen Wertpapierbestandes ist dann zwar möglich, jedoch tritt bei der Kalibrierung das Problem auf, daß man das Niveau von  $y^*$  nicht bestimmen kann. Zudem sollte bei einer Wertpapierhaltung von null die Ressourcenbeschränkung bei vollständigen Märkten resultieren. Genau dies ergibt sich aber nur für (5.87), nicht aber für (5.97). Daher wird im folgenden mit der erstgenannten Gleichung weitergearbeitet.

Für die Matrix  $W$  erhält man damit die folgenden Eigenwerte:

1.0705, 1.0527, 1.0118, 1.0, 0.9612, 0.9451.

Drei dieser vier Eigenwerte größer als bzw. gleich eins können über die Eliminierung der Schattenpreise  $\hat{\lambda}_t, \hat{\lambda}_t^*, \hat{p}_t^*$  unschädlich gemacht werden, der Eigenwert von eins allerdings bleibt erhalten. Im Zwei-Länder-Modell mit unvollständigen Märkten taucht das gleiche Instabilitätsproblem wie im Fall des kleinen Landes in Kapitel 4 auf. Die Einheitswurzel bleibt im Modell und überträgt sich auf die Zustands- und damit auch auf die Kontrollvariablen.<sup>110</sup> Das bedeutet, daß nun nicht mehr die Momente der ungefilterten zyklischen Komponenten bestimmt werden können. **Eine** Art der Filterung muß in jedem Fall angewandt werden. Ein Vergleich der Modellimplikationen von gefilterten und ungefilterten Reihen kann nicht mehr durchgeführt werden.

<sup>109</sup> Diese Interpretation stützt sich auf einen Hinweis von Kollmann, den der Verfasser auf Nachfrage erhielt.

<sup>110</sup> Über die Ursachen dieser Instabilität gibt es bisher keinerlei Erklärung in der Literatur.

### 5.1.2.2 Modelllösung bei transitorischen Schocks

Zunächst werden die Implikationen für die in (5.53) angegebenen transitorischen Schocks diskutiert. Für die Kapitalstöcke und die Entwicklung des ausländischen Wertpapierbestandes erhält man die folgenden Gleichungen:

$$(5.98) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9458\hat{k}_t + 0.0149\hat{k}_t^* + 0.0008\hat{b}_t^* + 0.0875\hat{A}_t - 0.0130\hat{A}_t^*$$

$$(5.99) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0154\hat{k}_t + 0.9463\hat{k}_t^* - 0.0008\hat{b}_t^* - 0.0124\hat{A}_t + 0.0880\hat{A}_t^*$$

$$(5.100) \quad \hat{b}_{t+1}^* = -0.6227\hat{k}_t + 0.5912\hat{k}_t^* + 1.0143\hat{b}_t^* - 0.3788\hat{A}_t + 0.4095\hat{A}_t^*$$

Der Einfluß der exogenen Störungen auf die Kapitalstöcke geht gegenüber dem Fall bei vollständigen Märkten geringfügig zurück (vgl. (5.54) und (5.55)). Die ausländische Wertpapierhaltung übt nur einen schwachen Einfluß aus. Generell gilt, daß die Symmetrie nicht nur der Koeffizienten vor den exogenen Schocks, sondern auch vor den Kapitalstöcken verlorengeht. Selbst wenn die angegebenen numerischen Werte hier gleich sein sollten, z.B. vor  $\hat{b}_t^*$ , sind die exakten verschieden voneinander. Die Gleichheit beruht auf Rundungen.

Tabelle 5.13 faßt die Koeffizienten für die optimalen Entscheidungsfunktionen der Kontrollvariablen zusammen.

Tabelle 5.13  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
transitorische Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5288	-0.2150	0.0030	1.5108	-0.2582
$\hat{y}_t^*$	-0.2138	0.5311	-0.0030	-0.2566	1.5133
$\hat{c}_t$	0.3306	0.2650	-0.0037	0.3706	0.3182
$\hat{c}_t^*$	0.2634	0.3278	0.0037	0.3162	0.3676
$\hat{i}_t$	-0.7936	0.4933	0.0269	2.8924	-0.4293
$\hat{i}_t^*$	0.5083	-0.7766	-0.0268	-0.4117	2.9116
$\hat{N}_t$	0.1585	-0.3840	0.0054	0.9121	-0.4611
$\hat{N}_t^*$	-0.3817	0.1626	-0.0053	-0.4582	0.9166
$\hat{w}_t$	0.3703	0.1690	-0.0024	0.5987	0.2029
$\hat{w}_t^*$	0.1680	0.3684	0.0023	0.2016	0.5967
$\hat{s}_t$	0.9372	-1.2046	0.0170	3.8613	-1.4466
$\hat{s}_t^*$	-1.2932	0.9909	-0.0180	-1.5522	4.1049
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5574	-0.5496	-0.0030	0.3455	-0.3366
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.5574	0.5496	0.0030	-0.3455	0.3366



Ein Anstieg der ausländischen Wertpapierhaltung bewirkt einen Rückgang des Kapitalstocks, des Arbeitseinsatzes, der Investitionen, des Outputs und der Ersparnis im Ausland; Konsum, Reallohn und Handelsbilanz verbessern sich hingegen. Für die Konsumströme resultieren nunmehr verschiedene Prozesse, die sich neben den Koeffizienten vor den exogenen Störungen auch in denen vor den Zustandsvariablen unterscheiden. Der Einfluß der jeweils inländischen Schocks auf die inländischen Variablen verstärkt sich beim Reallohn, dem Konsum und der Handelsbilanz, während er sich bei den übrigen im Vergleich zu vollständigen Märkten abschwächt (vgl. Tabelle 5.1).<sup>111</sup> Die Reagibilität auf jeweils ausländische Störungen steigt lediglich bei der Handelsbilanz, während sie bei allen anderen Größen sinkt. Insgesamt fallen aber diese Veränderungen sehr gering aus.

In Deutschland zeigt sich damit das in der Tabelle 5.14 angegebene Konjunkturmuster:

Tabelle 5.14  
Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks			Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$						
Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	1.53	1.00	0.69	0.44	0.44	0.69	1.00	0.69	0.44
$\hat{c}_t$	0.60	0.39	0.75	0.53	0.41	0.56	0.72	0.50	0.31
$\hat{i}_t$	2.94	1.92	0.68	0.42	0.34	0.62	0.98	0.72	0.49
$\hat{N}_t$	0.94	0.61	0.67	0.41	0.37	0.62	0.94	0.65	0.42
$\hat{w}_t$	0.73	0.48	0.73	0.50	0.46	0.66	0.89	0.62	0.39
$\hat{s}_t$	3.90	2.54	0.68	0.42	0.40	0.66	0.98	0.68	0.44
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	0.47		0.75	0.52	0.41	0.55	0.69	0.41	0.20

Ein Vergleich mit den Ergebnissen bei vollständigen Märkten zeigt grundsätzlich, daß die beiden Modelle, obwohl sie sich theoretisch deutlich voneinander unterscheiden, nahezu identische Konjunkturmuster implizieren. Die relativen wie auch die absoluten Variabilitäten unterscheiden sich nur sehr wenig von denen in Tabelle 5.2. Lediglich die Investitionen und die Ersparnis weisen eine geringere absolute Volatilität als bei vollständigen Märkten auf, verschlechtern dadurch aber die Abbildung der Realität. Bei den Autokorrelationen gibt es nahezu keinen Unterschied zwischen den Modellen, und auch für die Korrelationen mit dem Output erhält man lediglich geringfügig höhere Werte für die Wertpapierökonomie. Nur beim Konsum steigt

<sup>111</sup> Eine Ausnahme liegt bei der ausländischen Ersparnis vor, deren Reagibilität auf  $\hat{A}_t^*$  zunimmt.

die Korrelation etwas deutlicher auf kontemporär 0.72 gegenüber 0.68 an. Keinesfalls wird aber damit eine verbesserte Abbildung der empirischen Pendanten gewährleistet.

Ein ähnliches Bild zeigt sich bei den internationalen Korrelationen:

Tabelle 5.15

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit transitorischen Technologieschocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.05	0.04	0.03	0.01	-0.04	0.01	0.03	0.05	0.05
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.18	0.34	0.53	0.74	0.99	0.75	0.53	0.34	0.18
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.06	0.07	0.07	0.05	0.01	0.05	0.07	0.07	0.06
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.01	-0.11	-0.25	-0.43	-0.66	-0.43	-0.25	-0.11	-0.01
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.14	0.26	0.41	0.58	0.77	0.58	0.41	0.27	0.14
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.01	-0.06	-0.16	-0.28	-0.45	-0.28	-0.16	-0.06	0.01
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.16	-0.33	-0.52	-0.75	-1.00	-0.75	-0.52	-0.33	-0.16
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.13	0.27	0.46	0.68	0.95	0.60	0.32	0.12	-0.04
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.13	0.27	0.46	0.68	0.95	0.60	0.32	0.12	-0.04
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.13	0.23	0.35	0.50	0.67	0.43	0.24	0.09	-0.03
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.13	0.23	0.36	0.50	0.68	0.44	0.24	0.09	-0.02

Auch hier gilt, daß die Korrelationen zu den verschiedenen Leads und Lags verschieden von denen der Tabelle 5.4 sind, auch wenn die Angabe in der Tabelle auf einen gleichen Wert schließen läßt. Zudem sind auch die Korrelationsmuster zwischen  $(\hat{s}, \hat{i})$  sowie  $(\hat{s}^*, \hat{i}^*)$  und  $(\hat{w}, \hat{N})$  sowie  $(\hat{w}^*, \hat{N}^*)$  in Tabelle 5.15 selbst unterschiedlich, wenn auch zum Teil erst in der dritten oder vierten Stelle nach dem Komma.

Die Beschränkung des Handels von Vermögenstiteln auf Wertpapiere bewirkt eine Erhöhung der Korrelationen zwischen den Investitionen, den Outputs, den Ersparnissen und den gearbeiteten Stunden (vgl. Tabelle 5.4). Für die Konsumströme und die Reallöhne sinken die Korrelationen geringfügig. Insgesamt reichen diese Änderungen nicht, um zu einer verbesserten Übereinstimmung mit den empirischen Beobachtungen beizutragen.

Die Verflechtung der Konsumströme schwächt sich ab, da die Individuen landesspezifischen Risiken gegenüberstehen, die landesspezifische Schwankungen des Konsums bewirken. Der optimale Versicherungscharakter vollständiger Märkte verschwindet, so daß die Individuen den Konsum nur über die Zeit durch An- und Verkauf von Wertpapieren glätten können, aber

nicht mehr über verschiedene kontemporäre Zustände der Ökonomie. Die Korrelation der gearbeiteten Stunden nimmt schwach zu, da der Arbeitseinsatz im Ausland bei einem positiven Schock im Inland weniger stark sinkt.<sup>112</sup> Im Zuge dessen steigen auch die Verflechtungen der Outputs und der Investitionen schwach an.

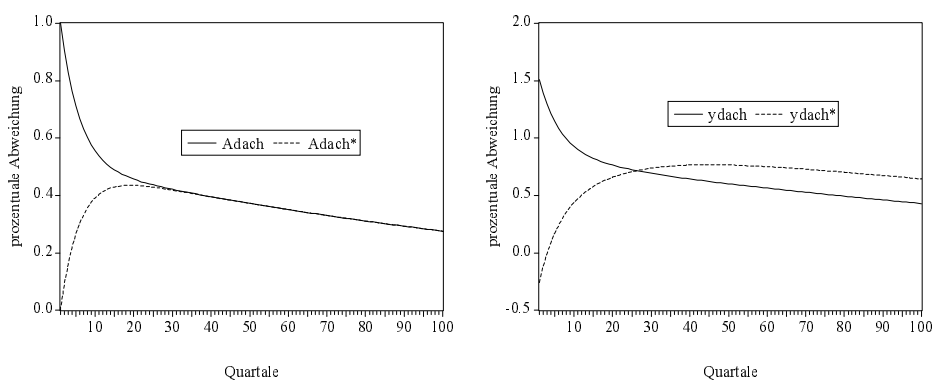
Entgegen der Erwartung, daß bei eingeschränktem Handel die Individuen mehr landesspezifische Risiken tragen und damit die kontemporäre Korrelation zwischen Ersparnis und Investition steigt, nimmt diese von 0.96 auf 0.95 ab. Baxter/Crucini (1995) führen das auf die im Modell zu ungenau bestimmte Ersparnis zurück, die nicht der wahren Ersparnis in einer offenen Volkswirtschaft entspreche.

Die Beziehung von Reallohn und Beschäftigung erfährt in  $t$  eine leichte Steigerung (von 0.64 auf 0.67 bzw. 0.68), wodurch jedoch in keiner Weise eine Annäherung an die tatsächliche Entwicklung erreicht wird.

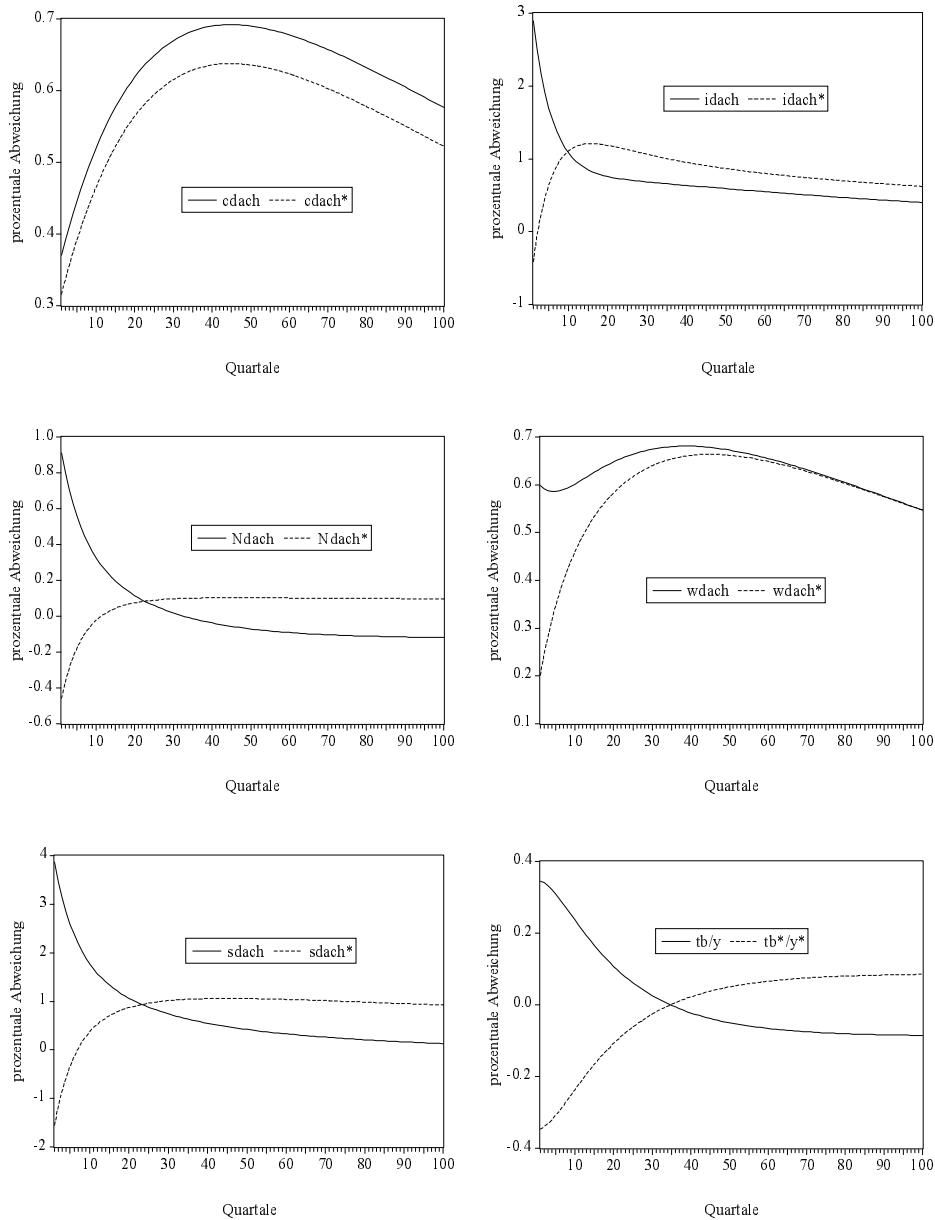
Im Hinblick auf die Empirie kann im Falle transitorischer Schocks keine Verbesserung der Abbildungsgenauigkeit erreicht werden. Trotz der Ähnlichkeit der Modellergebnisse bestehen im Hinblick auf die dynamischen Anpassungsreaktionen auf einen einmaligen Schock deutliche qualitative und quantitative Unterschiede, die die nachfolgenden Impulsantwortfunktionen verdeutlichen sollen.

Abbildung 5.4

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland



<sup>112</sup> In Tabelle 5.13 steigt für  $\hat{N}_t^*$  der Koeffizient vor  $\hat{A}_t$  von -0.4973 auf -0.4582.



Im Vergleich zu Abbildung 5.1 erfolgt mit Ausnahme der Reallöhne keine Annäherung der Impulsantwortfunktionen des In- und Auslands. Nach einer gewissen Anpassungszeit überschießen alle amerikanischen Variablen die deutschen deutlich, so daß die Pfade wie eine Schere auseinanderklaffen. Die Reaktion des inländischen Konsums zeigt einen stärkeren Ausschlag als die des amerikanischen. In dem Auseinanderfallen der Pfade kommt die Nichtstationarität der Entscheidungsfunktionen zum Ausdruck. Alle Entscheidungsvariablen mit Ausnahme der Reallöhne und der stationären Technologieschocks nähern sich einem neuen Steady State an, so daß die Impulsantwortfunktionen nicht mehr gegen null konvergieren.

Die langfristigen und kurzfristigen Wirkungen faßt Tabelle 5.16 zusammen:

Tabelle 5.16

Auswirkungen eines einprozentigen transitorischen Technologieschocks in Deutschland  
Grundmodell mit unvollständigen Märkten

Variable	prozentuale Abweichung vom alten Steady State	
	anfänglich	nach erfolgter Anpassung
$\hat{y}_t$	1.5108	-0.1093
$\hat{y}_t^*$	-0.2566	0.1086
$\hat{c}_t$	0.3706	0.0273
$\hat{c}_t^*$	0.3162	-0.0272
$\hat{i}_t$	2.8924	-0.1093
$\hat{i}_t^*$	-0.4117	0.1086
$\hat{N}_t$	0.9121	-0.1093
$\hat{N}_t^*$	-0.4582	0.1086
$\hat{w}_t$	0.5987	0.0000
$\hat{w}_t^*$	0.2016	0.0000
$\hat{s}_t$	3.8613	-0.3908
$\hat{s}_t^*$	-1.5522	0.4158
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3455	-0.0931
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.3455	0.0931

Obwohl der Schock in Deutschland auftritt und positiv ist, und obwohl die anfänglichen Wirkungen positiv sind, weichen alle deutschen Variablen mit Ausnahme des Konsums und des Reallohnes nach unten vom alten stationären Punkt ab. Dagegen sinken die ausländischen Größen anfänglich, um im neuen stationären Punkt - wieder mit Ausnahme des Konsums und des Reallohnes - über dem alten Gleichgewicht zu liegen. Durch die Spillover-Effekte wird somit langfristig das Ausland produktiver, während im gleichen Zug das Inland unproduktiver wird. Nur die Reallöhne, und zwar beide, nähern sich dem alten Gleichgewicht wieder an. Im Falle permanenter Schocks ohne Verflechtungen bei vollständigen Märkten galt dies nur für den ausländischen Reallohn. Wegen des relativ geringen Einflusses des die Instationarität verursachenden ausländischen Wertpapierbestandes fallen die langfristigen Abweichungen vom Steady State wesentlich geringer aus als im Fall permanenter Schocks im vorigen Abschnitt (Tabelle 5.9). Hat der Schock im Ausland seinen Ursprung, so gelten alle Aussagen analog mit entsprechender Umkehrung der Vorzeichen, wobei die absolute Höhe der langfristigen Wirkungen zurückgeht.

### 5.1.2.3 Modellösung bei permanenten Schocks

Ein ganz anderes Bild für die konjunkturellen Implikationen ergibt sich, wenn man die in Abschnitt 5.1.1.4 angegebenen permanenten Störungen unterstellt.

Zunächst erhält man für die Kapitalstöcke kaum veränderte Prozesse. Im Unterschied zu den vollständigen Märkten kommt es nicht zu einer spürbar sensitiveren Reaktion auf die technologischen Störungen.<sup>113</sup> Die Wertpapierhaltung jedoch zeigt ein gänzlich anderes Verhalten im Vergleich zum Fall transitorischer Störungen:

$$(5.101) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9458\hat{k}_t + 0.0149\hat{k}_t^* + 0.0008\hat{b}_t^* + 0.0957\hat{A}_t - 0.0269\hat{A}_t^*$$

$$(5.102) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0154\hat{k}_t + 0.9463\hat{k}_t^* - 0.0008\hat{b}_t^* - 0.0271\hat{A}_t + 0.0971\hat{A}_t^*$$

$$(5.103) \quad \hat{b}_{t+1}^* = -0.6227\hat{k}_t + 0.5912\hat{k}_t^* + 1.0143\hat{b}_t^* + 1.0989\hat{A}_t - 1.0681\hat{A}_t^*$$

Die Individuen akkumulieren nun im Ausland Wertpapiere bei einem positiven Schock im Inland, und dies in einem sehr viel stärkeren Ausmaß als sie zuvor ihre Bestände abgebaut haben (vgl. (5.100)).

Ein verändertes Verhalten tritt darüber hinaus bei den übrigen Entscheidungsvariablen ein, und dies sowohl gegenüber den Ergebnissen bei vollständigen Märkten als auch gegenüber denen bei transitorischen Schocks und unvollständigen Märkten.

---

<sup>113</sup> Eine gewisse Erhöhung der Koeffizienten liegt zwar vor, ist aber sehr gering verglichen mit dem Anstieg in Abschnitt 5.1.1.4 (Gleichung (5.57) und (5.58)).

Tabelle 5.17

Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
 permanente Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5288	-0.2150	0.0030	0.8316	0.3885
$\hat{y}_t^*$	-0.2138	0.5311	-0.0030	0.3772	0.8472
$\hat{c}_t$	0.3306	0.2650	-0.0037	1.2075	-0.4787
$\hat{c}_t^*$	0.2634	0.3278	0.0037	-0.4648	1.1883
$\hat{i}_t$	-0.7936	0.4933	0.0269	3.1650	-0.8913
$\hat{i}_t^*$	0.5083	-0.7766	-0.0268	-0.8970	3.2097
$\hat{N}_t$	0.1585	-0.3840	0.0054	-0.3008	0.6937
$\hat{N}_t^*$	-0.3817	0.1626	-0.0053	0.6737	-0.2729
$\hat{w}_t$	0.3703	0.1690	-0.0024	1.1323	-0.3052
$\hat{w}_t^*$	0.1680	0.3684	0.0023	-0.2964	1.1201
$\hat{s}_t$	0.9372	-1.2046	0.0170	0.0566	2.1762
$\hat{s}_t^*$	-1.2932	0.9909	-0.0180	2.2821	0.0756
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5574	-0.5496	-0.0030	-0.9835	0.9930
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.5574	0.5496	0.0030	0.9835	-0.9930

Im Vergleich zu den Koeffizienten im Fall mit vollständigen Märkten (Tabelle 5.6) nimmt die Intensität der Reaktion auf jeweils inländische Schocks beim Reallohn und beim Konsum deutlich zu, schwächt sich dagegen beim Output, bei der Handelsbilanz, bei der Ersparnis und bei den Investitionen ab. Die gearbeiteten Stunden sinken nun infolge steigender Produktivität. Tritt der Schock im Ausland auf, so steigt jetzt der Output auch im Inland an, während er zuvor zurückging. Das gleiche gilt für den Arbeitseinsatz und die Ersparnis. Hingegen wird der Konsum bei einem ausländischen Schock nunmehr eingeschränkt, und ebenso sinkt der zyklische Reallohn. Diese Vorzeichenwechsel stellen eine deutliche qualitative Abweichung gegenüber den bisherigen Modellvarianten dar und haben für die Konjunkturmuster eine große Bedeutung. Im Hinblick auf die Ersparnis fällt auf, daß ausländische Schocks sie stärker verbessern als inländische, während bei vollständigen Märkten eindeutig die inländischen Schocks dominieren. Auf die Investitionen und die Handelsbilanzen schwächen die jeweils ausländischen Schocks ihre Wirkung zum Teil deutlich ab.<sup>114</sup>

Bis auf den Vorzeichenwechsel beim Arbeitseinsatz entsprechen die Änderungen bei den Koeffizienten vor den jeweils inländischen Schocks qualitativ denen beim Vergleich von per-

<sup>114</sup>Das gilt im besonderen für die Investitionen.

manenten und transitorischen Störungen bei vollständigen Märkten.<sup>115</sup> Die durch die jeweils ausländischen Produktivitätsschocks ausgelösten Veränderungen bei den Vorzeichen weichen allerdings völlig von denen des Vergleichs der Wirkungen transitorischer und permanenter Störungen bei vollständigen Märkten ab. Das verdeutlicht die Bedeutung der Marktstruktur in Verbindung mit den exogenen Prozessen für die konjunkturellen Implikationen der Modelle.

Wie in Abschnitt 5.1.1.4 führen Variationen des Persistenzparameters der Störungen zu teilweise erheblichen Änderungen der Koeffizienten, insbesondere für Werte im Intervall von 0.99 bis 1.00.

In Tabelle 5.18 werden die konjunkturellen Implikationen für Deutschland zusammengefaßt.

Tabelle 5.18

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std. Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	1.10	1.00	0.74	0.52	0.52	0.74	1.00	0.74	0.52
$\hat{c}_t$	1.26	1.15	0.73	0.49	0.31	0.49	0.70	0.55	0.41
$\hat{i}_t$	3.26	2.96	0.72	0.48	0.27	0.49	0.76	0.61	0.47
$\hat{N}_t$	0.74	0.67	0.71	0.47	0.18	0.21	0.23	0.13	0.06
$\hat{w}_t$	1.17	1.07	0.73	0.50	0.37	0.56	0.79	0.61	0.45
$\hat{s}_t$	2.42	2.20	0.72	0.49	0.38	0.50	0.64	0.44	0.28
$\frac{ib_t}{y} - \frac{ib}{y}$	1.30		0.71	0.47	0.01	-0.08	-0.21	-0.21	-0.20

Gegenüber vollständigen Märkten (Tabelle 5.7) nehmen die absoluten Variabilitäten des Konsums und des Reallohns zu, sinken dagegen deutlich für die anderen Aggregate. Die relative Standardabweichung dieser beiden Größen steigt über eins, so daß sie variabler werden als der Output. Damit überschießen sie die empirischen Pendanten, während die übrigen gesunkenen relativen Volatilitäten der Wirklichkeit näher kommen, im besonderen auch die absolute der Handelsbilanz mit 1.30 % gegenüber 1.07 % in der Empirie. Die Autokorrelationen nehmen beim Arbeitseinsatz, beim Output und bei der Ersparnis ab und bleiben nahezu unverändert für die anderen zyklischen Komponenten. Damit erzielt man für  $\hat{y}$  und  $\hat{s}$  eine verbesserte Abbildung der Empirie, während bei den pro Kopf gearbeiteten Stunden eine Verschlechterung zu

<sup>115</sup> Das Ergebnis, daß sich die Handelsbilanz bei inländischen Schocks verschlechtert, bleibt über die Marktstrukturen hinweg bei permanenten Schocks erhalten.



verzeichnen ist. Bei vollständigen Märkten konnte deren empirische Persistenz fast exakt abgebildet werden.

Bei den Korrelationen mit dem Output liegen höhere Werte für den Konsum und für die Investitionen vor; Reallohn, Arbeitseinsatz und Ersparnis schwächen ihre kontemporäre Beziehung mit  $\hat{y}$  ab, die beiden letztgenannten sehr deutlich. Die Handelsbilanz entwickelt sich nun antizyklisch vorlaufend mit einem Quartal, verliert also ihren nachhinkend prozyklischen Charakter. Verglichen mit den empirischen Pendanten kann nur bei der Handelsbilanz und bei den Investitionen ein verbessertes Ergebnis erzielt werden, während die Korrelation der Beschäftigung mit dem Output viel zu gering wird. Der Konsum schießt wieder über die zu erklärenden Werte hinaus, das Verhalten des Reallohnes kann nicht erklärt werden.

Tabelle 5.19

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit permanenten Technologieschocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.07	0.19	0.35	0.53	0.76	0.54	0.35	0.20	0.08
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	-0.05	-0.13	-0.23	-0.35	-0.50	-0.35	-0.23	-0.13	-0.05
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	-0.03	-0.08	-0.14	-0.21	-0.30	-0.21	-0.14	-0.08	-0.03
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.07	-0.16	-0.27	-0.41	-0.57	-0.40	-0.26	-0.15	-0.06
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	-0.03	-0.07	-0.12	-0.19	-0.27	-0.19	-0.12	-0.07	-0.03
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.02	0.05	0.10	0.16	0.23	0.16	0.10	0.06	0.02
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.11	-0.27	-0.47	-0.71	-1.00	-0.71	-0.47	-0.27	-0.11
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.12	0.11	0.09	0.05	-0.00	-0.04	-0.07	-0.09	-0.10
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.13	0.12	0.09	0.06	0.00	-0.04	-0.07	-0.09	-0.10
$\hat{w}$	$\hat{N}$	-0.12	-0.18	-0.25	-0.32	-0.41	-0.25	-0.13	-0.03	0.05
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	-0.12	-0.17	-0.23	-0.30	-0.38	-0.23	-0.11	-0.01	0.06

Wesentlich deutlichere Abweichungen zeigen sich bei den internationalen Korrelationen, bedingt durch den geänderten Einfluß der ausländischen Schocks auf die Modellvariablen (vgl. mit Tabelle 5.8). Die Outputs sind nun mit 0.76 stärker als die Konsumströme korreliert, deren Beziehung nun **negativ** ist (-0.50). Auch die Reallöhne entwickeln sich jetzt entgegengesetzt. Bei den Investitionen und den Arbeitseinsätzen kommt es zu einem Anstieg der kontemporären Beziehung, die aber dennoch im negativen Bereich bleibt. Die Ersparnisse zeigen sich gleichlaufend mit einer Korrelation von 0.23.

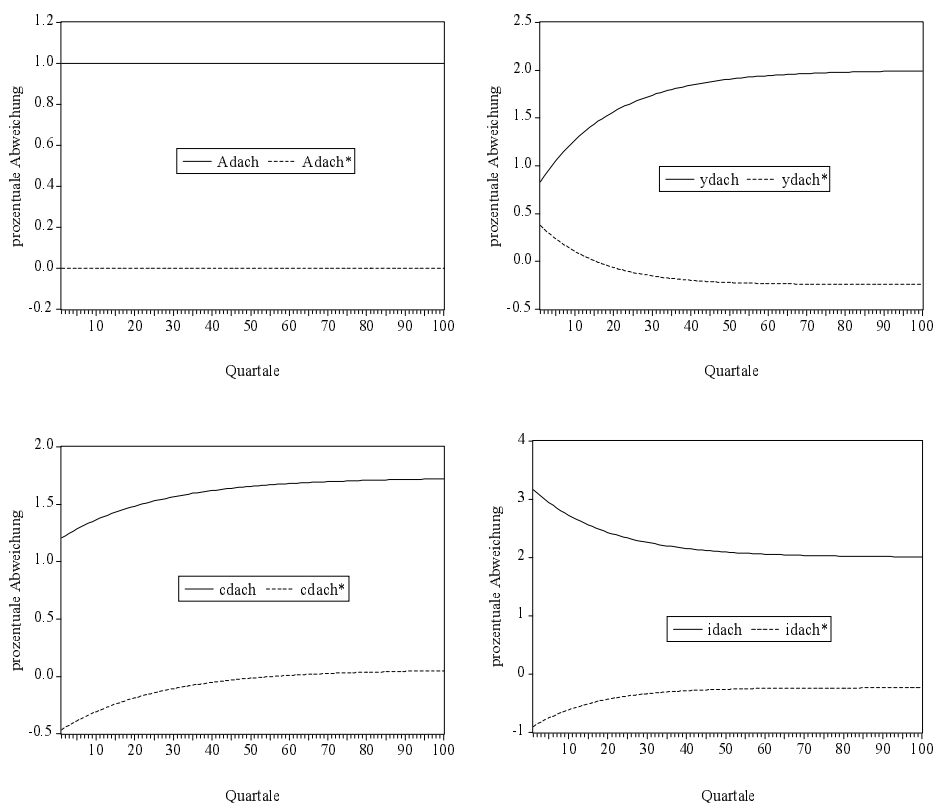
Zwar kann nun die Outputkorrelation vergleichsweise gut abgebildet werden, geht aber zu Lasten einer wesentlich schlechteren Erklärung der Konsumkorrelation. Tendenziell wird für die Investitionen, die gearbeiteten Stunden und die Ersparnisse eine Verbesserung erzielt, jedoch bleiben die Werte noch weit von den tatsächlichen entfernt.

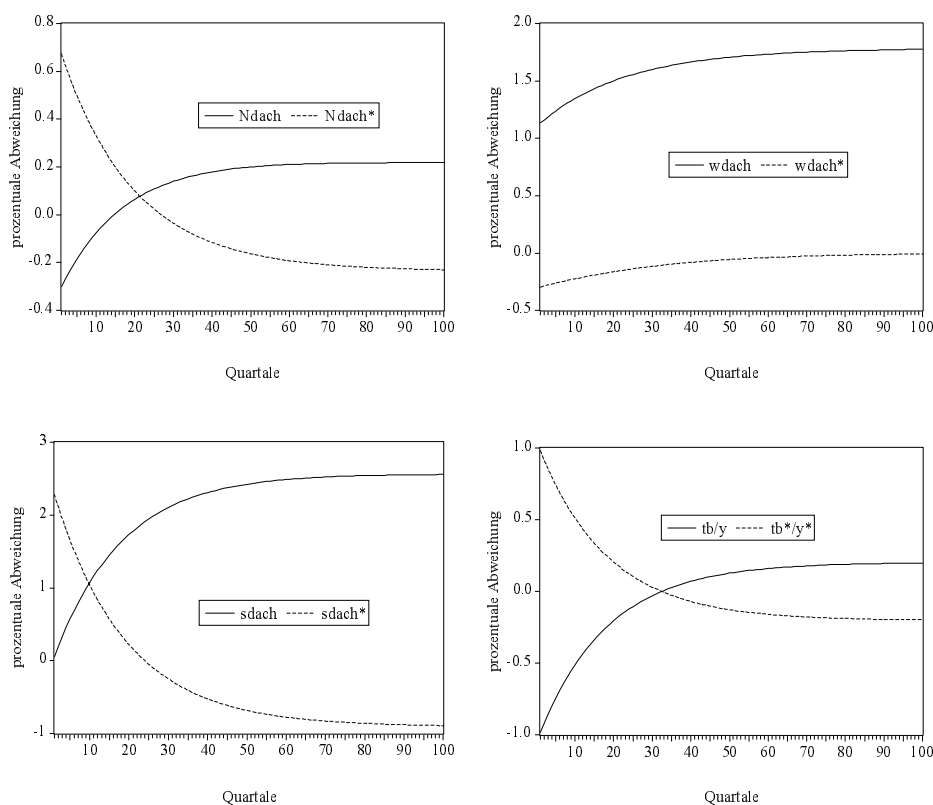
Die Ersparnisse zeigen sich in Deutschland nachhinkend prozyklisch bei fünf Quartalen (0.13), in den USA bei vier Quartalen (0.13) hinter den Investitionen und verfehlen damit völlig den empirisch beobachteten Gleichlauf. Die negative Beziehung zwischen Reallohn und Beschäftigung (-0.41 bzw. -0.38) liegt ebenso neben der tatsächlichen Entwicklung (zwölf Quartale antizyklisch nachhinkend in Deutschland, drei Quartale prozyklisch vorlaufend in den Vereinigten Staaten).

Die veränderten Koeffizienten vor den ausländischen Schocks bewirken unterschiedliche Impulsantwortfunktionen auch für den Fall, daß der Schock in Deutschland auftritt:

Abbildung 5.5

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland





Beim Vergleich mit Abbildung 5.2 könnte bei einem flüchtigen Blick der Eindruck entstehen, es habe sich bei einigen Variablen gar nicht viel verändert. Ein genaues Hinsehen aber zeigt, daß nun auch der ausländische Output zunächst steigt und erst nach 15 Quartalen abnimmt. Während in Deutschland die gestiegene Produktivität zu einer Ausdehnung des Konsums führt, wird in den USA der Konsum trotz steigenden Arbeitseinsatzes zurückgefahren. Statt dessen kommt es dort zu einer Zunahme der Ersparnisse und zur Akkumulation von Wertpapieren verbunden mit einer Verbesserung der Handelsbilanz. Im Inland hingegen wird der Arbeitseinsatz eingeschränkt, die Arbeitsproduktivität (die dem Reallohn entspricht) steigt aber an. Der ausländische Reallohn verschlechtert sich anfänglich und nähert sich dann als einzige Variable dem alten Steady State wieder an. Die deutschen Ersparnisse werden anfänglich nur sehr geringfügig erhöht, im Zeitablauf steigen sie aber stetig an.

Die langfristigen Effekte entsprechen qualitativ denen bei vollständigen Märkten (Tabelle 5.9), wobei aber die Intensität der Abweichungen geringer ausfällt. Zudem geht die Symmetrie der Wirkungen verloren.<sup>116</sup> Die Besonderheit dieses Ergebnisses besteht darin, daß dies eintritt, obwohl die anfänglichen Reaktionen zum Teil völlig entgegengesetzt zu denen bei vollständigen Märkten sind. Trotz der Reduktion des Arbeitseinsatzes im Inland zu Beginn kommt es letztlich doch zu einer Zunahme, wenn sie auch geringer ausfällt als zuvor. Vielfach liegt dies daran, daß der ausländische Wertpapierbestand als eine Art Puffer fungiert, der die Reaktionen der Aggregate auffängt und abfedert. Der einprozentige Schock führt zu einer Steigerung von

<sup>116</sup> Die Reaktionen der Handelsbilanzen bleiben symmetrisch.

$\hat{b}_t^*$  um mehr als 20 %. Deshalb fällt auch die Steigerung von  $\hat{c}_t^*$  mit nur 0.06 % sehr gering aus, verglichen mit der Zunahme von  $\hat{c}_t$  um 1.73 %.

#### 5.1.2.4 Modellösung bei tatsächlichen Schocks

In diesem letzten Abschnitt des Grundmodells von Baxter/Crucini (1995) wird der Frage nachgegangen, welche Änderungen bei Unterstellung der tatsächlichen Schocks eintreten. Dafür seien zunächst wieder die drei für die Modelldynamik wichtigen Gleichungen der Zustandsvariablen betrachtet:

$$(5.104) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9458\hat{k}_t + 0.0149\hat{k}_t^* + 0.0008\hat{b}_t^* + 0.0737\hat{A}_t + 0.0675\hat{A}_t^*$$

$$(5.105) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0154\hat{k}_t + 0.9463\hat{k}_t^* - 0.0008\hat{b}_t^* + 0.0460\hat{A}_t + 0.0482\hat{A}_t^*$$

$$(5.106) \quad \hat{b}_{t+1}^* = -0.6227\hat{k}_t + 0.5912\hat{k}_t^* + 1.0143\hat{b}_t^* - 0.5217\hat{A}_t + 0.1694\hat{A}_t^*$$

Gegenüber den Ergebnissen bei vollständigen Märkten ändern sich die Koeffizienten nur wenig. In beiden Ländern erfährt der Kapitalstock eine Verbesserung bei technischen Störungen, während die Wertpapierbestände im Zuge von Produktivitätsstörungen in Deutschland reduziert, jedoch bei landesspezifischen Schocks akkumuliert werden.

Die Reaktionen der Kontrollvariablen faßt Tabelle 5.20 zusammen.

Tabelle 5.20  
 Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
 tatsächliche Technologieschocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor				
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.5288	-0.2150	0.0030	1.6552	-0.1672
$\hat{y}_t^*$	-0.2138	0.5311	-0.0030	-0.1468	1.6531
$\hat{c}_t$	0.3306	0.2650	-0.0037	0.1927	0.2061
$\hat{c}_t^*$	0.2634	0.3278	0.0037	0.1809	0.1953
$\hat{i}_t$	-0.7936	0.4933	0.0269	2.4375	2.2325
$\hat{i}_t^*$	0.5083	-0.7766	-0.0268	1.5209	1.5948
$\hat{N}_t$	0.1585	-0.3840	0.0054	1.1700	-0.2986
$\hat{N}_t^*$	-0.3817	0.1626	-0.0053	-0.2621	1.1662
$\hat{w}_t$	0.3703	0.1690	-0.0024	0.4852	0.1314
$\hat{w}_t^*$	0.1680	0.3684	0.0023	0.1153	0.4869
$\hat{s}_t$	0.9372	-1.2046	0.0170	4.6701	-0.9368
$\hat{s}_t^*$	-1.2932	0.9909	-0.0180	-0.8880	4.9508
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.5574	-0.5496	-0.0030	0.7537	-1.0128
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.5574	0.5496	0.0030	-0.7537	1.0128

Wie bei den Koeffizienten der Zustandsvariablen fallen auch die Änderungen bei den Kontrollvariablen gering aus: Es treten keine Vorzeichenwechsel ein, und die maximale (absolute) Abweichung zu den Werten in Tabelle 5.10 beträgt 0.18. Daher beobachtet man nur geringe Unterschiede in den konjunkturellen Implikationen des Modells gegenüber vollständigen Märkten.

Tabelle 5.21

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit unvollständigen Märkten und mit tatsächlichen Technologieschocks

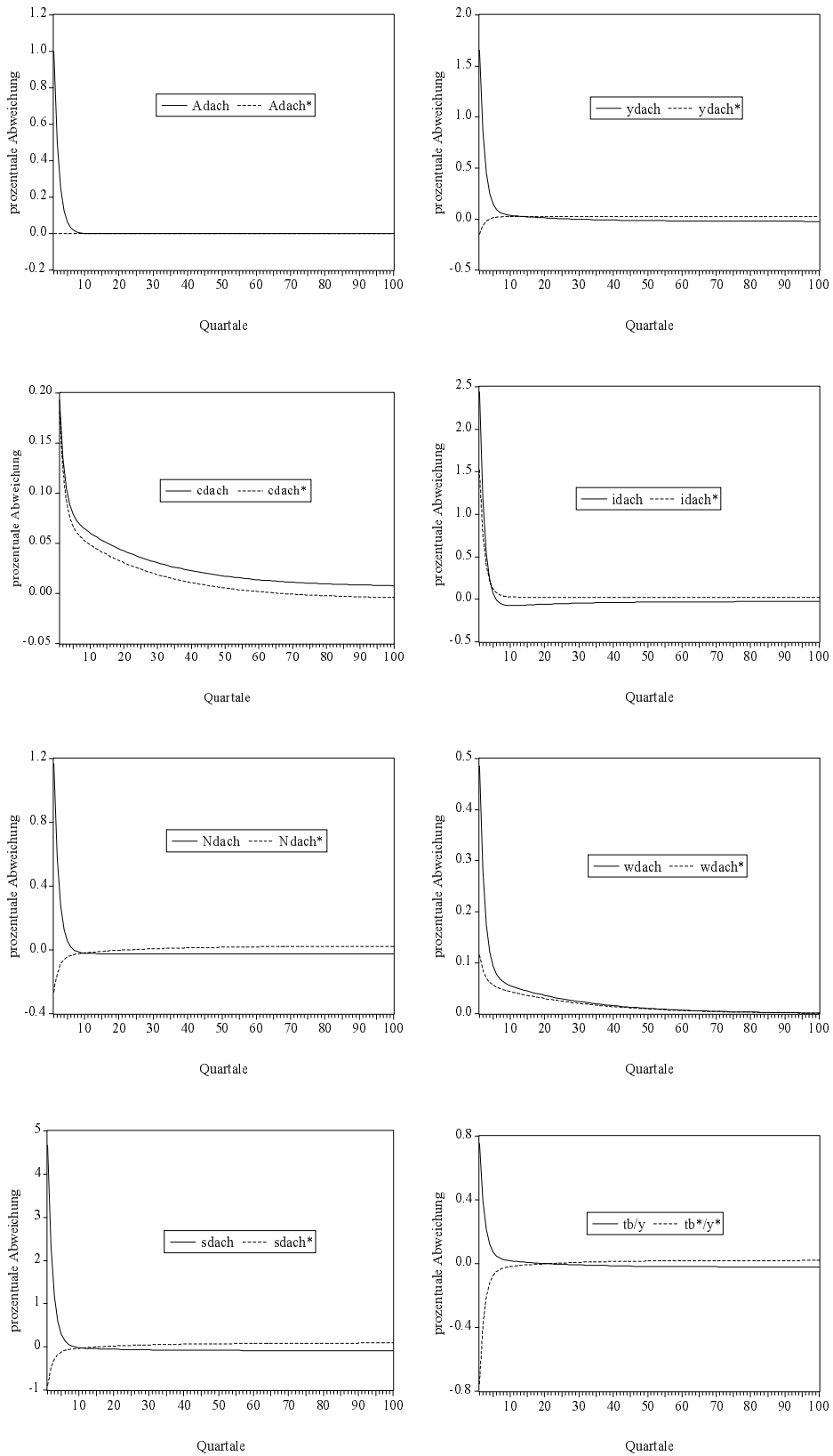
Variable	Std. Abw.	Relative Std.Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	1.02	1.00	0.44	0.13	0.13	0.44	1.00	0.44	0.13
$\hat{c}_t$	0.17	0.16	0.62	0.33	0.25	0.45	0.78	0.46	0.15
$\hat{i}_t$	1.94	1.90	0.53	0.19	0.01	0.29	0.81	0.57	0.30
$\hat{N}_t$	0.71	0.70	0.40	0.09	0.10	0.42	0.99	0.42	0.12
$\hat{w}_t$	0.32	0.31	0.53	0.22	0.18	0.47	0.97	0.48	0.15
$\hat{s}_t$	2.85	2.81	0.41	0.11	0.11	0.43	1.00	0.43	0.12
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	0.59		0.26	-0.01	0.17	0.38	0.73	0.09	-0.12

Wie im Falle transitorischer Störungen fallen die Änderungen gegenüber vollständigen Märkten sehr gering aus (vgl. Tabelle 5.11). Lediglich die absoluten und relativen Standardabweichungen der Investitionen und der Ersparnis gehen zurück. Die Autokorrelationen bleiben unverändert, während die Beziehung zwischen Konsum und Output sich geringfügig auf 0.78 abschwächt. Bei der Handelsbilanz beobachtet man eine leichte Zunahme der kontemporären Korrelation. Im Falle der transitorischen Schocks erhöhten sich dagegen alle Werte etwas bei unvollständigen Märkten gegenüber vollständigen.

Im Hinblick auf die internationalen Korrelationen erhält man Ergebnisse, die sich (nahezu) nicht von denen bei vollständigen Märkten unterscheiden. Aus diesem Grunde unterbleibt eine Angabe der Werte in Tabellenform (siehe Tabelle 5.12). Man kann somit festhalten, daß bei tatsächlichen Schocks die Modellergebnisse trotz der unterschiedlichen Marktstruktur identisch sind.

Abbildung 5.6

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten  
einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland



Die Impulsantwortfunktionen unterscheiden sich bezüglich der anfänglichen Wirkungen kaum von denen bei vollständigen Märkten (vgl. Abbildung 5.3). In langer Frist aber weichen die Funktionen relativ stark voneinander ab. So verschlechtern sich Output, Arbeitseinsatz, Ersparnis und Handelsbilanz nach einigen Quartalen, während dies bei vollständigen Märkten nur die Investitionen betraf. Gleichzeitig erfahren die ausländischen Pendant eine Verbesserung, dies meistens im gleichen Quartal, in welchem die deutschen Variablen sich verschlechtern (indem sie unter den alten Gleichgewichtswert fallen), so daß die Prozesse wie eine Schere auseinanderklaffen. Bedingt wird dies durch die Instationarität der ausländischen Wertpapierhaltung, die sich wie in den beiden zuvor diskutierten Modellvarianten auf die anderen Aggregate überträgt und so zu einer Annäherung an neue Steady States führt. Die Entwicklung der Konsumströme weist nun für Deutschland eine leicht stärkere Reaktion auf. Die Prozesse sind nicht mehr identisch.

Die Endeffekte entsprechen qualitativ denen bei transitorischen Schocks, so daß trotz eines zunächst positiven Effektes Output, Beschäftigung, Investitionen und Ersparnis im Inland sinken, während sie im Ausland langfristig steigen. Beide Reallöhne kehren zu ihrem ursprünglichen Gleichgewichtswert zurück. Der deutsche Konsum steigt langfristig, der amerikanische sinkt. Allerdings fallen die quantitativen Werte deutlich schwächer aus. So liegt z.B. der neue Gleichgewichtswert des Konsums lediglich um 0.006 % über dem ursprünglichen Steady State.

Bei Schocks, die im Ausland auftreten, resultieren kurioser Weise **qualitativ** die gleichen Reaktionen. Das bedeutet, daß unabhängig von der Herkunft des Schocks beispielsweise der Output abnimmt. Somit geht die Symmetrieeigenschaft (Spiegelbildlichkeit der Koeffizienten) der Wirkungen der Schocks verloren. Die numerischen Werte liegen etwas unter denen, die bei Schocks, die in Deutschland ihren Ursprung haben, auftreten. Die Ursache dafür liegt möglicherweise in der fehlenden Verflechtung der amerikanischen Schocks mit den deutschen und im nahezu gleich starken Einfluß der verzögerten deutschen und amerikanischen Schocks auf die Entwicklung der Störungen in Deutschland begründet.<sup>117</sup>

Im Hinblick auf die Erklärung der internationalen Korrelationen schneidet das Modell mit vollständigen Märkten und tatsächlichen Schocks von allen am besten ab. Dennoch bleiben erhebliche Abweichungen gegenüber den empirischen Beobachtungen unübersehbar. So kann die Rangfolge der Korrelationsstärke nicht erklärt werden, weil die Konsumströme und die Investitionen viel zu stark korreliert sind. Zudem reicht der exogene Impuls des technischen Fortschritts im Falle tatsächlicher Schocks nicht aus, um die absoluten Variabilitäten abzubilden. Bei transitorischen Schocks hingegen kann die Outputvolatilität exakt erklärt werden. Das all-

---

<sup>117</sup> Wenn nur in einem Land eine Störung auftritt, dann gelten wegen der fehlenden Übertragung der deutschen Schocks in die USA in (5.59) in den Ländern jeweils nur AR(1)-Prozesse, deren isolierte Wirkung sich aufgrund der Ähnlichkeit der Prozesse fast gleicht.



gemeine Ergebnis von Zimmermann (1994b), daß technologische Schocks eine stärkere Variabilität des Outputs als die empirisch beobachtete hervorrufen können, gilt im Falle von Deutschland (bei tatsächlichen Schocks) nicht.<sup>118</sup> Im zweiten Hauptabschnitt des fünften Kapitels wird untersucht, inwieweit die Aufnahme des Staates und damit der Staatsausgaben als exogener Größe die Variabilität der Aggregate erhöht, konnte doch damit in Kapitel 4 eine erhöhte Volatilität der Ersparnisse und der Handelsbilanz erzielt werden. Zusätzlich wird die GHH-Nutzenfunktion unterstellt, die schon in Abschnitt 4.8 eine verbesserte Abbildung des Konsumverhaltens ermöglichte und die somit im Rahmen des Zwei-Länder-Modells zu einer Verbesserung der Abbildung der internationalen Konsumkorrelationen beitragen könnte.

## 5.2 Das Grundmodell mit Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

### 5.2.1 Vollständige Märkte

#### 5.2.1.1 Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung

In Abgrenzung zum vierten Kapitel soll im fünften der kombinierte Einfluß staatlicher Aktivität und der GHH-Nutzenfunktion auf die Konjunkturmuster der Länder untersucht werden. Eine isolierte Betrachtung würde bei den zu untersuchenden drei Arten von Schocks den Rahmen der Arbeit sprengen. Aus diesem Grunde wurde auch bereits auf eine Analyse der isolierten Implikationen von Anpassungskosten und staatlicher Aktivität verzichtet.

Staatliche Aktivität wird häufig als exogene Variable in realen Konjunkturmodellen eingeführt. Sie kann jedoch auch endogen sein wie in Ambler/Paquet (1996), so daß der Staatskonsum zu einer Entscheidungsvariable des repräsentativen Individuums wird. In diesem Fall resultiert eine Lösung für  $\hat{g}_t$ , die eine zu geringe Volatilität im Vergleich zur Realität aufweist. Ein Mittelweg besteht darin, den Prozeß für  $\hat{g}_t$  weiter exogen zu lassen, aber eine nutzenstiftende Wirkung staatlichen Konsums zuzulassen. Diese Vorgehensweise haben Roche (1996) und Bec (1995) erstmals in internationalen realen Konjunkturmodellen eingeführt. Dabei wird angenommen, daß der Haushalt Nutzen aus seinem Gesamtkonsum  $C_t$  zieht, der sich aus dem privaten Konsum  $C_t^p$  und einem Anteil  $\zeta$  staatlichen Konsums zusammensetzt:

$$(5.107) \quad C_t = C_t^p + \zeta G_t$$

Je größer  $\zeta$ , desto stärker können privater und staatlicher Konsum gegeneinander substituiert werden.  $\zeta$  liegt nahe null für reine öffentliche Güter wie z.B. nationale Verteidigung und Straßen, da diese Güter nicht oder nur schlecht durch private ersetzt werden können, und nahe an eins z.B. bei Gütern wie Müllabfuhr, Bibliotheken, Krankenhäusern und Schulmahlzeiten, denn diese Leistungen können auch von privater Seite ohne weiteres erbracht werden. Diese gut er-

---

<sup>118</sup> In einem für Deutschland kalibrierten Modell erhält Zimmermann (1994b) ebenfalls eine höhere Outputvariabilität als in der Realität.

setzbaren Güter bewirken eine direkte Erhöhung des Nutzens für den repräsentativen Haushalt, indem sie den Gesamtkonsum bzw. effektiven Konsum (Bec (1995)) erhöhen. Barro (1981b) zufolge liegt  $\zeta$  zwischen null und eins. Ambler/Paquet (1996) verwenden eine allgemeinere Form, die (5.107) als Spezialfall beinhaltet. Allerdings erhalten sie nur wenig voneinander abweichende Ergebnisse für unterschiedliche Parametrisierungen ihrer allgemeineren Form, so daß man die Hauptergebnisse auch mit der Gleichung (5.107) erhält. Die Nutzenfunktionen haben somit folgendes Aussehen:

$$(5.108) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[C_t^p + \zeta G_t - \psi X_t N_t^\nu]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right], \quad \nu > 1, \psi > 0$$

$$(5.109) \quad U^* = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{[C_t^{p*} + \zeta G_t^* - \psi X_t (N_t^*)^\nu]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right], \quad \nu > 1, \psi > 0$$

Die charakteristische Eigenschaft dieser Form der Nutzenfunktion besteht - neben der schon in Kapitel 4 referierten für die GHH-Nutzenfunktion - darin, daß Staatsausgabenschocks den Grenznutzen des privaten Konsums beeinflussen und damit wie Präferenzshocks (Taste Shocks) wirken. Die Ableitung des Grenznutzens des privaten Konsums nach den Staatsausgaben hängt dabei folgendermaßen von  $\zeta$  ab: Liegt  $\zeta$  bei eins, so haben  $C_t^p$  und  $G_t$  identische Effekte. Für Werte von  $\zeta$  kleiner eins senkt eine Erhöhung der Staatsausgaben um eine Einheit die Ableitung des Grenznutzens des privaten Konsums um weniger als eine Erhöhung des privaten Konsums um eine Einheit. Bei  $\zeta = 0$  haben die Staatsausgaben gar keinen Einfluß auf diese Ableitung.

Die Verbindung von GHH-Präferenzen und nutzenstiftendem Staatskonsum stellt eine bisher nicht in der Literatur behandelte Variante dar. Devereux/Gregory/Smith (1992) diskutieren als erste die Wirkungen von GHH-Präferenzen in einem Zwei-Länder-Ein-Gut-Modell, wobei sie jedoch von seriell unkorrelierten stochastisch unabhängigen Schocks und einer Abschreibungsrate von 100 % ausgehen.<sup>119</sup> Ihr Modell läßt sich dadurch noch algebraisch exakt lösen. Die Autoren untersuchen aber lediglich die daraus resultierenden Ergebnisse für die Korrelation der Konsumströme, ohne sich den übrigen konjunkturellen Implikationen ihres Modells zu widmen. Roche (1996) verwendet die Standardnutzenfunktion des Abschnitts 5.1, daneben auch die von Hansen (1985) eingeführte Nutzenfunktion für den Fall unteilbarer Arbeitszeit. Diese schneidet jedoch im Hinblick auf die internationalen Korrelationen wesentlich schlechter als die Standardnutzenfunktion ab und soll daher in dieser Arbeit nicht verwendet werden. Bec (1995) betrachtet lediglich die Auswirkungen der Standardnutzenfunktion. Eine ganz neue Arbeit von

---

<sup>119</sup> In einem Anhang referieren sie Ergebnisse für den Fall einer Abschreibungsrate kleiner als eins.

Marrinan (1996) untersucht ähnlich wie Bec und Roche die Rolle staatlicher Aktivität im Hinblick auf die internationalen Konsumkorrelationen. Sie betrachtet dabei auch die Effekte der Filtermethoden auf die Korrelationen.

Baxter/King (1990) unterstellen für geschlossene Volkswirtschaften und Stockman/Tesar (1995) für offene Volkswirtschaften pure Präferenzschocks, ohne sie an die exogenen Staatsausgabenschocks zu koppeln. Ihre Spezifizierung würde mit dem Fall  $\zeta = 1$  korrespondieren, allerdings ohne den Effekt, das verfügbare Einkommen durch die steuerfinanzierten Staatsausgaben zu vermindern. Im übrigen entsteht bei dieser Formulierung nicht die Schwierigkeit, stochastische Prozesse für reine Präferenzschocks zu finden. Eine Schätzung der exogenen Prozesse der Staatsausgaben, die wesentlich leichter durchzuführen ist, genügt.<sup>120</sup>

Wie im Fall des kleinen Landes erfordert die Hinzunahme des Staates die Modifizierung der Weltmarktressourcenbedingung der Länder:

$$(5.110) \quad \pi(Y_t - C_t^p - I_t - G_t) + (1 - \pi)(Y_t^* - C_t^{p*} - I_t^* - G_t^*) = 0$$

Daneben gelten die Bedingungen für ein ausgeglichenes Budget in Analogie zu (4.38).

$$(5.111) \quad \tau Y_t = G_t$$

$$(5.112) \quad \tau^* Y_t^* = G_t^*$$

Von Transferzahlungen an die Haushalte wie in Baxter (1992) wird abgesehen. Ebenso seien die Steuersätze konstant und nicht stochastisch.<sup>121</sup>

---

<sup>120</sup> Yi (1993) betrachtet ebenfalls eine Nutzenfunktion, in der exogene stochastische Staatsausgaben wie Präferenzschocks wirken können. In diesem Modell gibt es jedoch keine Kapitalakkumulation, und die Outputprozesse sind exogen. Privater und staatlicher Konsum gehen multiplikativ separabel in die Nutzenfunktion ein. Ähnlich wie in Sadka/Yi (1996) geht es der Autorin in erster Linie um die Fähigkeit ihres Modells, das amerikanische Handelsbilanzdefizit zu erklären.

<sup>121</sup> Baxter (1992) untersucht die Implikationen von Staatsausgabenschocks und Steuersatzschocks separat und stellt unerwartete Asymmetrien in den Wirkungen fest. Hier dagegen wird von stochastischen Steuersatzschocks abstrahiert. Kollmann (1996b) bezieht auch den staatlichen Schuldenstand ein und modelliert den Steuersatz und die Staatsausgaben in Abhängigkeit vom Schuldenstand. Zusätzlich werden diese beiden Größen von exogenen Schocks beeinflusst.

Das modifizierte (und transformierte) Optimierungsproblem lautet damit:

$$\begin{aligned}
(5.113) \quad \mathcal{L} = E_0 & \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \left( \pi \frac{[c_t^p + \zeta g_t - \psi N_t^v]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + (1-\pi) \frac{[c_t^{p*} + \zeta g_t^* - \psi (N_t^*)^v]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) \right] \right. \\
& + \sum_{t=0}^{\infty} \left( \pi \tilde{\Lambda}_t \left[ \gamma_X k_{t+1} - (1-\delta)k_t - \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t \right] + (1-\pi) \tilde{\Lambda}_t^* \left[ \gamma_X k_{t+1}^* - (1-\delta)k_t^* - \phi \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) k_t^* \right] \right) \\
& \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t \left[ \pi ([1-\tau] A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t^p - i_t) + (1-\pi) ([1-\tau^*] A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^{p*} - i_t^*) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Bei den Bedingungen erster Ordnung gelten die Gleichungen (5.13), (5.15), (5.18) sowie (5.20) weiter. In (5.14) und (5.19) muß jeweils vor dem Technologieschock der Faktor  $1-\tau$  bzw.  $1-\tau^*$  eingefügt werden. Auch die Transversalitätsbedingungen (5.22) und (5.23) haben Bestand. Für die übrigen Optimumbedingungen gilt:

$$(5.114) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^p} = \pi \beta^{*t} (c_t^p + \zeta g_t - \psi N_t^v)^{-\sigma} - \pi P_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.115) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t} = \pi \beta^{*t} (c_t^p + \zeta g_t - \psi N_t^v)^{-\sigma} (-v \psi N_t^{v-1}) + \pi P_t (1-\tau) \alpha A_t k_t^{1-\alpha} N_t^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.116) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_t^{p*}} = (1-\pi) \beta^{*t} (c_t^{p*} + \zeta g_t^* - \psi (N_t^*)^v)^{-\sigma} - (1-\pi) P_t \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.117) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_t^*} = (1-\pi) \beta^{*t} (c_t^{p*} + \zeta g_t^* - \psi (N_t^*)^v)^{-\sigma} (-v \psi (N_t^*)^{v-1}) + (1-\pi) P_t (1-\tau^*) \alpha A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^{\alpha-1} \stackrel{!}{=} 0$$

$$(5.118) \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_t} = \left[ \pi (A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t^p - i_t - g_t) + (1-\pi) (A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^{p*} - i_t^* - g_t^*) \right] \stackrel{!}{=} 0$$

Um weiterhin die Symmetrie der beiden Länder wie im Grundmodell bei vollständigen Märkten zu gewährleisten, wird unterstellt, daß die Steuersätze und damit auch die durchschnittlichen Anteile der Staatsausgaben am Output gleich sind. Dann wachsen alle Variablen mit der gleichen Rate ((5.24)). Bei den Steady-State-Beziehungen muß in Analogie zu Abschnitt 4.2 in (5.26) und (5.29) vor  $1-\alpha$  der Faktor  $1-\tau=1-\tau^*$  eingesetzt werden. In (5.30) muß der Anteil der Staatsausgaben am Output hinzugefügt werden. Aufgrund der Unabhängigkeit der gearbeiteten Stunden vom Konsum gilt der Ausdruck für den gleichgewichtigen Arbeitseinsatz aus Kapitel 4 (4.121) auch hier und ersetzt (5.31). Diese Gleichung wird wieder zur numerischen Bestimmung von  $\psi$  herangezogen. (5.25) kann nicht hergeleitet werden und muß angenommen werden.

Damit wird die Gleichheit der Konsumquoten, der Investitionsquoten, der Kapitalkoeffizienten, der Kapitalintensitäten sowie der gleichgewichtigen Outputs in den Ländern sichergestellt.

Die Taylor-Approximationen von (5.114) bis (5.118) ergeben sich dann zu:

$$(5.119) \quad -\sigma \frac{c^p/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{c}_t^p + \frac{\sigma\alpha}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{N}_t = \hat{p}_t + \frac{\sigma\zeta g/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{g}_t$$

$$(5.120) \quad -\sigma \frac{c^p/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{c}_t^p + \left( \frac{\sigma\alpha}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} + v - \alpha \right) \hat{N}_t \\ = \hat{p}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t + \hat{A}_t + \frac{\sigma\zeta g/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{g}_t$$

$$(5.121) \quad -\sigma \frac{c^p/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{c}_t^{p*} + \frac{\sigma\alpha}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{N}_t^* = \hat{p}_t + \frac{\sigma\zeta g/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{g}_t^*$$

$$(5.122) \quad -\sigma \frac{c^p/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{c}_t^{p*} + \left( \frac{\sigma\alpha}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} + v - \alpha \right) \hat{N}_t^* \\ = \hat{p}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t^* + \hat{A}_t^* + \frac{\sigma\zeta g/y}{c^p/y + \zeta g/y - \alpha/v} \hat{g}_t^*$$

$$(5.123) \quad \pi \left[ \hat{A}_t + (1 - \alpha) \hat{k}_t + \alpha \hat{N}_t - \frac{c^p}{y} \hat{c}_t^p - \frac{i}{y} \hat{i}_t - \frac{g}{y} \hat{g}_t \right] \\ + (1 - \pi) \left[ \hat{A}_t^* + (1 - \alpha) \hat{k}_t^* + \alpha \hat{N}_t^* - \frac{c^{p*}}{y^*} \hat{c}_t^{p*} - \frac{i^*}{y^*} \hat{i}_t^* - \frac{g^*}{y^*} \hat{g}_t^* \right] = 0$$

Trotz der Einbeziehung der Steuern verändern sich die Taylor-Approximationen der restlichen Gleichungen nicht. Das bedeutet, daß (5.35)-(5.37) und (5.40)-(5.42) übernommen werden können. Der Vektor der Kontrollvariablen kann um den Gesamtkonsum  $\hat{c}_t, \hat{c}_t^*$  erweitert werden, während der der Zustands-/Kozustandsvariablen unverändert bleibt. Der Vektor der exogenen Größen wird um die zyklischen Staatsausgaben erweitert:

$$(5.124) \quad \left( \hat{A}_t \quad \hat{A}_t^* \quad \hat{g}_t \quad \hat{g}_t^* \right)'$$

Zyklischer Output und Reallohn lassen sich weiter gemäß (5.47) bzw. (5.48) berechnen, während für Ersparnis und Handelsbilanz die zyklischen Staatsausgaben berücksichtigt werden müssen:

$$(5.125) \quad \hat{s}_t = \frac{1}{1 - c^p/y - g/y} \hat{y}_t - \frac{c^p/y}{1 - c^p/y - g/y} \hat{c}_t^p - \frac{g/y}{1 - c^p/y - g/y} \hat{g}_t$$

$$(5.126) \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} = \hat{y}_t - \frac{c^p}{y} \hat{c}_t^p - \frac{i}{y} \hat{i}_t - \frac{g}{y} \hat{g}_t$$

Der zyklische Gesamtkonsum läßt sich über eine Taylor-Approximation von (5.107) bestimmen:

$$(5.127) \quad \hat{c}_t = \frac{c^p/y}{c^p/y + \zeta g/y} \hat{c}_t^p + \zeta \frac{g/y}{c^p/y + \zeta g/y} \hat{g}_t$$

Aus den oben genannten Symmetriegründen gelten diese Gleichungen auch für das Ausland. Nach der Eliminierung der Schattenpreise aus dem Modell verbleiben der um die Staatsausgaben erweiterte Vektor der Zustandsvariablen und exogenen Variablen  $\tilde{s}_t$  mit dem der exogenen Störungen  $\varepsilon_t$  sowie der um den Gesamtkonsum erweiterte Vektor der Kontrollgrößen  $z_t$ :

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_t^* \quad \hat{A}_t \quad \hat{A}_t^* \quad \hat{g}_t \quad \hat{g}_t^* \right)', \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \quad \varepsilon_{\hat{g},t} \quad \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \right)'$$

$$z_t = \left( \hat{c}_t^p \quad \hat{N}_t \quad \hat{i}_t \quad \hat{c}_t^{p*} \quad \hat{N}_t^* \quad \hat{i}_t^* \quad \hat{p}_t \quad \hat{y}_t \quad \hat{w}_t \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} \quad \hat{s}_t \quad \hat{y}_t^* \quad \hat{w}_t^* \quad \frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*} \quad \hat{s}_t^* \quad \hat{c}_t \quad \hat{c}_t^* \right)'$$

Neu zu kalibrieren sind die Präferenzparameter  $\zeta$  und  $\nu$  sowie der gleichgewichtige Anteil der Staatsausgaben am Output  $g/y$ . In Deutschland liegt letzterer bei 0.1953 für den Betrachtungszeitraum 1968 bis 1991. Dieser Wert entspricht gleichzeitig auch dem Steuersatz  $\tau$ .  $\psi$  kann wie in Kapitel 4 gemäß (4.129) bestimmt werden, muß aber de facto nicht numerisch spezifiziert werden.  $\nu$  wird in Anlehnung an Greenwood/Hercowitz/Huffman (1988) auf 1.7 gesetzt, da keine empirischen Untersuchungen darüber existieren, während  $\zeta$  nach Aschauer (1985) gleich 1/3 gesetzt wird.<sup>122</sup> Alle anderen Parameterwerte entsprechen denen des Abschnitts 5.1.1.1. Die Eigenwerte der Systemmatrix  $W$  betragen: 1.0906, 1.0347, 0.9870, 0.9277.<sup>123</sup> Beide Werte größer als eins lassen sich mit dem Algorithmus von King/Plosser/Rebelo (1990) eliminieren, so daß wie im Grundmodell Stationarität gegeben ist.

### 5.2.1.2 Berechnung der Staatsausgabenschocks

Die Berechnung der Prozesse für die Staatsausgaben gestaltet sich einfacher als die Bestimmung der Technologieshocks, weil die Staatsausgaben keine Residualgröße darstellen, son-

<sup>122</sup> Diesen Wert verwendet auch Roche (1996). Marrinan (1996) untersucht die Implikationen verschiedener Werte zwischen null und eins und stützt sich dabei auf Ergebnisse von Graham (1993), der auch negative Werte von  $\zeta$  erhält, wodurch privater und staatlicher Konsum komplementär werden.

<sup>123</sup> Die Bedingung an die Eigenwerte (siehe Kapitel 4) wird wie im Basismodell mit Staatsaktivität von den Werten 0.9870 und 1.0347 nicht erfüllt.

den konkret meßbar sind und empirische Daten in umfangreicher Art vorliegen. In der Literatur findet man dennoch eine ganze Reihe von Berechnungsverfahren mit den verschiedensten Ausgangsreihen und Transformationen der Rohdaten.

Bec (1995) stützt sich auf eine Schätzung von Christiano/Eichenbaum (1992) für die USA mit der generalisierten Momentenmethode von Hansen (1982). Diese Autoren verwenden logarithmierte und anschließend HP-gefilterte Reihen staatlichen Pro-Kopf-Konsums zur Schätzung des AR (1)-Koeffizienten und der Störvarianz.

$$(5.128) \quad \hat{g}_t = 0.97 \hat{g}_{t-1} + \varepsilon_{\hat{g},t} \quad \text{mit} \quad \sigma_{\varepsilon_{\hat{g},t}}^2 = 0.0004$$

Diese Koeffizienten werden dann für beide Länder unterstellt, so daß die Möglichkeit von Verflechtungen zwischen den zyklischen Staatsausgaben von vornherein ausgeschlossen ist. Ebenso wird von unkorrelierten Störgrößen ausgegangen.

Backus/Kehoe/Kydland (1994a) stützen sich auf eigene empirische Untersuchungen, die von ihnen nicht näher referiert werden, sowie auf Ergebnisse von Chari/Christiano/Kehoe (1994) für die USA. Auch sie schließen Spillovers aus und setzen den AR-Koeffizienten gleich 0.95. Die Störvarianz der unkorrelierten Schocks liegt jedoch in diesem Papier nur bei 0.000016.

Eine allgemeinere Vorgehensweise findet man bei Roche (1996), welcher in einer Sensitivitätsanalyse ein VAR (1)-Modell für die technischen und staatlichen Störungen simultan schätzt und damit die Möglichkeit einer Verflechtung von technischen und staatlichen Schocks zuläßt.<sup>124</sup> Bei der Berechnung der relevanten Reihen geht er bezüglich der Technologieschocks wie Backus/Kehoe/Kydland (1992) vor, während bei den Staatsausgaben die Berechnung derjenigen von Christiano/Eichenbaum (1992) entspricht. Die Solow-Residuen werden erst nach ihrer Berechnung HP-gefiltert. Er zieht die USA (Inland) und ein Aggregat aus den verbleibenden G7 Ländern (Ausland) für die Schätzung (Zeitraum 1978-1993) heran.<sup>125</sup>

$$(5.129) \quad \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{A}_t^* \\ \hat{g}_t \\ \hat{g}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.74 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.23 & 0.31 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.78 & -0.43 \\ 0.00 & -0.19 & 0.10 & 0.44 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-1} \\ \hat{A}_{t-1}^* \\ \hat{g}_{t-1} \\ \hat{g}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \\ \varepsilon_{\hat{g},t} \\ \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \end{bmatrix}$$

---

<sup>124</sup> In den Simulationen verwendet Roche diese Schätzung jedoch nicht. In der Arbeitspapierversion (Roche (1993)) wird sie gar nicht erwähnt, so daß die Vermutung nahe liegt, daß sie eigens für die Veröffentlichung hinzugefügt worden ist.

<sup>125</sup> Roche gibt nur die signifikant von null verschiedenen Koeffizienten an.

$$\text{mit } \psi_{\hat{A}, \hat{A}^*, \hat{g}, \hat{g}^*} = \begin{bmatrix} 0.000048 & 0.000005 & 0.000002 & 0.000003 \\ 0.000005 & 0.000029 & 0.000009 & 0.000006 \\ 0.000002 & 0.000009 & 0.000054 & -0.000002 \\ 0.000003 & 0.000006 & -0.000002 & 0.000022 \end{bmatrix} \text{ als Varianz-}$$

#### Kovarianz-Matrix

Die Staatsausgaben haben in dieser Schätzung eine wesentlich geringere Persistenz (0.78 für die USA und nur 0.44 für die übrigen G7 Länder). Darüber hinaus sind sie untereinander verflochten, und zwar derart, daß G7 Schocks zur Senkung der amerikanischen Schocks beitragen (negativer Spillover-Koeffizient von -0.43), während die amerikanischen zu einer Stimulierung staatlicher Aktivität im Ausland beitragen (0.10). Auch die Varianzen der Störgrößen weichen von den Ergebnissen von Christiano/Eichenbaum (1992) ab. Sie sind asymmetrisch, wobei die Varianz in den Vereinigten Staaten mehr als doppelt so hoch ist wie in den G7 Ländern. Zudem zeigen sich die Störungen mit einer Korrelation von -0.06 negativ korreliert. Daneben führen technologische Schocks in den übrigen G7 Ländern zu einer Dämpfung fiskalischer Aktivität dort (Spillover-Koeffizient von -0.19). Interessant sind zudem die Ergebnisse für die Beziehungen zum technischen Fortschritt. Für die USA erhält Roche ein ähnliches Ergebnis, wie es in der vorliegenden Arbeit bei der Bestimmung der tatsächlichen Schocks in Abschnitt 5.1.1.5 erzielt wird. Die technologische Entwicklung der Vereinigten Staaten vollzieht sich losgelöst von der übrigen Welt, so daß die Spillover-Koeffizienten allesamt gleich null sind (erste Zeile der Koeffizientenmatrix). Die verbleibenden G7 Länder zeigen hingegen ein ähnliches Verhalten wie Deutschland, erfahren somit aus den USA beträchtliche Fortschrittsimpulse (0.23). Die Staatsausgaben hingegen üben keinen Einfluß auf die technologischen Schocks aus. Dennoch sind die Störgrößen der technologischen und der fiskalischen Schocks untereinander sowie zwischen den Ländern schwach positiv korreliert (Werte von 0.04 bis 0.24).

Die Anpassung eines solchen VAR (1)-Modells an die exogenen Prozesse kann auch im Rahmen der Berechnung der tatsächlichen Schocks in Erwägung gezogen werden. Dazu müssen zunächst, wie dies in Kapitel 4 schon für Dänemark beschrieben wurde, die Pro-Kopf-Staatsausgaben um den gemeinsamen linearen Trend bereinigt und anschließend HP-gefiltert werden.<sup>126</sup> Unter Verwendung der zyklischen Solow-Residuen, deren Berechnung in Abschnitt 5.1.1.2 und 5.1.1.5 beschrieben wurde, erhält man das nachstehende Gleichungssystem:

---

<sup>126</sup> Wenn man die Momente für die ungefilterten Prozesse bestimmen will, dürfen die Prozesse für die Staatsausgaben nicht HP-gefiltert werden.



$$(5.130) \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{A}_t^* \\ \hat{g}_t \\ \hat{g}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4995 & 0.4655 & -0.1093 & 0.0411 \\ (0.0771) & (0.1195) & (0.0430) & (0.0560) \\ 0.0367 & 0.4589 & -0.0067 & -0.0521 \\ (0.6299) & (0.0976) & (0.0351) & (0.0457) \\ 0.1100 & -0.3115 & 0.1773 & 0.4326 \\ (0.1848) & (0.2863) & (0.1030) & (0.1341) \\ 0.0063 & -0.2510 & -0.0235 & 0.7386 \\ (0.1044) & (0.1618) & (0.0582) & (0.0758) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-1} \\ \hat{A}_{t-1}^* \\ \hat{g}_{t-1} \\ \hat{g}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \\ \varepsilon_{\hat{g},t} \\ \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \end{bmatrix}$$

$$\text{mit } \psi_{\hat{A}, \hat{A}^*, \hat{g}, \hat{g}^*} = \begin{bmatrix} 0.00002674 & 0.000001130 & 0.000008654 & 0.000004489 \\ 0.000001130 & 0.00001784 & 0.000008529 & 0.000002411 \\ 0.000008654 & 0.000008529 & 0.0001535 & 0.00001125 \\ 0.000004489 & 0.000002411 & 0.00001125 & 0.00004901 \end{bmatrix}$$

Beim Vergleich der beiden Schätzungen muß man beachten, daß in (5.130) Deutschland das Inland ist und die Vereinigten Staaten das Ausland sind, so daß man gedanklich eine Vertauschung von Sterngrößen und Nichtsterngrößen vornehmen muß. In der Koeffizientenmatrix sind die Schätzungen zusammen mit ihren Standardfehlern (in Klammern) angegeben. Dabei werden alle Koeffizienten, die nur bei einem Signifikanzniveau über 10 % verschieden von null sind, gleich null gesetzt. Das bedeutet, daß auch der Spillover-Koeffizient von -0.2510 nicht signifikant ist, während der von 0.1773 das Kriterium erfüllt. Somit folgen die Prozesse der Staatsausgaben und der Technologieschocks in den USA reinen AR (1)-Prozessen. Ein negativer Einfluß der deutschen fiskalischen Störungen auf die amerikanischen wie bei Roche für die Wirkung der staatlichen Schocks der verbleibenden G7 Länder auf die der USA existiert nicht. Dagegen entspricht die Struktur des Prozesses für die amerikanischen Technologieschocks derjenigen der Schätzung von Roche, so daß sich das Ergebnis der isolierten Betrachtung der Technologieschocks auf dieses VAR (1)-Modell überträgt. Allerdings weichen die deutschen Prozesse von denen für das Aggregat aus den verbleibenden G7 Ländern ab. In Deutschland sinkt das Technologieniveau infolge einer inländischen fiskalischen Expansion (-0.1093), während in den G7 Ländern die Technologie unabhängig von staatlicher Aktivität ist. Umgekehrt senken dort aber technologische Änderungen die zyklischen Staatsausgaben (-0.19), während deren Wirkung in Deutschland gleich null ist. Erstaunlicherweise beeinflussen amerikanische fiskalische Schocks die Entwicklung der deutschen stärker als die verzögerten deutschen Störungen selbst (0.4326 vs. 0.1773). Abweichend zu Roche (1996) bestehen zwischen allen Störgrößen schwach positive Korrelationen, auch zwischen den fiskalischen.

In Analogie zu den technischen Störungen kann man auch den zyklischen Staatsausgaben ein bivariates VAR (1)-Modell anpassen. Eine Schätzung liefert für die tatsächlichen Staatsausgaben das nachfolgende System:

$$(5.131) \begin{bmatrix} \hat{g}_t \\ \hat{g}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1707 & 0.4565 \\ (0.1024) & (0.1317) \\ -0.0291 & 0.7583 \\ (0.0582) & (0.0750) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_{t-1} \\ \hat{g}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{g},t} \\ \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \end{bmatrix}, \text{ wobei}$$

$$E(\varepsilon_{\hat{g},t}) = E(\varepsilon_{\hat{g}^*,t}) = 0, \sigma_{\varepsilon_{\hat{g},t}}^2 = 0.00015576, \sigma_{\varepsilon_{\hat{g}^*,t}}^2 = 0.000050438, E(\varepsilon_{\hat{g},t}\varepsilon_{\hat{g}^*,t}) = 0.000012794$$

Auch bei dieser Schätzung ist der Spillover-Koeffizient der USA mit einem großen Standardfehler behaftet, so daß er null gesetzt werden muß. Die übrigen Koeffizienten weichen kaum von denen des anderen VAR (1)-Modells ab, und ähnliches trifft auf die Varianzen und Kovarianzen zu, so daß (5.130) die bessere Schätzung aufgrund der Einbeziehung der Verflechtungen mit den technologischen Störungen darstellt und im folgenden als Grundlage für die tatsächlichen Schocks verwendet wird. Marrinan (1996) führt eine eigene Schätzung des Systems (5.131) durch und erhält sowohl für die Länder USA/Kanada als auch für USA/Europa univariate AR (1)-Prozesse, die mit (5.128) vergleichbar sind. Die AR-Koeffizienten liegen bei 0.95 (0.90 für Europa), während die Varianzen der Störgrößen 0.00016 (0.00010 für Europa) betragen.

Aufgrund einer fehlenden einheitlichen Behandlung der fiskalischen Störungen in der Literatur werden analog zu den technischen Störungen artifizielle transitorische und permanente Staatsausgabenschocks unterstellt, wobei bei den transitorischen Spillovers zugelassen werden, die bei den permanenten wegfallen. In beiden Fällen sind aber - abweichend von den Untersuchungen von Christiano/Eichenbaum (1992) - die Störungen selbst schwach korreliert, wie dies in der Empirie auch der Fall ist. Ravn (1997) untersucht zusätzlich die Implikationen von perfekt korrelierten Störungen und nennt diesen unrealistischen Fall "Koordination der Fiskalpolitiken". Für die Abbildung der konjunkturellen Muster hat dies jedoch nur geringe Auswirkungen, so daß dieser Fall hier nicht diskutiert werden soll.

Im einzelnen gilt für die transitorischen Schocks nachstehendes Gleichungssystem:

$$(5.132) \begin{bmatrix} \hat{g}_t \\ \hat{g}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.95 & 0.05 \\ 0.05 & 0.95 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_{t-1} \\ \hat{g}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{\hat{g},t} \\ \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \end{bmatrix}, \text{ wobei}$$

$$E(\varepsilon_{\hat{g},t}) = E(\varepsilon_{\hat{g}^*,t}) = 0, \sigma_{\varepsilon_{\hat{g},t}}^2 = 0.0004 = \sigma_{\varepsilon_{\hat{g}^*,t}}^2, E(\varepsilon_{\hat{g},t}\varepsilon_{\hat{g}^*,t}) = 0.00006$$

Diese Formulierung impliziert eine Korrelation von  $\varepsilon_{\hat{g},t}$  und  $\varepsilon_{\hat{g}^*,t}$  in Höhe von 0.15, die der empirischen im VAR (1)-Modell nahe kommt. Bei den Spillover-Koeffizienten wird ein kleinerer Wert als bei den technologischen Schocks angenommen. Allerdings bedeuten diese Werte, daß ein Eigenwert der aus den Matrizen der technologischen und fiskalischen Schocks zusammengesetzten Matrix  $\rho$  gleich eins ist und daß damit eine Instationarität der Schocks insgesamt resultiert. Die Wahl der Varianzen und Kovarianzen geschieht derart, daß in etwa das

gleiche Verhältnis zu den Varianzen und Kovarianzen der Technologieschocks besteht, wie dies bei den empirischen Werten gegeben ist.<sup>127</sup>

Für die permanenten Schocks gilt dann schließlich:

$$(5.133) \begin{bmatrix} \hat{g}_t \\ \hat{g}_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{g}_{t-1} \\ \hat{g}_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{\hat{g},t} \\ \mathcal{E}_{\hat{g}^*,t} \end{bmatrix}$$

Die Stochastik der Störgrößen entspricht der der transitorischen Schocks.

Diese beiden Varianten werden auch wegen der unterschiedlichen grundsätzlichen Auswirkungen transitorischer und permanenter fiskalischer Schocks untersucht, die in Kapitel 4 nicht diskutiert werden konnten.

### 5.2.1.3 Modellösung bei transitorischen Schocks

Mit den Systemen (5.132) für die Staatsausgaben und (5.53) für die Technologieschocks werden in diesem Abschnitt die Implikationen für die Konjunkturzyklen des Modells untersucht. Bei allen Vergleichen mit den Ergebnissen voriger Abschnitte muß beachtet werden, daß die Änderungen nicht nur durch die Zunahme des Staates, sondern auch aufgrund der geänderten Nutzenfunktion auftreten. Soweit es möglich ist, wird an geeigneter Stelle auf die Ursachen der Veränderungen genauer eingegangen.

Die Entscheidungsregeln für die Kapitalstöcke haben nun folgende Form:

$$(5.134) \hat{k}_{t+1} = 0.9574\hat{k}_t + 0.0297\hat{k}_t^* + 0.0746\hat{A}_t - 0.0106\hat{A}_t^*$$

$$(5.135) \hat{k}_{t+1}^* = 0.0297\hat{k}_t + 0.9574\hat{k}_t^* - 0.0106\hat{A}_t + 0.0746\hat{A}_t^*$$

Gegenüber dem Grundmodell (vgl. (5.54) und (5.55)) nimmt insbesondere der Einfluß der jeweils ausländischen Kapitalstöcke zu, während die technischen Störungen ihre Wirkung abschwächen. Die Staatsausgaben üben gar keinen Einfluß aus. Dies deckt sich mit dem Ergebnis in Abschnitt 4.8 im Fall des kleinen Landes. Für die Kontrollvariablen erhält man die in Tabelle 5.22 angegebenen Koeffizienten:

---

<sup>127</sup> Das kann wegen der asymmetrischen tatsächlichen Schocks nur für die deutschen Varianzen und Kovarianzen sichergestellt werden. Bei den amerikanischen bleibt aber zumindest die höhere Variabilität der fiskalischen gegenüber den technischen Störungen erhalten.

Tabelle 5.22

Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
transitorische Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor					
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{y}_t$	0.6561		1.4912			
$\hat{c}_t^p$	0.6609	0.2679	1.3121	0.4188	-0.2368	-0.1184
$\hat{i}_t$	-0.4103	0.9809	2.4686	-0.3516		
$\hat{N}_t$	0.3860		0.8772			
$\hat{w}_t$	0.2702		0.6140			
$\hat{s}_t$	1.1488	-0.5783	3.0212	-0.9041	-0.2555	0.2555
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3972	-0.3972	0.1408	-0.1408	-0.0651	0.0651

Im Ausland gelten die gleichen Koeffizienten spiegelbildlich vertauscht. Ähnlich wie in Kapitel 4 hängen die Prozesse des Outputs, des Arbeitseinsatzes und des Reallohnes nur vom inländischen Kapitalstock und dem inländischen Technologieschock ab. Dieses Ergebnis bewirken die GHH-Präferenzen. Fiskalische Störungen beeinflussen nur den Konsum, die Handelsbilanz und die Ersparnis. Staatlicher Konsum verdrängt dabei sowohl den privaten Konsum als auch die Ersparnis. Deshalb verschlechtert sich auch die Handelsbilanz.

Die Symmetrie der Koeffizienten für den Konsum geht verloren: Inländische Einflußfaktoren verstärken ihre Wirkung gegenüber dem Grundmodell ohne Staat (vgl. Tabelle 5.1). Auch dies wird bedingt durch die andere Nutzenfunktion. Die Investitionen, die Ersparnis und die Handelsbilanz hingegen reagieren nun schwächer auf technische Störungen.

Für die Momente der Kontrollgrößen ergibt sich damit:

Tabelle 5.23

Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

transitorische Schocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std.Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{x}_t$									
$\hat{y}_t$	1.56	1.00	0.70	0.46	0.46	0.70	1.00	0.70	0.46
$\hat{c}_t^p$	1.72	1.10	0.72	0.48	0.42	0.63	0.87	0.62	0.41
$\hat{i}_t$	2.49	1.60	0.68	0.42	0.37	0.64	0.98	0.71	0.48
$\hat{N}_t$	0.92	0.59	0.70	0.46	0.46	0.70	1.00	0.70	0.46
$\hat{w}_t$	0.64	0.41	0.70	0.46	0.46	0.70	1.00	0.70	0.46
$\hat{s}_t$	3.14	2.01	0.68	0.42	0.40	0.63	0.92	0.64	0.41
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	0.31		0.74	0.51	0.26	0.32	0.37	0.20	0.08

Es kommt zu einem deutlichen Anstieg der absoluten Standardabweichung des Konsums und zu einer leichten Erhöhung der des Outputs (vgl. Tabelle 5.2). Alle anderen Standardabweichungen sinken, wobei insbesondere die Volatilitäten der Investitionen und der Ersparnis deutlich geringer ausfallen als im Grundmodell. Dieses Bild überträgt sich auch auf die relativen Variabilitäten. Die Autokorrelationen verändern sich nur wenig, während bei den Kreuzkorrelationen, bedingt durch die von der Struktur identischen Prozesse für den Reallohn, den Output und die Beschäftigung, perfekte Korrelationen resultieren. Der Konsum verstärkt seine Beziehung zum Output, die Ersparnis schwächt sie ab und die Handelsbilanz entkoppelt sich noch deutlicher vom Output, ohne aber einen antizyklischen Charakter anzunehmen. Allein die Investitionen zeigen das gleiche Muster wie im Grundmodell. Zwar kann damit eine verbesserte Abbildung der empirischen Konsumvariabilität erzielt werden, aber gleichzeitig bedeuten die Änderungen für die übrigen Größen eine deutliche Verschlechterung, vor allem für die Investitionen und die perfekt mit  $\hat{y}$  korrelierten Aggregate.

Tabelle 5.24

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

transitorische Schocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.08	0.13	0.18	0.24	0.30	0.24	0.18	0.13	0.08
$\hat{c}^p$	$\hat{c}^{p*}$	0.12	0.24	0.39	0.56	0.77	0.56	0.39	0.24	0.12
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	0.07	0.08	0.08	0.07	0.03	0.07	0.08	0.08	0.07
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	0.08	0.13	0.18	0.24	0.30	0.24	0.18	0.13	0.08
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.08	0.13	0.18	0.24	0.30	0.24	0.18	0.13	0.08
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.02	-0.03	-0.11	-0.21	-0.35	-0.21	-0.11	-0.03	0.02
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.15	-0.32	-0.51	-0.74	-1.00	-0.74	-0.51	-0.32	-0.15
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.12	0.26	0.44	0.67	0.93	0.59	0.33	0.13	-0.02
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.12	0.26	0.44	0.67	0.93	0.59	0.33	0.13	-0.02
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.10	0.26	0.46	0.70	1.00	0.70	0.46	0.26	0.10
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.10	0.26	0.46	0.70	1.00	0.70	0.46	0.26	0.10

Bei den internationalen Beziehungen kommt es zu einer Erhöhung der Outputkorrelation auf kontemporär 0.30 und zu einer Steigerung der Investitionskorrelation auf 0.03. Die Beziehung der privaten Konsumströme schwächt sich auf 0.77 ab. Die nunmehr verbesserte Konsumkorrelation wird in erster Linie durch die GHH-Nutzenfunktion hervorgerufen. Eine weitere hier jedoch nur schwach ausgeprägte Absenkung rührt von den Präferenzschocks her. Je stärker staatlicher Konsum privaten ersetzt werden kann, desto stärker fällt dieser Effekt aus. Unter Zugrundelegung der Standardnutzenfunktion resultiert eine wesentlich intensivere Verringerung der Korrelation allein durch die Präferenzschocks als dies hier der Fall ist (vgl. dazu Roche (1996) und Bec (1995)). Die Ersparnisse sind nicht mehr so stark negativ korreliert und Reallöhne sowie Arbeitseinsätze weisen exakt das gleiche Korrelationsmuster wie die Outputs auf, bedingt durch die identische Struktur der Prozesse. Daher zeigen sich auch am Arbeitsmarkt perfekt mit den gearbeiteten Stunden korrelierte Reallöhne.

Für die Spar-Investitionskorrelation beobachtet man eine leichte Absenkung der kontemporären Beziehungen, wodurch nur eine schwache Verbesserung für die USA eintritt, während für Deutschland der Wert nach wie vor zu hoch ausfällt.

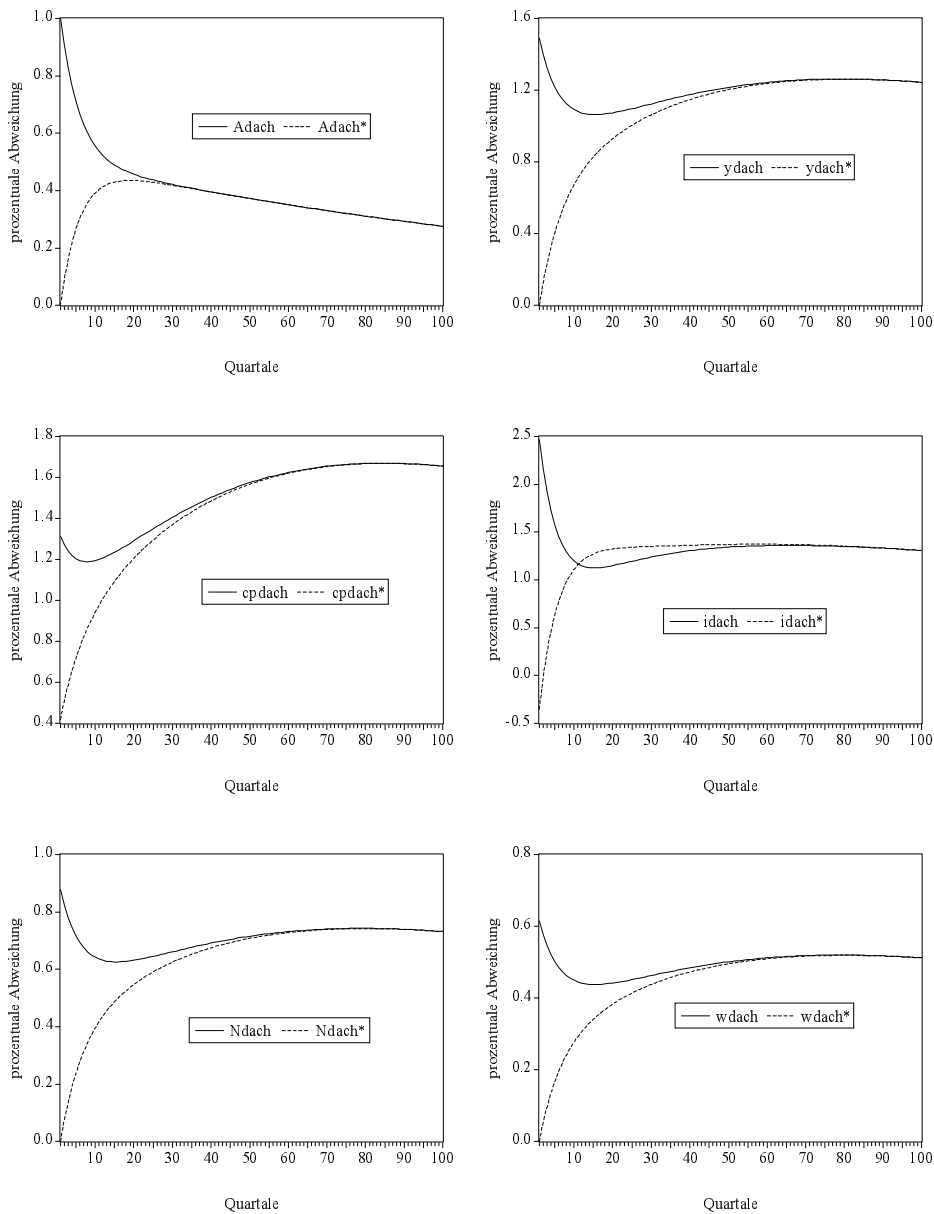
Bedingt durch die Nichtstationarität der Schocks insgesamt kann keine Berechnung der Momente ohne HP-Filter vorgenommen werden.

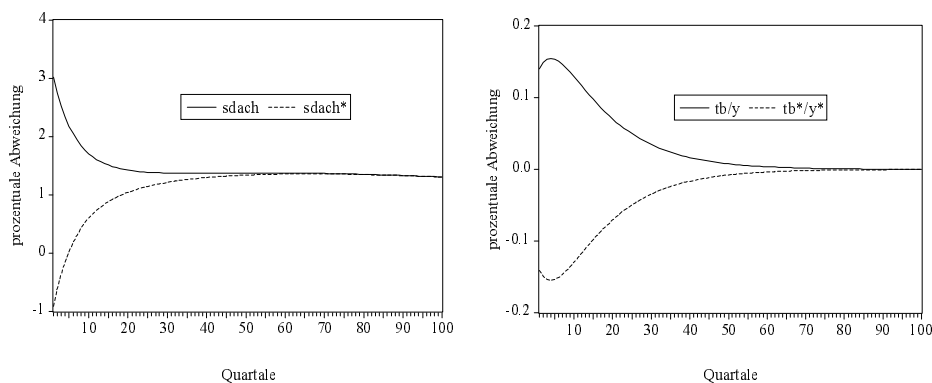
Bei den Impulsantwortfunktionen ergeben sich zum Teil deutlich veränderte Anpassungen an einen einprozentigen deutschen Technologieschock:

Abbildung 5.7

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland





Beim Output wie bei der Beschäftigung und beim Reallohn reagieren nur die inländischen Größen anfangs positiv, die ausländischen Pendanten steigen erst allmählich bedingt durch die Spillover-Effekte an.<sup>128</sup> Die gegenseitige Produktivitätsbeeinflussung ist derart stark, daß nach einigen Quartalen, nachdem die deutsche Beschäftigung und der deutsche Output schon ein lokales Minimum der Reaktion erreicht haben, diese erneut ansteigen und im gleichen Zuge zu einer Erhöhung des Reallohnes führen. Erst nach ca. 80 Quartalen erreichen die Abweichungen erneut ein lokales Maximum. Der inländische Konsum erreicht sogar seine maximale Reaktion nach einer Anpassungszeit von 80 Quartalen und nicht in der Periode des Schocks selbst. Die Investitionen reagieren ähnlich wie im Grundmodell, ebenso die Ersparnisse. Die Handelsbilanzen haben ihre höchste Abweichung nach zwei bis drei Quartalen und passen sich danach wie zuvor an das alte Gleichgewicht wieder an.

Charakteristisch bei den Impulsantworten ist die parabelförmige Anpassung, die einerseits ein lokales Minimum und andererseits ein neues lokales Maximum bewirkt. Sie rührt von der spezifischen Form der Prozesse für den Output, den Reallohn und die Beschäftigung her und läßt dadurch die Spillover-Wirkungen aus dem Ausland voll zur Geltung kommen. Langfristig gelangen alle Variablen wieder zu ihrem ursprünglichen stationären Punkt zurück.

Fiskalische Schocks beeinflussen nur den Konsum, die Handelsbilanz und die Ersparnis. Die Auswirkungen sind mit denen der kleinen offenen Volkswirtschaft bei transitorischen Schocks vergleichbar, obwohl hier eine Einheitswurzel in der Matrix der exogenen Schocks steckt. Im einzelnen ergibt sich die nachstehende Abbildung 5.8:

---

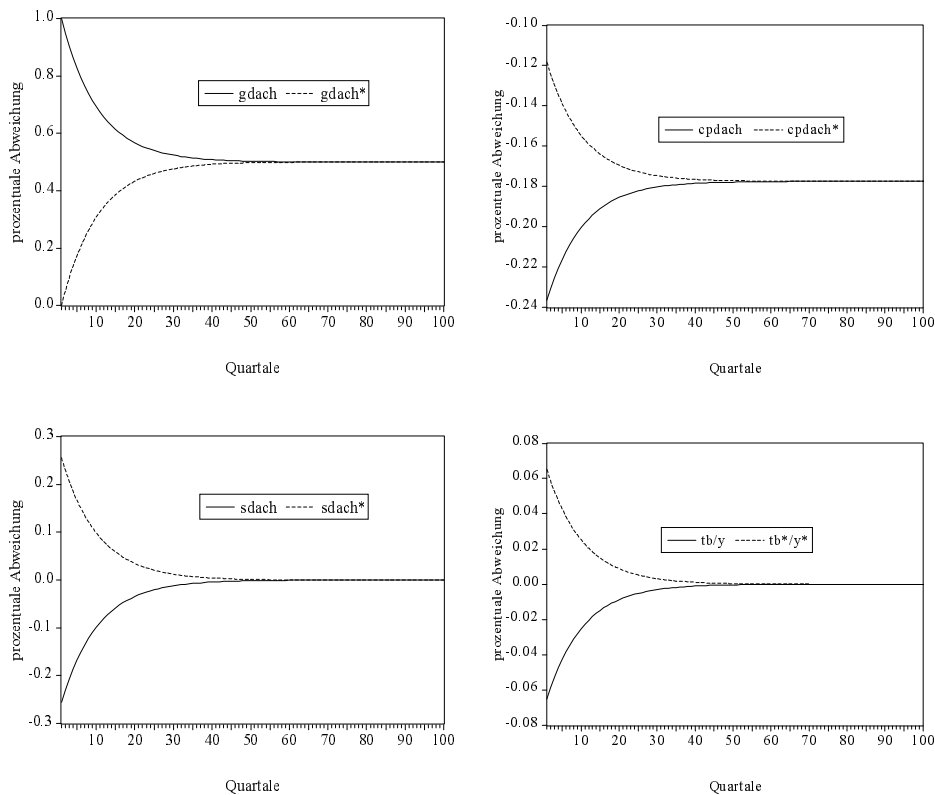
<sup>128</sup> Dies liegt am fehlenden direkten Einfluß der ausländischen Technologieschocks (vgl. Tabelle 5.22).



Abbildung 5.8

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger transitorischer Staatsausgabenschock in Deutschland



Sowohl inländischer als auch ausländischer Konsum gehen zurück, wobei aber der inländische deutlich stärker eingeschränkt wird. Der Verdrängungseffekt wird aufgrund der direkten Wirkung auf die Präferenzen verstärkt und lässt deshalb den Konsum tiefer unter den Gleichgewichtswert rutschen. Wenn sich die Staatsausgaben zu ihrem neuen Gleichgewichtswert entwickelt haben, sind auch die Konsumströme auf ihren neuen Steady States angelangt. Liegen keine Präferenzschocks vor, so sinkt der Konsum sofort auf das neue Gleichgewicht ab. Handelsbilanz und Ersparnis zeigen auch in beiden Fällen eine allmähliche Annäherung, keine sofortige, an den ursprünglichen stationären Punkt. Ihre Reaktionskoeffizienten sind absolut gleich groß, nur im Vorzeichen unterscheiden sie sich: Im Ausland steigen Ersparnis und Handelsbilanz an. Der Konsum fällt aber permanent in beiden Ländern.

Unterstellt man jedoch keine Spillover-Wirkungen oder solche, die noch zu stabilen Eigenwerten der Matrix  $M$  führen, so reagieren alle inländischen Variablen mit einem Rückgang auf die staatlichen Schocks. Es kommt dann nicht einmal zu einer Stimulierung des Arbeitseinsatzes wie im Falle der Standardpräferenzen, was dort auch zu einem Anstieg des Outputs beiträgt. Langfristig kehren alle Aggregate zu ihrem Ausgangswert zurück, sind also stabil.

Im Hinblick auf die Erklärung der internationalen Korrelationen schneidet das Modell besser ab als das ohne Staat und mit Standardpräferenzen. Bezüglich der Konjunkturmuster für

Deutschland kann bei bestimmten Variablen eine Überlegenheit des Grundmodells gesehen werden. In jedem Fall ist sie für die arbeitsmarktspezifischen Kenngrößen gegeben.

#### 5.2.1.4 Modellösung bei permanenten Schocks

Bei Unterstellung permanenter Schocks für die Staatsausgaben und den technischen Fortschritt reagieren die Kapitalstöcke schwächer auf die Technologiestörungen und - wie bei den transitorischen Schocks - nicht auf fiskalische Einflüsse.

$$(5.136) \hat{k}_{t+1} = 0.9574\hat{k}_t + 0.0297\hat{k}_t^* + 0.1849\hat{A}_t - 0.1286\hat{A}_t^*$$

$$(5.137) \hat{k}_{t+1}^* = 0.0297\hat{k}_t + 0.9574\hat{k}_t^* - 0.1286\hat{A}_t + 0.1849\hat{A}_t^*$$

Die Entscheidungsregeln für den Output, den Reallohn und die gearbeiteten Stunden entsprechen exakt denen des Modells mit transitorischen Schocks des vorigen Abschnitts. Sie sind somit invariant gegenüber Variationen der exogenen Prozesse.

Tabelle 5.25  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
permanente Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor					
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{c}_t^p$	0.6609	0.2679	1.3710	0.4778	-0.2368	-0.1184
$\hat{i}_t$	-0.4103	0.9809	6.1163	-4.2539		
$\hat{s}_t$	1.1488	-0.5783	2.8938	-1.0314	-0.2555	0.2555
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3972	-0.3972	-0.8210	0.8210	-0.0651	0.0651

Die Wirkung der Staatsausgaben bleibt ebenfalls unverändert gegenüber dem letzten Abschnitt, wobei dies jedoch eine Spezialität der unterstellten Spillover-Koeffizienten der Staatsausgaben darstellt. Wählt man etwas geringere Werte (z.B. in Höhe von 0.04 oder 0.03), so ergeben sich insgesamt nur stabile Eigenwerte der Matrix  $M$ , was wiederum bedeutet, daß die Staatsausgaben einen geringeren Einfluß auf den Konsum haben.<sup>129</sup> Die Investitionen zeigen eine deutlich abgeschwächte Reaktion auf technologische Schocks gegenüber dem Grundmodell, während die Konsumströme stärker beeinflusst werden (vgl. Tabelle 5.6). Auch auf die Ersparnisse und die Handelsbilanzen schwächen  $\hat{A}$  und  $\hat{A}^*$  ihren Einfluß ab.

<sup>129</sup> Die Wirkung auf die Handelsbilanzen ändert sich nicht, während es bei den Ersparnissen auf die konkreten Werte der Spillover-Koeffizienten ankommt.

Tabelle 5.26

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
 permanente Schocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std.Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	1.68	1.00	0.76	0.55	0.55	0.76	1.00	0.76	0.55
$\hat{c}_t^p$	1.84	1.10	0.74	0.51	0.46	0.66	0.87	0.65	0.46
$\hat{i}_t$	6.88	4.09	0.71	0.46	0.20	0.43	0.71	0.61	0.50
$\hat{N}_t$	0.99	0.59	0.76	0.55	0.55	0.76	1.00	0.76	0.55
$\hat{w}_t$	0.69	0.41	0.76	0.55	0.55	0.76	1.00	0.76	0.55
$\hat{s}_t$	3.45	2.05	0.78	0.58	0.52	0.70	0.91	0.71	0.52
$\frac{\hat{t}_t}{y} - \frac{t}{y}$	1.17		0.72	0.48	0.09	-0.11	-0.39	-0.38	-0.35

Diese Änderungen bewirken eine Reduktion der absoluten Standardabweichungen des Outputs, der Investitionen, der Beschäftigung, des Reallohnes, der Ersparnis und der Handelsbilanz gegenüber Standardpräferenzen (vgl. Tabelle 5.7). Nur die Standardabweichung des Konsums nimmt absolut wie auch relativ zu, und zwar auf 1.10 (relativ zum Output). Die Autokorrelationen gehen ein wenig gegenüber dem Grundmodell zurück, während die Kreuzkorrelationen mit dem Output beim Konsum, beim Reallohn und bei den gearbeiteten Stunden steigen. Die Ersparnis schwächt ihren Gleichlauf etwas ab, und die Handelsbilanz verhält sich antizyklisch und gleichlaufend zum Output. Im Hinblick auf den Erklärungsgehalt der empirischen Pendanten gilt die gleiche Kritik wie im vorigen Abschnitt mit Ausnahme der Handelsbilanz, deren absolute Volatilität (1.17 %) nun nahe an die empirische (1.07 %) herankommt.

Tabelle 5.27

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
permanente Schocks

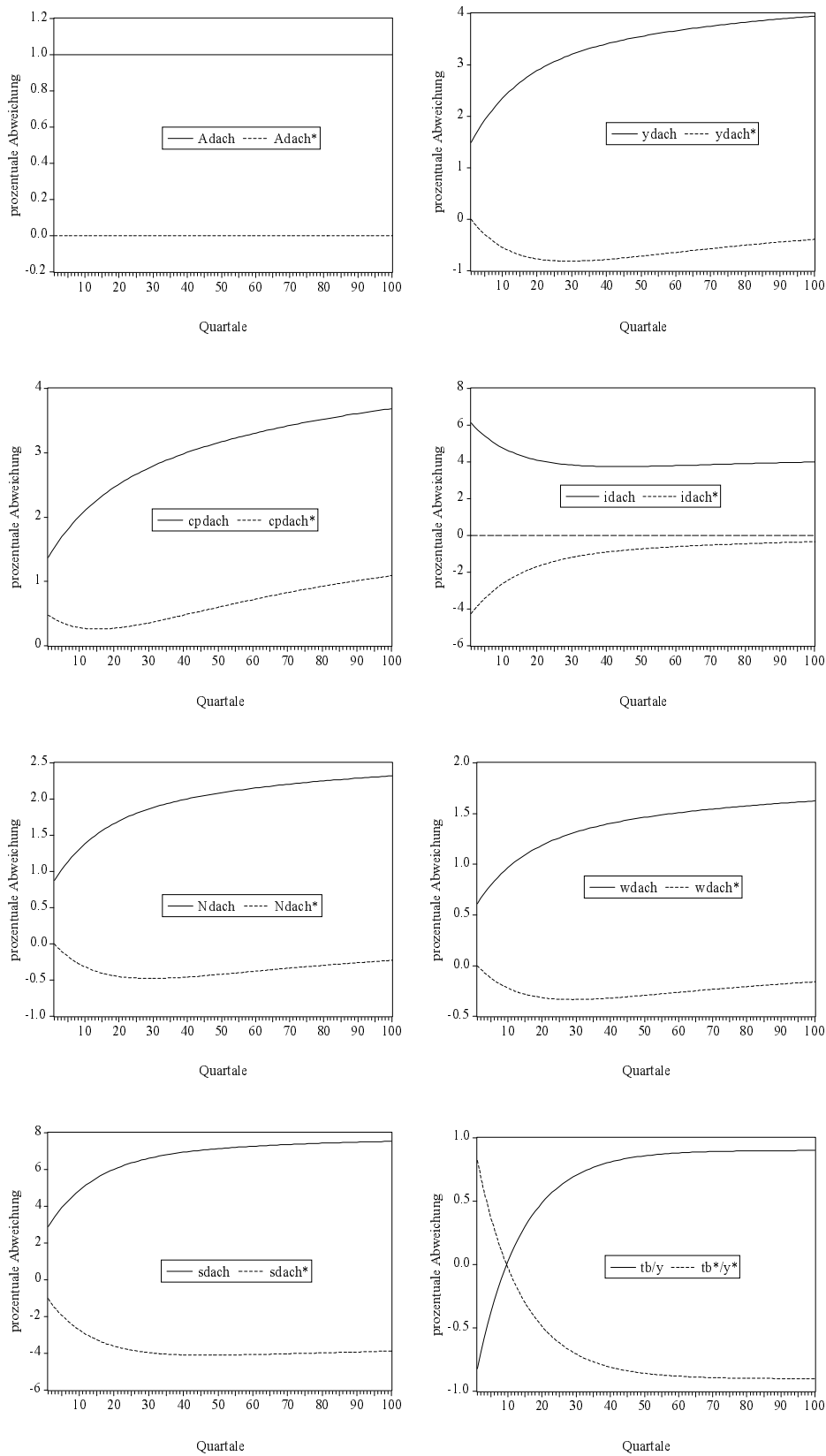
		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	-0.05	-0.03	-0.00	0.05	0.11	0.05	-0.00	-0.03	-0.05
$\hat{c}^p$	$\hat{c}^{p*}$	0.08	0.19	0.33	0.51	0.71	0.51	0.33	0.19	0.08
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	-0.09	-0.23	-0.41	-0.63	-0.90	-0.63	-0.41	-0.23	-0.09
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	-0.05	-0.03	-0.00	0.05	0.11	0.05	-0.00	-0.03	-0.05
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	-0.05	-0.03	-0.00	0.05	0.11	0.05	-0.00	-0.03	-0.05
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	-0.19	-0.28	-0.38	-0.49	-0.59	-0.49	-0.38	-0.28	-0.19
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	-0.13	-0.29	-0.48	-0.72	-1.00	-0.72	-0.48	-0.29	-0.13
$\hat{s}$	$\hat{i}$	0.36	0.47	0.58	0.69	0.80	0.47	0.20	0.00	-0.15
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	0.36	0.47	0.58	0.69	0.80	0.47	0.20	0.00	-0.15
$\hat{w}$	$\hat{N}$	0.20	0.36	0.55	0.76	1.00	0.76	0.55	0.36	0.20
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	0.20	0.36	0.55	0.76	1.00	0.76	0.55	0.36	0.20

Bei den internationalen Korrelationen laufen nun die Outputs gleich bei einer schwach positiven Korrelation von 0.11 (vgl. mit Tabelle 5.8). Die Konsumströme schwächen ihre Beziehung auf 0.71 ab (gegenüber 1.00), während das gegenläufige Verhalten der Investitionen grundsätzlich erhalten bleibt und sich nur leicht erhöht (von -0.93 auf -0.90). Ähnliches trifft auf die Ersparnisse zu (Anstieg von -0.72 auf -0.59). Da die Prozesse von  $\hat{N}$  und  $\hat{w}$  (sowie die ausländischen Pendanten) die gleiche Struktur wie die der Outputs aufweisen, sind sie wieder perfekt korreliert. Die Spar-Investitionskorrelationen steigen kontemporär auf 0.80 gegenüber 0.75 an, verbessern aber damit wieder nur partiell die Erklärung der Realität für die USA (vgl. mit Tabelle 3.9).

Abbildung 5.9

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und  
GHH-Präferenzen

einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland

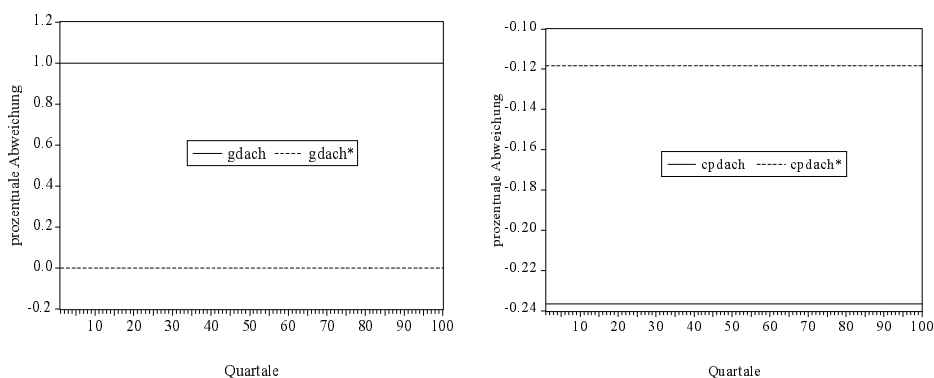


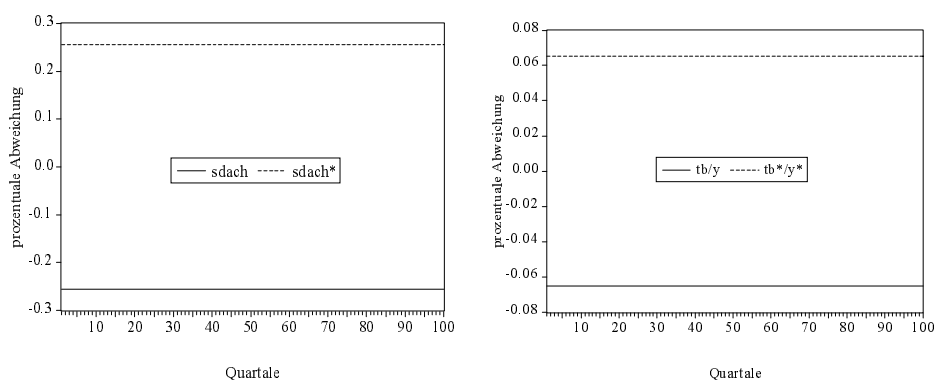
Während die Impulsantworten auf einen einprozentigen deutschen Technologieschock der inländischen Variablen sich kaum von denen des Grundmodells unterscheiden (vgl. Abbildung 5.2), treten bei den ausländischen deutliche Veränderungen ein. Die anfänglichen Wirkungen auf  $\hat{y}^*$ ,  $\hat{N}^*$  und  $\hat{w}^*$  sind gleich null (wegen des fehlenden direkten Einflusses der inländischen Technologieschocks). Bedingt durch die interne Modelldynamik kommt es im vergleichsweise unproduktiveren Ausland ab der zweiten Periode zu einem Rückgang des Arbeitseinsatzes und damit auch des Outputs. Im Unterschied zum Grundmodell sinkt nunmehr aber auch der Reallohn (konsistenterweise), während er zuvor zunächst stieg. Nach etwa 28 Quartalen erreicht diese Entwicklung ihre stärkste Ausprägung, um sich anschließend wieder dem alten Steady State anzunähern. Die langfristige Wirkung ist somit gleich null, während sie im Grundmodell negativ ist. Auch bei den ausländischen Investitionen verschwindet die anfänglich negative Abweichung vom Gleichgewichtswert langfristig. Nur die Ersparnis, die Handelsbilanz und der Konsum der USA werden dauerhaft beeinflusst. Die Intensität der Reaktionen im Inland bleibt allerdings hinter der im Grundmodell zurück. Nur der Konsum reagiert intensiver und erreicht einen wesentlich höheren neuen Steady State. Der amerikanische Konsum entkoppelt sich noch deutlicher als bei den transitorischen Störungen (vgl. Abbildung 5.7) von der Entwicklung des deutschen, reagiert zwar zunächst mit einer Steigerung, die aber wegen des zurückgehenden Outputs nicht ganz aufrecht erhalten werden kann, so daß erst nach ca. 15 Quartalen ein erneuter Anstieg möglich ist.

Abbildung 5.10

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger permanenter Staatsausgabenschock in Deutschland





Im Unterschied zu den transitorischen Störungen<sup>130</sup> verursachen permanente einen einmaligen und dauerhaften Rückgang des Konsums beider Länder und der deutschen Ersparnis sowie der Handelsbilanz. Es gibt keine Anpassungsmechanismen hin zum alten bzw. zu einem neuen Gleichgewicht.

### 5.2.1.5 Modellösung bei tatsächlichen Schocks

Mit den tatsächlichen Schocks (5.130) erweitern sich die dynamischen Reaktionen aufgrund der Verflechtungen der Staatsausgaben mit den Solow-Residuen erheblich.

$$(5.138) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9574\hat{k}_t + 0.0297\hat{k}_t^* + 0.0646\hat{A}_t + 0.0603\hat{A}_t^* - 0.0098\hat{g}_t - 0.0095\hat{g}_t^*$$

$$(5.139) \quad \hat{k}_{t+1}^* = 0.0297\hat{k}_t + 0.9574\hat{k}_t^* + 0.0406\hat{A}_t + 0.0423\hat{A}_t^* - 0.0035\hat{g}_t - 0.0018\hat{g}_t^*$$

Fiskalische Störungen wirken sich negativ auf die Kapitalakkumulation beider Länder aus, wobei Deutschland leicht stärker als die USA getroffen wird. Bei transitorischen<sup>131</sup> und permanenten Schocks können hingegen die Staatsausgaben die Kapitalstöcke nicht beeinflussen (vgl. die beiden vorigen Abschnitte). Die Technologie übt in beiden Ländern eine abgeschwächte Wirkung aus (vgl. (5.60) und (5.61)).

Die Prozesse der Outputs, der Arbeitseinsätze und der Reallöhne ändern sich wiederum nicht gegenüber denen der vorigen beiden Abschnitte, und dies trotz der jetzt asymmetrischen Struktur der exogenen Prozesse.

---

<sup>130</sup> Man beachte, daß eine Einheitswurzel in der Matrix  $M$  bei den transitorischen Schocks des letzten Abschnitts steckt.

<sup>131</sup> In dem Fall, daß alle Eigenwerte von  $M$  kleiner als eins sind, kommt es auch zu einem Rückgang der Kapitalstöcke.

Tabelle 5.28

Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit vollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
tatsächliche Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor					
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{c}_t^p$	0.6609	0.2679	0.9967	0.1226	-0.1343	-0.0324
$\hat{c}_t^{p*}$	0.2679	0.6609	0.1035	1.0159	-0.0159	-0.1508
$\hat{l}_t$	-0.4103	0.9809	2.1364	1.9954	-0.3249	-0.3131
$\hat{l}_t^*$	0.9809	-0.4103	1.3421	1.4003	-0.1174	-0.0580
$\hat{s}_t$	1.1488	-0.5783	3.7018	-0.2648	-0.4767	0.0700
$\hat{s}_t^*$	-0.5783	1.1488	-0.2234	3.6605	0.0344	-0.4411
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3972	-0.3972	0.3988	-0.5758	-0.0387	0.0976
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.3972	0.3972	-0.3988	0.5758	0.0387	-0.0976

Jeweils inländische technische Störungen steigern die Intensität ihres Einflusses beim Konsum und beim Reallohn, während sie ihn bei allen anderen Größen abschwächen (vgl. Tabelle 5.10). Jeweils ausländische Störungen beeinflussen den Output, die gearbeiteten Stunden und den Reallohn nicht. Die Investitionen reagieren nunmehr direkt auf fiskalische Schocks: sie werden stark zurückgefahren. Die Symmetrie der Wirkungen der Staatsausgaben auf  $\hat{s}, \hat{s}^*$  und die Handelsbilanzen (absolut gleich hohe Koeffizienten) geht verloren (vgl. dazu Tabelle 5.22).



Tabelle 5.29

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
tatsächliche Schocks

Variable	Std. Abw.	Relative Std.Abw.	Autokorrelation Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{y}$ in						
			1	2	t-2	t-1	t	t+1	t+2
$\hat{y}_t$	0.91	1.00	0.45	0.13	0.13	0.45	1.00	0.45	0.13
$\hat{c}_t^p$	0.62	0.69	0.51	0.18	0.15	0.44	0.96	0.49	0.16
$\hat{i}_t$	1.64	1.80	0.54	0.20	0.01	0.29	0.81	0.58	0.31
$\hat{N}_t$	0.53	0.59	0.45	0.13	0.13	0.45	1.00	0.45	0.13
$\hat{w}_t$	0.37	0.41	0.45	0.13	0.13	0.45	1.00	0.45	0.13
$\hat{s}_t$	2.26	2.49	0.45	0.13	0.10	0.41	0.96	0.47	0.16
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	0.34		0.28	-0.01	0.16	0.35	0.64	0.08	-0.12

Im Hinblick auf die absoluten Standardabweichungen kommt es gegenüber dem Fall mit Standardpräferenzen (vgl. Tabelle 5.11) zu einem Anstieg beim Konsum und beim Reallohn, während die übrigen Variabilitäten zurückgehen. Konsum und Reallohn werden dadurch auch relativ zum Output variabler (0.69 bzw. 0.41), ohne daß jedoch die empirischen Werte (0.92 bzw. 0.84) erreicht werden. Die Autokorrelation bleibt bei den Investitionen, beim Output und bei der Handelsbilanz nahezu unverändert; beim Konsum und beim Reallohn sinkt sie und bei der Beschäftigung und bei der Ersparnis nimmt sie zu. Die kontemporäre Beziehung des Konsums zum Output steigt auf 0.96 an. Gleichzeitig geht die der Ersparnis und der Handelsbilanz auf 0.96 bzw. 0.64 zurück. Für den Konsum bedeutet dies eine schlechtere Abbildung der Empirie, für die Ersparnis hingegen eine Verbesserung.

Tabelle 5.30

## Momente der Modellvariablen (nach HP-Filterung)

Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

tatsächliche Schocks

		Kreuzkorrelation der Variable $\hat{x}_t$ mit $\hat{z}$ in								
Variable	Variable	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	t+4
$\hat{x}_t$	$\hat{z}$									
$\hat{y}$	$\hat{y}^*$	0.05	0.15	0.27	0.35	0.12	0.00	-0.05	-0.07	-0.07
$\hat{c}^p$	$\hat{c}^{p*}$	0.04	0.16	0.32	0.44	0.30	0.10	0.00	-0.05	-0.07
$\hat{c}$	$\hat{c}^*$	0.02	0.14	0.29	0.43	0.33	0.11	0.01	-0.04	-0.06
$\hat{i}$	$\hat{i}^*$	-0.16	-0.05	0.16	0.50	0.98	0.55	0.23	0.03	-0.08
$\hat{N}$	$\hat{N}^*$	0.05	0.15	0.27	0.35	0.12	0.00	-0.05	-0.07	-0.07
$\hat{w}$	$\hat{w}^*$	0.05	0.15	0.27	0.35	0.12	0.00	-0.05	-0.07	-0.07
$\hat{s}$	$\hat{s}^*$	0.10	0.19	0.29	0.30	-0.06	-0.09	-0.09	-0.08	-0.07
$\frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y}$	$\frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*}$	0.13	0.11	0.01	-0.28	-1.00	-0.28	0.01	0.11	0.13
$\hat{s}$	$\hat{i}$	-0.04	0.09	0.29	0.57	0.81	0.32	0.04	-0.10	-0.16
$\hat{s}^*$	$\hat{i}^*$	-0.15	-0.13	-0.07	0.11	0.55	0.44	0.27	0.12	0.01
$\hat{w}$	$\hat{N}$	-0.12	-0.04	0.13	0.45	1.00	0.45	0.13	-0.04	-0.12
$\hat{w}^*$	$\hat{N}^*$	-0.12	-0.08	0.04	0.33	1.00	0.33	0.04	-0.08	-0.12

Der nachhinkende inländische Output verstärkt seine Korrelation auf 0.35 gegenüber dem Grundmodell mit Standardpräferenzen (vgl. Tabelle 5.12). Die internationale Konsumkorrelation (privater Konsum) sinkt auf 0.44 ab, wobei der inländische Konsum dem amerikanischen jetzt mit einem Quartal hinterherhinkt. Die kontemporäre Verflechtung von  $\hat{i}$  und  $\hat{i}^*$  geht leicht auf 0.98 zurück, womit sie aber noch immer viel zu hoch bleibt. Die zuvor negativ korrelierten gearbeiteten Stunden sind nun positiv korreliert bei einem Nachhinken der deutschen Beschäftigung von einem Quartal (gleiches Muster wie bei den Outputströmen). Die inländischen Ersparnisse hinken jetzt nur noch ein Quartal nach (0.30). Das Reallohnverhalten entspricht dem der Beschäftigung und ermöglicht somit in keiner Weise eine verbesserte Abbildung der Realität. Deshalb kann auch keine verbesserte Erklärung des Arbeitsmarktes erreicht werden. Sparen und Investieren bleiben kontemporär zu stark korreliert für Deutschland (0.81) und zu schwach für die USA (0.55). Erstaunlicherweise liegt die Korrelation der Gesamtkonsumströme  $\hat{c}, \hat{c}^*$  für den Fall tatsächlicher Schocks niedriger als die des privaten Konsums (0.43 vs. 0.44), so daß der Effekt der Präferenzschocks sich ins Gegenteil umkehrt.<sup>132</sup>

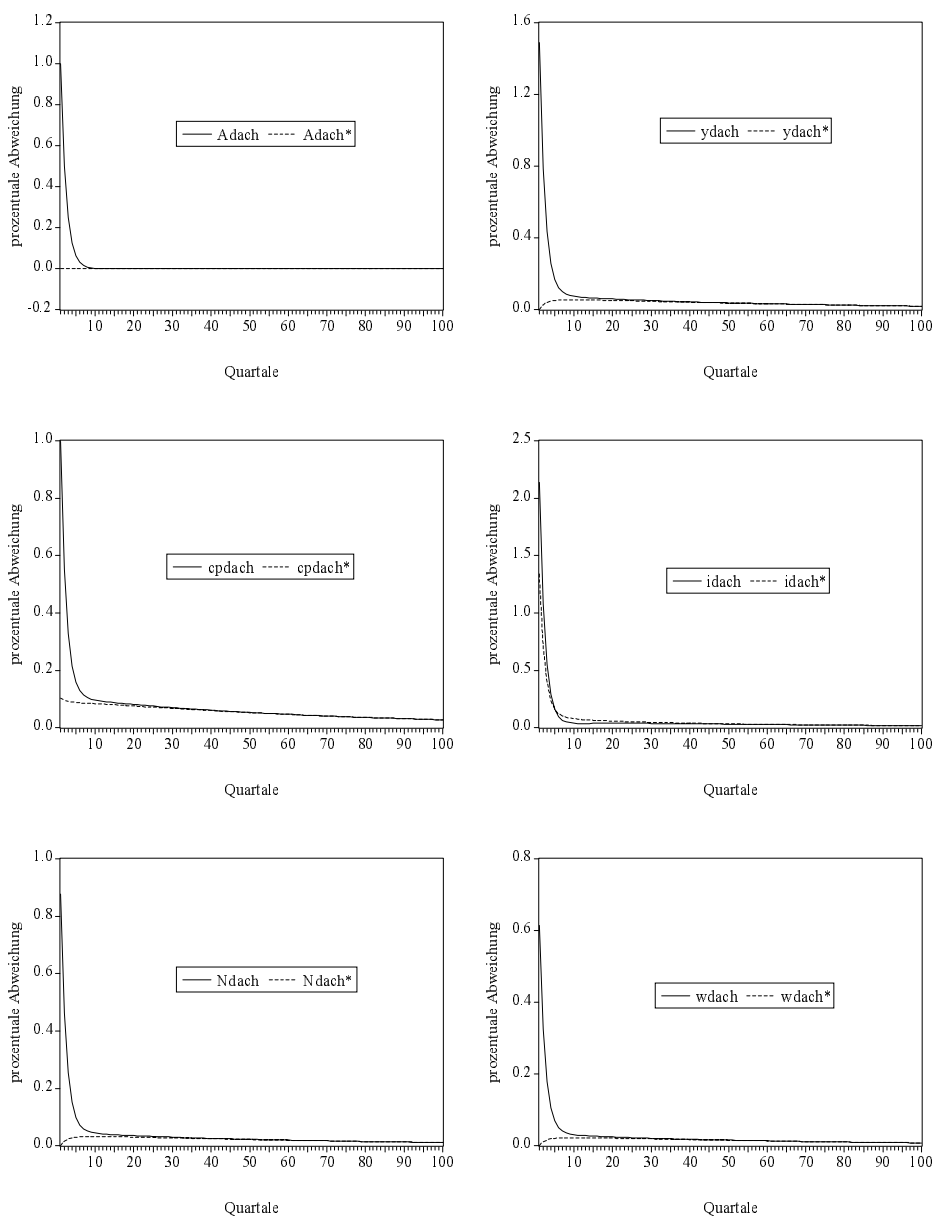
<sup>132</sup> Das gilt jedoch nur für die Korrelationen zu den Lags. Bei den Leads und der kontemporären Beziehung liegen die Werte höher.

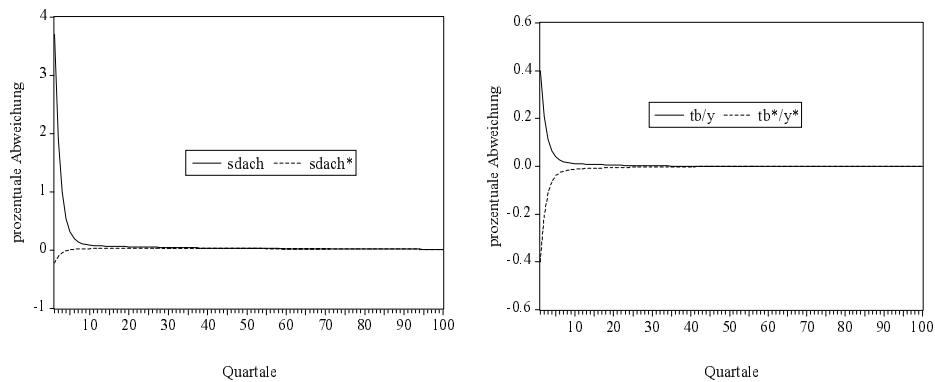
Dieses Ergebnis stellt das bisher beste aller Modellvarianten dar. Dennoch kann die Rangfolge der internationalen Korrelationen nicht erklärt werden. Die Investitionen sind wegen der starken technologischen Verflechtungen zu hoch korreliert. Ebenso bleiben die Konsumströme in engerer Beziehung als die Outputs. Wichtige Nachlaufeigenschaften wie die des inländischen Outputs und der Ersparnis werden korrekt abgebildet, andere wie die mit zwei Quartalen nachhinkende inländische Beschäftigung können nicht ganz erklärt werden.

Abbildung 5.11

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland





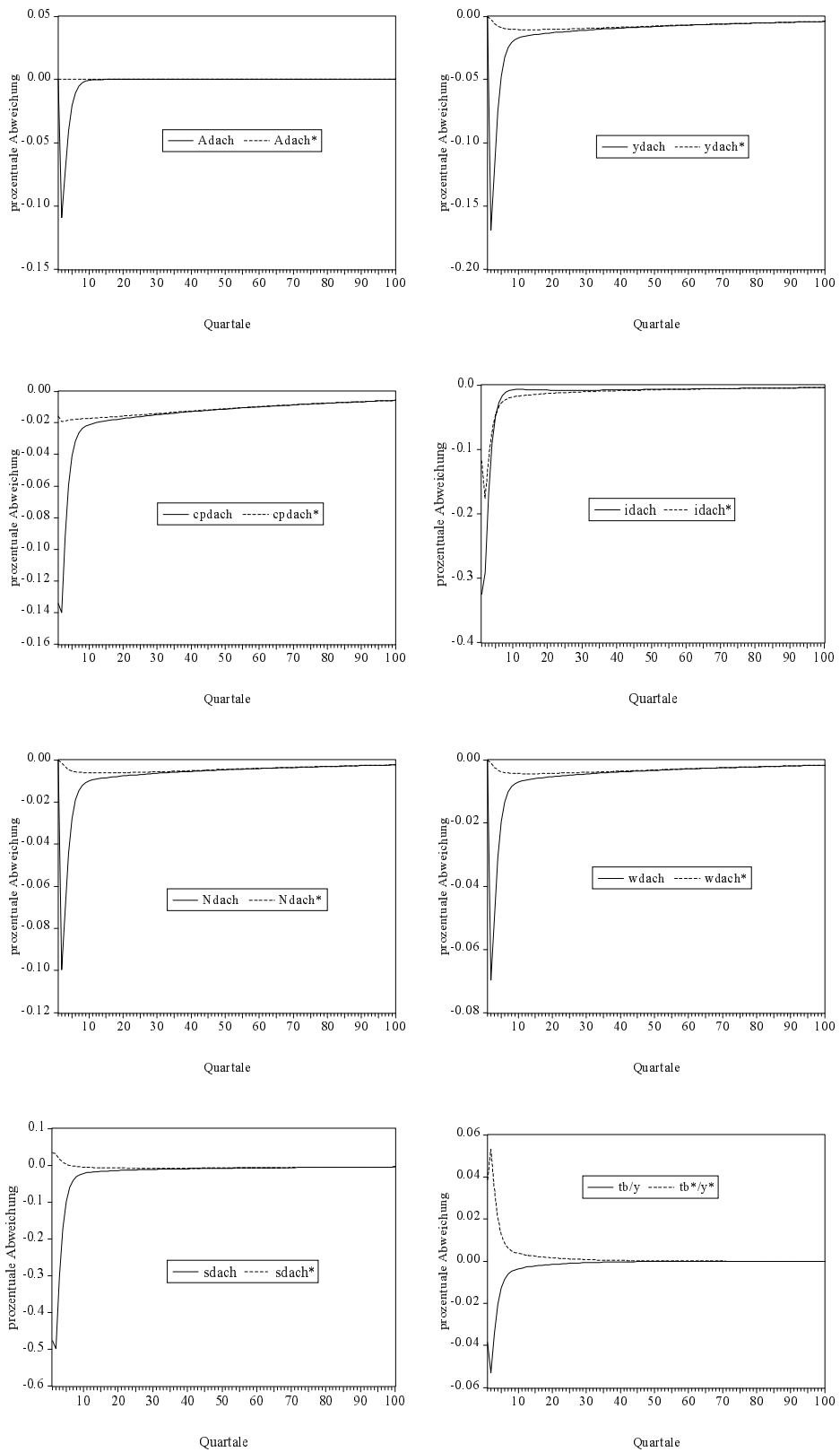
Outputs, gearbeitete Stunden sowie Reallöhne zeigen im Vergleich zum Grundmodell (Abbildung 5.3) ein strukturell gleiches Verhalten: Wegen des fehlenden direkten Einflusses von  $\hat{A}$  auf die ausländischen Größen erfolgt erst in der zweiten Periode durch die interne Dynamik eine Erhöhung dieser Aggregate. Im Grundmodell sinken sie hingegen anfangs und steigen erst allmählich an. Die bei den transitorischen Schocks einsetzende verstärkte Reaktion der inländischen Größen (Abbildung 5.7) fehlt bei den tatsächlichen Schocks ganz, zurückzuführen auf die fehlenden Spillover-Effekte ins Ausland. Die Investitionen steigen beide anfangs an, fallen aber nie unter den alten Steady State ab wie im Grundmodell. Die Impulsantwortfunktionen nähern sich nur vom positiven Bereich dem alten stationären Punkt an. Die Konsumströme nehmen zwar beide zu, der deutsche jedoch stärker, so daß die Impulsantworten auseinanderfallen und damit eine geringere Korrelation implizieren. Die Ergebnisse für die Ersparnisse und die Handelsbilanzen ändern sich nur wenig gegenüber dem Grundmodell.

Wesentlich deutlicher fallen dagegen die Änderungen der Reaktion auf staatliche Schocks aus.

Abbildung 5.12

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit vollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger tatsächlicher Staatsausgabenschock in Deutschland



Wegen des negativen Spillover-Koeffizienten in (5.130) kommt es zu einer Reduktion des zyklischen Solow-Residuums in Deutschland in der zweiten Periode. Dieser Rückgang bewirkt eine verstärkte zusätzliche Reaktion von  $\hat{N}$ ,  $\hat{y}$  und  $\hat{w}$ , die bei transitorischen und permanenten Schocks gar nicht reagieren. Die verzögerte anfängliche Reaktion wird durch den infolge des fiskalischen Schocks sinkenden Kapitalstock bedingt. Die Verstärkung der Reaktion tritt nicht bei den ausländischen Pendanten ein, da keine Spillover-Wirkungen der deutschen Staatsausgaben auf die amerikanischen existieren. Bei den ohnehin schon mit einer Reduktion reagierenden privaten Konsumströmen kommt es gleichfalls zu einer Intensivierung der Antwort. Die ausländische Ersparnis erfährt nach anfänglicher Steigerung eine Reduktion unter den alten Steady State und nähert sich erst langsam diesem wieder an. Die Handelsbilanzen weisen wie die Outputs spiegelbildlich ihre maximale (absolute) Reaktion in der Periode des Wirksamwerdens des negativen Spillovers auf die Technologie auf.

Die Zulassung von Verflechtungen der staatlichen Schocks mit den technologischen eröffnet eine wesentlich vielfältigere Modelldynamik und sorgt für ein realitätsnäheres Modellergebnis als die unterstellten artifiziellen transitorischen und permanenten Störungen. Der Beitrag der fiskalischen Störungen zur Erklärung der Schwankungsintensitäten der makroökonomischen Variablen bleibt aber gering. Sie können in keiner Weise einen angemessenen Teil der Variation der Aggregate erklären, wenn man ihren Einfluß isoliert untersucht. Zudem ergeben sich dann zum Teil völlig unrealistische Korrelationsmuster nationaler wie internationaler Art. Fiskalische Aktivität kann somit immer nur zu den Hauptauslösern der Konjunkturen in realen Konjunkturmodellen, den technologischen Schocks, als zusätzlicher exogener Impuls aufgenommen werden. Die ausschlaggebende Rolle kann sie nicht spielen.<sup>133</sup>

## 5.2.2 Unvollständige Märkte

### 5.2.2.1 Modellstruktur, Lösungsansatz und Kalibrierung

Wie schon im Grundmodell in Abschnitt 5.1.2.1 müssen wegen der Beschränkung des Handels von Vermögenstiteln auf Wertpapiere die Handelsbilanzen explizit modelliert werden. (5.62) und (5.63) werden um die Staatsausgaben erweitert:

$$(5.140) \quad Y_t = C_t^p + I_t + G_t + TB_t$$

---

<sup>133</sup> Marrinan (1996) kommt zu dem Ergebnis, daß bei Unterstellung der Standardnutzenfunktion und perfekter Substituierbarkeit von privatem und staatlichem Konsum ( $\zeta = 1$ ) fiskalische Schocks allein die empirisch beobachteten internationalen Konsum- und Outputkorrelationen abbilden können. Der Einfluß auf die übrigen Modellimplikationen wird aber nicht angegeben, was Marrinan selbst in den Schlußbemerkungen einräumt. Wenn beide Schocks auftreten, dann können die Korrelationen in keinem Fall abgebildet werden, insbesondere nicht der Fall, daß die Output- die Konsumkorrelationen übersteigen. Dabei untersucht sie jedoch nur kontemporäre Beziehungen, ohne die Lead/Lag-Struktur zu berücksichtigen.

$$(5.141) \quad Y_t^* = C_t^{p*} + I_t^* + G_t^* + TB_t^*$$

Die Bedingungen (5.111) und (5.112) für das ausgeglichene Budget bleiben erhalten. Dies gilt auch für die Formulierung der Handelsbilanzen ((5.64)) sowie die um den linearen Trend bereinigten Ressourcenbedingungen (5.67) und (5.68), wobei  $c_t$  durch  $c_t^p$  und analog  $c_t^*$  durch  $c_t^{p*}$  ersetzt werden und die jeweiligen Staatsausgaben  $(g_t, g_t^*)$  aufgenommen werden müssen.

Das zu lösende Optimierungsproblem der transformierten Ökonomie lautet dann:

$$(5.142) \quad \mathcal{L} = E_0 \left\{ \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \left( \pi \frac{[c_t^p + \zeta g_t - \psi N_t^v]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + (1-\pi) \frac{[c_t^{p*} + \zeta g_t^* - \psi (N_t^*)^v]^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} \left( \pi \tilde{\Lambda}_t \left[ \gamma_X k_{t+1} - (1-\delta)k_t - \phi \left( \frac{i_t}{k_t} \right) k_t \right] + (1-\pi) \tilde{\Lambda}_t^* \left[ \gamma_X k_{t+1}^* - (1-\delta)k_t^* - \phi \left( \frac{i_t^*}{k_t^*} \right) k_t^* \right] \right) \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t \pi \left( (1-\tau) A_t k_t^{1-\alpha} N_t^\alpha - c_t - i_t + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1} - b_t \right) \right. \\ \left. + \sum_{t=0}^{\infty} P_t^* (1-\pi) \left( (1-\tau^*) A_t^* (k_t^*)^{1-\alpha} (N_t^*)^\alpha - c_t^* - i_t^* + \frac{(1+r_{t-1})}{\gamma_X} b_{t-1}^* - b_t^* \right) \right\}$$

Die Ableitungen nach den Arbeitseinsätzen und den Konsumströmen stimmen mit (5.114) bis (5.117) überein, wobei in (5.116) und (5.117) der Schattenpreis  $P_t$  durch  $P_t^*$  ersetzt werden muß. Die Bedingungen (5.13)-(5.15), (5.18)-(5.20) aus dem Grundmodell gelten weiter, jedoch muß auch hier in (5.18)-(5.20)  $P_t$  durch  $P_t^*$  ausgetauscht werden. In (5.14) und (5.19) steht vor dem Faktor  $1-\alpha$  bzw.  $1-\alpha^*$  der Faktor  $1-\tau$  bzw.  $1-\tau^*$ . Die Transversalitätsbedingungen bleiben unverändert. Wie im Grundmodell kommen noch die Ableitungen nach  $P_t$  und  $P_t^*$  sowie nach den in- und ausländischen Wertpapierbeständen hinzu ((5.70)-(5.73)). Das Lösungsverfahren entspricht dem des Abschnitts 5.1.2.1, wobei die Bedingung für das ausgeglichene Budget zu beachten ist. Dies führt zur Aufnahme der Staatsausgaben in (5.76), so daß letztlich (5.123) gilt.

Durch die Aufnahme des Staates kommen noch weitere Asymmetrien der Parameter hinzu. So unterscheiden sich jetzt die Investitionsquoten voneinander, weil zugelassen wird, daß der inländische Steuersatz vom ausländischen abweicht. Ähnlich wie im Grundmodell bewirken diese Verschiedenheiten der Parameter, daß die im Steady State gearbeiteten Stunden voneinander abweichen. Da aufgrund von Datenproblemen die Präferenzparameter empirisch kaum bestimmt werden können, wird unter Vorgabe des Steady-State-Arbeitseinsatzes  $N$  der Präferenzparameter  $\psi$  residual berechnet. Die Verschiedenheit von  $\tau$  und  $\tau^*$  impliziert zudem voneinander abweichende Werte  $\psi, \psi^*$  (vgl. 4.129), analog zu  $\theta, \theta^*$ . Identisch sind nur noch die Kapitalintensitäten der Länder.

Die um den Steady State linearisierten Optimumbedingungen (5.119) und (5.120) gelten weiter, während in (5.121) und (5.122) jeweils die ausländischen Konsum- und Staatsquoten stehen müssen. (5.35) bis (5.37) und (5.42) bleiben exakt erhalten, in (5.40), (5.41), (5.121) und (5.122) steht  $\hat{p}^*$  anstelle von  $\hat{p}$ . (5.85) kann übernommen werden, und in (5.87) muß  $(g^*/y^*)\hat{g}_{t+1}^*$  auf der rechten Seite ergänzt werden. Zusätzlich wird  $c^*/y^*$  durch  $c^{p^*}/y^*$  und  $\hat{c}_t^*$  durch  $\hat{c}_t^{p^*}$  ausgetauscht.

Zu beachten ist nun, daß Handelsbilanz, zyklische Ersparnis und zyklischer Gesamtkonsum im Ausland von den inländischen abweichen, so daß (5.125) bis (5.127) mit den entsprechenden Quoten analog für das Ausland gelten. Für die Systemvektoren erhält man schließlich:

$$\tilde{s}_t = \left( \hat{k}_t \quad \hat{k}_t^* \quad \hat{b}_t^* \quad \hat{A}_t \quad \hat{A}_t^* \quad \hat{g}_t \quad \hat{g}_t^* \right)', \quad \varepsilon_t = \left( 0 \quad 0 \quad 0 \quad \varepsilon_{\hat{A},t} \quad \varepsilon_{\hat{A}^*,t} \quad \varepsilon_{\hat{g},t} \quad \varepsilon_{\hat{g}^*,t} \right)'$$

$$z_t = \left( \hat{c}_t^p \quad \hat{N}_t \quad \hat{i}_t \quad \hat{c}_t^{p^*} \quad \hat{N}_t^* \quad \hat{i}_t^* \quad \hat{p}_t \quad \hat{y}_t \quad \hat{w}_t \quad \frac{tb_t}{y} - \frac{tb}{y} \quad \hat{s}_t \quad \hat{y}_t^* \quad \hat{w}_t^* \quad \frac{tb_t^*}{y^*} - \frac{tb^*}{y^*} \quad \hat{s}_t^* \quad \hat{c}_t \quad \hat{c}_t^* \right)'$$

Der durchschnittliche Anteil der Staatsausgaben am Output beträgt in den USA im Betrachtungszeitraum 0.1991. Dieser Wert wird auch für den Einkommensteuersatz  $\tau^*$  verwendet. Der Präferenzparameter  $\psi^*$  muß ebensowenig wie das inländische Pendant numerisch spezifiziert werden, sondern wirkt sich über die unterschiedlichen Konsum- und Staatsquoten aus.  $\nu$  behält seinen Wert aus dem vorigen Abschnitt und gilt in beiden Ländern. Alle übrigen Parameter entsprechen denen des Grundmodells.

Die resultierenden Eigenwerte der Matrix  $W$  lauten dann:

$$1.0906, 1.0348, 1.0118, 1.0, 0.9870, 0.9277.^{134}$$

Wie im Grundmodell können drei dieser vier Eigenwerte größer als oder gleich eins eliminiert werden, während sich die Einheitswurzel auf die Zustands- und schließlich einige Kontrollvariablen überträgt.

### 5.2.2.2 Modellösung bei transitorischen Schocks

Unterstellt man zunächst wieder transitorische Störungen mit Spillover-Effekten für beide exogenen Impulse, so erhält man optimale Entscheidungsregeln für den Kapitalstock, die unabhängig vom ausländischen Wertpapierbestand sind:

$$(5.143) \quad \hat{k}_{t+1} = 0.9574\hat{k}_t + 0.0296\hat{k}_t^* + 0.0745\hat{A}_t - 0.0106\hat{A}_t^* + 0.00005\hat{g}_t - 0.00005\hat{g}_t^*$$

<sup>134</sup>Das Eigenwertpaar (0.9870, 1.0347) erfüllt die in Kapitel 4 genannte Beziehung zum Diskontierungsfaktor nicht. In Modellen mit endogenem Zinssatz und Staat scheint diese Bedingung immer verletzt zu sein. Wie in Kapitel 4 gesehen, tritt das Problem nicht auf, wenn der Zinssatz exogen ist (Fall des kleinen Landes).



$$(5.144) \hat{k}_{t+1} = 0.0297\hat{k}_t + 0.9573\hat{k}_t^* - 0.0108\hat{A}_t - 0.0747\hat{A}_t^* + 0.00005\hat{g}_t - 0.00005\hat{g}_t^*$$

$$(5.145) \hat{b}_{t+1}^* = -0.3780\hat{k}_t + 0.3652\hat{k}_t^* + \hat{b}_t^* - 0.1107\hat{A}_t + 0.1660\hat{A}_t^* + 0.0726\hat{g}_t - 0.0726\hat{g}_t^*$$

Die deutschen Staatsausgaben stimulieren die Kapitalakkumulation in beiden (sic!) Ländern, während die amerikanischen zu einer Reduktion führen. Interessant ist die Asymmetrie dieses Einflusses: Die Richtung der Reaktion auf einen inländischen (oder auch ausländischen) Schock stimmt überein und wechselt nicht wie die Technologieschocks die Vorzeichen. Allerdings bleibt die Stärke der fiskalischen Störungen sehr gering im Vergleich zu den anderen Koeffizienten. Die technologischen Störungen schwächen ihre Wirkung ab.

Der Haushalt reagiert - wie im Fall des kleinen Landes - lediglich mit dem Konsum, der Ersparnis und der Handelsbilanz auf den zyklischen Wertpapierbestand. Die Koeffizienten der Entscheidungsregeln von  $\hat{y}$ ,  $\hat{N}$  und  $\hat{w}$  (sowie die der ausländischen Pendanten) zeigen sich invariant gegenüber der Art der unterstellten Schocks sowie zusätzlich gegenüber der Marktstruktur.

Tabelle 5.31

Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
transitorische Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor						
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{c}_t^p$	0.7693	0.1773	-0.0186	1.3949	0.3678	-0.2543	-0.1074
$\hat{c}_t^{p*}$	0.1719	0.7443	0.0180	0.3598	1.3557	-0.1056	-0.2516
$\hat{i}_t$	-0.4088	0.9804		2.4643	-0.3503	0.0017	-0.0017
$\hat{i}_t^*$	0.9824	-0.4109		-0.3559	2.4699	0.0017	-0.0017
$\hat{s}_t$	0.9093	-0.3615	0.0379	2.7874	-0.7498	-0.2191	0.2191
$\hat{s}_t^*$	-0.3935	0.9909	-0.0412	-0.8235	3.0206	0.2418	-0.2418
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3449	-0.3455	0.0100	0.1103	-0.1093	-0.0584	0.0584
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.3449	0.3455	-0.0100	-0.1103	0.1093	0.0584	-0.0584

Der ausländische Wertpapierbestand übt nur auf die Konsumströme, die Handelsbilanzen und die Ersparnisse eine Wirkung aus. Dabei verschlechtern sich (sic!) nun die ausländischen Nettoexporte infolge eines Anstiegs der Wertpapierhaltung, während die anderen Aggregate die Wirkungsrichtung gegenüber dem Grundmodell nicht ändern, wohl aber die Intensität des Einflusses von  $\hat{b}_t^*$  steigern (vgl. Tabelle 5.13). Die Investitionen sprechen auf die Staatsausgaben wie die Kapitalstöcke an, wenn auch mit einer geringfügig stärkeren Intensität. Die übrigen Aggregate weisen gegenüber dem Fall mit vollständigen Märkten keine signifikanten Änderun-

gen im Hinblick auf die fiskalische Aktivität auf. Eine genauere Analyse sei dem Leser überlassen (Tabelle 5.22).

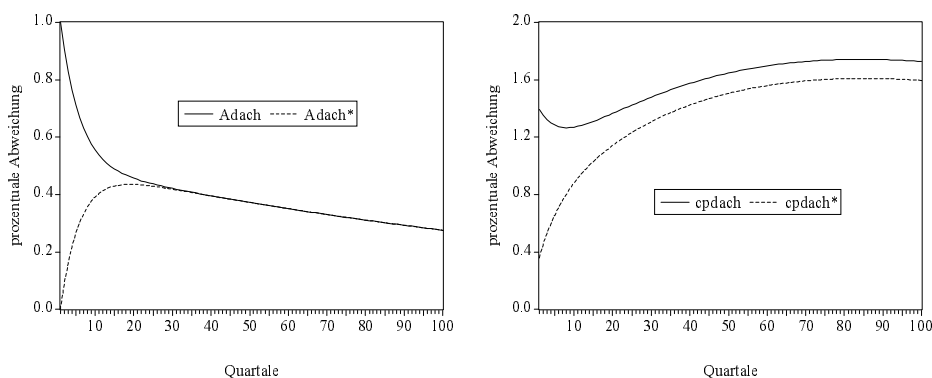
Die implizierten Konjunkturmuster unterscheiden sich so gut wie gar nicht von denen des Modells mit vollständigen Märkten. Im Prinzip könnten an dieser Stelle die Ergebnisse des Vergleichs aus dem Grundmodell (Abschnitt 5.1.2.2 vs. Abschnitt 5.1.1.2) wiederholt werden. Trotz der theoretischen Verschiedenheit der Ansätze resultieren nahezu identische konjunkturelle Implikationen, selbst bei Betrachtung einer anderen Nutzenfunktion. In einigen wenigen Punkten liegen leichte Differenzen vor. So nimmt im vorliegenden Fall die relative Standardabweichung des Konsums zu (auf 1.14) und die kontemporäre Korrelation der Handelsbilanz mit dem Output sinkt auf 0.35 anstatt anzusteigen. Bei den internationalen Korrelationen kommt es zu einer deutlicheren Reduktion der Konsumbeziehung (auf 0.71), und auch die Ersparnisse schwächen ihre negative Korrelation stärker ab als im Grundmodell (-0.30). Die deutlichste Abweichung des Vergleichs betrifft die Spar-Investitionskorrelationen, die nun erwartungsgemäß zunehmen gegenüber den vollständigen Märkten (auf 0.95) und damit genau die erwartete Reaktion zeigen.

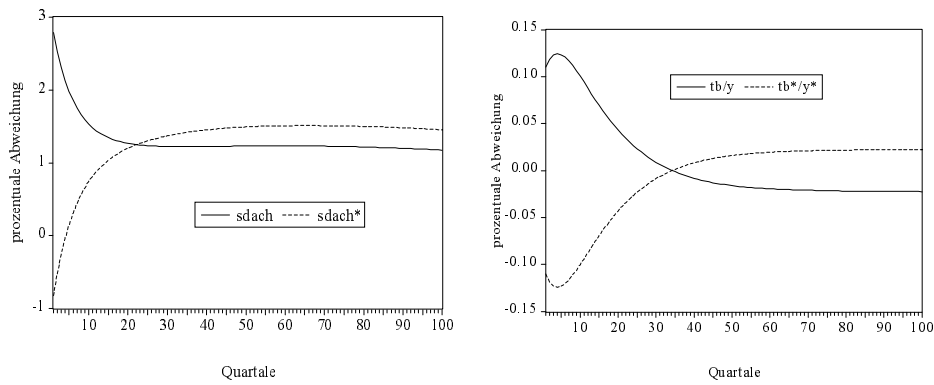
Die Impulsantworten auf einen einprozentigen deutschen Technologieschock entsprechen für die Outputs, die gearbeiteten Stunden, die Reallöhne und die Investitionen denen bei vollständigen Märkten (Abbildung 5.7). Sie kehren langfristig wieder zum alten Steady State zurück. Beim Konsum, bei den Ersparnissen und bei den Handelsbilanzen, den Variablen, die direkt vom nichtstationären Wertpapierbestand beeinflusst werden, haben einmalige Störungen permanente Wirkungen:

Abbildung 5.13

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger transitorischer Technologieschock in Deutschland





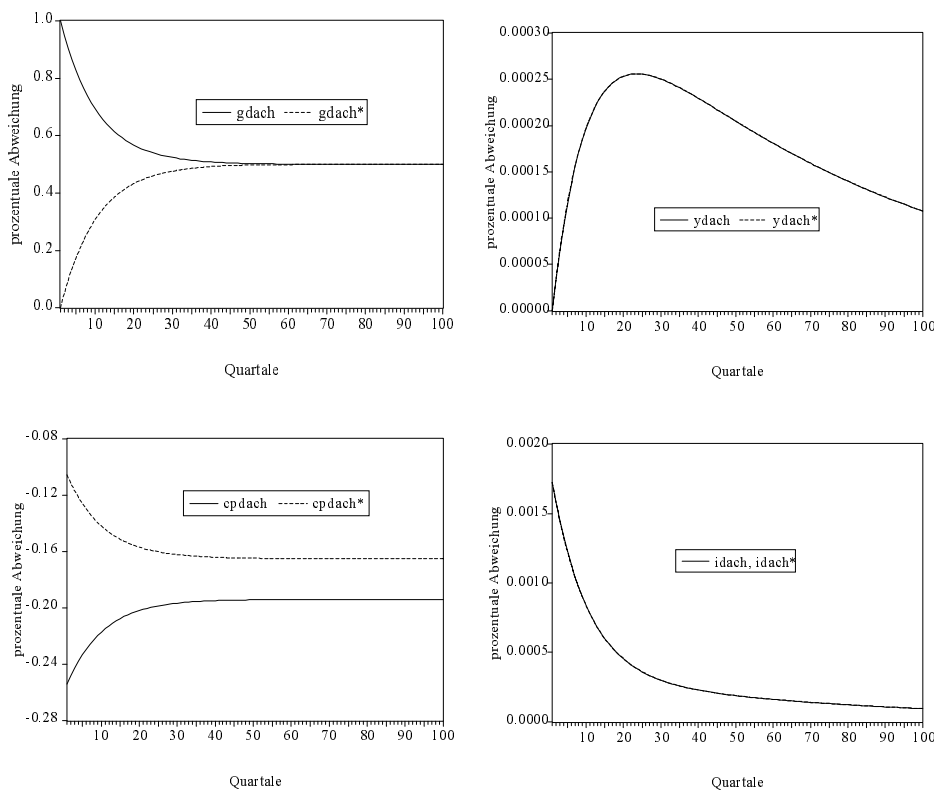
Man kann dieses Aussehen als eine Art Kombination der Funktionen des Grundmodells und der Variante des vorigen Abschnitts auffassen, wobei die Nichtstationarität das Auseinanderfallen und -driften der Prozesse bewirkt, während die GHH-Nutzenfunktion den Kurvenverlauf bestimmt.

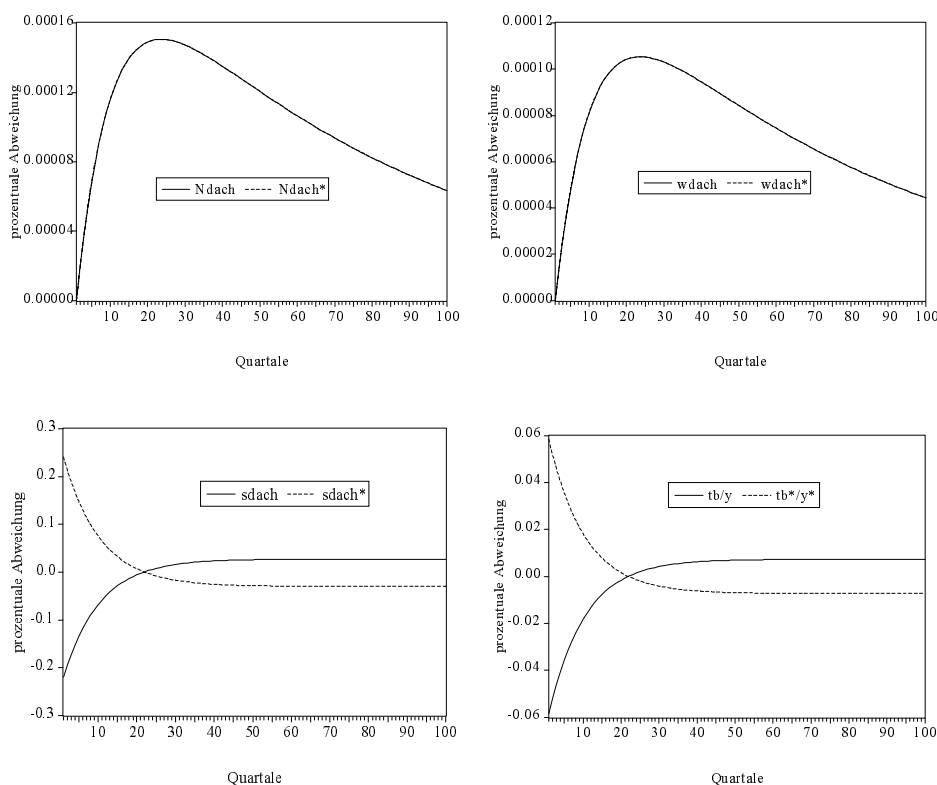
Die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen staatlichen Schock weisen im Vergleich zu vollständigen Märkten (Abbildung 5.8) ein wesentlich anderes Aussehen auf:

Abbildung 5.14

### Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

#### einprozentiger transitorischer Staatsausgabenschock in Deutschland





Die privaten Konsumströme haben ein ähnliches Reaktionsmuster wie im Grundmodell (vgl. Abbildung 5.8), nur nähern sich die Pfade nicht aneinander an. Die deutschen Ersparnisse verschlechtern sich zwar zunächst, nähern sich aber nach 21 Quartalen einem neuen Gleichgewicht oberhalb des alten an. Gleiches trifft für die Handelsbilanz zu. Außergewöhnlich verhalten sich die Investitionen, deren Reaktion exakt gleich ist und die im Zuge der fiskalischen Störung ausgedehnt werden. Bec (1995) erhält im Rahmen ihres Modells ein ähnliches Ergebnis, das Roche (1996) auf den hohen Persistenzparameter der zyklischen Staatsausgaben zurückführt.<sup>135</sup> Während die Investitionen direkt beeinflusst werden, reagieren Outputs, Beschäftigung und Reallöhne aufgrund der Erhöhung des Kapitalstocks erst allmählich mit einem Anstieg (indirekter Einfluß). Die Intensität der Reaktion bleibt jedoch mit ca. 0.0003 % bei den Outputs extrem gering. Langfristig konvergieren diese Aggregate (inklusive der Investitionen) wieder gegen den alten Steady State, während die erstgenannten neue Gleichgewichtspunkte erreichen.

---

<sup>135</sup> Die Investitionen müssen gemäß Roche (1996) ansteigen, weil das Verhältnis von Kapitalstock und Beschäftigung, das unabhängig vom staatlichen Konsum ist, sich im Steady State nicht ändert. Da die Zahl gearbeiteter Stunden zunimmt, müssen also zwangsläufig der Kapitalstock und somit die Investitionen steigen. Interessant ist hier jedoch, daß die Investitionen viel stärker zunehmen, als dies für die Konstanzhaltung von  $k/N$  notwendig wäre. Dies liegt vermutlich an der GHH-Nutzenfunktion.

Qualitativ weichen die Ergebnisse somit deutlich von denen bei vollständigen Märkten ab. Quantitativ spielen die Staatsausgaben aber keine große Rolle, wie man an den nahezu unveränderten Implikationen für die konjunkturellen Muster ablesen kann.

### 5.2.2.3 Modellösung bei permanenten Schocks

Für den Fall, daß alle exogenen Prozesse Random Walks folgen, resultieren erstaunlicherweise nahezu dieselben Entscheidungsregeln für die Kapitalstöcke wie bei vollständigen Märkten (und GHH-Nutzenfunktion).

$$(5.146) \hat{k}_{t+1} = 0.9574\hat{k}_t + 0.0296\hat{k}_t^* + 0.1847\hat{A}_t - 0.1286\hat{A}_t^*$$

$$(5.147) \hat{k}_{t+1}^* = 0.0297\hat{k}_t + 0.9573\hat{k}_t^* - 0.1288\hat{A}_t + 0.1850\hat{A}_t^*$$

$$(5.148) \hat{b}_{t+1}^* = -0.3780\hat{k}_t + 0.3652\hat{k}_t^* + \hat{b}_t^* + 1.6391\hat{A}_t - 1.5837\hat{A}_t^*$$

Der ausländische Wertpapierbestand nimmt (wie schon bei den transitorischen Störungen) keinen Einfluß auf die Kapitalakkumulation.  $\hat{b}_{t+1}^*$  zeigt eine gestiegene Reagibilität auf technische Innovationen verglichen mit dem Grundmodell (vgl. (5.103)).

Die Entscheidungsfunktionen für die Outputs, die Arbeitseinsätze und die Reallöhne bleiben unverändert zum vorigen Abschnitt. Auch die Investitionen ändern sich kaum gegenüber Tabelle 5.25.

Tabelle 5.32  
Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
permanente Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor						
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{c}_t^p$	0.7693	0.1773	-0.0186	2.6498	-0.7688	-0.3617	
$\hat{c}_t^{p*}$	0.1719	0.7443	0.0180	-0.7456	2.5800		-0.3572
$\hat{i}_t$	-0.4088	0.9804		6.1096	-4.2516		
$\hat{i}_t^*$	0.9824	-0.4109		-4.2606	6.1186		
$\hat{s}_t$	0.9093	-0.3615	0.0379	0.2289	1.5676		
$\hat{s}_t^*$	-0.3935	0.9909	-0.0412	1.7065	0.2184		
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3449	-0.3455	0.0100	-1.4959	1.4982		
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.3449	0.3455	-0.0100	1.4959	-1.4982		

Als spezifisch für den Fall permanenter Staatsausgabenschocks in Verbindung mit unvollständigen Märkten bei GHH-Präferenzen stellt sich der Effekt der fiskalischen Schocks dar: Allein der inländische Konsum sinkt, alle übrigen Größen ändern sich nicht. Dieses Resultat erhalten

auch Correia/Neves/Rebelo (1995) für eine kleine offene Volkswirtschaft mit dauerhaften fiskalischen Schocks. Die technologischen Schocks bewirken - verglichen mit dem Grundmodell ohne Staat bei Standardpräferenzen (Tabelle 5.17) - eine verstärkte Reaktion von Konsum und Handelsbilanz des Inlands. Die deutsche Ersparnis reagiert nur bei inländischen Schocks stärker und schwächt bei ausländischen ihre Antwort ab.

Bedingt dadurch ändern sich die Konjunkturmuster der Outputs, der gearbeiteten Stunden und der Reallöhne nicht. Dies gilt auch für die internationalen Beziehungen dieser Variablen und ebenso für die Korrelationen der Reallöhne mit der Beschäftigung, darüber hinaus für die Investitionen.<sup>136</sup> Die relative Standardabweichung des Konsums (1.74) und die absolute der Handelsbilanz (1.96 %) steigen gegenüber den Ergebnissen bei Standardpräferenzen an (vgl. Tabelle 5.18), gleichzeitig sinkt die relative Volatilität der Ersparnis (1.22). Der Konsum läuft stärker gleich mit dem Output (0.90), während  $\hat{s}$  mit einem Quartal bei 0.51 hinter dem Output herhinkt. Die Handelsbilanz schließlich verstärkt ihre antizyklische Verhaltensweise auf -0.50 kontemporär, womit nach wie vor das vorlaufende empirische Muster verfehlt wird. Die höhere Standardabweichung der Nettoexporte schießt über den empirischen Wert von 1.07 % hinaus.

Im Hinblick auf die internationalen Konjunkturmuster zeigen sich die Ersparnisse nunmehr unrealistischerweise unkorreliert, und die Konsumströme wie im Grundmodell negativ verflochten, allerdings mit einem absolut etwas niedrigeren Wert von -0.29 (vgl. mit Tabelle 5.19). Die noch im Grundmodell beobachtete Verbesserung der Investitionskorrelation (Anstieg auf -0.93 von -0.30) tritt hier nicht ein. Sie bleibt bei -0.90 (siehe Tabelle 5.27). Die Ersparnisse hinken in beiden Ländern mit sechs Quartalen den Investitionen hinterher (0.33). Wenn auch nunmehr die Outputkorrelation mit 0.11 größer als die des Konsums ist, so kann dennoch nicht von einer wesentlich besseren Abbildung der Realität in diesem Modell gesprochen werden.

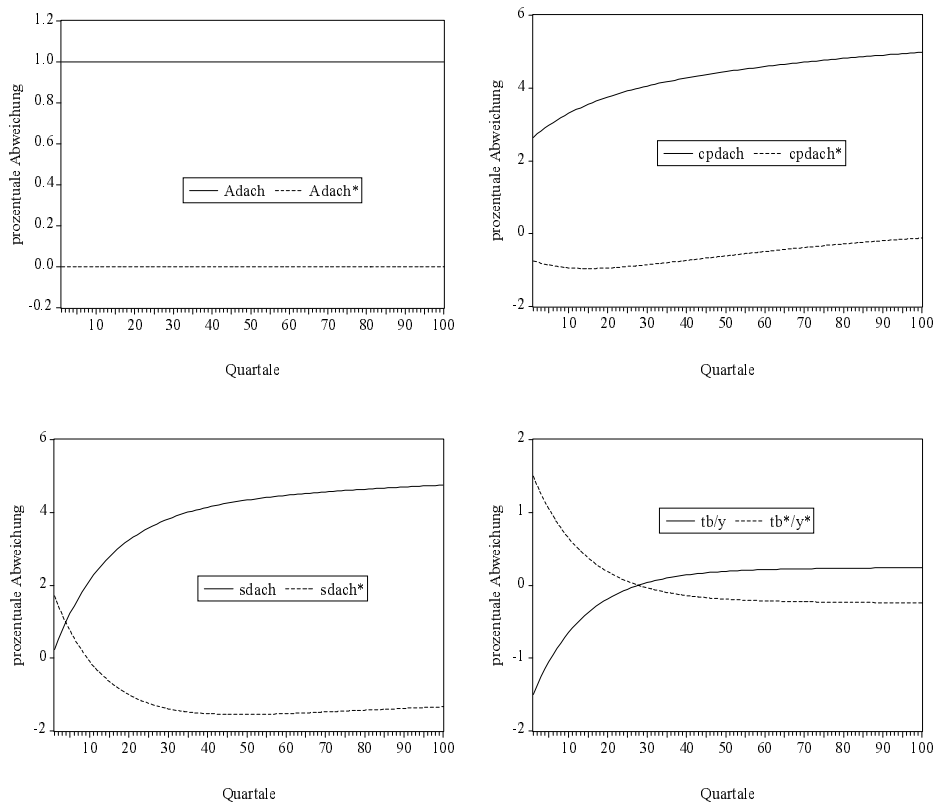
---

<sup>136</sup> Das bezieht sich auf den Vergleich mit den Prozessen bei vollständigen Märkten und GHH-Präferenzen (Tabellen 5.26 und 5.27).

Abbildung 5.15

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger permanenter Technologieschock in Deutschland



Aufgrund der Unverändertheit der o.g. Prozesse ändern sich auch deren Impulsantworten auf einen einprozentigen inländischen Technologieschock nicht (vgl. Abbildung 5.9). Beim Konsum entspricht der Kurvenverlauf der Form nach dem bei vollständigen Märkten mit GHH-Präferenzen (Abbildung 5.9), wobei jedoch die anfängliche Reaktion des amerikanischen Konsums negativ ist. Die inländische Ersparnis verhält sich wie im Grundmodell, während die ausländische eine maximale Abweichung vom alten Gleichgewicht nach 50 Quartalen erreicht und sich dann wieder etwas erholt. Die Nettoexporte reagieren wie im Grundmodell (vgl. Abbildung 5.5).

Langfristig erreichen nur diejenigen Größen einen neuen Steady State, die von der Wertpapierentwicklung direkt tangiert werden:  $\hat{c}^p, \hat{c}^{p*}, tb/y, tb^*/y^*$  sowie  $\hat{s}, \hat{s}^*$ . Alle übrigen kehren zu ihrem alten stationären Punkt zurück. Die Endeffekte entsprechen qualitativ denen des Grundmodells. Dieses Resultat überrascht, denn im Grundmodell ist nur der ausländische Reallohn stationär. Dies hängt unmittelbar mit der unterstellten GHH-Nutzenfunktion zusammen, bei der Konsum und Freizeit nicht separierbar sind. Sie bewirkt die besondere Form der Prozesse für die stationären Variablen, die nicht von ausländischen Störungen tangiert werden. Wegen der zusätzlichen Unabhängigkeit der Kapitalakkumulation von der Wertpapierentwicklung ergeben

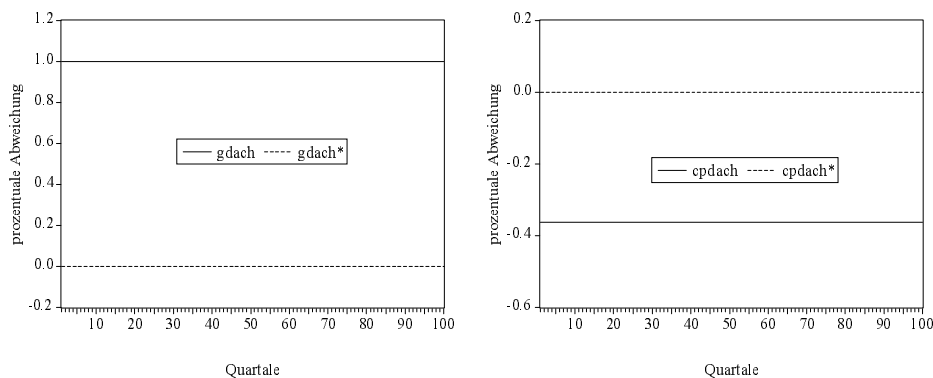
sich schließlich stationäre Prozesse für diese Aggregate, so daß die langfristigen Wirkungen von Störungen gleich null sind.

Inländische fiskalische Schocks beeinflussen nur die Entwicklung des Konsums in Deutschland, nicht in den USA.

Abbildung 5.16

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger permanenter Staatsausgabenschock in Deutschland



Die Erhöhung der Staatsausgaben führt zu einem sofortigen dauerhaften Rückgang des zyklischen Konsums um -0.36 %. Man erhält dieses Ergebnis auch für den Fall, daß die Standardnutzenfunktion mit  $\zeta = 1$  gilt (Bec (1995)). Dann ändert sich der private Konsum derart, daß der Schock gerade kompensiert wird (vgl. Gleichung (5.107)). Für die unterstellte GHH-Nutzenfunktion ist diese Annahme nicht nötig. Selbst für  $\zeta = 0$  tritt das obige Ergebnis ein.

#### 5.2.2.4 Modellösung bei tatsächlichen Schocks

Die Entwicklung der Kapitalstöcke ändert sich kaum gegenüber den Ergebnissen bei vollständigen Märkten. Sie wird nicht von den ausländischen Wertpapierbeständen tangiert (vgl. (5.138) und (5.139)). Für diese gilt:

$$(5.149) \quad \hat{b}_{t+1}^* = -0.3780\hat{k}_t + 0.3652\hat{k}_t^* + \hat{b}_t^* - 0.2816\hat{A}_t + 0.1101\hat{A}_t^* + 0.0561\hat{g}_t - 0.1266\hat{g}_t^*$$

Sie reagieren stärker auf  $\hat{A}_t$  und  $\hat{g}_t^*$ , verglichen mit dem Fall transitorischer Schocks ((5.145)), während der Einfluß von  $\hat{A}_t^*$  und  $\hat{g}_t$  zurückgeht.

Die Entwicklungen von Output, Reallohn und Beschäftigung folgen weiterhin denselben Prozessen wie bisher. Auch die Investitionen ändern ihr Verhalten kaum gegenüber Tabelle 5.28 im Hinblick auf die Koeffizienten vor den exogenen Variablen.



Tabelle 5.33

Reaktionskoeffizienten im Grundmodell mit unvollständigen Märkten,  
Staatsaktivität und GHH-Präferenzen  
tatsächliche Schocks

Variable	Wert des Koeffizienten vor						
	$\hat{k}_t$	$\hat{k}_t^*$	$\hat{b}_t^*$	$\hat{A}_t$	$\hat{A}_t^*$	$\hat{g}_t$	$\hat{g}_t^*$
$\hat{c}_t^p$	0.7693	0.1773	-0.0186	1.0289	0.1368	-0.1407	-0.0339
$\hat{c}_t^{p*}$	0.1719	0.7443	0.0180	0.0891	0.9913	-0.0120	-0.1511
$\hat{s}_t$	0.9093	-0.3615	0.0379	3.5337	-0.2789	-0.4507	0.0691
$\hat{s}_t^*$	-0.3935	0.9909	-0.0412	-0.2040	3.8547	0.0274	-0.4717
$(tb_t/y) - (tb/y)$	0.3449	-0.3455	0.0100	0.3907	-0.5829	-0.0365	0.0991
$(tb_t^*/y^*) - (tb^*/y^*)$	-0.3449	0.3455	-0.0100	-0.3907	0.5829	0.0365	-0.0991

Mit Ausnahme des inländischen Konsums schwächen die inländischen Staatsausgaben ihre Wirkung gegenüber dem Fall bei vollständigen Märkten ab, wobei aber diese wie auch alle anderen Änderungen äußerst gering sind (vgl. Tabelle 5.28).

Aufgrund des abgeschwächten Einflusses der technischen Störungen auf die deutsche Ersparnis sinkt deren relative Standardabweichung auf 2.39 ab (vgl. Tabelle 5.29). Für den Konsum ergibt sich ein leicht höherer Wert von 0.71. Selbst die Investitionen legen auf 1.81 (um 0.01) zu, womit sie dennoch weit vom empirischen Wert entfernt bleiben. Die Autokorrelationen und die Kreuzkorrelationen ändern sich nicht.

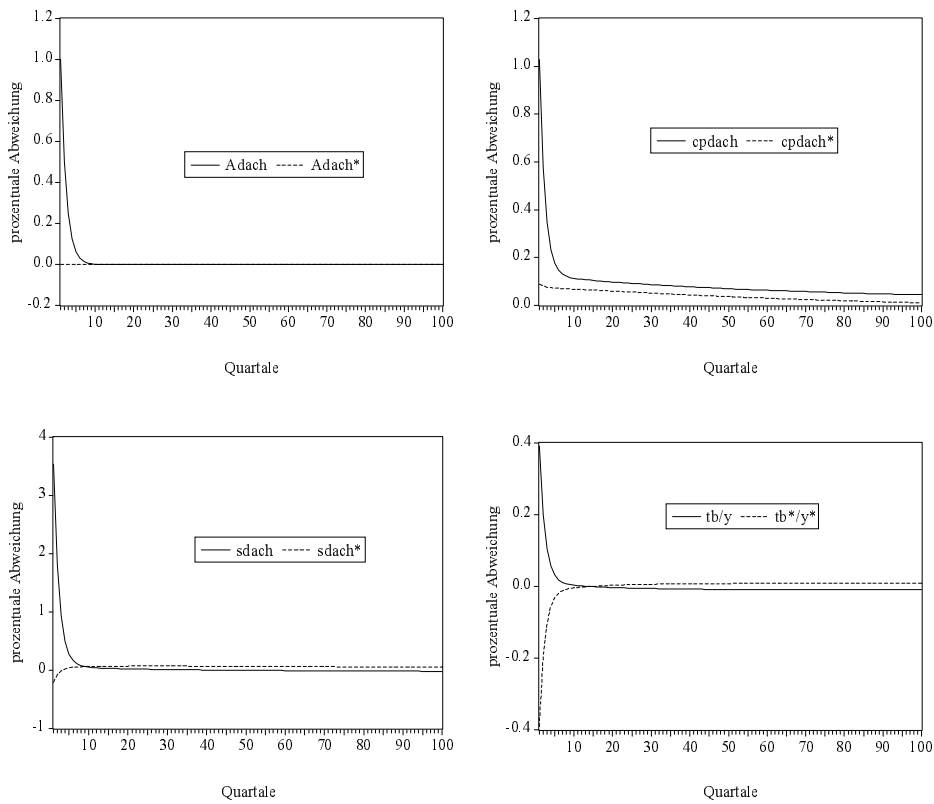
Die Beziehung der Konsumströme verstärkt sich zu den verschiedenen Leads und Lags geringfügig, während gleichzeitig die kontemporäre Korrelation der ausländischen Ersparnisse mit den Investitionen auf 0.56 ansteigt. Alle übrigen Korrelationen bleiben gegenüber denen bei vollständigen Märkten unverändert, so daß die Marktform bei GHH-Präferenzen eine untergeordnete Rolle spielt.

Die Impulsantwortfunktionen auf einen einprozentigen technologischen Schock gleichen für die Aggregate, deren Entscheidungsfunktionen sich kaum verändert haben, denen des Abschnitts 5.2.1.5 (vgl. Abbildung 5.11). Für die sich zu einem neuen Gleichgewicht entwickelnden Variablen ergeben sich Impulsantworten, die wie schon in den zuvor diskutierten Varianten eine Kombination der Reaktionen bei vollständigen Märkten verknüpft mit der die Instationaritäten verursachenden Wirkung der unvollständigen Märkte darstellen.

Abbildung 5.17

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger tatsächlicher Technologieschock in Deutschland



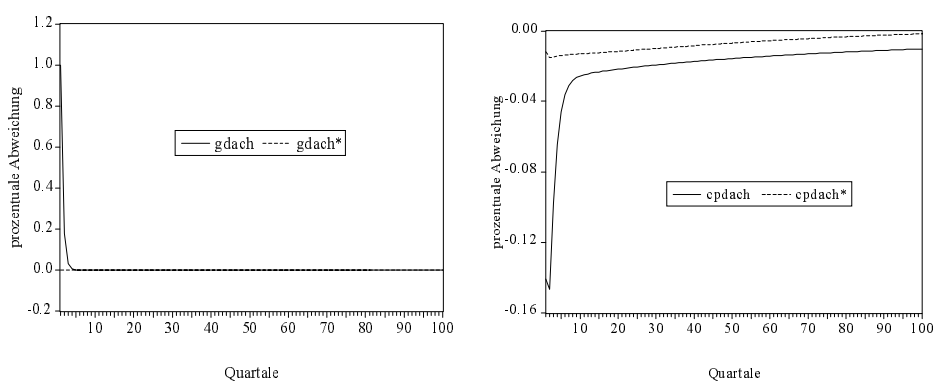
Typisch ist wieder das Auseinanderklaffen der Entwicklungspfade in den beiden Ländern.

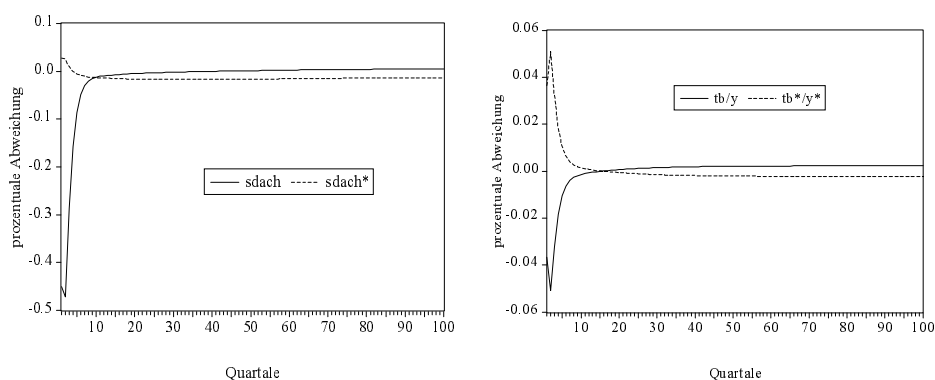
In analoger Weise ergeben sich die Impulsantworten bei einem deutschen Staatsausgabenschock:

Abbildung 5.18

Impulsantwortfunktionen im Grundmodell mit unvollständigen Märkten, Staatsaktivität und GHH-Präferenzen

einprozentiger tatsächlicher Staatsausgabenschock in Deutschland





Der deutsche Konsum wird stärker eingeschränkt als der amerikanische, insbesondere verstärkt durch den negativen Effekt staatlicher Aktivität auf die deutsche technologische Entwicklung (negativer Spillover-Koeffizient). Die anfängliche Stimulierung der inländischen Ersparnisse und der Handelsbilanz mündet langfristig in einen schwachen Rückgang dieser Aggregate. In den USA hingegen steigen Ersparnis und Nettoexporte langfristig.

Wie im Grundmodell mit unvollständigen Märkten geht die Spiegelbildlichkeit der Endeffekte technischer und fiskalischer Störungen verloren: Trotz zum Teil unterschiedlicher anfänglicher Effekte stimmen die endgültigen Steady States qualitativ (nicht numerisch) überein, egal, ob der Schock im Inland oder im Ausland seinen Ursprung hat, ein Ergebnis, daß somit unabhängig von der unterstellten Nutzenfunktion ist.

Abschließend sollen einige Bemerkungen zur grundsätzlichen Wirkungsrichtung der GHH-Nutzenfunktion und zum Einfluß staatlicher Aktivität gemacht werden.<sup>137</sup>

GHH-Präferenzen bewirken einen Anstieg der relativen Standardabweichung des Konsums und des Reallohnes sowie eine Abnahme der Volatilität der Investitionen, der Ersparnis, der gearbeiteten Stunden und der Handelsbilanz. Der Konsum wird perfekt mit dem Output korreliert, und es resultiert ein identisches internationales Korrelationsmuster für die Reallöhne, die Beschäftigung und die Outputs. Die Konsumkorrelation sinkt kontemporär auf 0.33 (von 1.0) und die inländischen Ersparnisse werden nachhinkend.

Die Hauptwirkungen staatlicher Aktivität bei GHH-Präferenzen (ohne Präferenzschocks) bestehen in einer Erhöhung der relativen Volatilität des Konsums, der Investitionen und der Ersparnis, während die Standardabweichung der Handelsbilanz unverändert bleibt. Die Beziehung zwischen Output und Konsum, Ersparnis sowie den Nettoexporten schwächt sich jeweils ab, wobei die zu den Investitionen zunimmt. Die internationalen Korrelationen der Investitionen, der Ersparnisse und der Outputs sinken sehr schwach ab (um 0.01), die von Sparen und Investieren steigt um 0.01. Die Hinzunahme von Präferenzschocks über die Annahme nutzenstiftenden Staatskonsums verstärkt die Erhöhung der relativen Variabilität des Konsums und be-

<sup>137</sup> Diese Aussagen beziehen sich auf die tatsächlichen Schocks.

wirkt eine weitere Absenkung der Konsum-Outputkorrelation (Verstärkungseffekt der Präferenzschocks). Gleichzeitig konterkarieren sie die isolierten Effekte des Staates durch eine Reduktion der relativen Standardabweichung von  $\hat{i}$  und  $\hat{s}$  sowie eine Zunahme des Gleichlaufs von  $\hat{s}$  und  $tb/y$  mit dem Output. Das gleiche gilt für die Korrelation von Sparen und Investieren, die infolge der Präferenzschocks zurückgeht. Außerdem reduziert sich die internationale Verflechtung der Konsumströme weiter.

In allen Belangen zufriedenstellende Ergebnisse liefert keines der vorgestellten Modelle. Die erhoffte Zunahme der absoluten Variabilitäten von Handelsbilanz und Ersparnis tritt nicht ein. Bei den tatsächlichen Schocks - diese Modellvariante ermöglicht insgesamt betrachtet die beste Abbildung der empirischen Konjunkturmuster - bleiben alle absoluten Standardabweichungen hinter den empirischen zurück. Während dennoch die nationalen relativen Standardabweichungen noch vergleichsweise gut abgebildet werden können, bleibt das Modell eine adäquate Abbildung der Rangfolge internationaler Korrelationen schuldig. Immerhin können aber wichtige Vor- und Nachlaufeigenschaften gut abgebildet werden wie auch positive Beschäftigungs- und Investitionskorrelationen, was den meisten anderen Ein-Gut-Modellen in der Literatur nicht gelingt. Die unterstellten Präferenzschocks unterstützen zwar die Reduktion der Korrelation der internationalen Konsumströme, können aber in Verbindung mit GHH-Präferenzen nicht den gleichen Beitrag wie in Bec (1995) leisten.

Einige dieser Defekte könnten möglicherweise überwunden werden, wenn man die Annahme aufgibt, daß jedes Land nur ein und dasselbe Gut produzieren kann. Diese und andere Erweiterungen werden in Kapitel 6 diskutiert.

## 6 Erweiterungen des Zwei-Länder-Grundmodells

Man kann die Defekte der Ein-Gut-Modelle in der Literatur im wesentlichen in drei verschiedene Gebiete einteilen. Das erste umfaßt die Problematik, Outputkorrelationen zu erzeugen, die größer als die Konsumkorrelationen sind. Das zweite Gebiet betrifft die internationalen Investitions- und Beschäftigungskorrelationen, die vielfach negativ sind. Schließlich mißlingt den Ein-Gut-Modellen eine adäquate Abbildung der Variabilität der Handelsbilanz und der Ersparnis. Weil der Output selbst ein handelbares Gut ist, beinhaltet  $A$  auch Schwankungen der Terms of Trade, wobei deren empirische Volatilität ebenfalls nicht erreicht wird.<sup>138</sup>

In der Literatur finden sich daher zahlreiche neuere Arbeiten, die versuchen, diese Defekte aufzuheben. Man kann die Entwicklungen im wesentlichen in zwei Hauptkategorien einteilen. Einerseits wird versucht, die Modellimplikationen durch die Einführung eines zweiten Gutes zu verbessern. Andererseits verspricht man sich durch die Betrachtung von mehr als zwei Ländern eine Verbesserung. Zum überwiegenden Teil gibt es in den Mehrländermodellen auch mindestens zwei Güter, so daß die Mehrländermodelle eine Weiterentwicklung der Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modelle darstellen. Letztere werden in Abschnitt 6.1 behandelt, während erstere in Abschnitt 6.2 analysiert werden.

### 6.1 Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modelle

#### 6.1.1 Überblick

Besonderer Schwerpunkt des Beitrages von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) ist eine verbesserte Erklärung der Konjunkturmuster der Handelsvariablen (drittes Problemgebiet, s.o.). Er stellt eine Erweiterung von Backus/Kehoe/Kydland (1992) auf zwei Güter dar, wobei jedes Land sich auf die Produktion eines Gutes spezialisiert. Backus (1993) untersucht in einer reinen Tauschökonomie, welche Merkmale bestimmen, ob ein Anstieg des relativen Preises der Importe (Terms of Trade, gemessen als Verhältnis des Importdeflators zum Exportdeflator<sup>139</sup>) mit einer Verbesserung oder Verschlechterung der Handelsbilanz verbunden ist.<sup>140</sup> Backus/Kehoe/Kydland (1994b) verbinden die Ergebnisse von Backus (1993) mit denen von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) und betonen die besondere Bedeutung der Kapitalakkumulation für eine realistische Abbildung der Beziehung zwischen Handelsbilanz und Terms of

---

<sup>138</sup> Diese Interpretation geht auf Greenwood (1983) zurück. In dieser Arbeit wird allerdings die Größe  $A$  nur mit technologischen Schocks identifiziert.

<sup>139</sup> Diese Definition entspricht der Inversen der Terms of Trade der Handelstheoretiker (vgl. z. B. Siebert (1991), S. 126). In der internationalen makroökonomischen Theorie hingegen ist diese Definition Standard, insbesondere weil sie mit der Definition des realen Wechselkurses korrespondiert.

<sup>140</sup> In Backus/Smith (1993) wird dieser Modellrahmen um nichthandelbare Güter erweitert.

Trade. Zimmermann (1994b) betrachtet die gleiche Ökonomie wie Backus/Kehoe/Kydland (1994a) (ohne staatliche Aktivität) und untersucht für verschiedene Länderkombinationen (z.B. USA-Australien, USA-Kanada etc.) den Beitrag der Solow-Residuen zur Erklärung der Outputvariabilität. Dabei verwendet er verschiedene Verfahren zur Berechnung der Residuen und erweitert damit das Modell um Asymmetrien. Heathcote/Perri (1997) verwenden denselben Ansatz zur Untersuchung der Bedeutung der Annahme vollständiger Finanzmärkte. Sie betrachten drei verschiedene Marktstrukturen und erhalten die besten Ergebnisse im Hinblick auf die Variabilität der Handelsvariablen für den Fall finanzieller Autarkie, in dem kein Zugang zu internationalen Finanzmärkten besteht. Darüber hinaus produziert diese Variante auch positive Investitions- und Beschäftigungskorrelationen. Kehoe/Perri (1998) gehen noch einen Schritt weiter und endogenisieren die Finanzmarktstruktur in dem Sinne, daß internationale Kredite nur insoweit vergeben werden, als daß sie auch eingefordert werden können durch die Drohung, andernfalls in Zukunft vom Handel ausgeschlossen zu werden. Im Ergebnis führt das zu reduzierten Konsumkorrelationen, erhöhten Outputkorrelationen und positiven Investitions- und Beschäftigungskorrelationen.

In der ersten Arbeit auf dem Gebiet internationaler realer Konjunkturmodelle untersucht Dellas (1986) die konjunkturellen Implikationen eines auf zwei Länder erweiterten Mehrsektorenmodells à la Long/Plosser (1983), ohne jedoch die Arbeitszeit-/Freizeitentscheidung zu endogenisieren. Canova/Dellas (1993) erweitern diesen Ansatz und untersuchen zusätzlich (empirisch) die Rolle von Handelsverflechtungen für die Übertragung der Konjunkturzyklen. Sie schlußfolgern, daß bis zum Ende der Bretton-Woods-Ära eher Handelsverflechtungen für die Konjunkturübertragung verantwortlich waren, während danach globale Schocks (Ölschocks etc.) die treibende Kraft darstellen. Costello/Praschnik (1993) und die Vorläuferarbeit Costello/Praschnik (1992) gehören ebenfalls zu den wenigen Beiträgen, die sich mit der Rolle von Zwischenprodukten für die Erklärung der Konjunkturmuster beschäftigen. Zwar können Costello/Praschnik (1993) wichtige sektorale stilisierte Fakten wie die stärkere Korrelation aggregierter Outputs gegenüber sektoralen Outputs abbilden, jedoch bleibt die Korrelation der aggregierten Konsumströme immer bei eins (wie im Grundmodell mit vollständigen Märkten und transitorischen Schocks). Durch die Einführung eines nichthandelbaren Transportgutes in Costello/Praschnik (1992) kann für die USA und das Vereinigte Königreich eine geringere aggregierte Konsumkorrelation als die aggregierte Outputkorrelation erreicht werden. Dies liegt neben der Eigenschaft der Nichthandelbarkeit in der ölintensiven Produktionstechnologie des Transportgutes begründet. In der neuesten Arbeit von Ambler/Cardia/Zimmermann (1998) werden die Entscheidungskalküle der Unternehmer, Haushalte und Importeure zunächst einzeln betrachtet und erst anschließend als Sozialplanerproblem formuliert. Für die sektoralen Schocks wird ein VAR (1)-Modell geschätzt, die Märkte sind vollständig, und es gibt keine staatliche Aktivität. Die Abbildungseigenschaften dieses Modells sind trotz seiner komplexen Struktur schlecht. Erst wenn die Spillover-Koeffizienten der sektoralen

Schocks null gesetzt werden (entgegen dem empirischen Befund), können positive Beschäftigungs- und Investitionskorrelationen erzeugt werden. Zudem kommt den Sektoren eine größere Bedeutung für die Modellergebnisse zu als den Zwischenprodukten.

Nur ganz wenige Arbeiten untersuchen die Rolle monetärer Einflußfaktoren in internationalen realen Konjunkturmodellen. Der erste Beitrag stammt von Ricketts/McCurdy (1991,1995). Handel kann in diesem Modell mit Gütern, Wertpapieren und Geld erfolgen. Die Ausgaben für Konsum müssen in der Währung des Landes erfolgen, in der das Gut produziert wird, und können die exogen gegebene Geldmenge des Haushalts nicht übersteigen (cash-in-advance-constraints). Daneben werden zwei verschiedene Investitionsszenarien untersucht: Der Output kann entweder in beiden Ländern investiert werden (CI=cross investment) oder nur im Inland (NCI=no cross investment). Neben den Wachstumsraten der Produktivitätsschocks folgen auch die Geldmengenwachstumsraten bivariaten VAR (1)-Prozessen, die speziell für die USA und Kanada kalibriert werden.<sup>141</sup> Damit gelingt insbesondere eine gute Abbildung der Wechselkursvariabilität und der negativen Korrelation zwischen Wechselkurs und Output. Die Wachstumsraten der Investitionen sind in beiden Varianten (CI und NCI) positiv korreliert, während eine höhere Outputkorrelation im Vergleich zur Konsumkorrelation nur im NCI-Modell resultiert. Das NCI-Modell kann außerdem eine antizyklische Handelsbilanz generieren. Schlagenhauf/Wrase (1992,1995) betrachten einen repräsentativen Haushalt, der aus einem Shopper, einem Unternehmer, einem Arbeiter und einem Finanzintermediär besteht. Ihr Ansatz baut modelltheoretisch auf den Beiträgen von Lucas (1990) und Fuerst (1991) auf. In Schlagenhauf/Wrase (1992) ist zusätzlich das Kapital international mobil (CI-Fall bei Ricketts/McCurdy) und wird in der Produktion des Endproduktes in jedem Land eingesetzt. Geld wird auch hier in Form von cash-in-advance-constraints eingeführt. Neben zwei verschiedenen Szenarien für die exogenen Geldmengen- und Technologiewachstumsraten werden drei unterschiedliche Informationsstrukturen betrachtet. Da die Autoren hauptsächlich auf die monetären Transmissionsmechanismen (Wirkung der Geldpolitik auf den Zinssatz, den Wechselkurs und den Output) abstellen, erfolgt keine Betrachtung der internationalen Korrelationen. Die Variabilität des nominalen und des realen Wechselkurses fällt zu gering aus. Allerdings zeigt sich der nominale Wechselkurs wie in den Daten negativ mit dem Output korreliert. Insgesamt haben die dominanten Liquiditätseffekte in zwei Informationsstrukturen zu wenig Persistenz, um die beobachteten Konjunktoren zu erklären. Cho/Roche (1993) weichen wieder von der Annahme ab, daß das importierte Gut auch investiert werden kann. Es kann nur für Konsumzwecke verwendet werden. Jedes Individuum erhält einen Pauschalgeldtransfer in jeder Periode und steht einer cash-in-advance-constraint gegenüber. Die Güter können nur in Landeswährung gekauft werden, so daß zum Erwerb des ausländischen Gutes ausländische Wäh-

---

<sup>141</sup> Im Unterschied zu den bisher vorgestellten Modellen geben Ricketts/McCurdy (1995) ihre Ergebnisse für die Wachstumsraten der makroökonomischen Aggregate an.

rung nötig ist. Die Unternehmen gehören den jeweiligen Inländern. Cho/Roche gelingt die Generierung einer positiven Outputkorrelation, die jedoch kleiner als die Konsumkorrelation bleibt. Eine antizyklische Handelsbilanz kann nur für eine Modellvariante ohne Geld abgebildet werden. Insgesamt erhalten sie Volatilitäten, die die empirischen übersteigen. Dabei bewirkt die Hinzunahme des Geldes in das Modell eine Reduktion der Variabilitäten. Jedoch sind Sparen und Investieren in jedem Falle zu stark (nahezu perfekt) korreliert. Dem Vorschlag von Cho/Roche, zur Verbesserung des Modells nominale Rigiditäten einzuführen, sind Chari/Kehoe/McGrattan (1998) gefolgt. Die Preissetzung der Unternehmen basiert auf dem Zustand der Ökonomie in der Vorperiode. Es werden nur monetäre Schocks zugelassen. Im In- und Ausland gibt es ein Kontinuum an Zwischenprodukten, so daß hier auch eine Einbindung von Elementen von Costello/Praschnik (1993) (siehe die Diskussion oben) erfolgt. In der Produktion der Endprodukte werden in- und ausländische Zwischenprodukte verwendet, und die Realkasse ist Argument der Nutzenfunktion. Die Variablen hängen vom Zustand der Ökonomie ab, wobei die Dynamik über die Abhängigkeit von verzögerten Zuständen der Ökonomie entsteht. Sofern Konsum und Freizeit separabel sind, kann die Wechselkursvariabilität dann abgebildet werden, wenn die Risikoaversion (im Hinblick auf den Konsum) hinreichend groß ist. Um auch das Persistenzverhalten abbilden zu können, müssen die Preise mindestens zwölf Monate im voraus festgelegt werden. Wenn die Störgrößen der Geldmengenwachstumsraten miteinander stark korreliert sind (mindestens 0.5), können die empirischen Werte für die Output- und Konsumkorrelationen vergleichsweise gut abgebildet werden. Diese Ergebnisse gelten nur für vollständige Märkte. Um Ergebnisse für unvollständige Märkte abzuleiten, müssen die Autoren die Kapitalakkumulation aus dem Modell herausnehmen. Die Vermutung, daß dann monetäre Störungen zu permanenten Vermögensumschichtungen und damit zu persistenten Schwankungen des realen Wechselkurses führen, erweist sich als quantitativ nicht signifikant. Insgesamt gesehen befindet sich die Entwicklung monetärer internationaler Konjunkturmodelle in der Tradition der RBC (Real Business Cycle) Modelle noch in den Kinderschuhen.

Ubide (1996) erweitert den Ansatz von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) um unvollständige Konkurrenz und steigende Skalenerträge auf den Gütermärkten. Auf den Faktormärkten herrscht hingegen vollständige Konkurrenz. Er betrachtet die Nutzenfunktion von Hansen (1985) mit unteilbarer Arbeitszeit und erweitert sie (wie Roche (1996)) um staatlichen Konsum (vgl. auch Abschnitt 5.2.1.1). Zur Beurteilung des Beitrages der steigenden Skalenerträge werden eine Vielzahl von Modellvarianten durchgerechnet, wobei auch die isolierte Wirkung fiskalischer und technologischer Störungen sowie von Markup-Schocks beleuchtet wird. Die Hauptwirkungen unvollständiger Konkurrenz bestehen in einer Verstärkung der Reaktion der Aggregate auf technologische und fiskalische Störungen. Diese Implikation zeigt sich robust im Hinblick auf Variationen der zugrundeliegenden für die Markup-Preissetzung relevanten Parameter. Speziell zeigt sich für die Variante mit Technologieschocks und unvollständiger Konkurrenz, daß die inländischen Korrelationen mit dem Output sinken, die Variabilitäten und



Korrelationen auf dem Arbeitsmarkt sich verbessern und die internationalen Korrelationen steigen. Wenn zusätzlich Markup-Schwankungen zugelassen werden, können internationale Kenngrößen für die Markups erklärt werden. Jedoch bleiben die Volatilitäten der Handelsbilanz und der Terms of Trade zu gering und die Rangfolge der internationalen Output- und Konsumkorrelationen bleibt umgekehrt zur empirischen. Markup-Fluktuationen allein können nicht den internationalen Konjunkturzyklus abbilden. Insbesondere resultiert ein antizyklischer Konsum und eine antizyklische Produktivität. Unvollständige Konkurrenz verbessert somit eher die länderspezifische (inländische) Konjunkturerklärung, ohne einen nennenswerten Beitrag zur Verbesserung der drei Hauptdefekte des Ein-Gut-Modells zu leisten.

Ähnlich steht es mit dem Beitrag von Roche (1992). Auch er nimmt an, daß zur Aufstockung des Kapitalstocks nur inländische Investitionen beitragen können. Dies verhindert einerseits zu variable Investitionen und erspart damit die Modellierung von Anpassungskosten, andererseits bewirkt es jedoch eine zu geringe Schwankungsintensität der Handelsvariablen. Wenn privater und staatlicher Konsum perfekte Substitute in der Nutzenfunktion sind ( $\zeta = 1$  in (5.107)), dann kann zwar eine weitere Absenkung der zu hohen Konsumkorrelationen erreicht werden, allerdings sinken dann aber die Standardabweichungen der Ex- und Importe sowie der Terms of Trade noch weiter ab.

Bruno (1997) betrachtet eine vereinfachte Variante des Modells von Ricketts/McCurdy (1995) ohne Geld und ohne die NCI/CI-Fälle. Statt dessen können die Investitionsgüter unvollständige Substitute sein, und die Kapitalnutzungsrate kann wie in Greenwood/Hercovitz/Huffman (1988) variieren. Die Arbeitszeit ist konstant und trägt somit nicht zur Ausbreitung der technologischen Schocks bei. Bruno gelingt damit eine Reduktion der Outputkorrelationen auf 0.36, ohne auf korrelierte Störgrößen oder Spillovers zurückgreifen zu müssen. Über die Höhe der Konsumkorrelationen werden keine Angaben gemacht.

Boileau (1996) analysiert eine Ökonomie mit endogenem Wachstum im Sinne von Romer (1986). Er verbindet die Externalität durch Humankapitalakkumulation mit der von Benhabib/Rogerson/Wright (1991) vorgeschlagenen Haushaltsproduktion (vgl. dazu auch den Abschnitt 6.1.3). Haushaltsproduktion bewirkt dabei (ähnlich wie nichthandelbare Güter, vgl. Abschnitt 6.1.4) eine reduzierte Korrelation der Konsumströme und - in Verbindung mit der Humankapitalakkumulation - positive Beschäftigungskorrelationen. Infolge eines Produktivitätsschocks im inländischen Marktsektor wandern die mobilen Faktoren zwischen Sektoren und Ländern. Diese Reallokation der Faktoren beeinflusst das Humankapital, so daß auch ohne internationale Korrelation der Schocks diese in das Ausland übertragen werden. Durch die Umverteilung zwischen Marktsektor und Haushaltssektor wird eine negative Beziehung zwischen in- und ausländischer Beschäftigung verhindert. Daher generiert das Modell eine positive Korrelation der Arbeitseinsätze, die wiederum eine höhere Korrelation der Outputs gegenüber den Produktivitäten bewirkt.

Unvollständige Finanzmärkte (exogen im Sinne von Kehoe/Perri (1998)) werden von Arvanitis/Mikkola (1995, 1996) betrachtet. Dieses Modell stellt eine unmittelbare Erweiterung des Grundmodells von Baxter/Crucini (1995) dar und wird deshalb in Abschnitt 6.1.2 in seinen wichtigsten Gleichungen und Implikationen vorgestellt. Das von Reynolds (1992) untersuchte Modell hat strukturelle Ähnlichkeiten mit dem von Arvanitis/Mikkola (1996), beinhaltet jedoch speziellere Produktionsfunktionen (Cobb-Douglas) und analysiert die Implikationen nur für vollständige Märkte. Die Besonderheit der Arbeit von Reynolds liegt in der Schätzmethode: Sie bestimmt die Parameter sowie die Momente mittels GMM (Hansen (1982)). Ravn (1997) vergleicht verschiedene Modelle, die auf dem von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) aufbauen, in einem einheitlichen Rahmen und geht der Frage nach, inwieweit einzelne Bausteine wie fiskalische Aktivität oder allgemeinere Prozesse für die Technologieschocks (AR (2)-Prozesse, vgl. Abschnitt 5.1.1.5) von Relevanz für die Erklärung der Rangfolge der internationalen Korrelationen sind. Zusätzlich geht er auf den Einfluß der Landesgröße ( $\pi$  in den Ein-Gut-Modellen des Kapitels 5) ein. Eine Diskussion dieses Ansatzes erfolgt in Abschnitt 6.2.3 im Rahmen von Mehrländermodellen.

### 6.1.2 Unvollständige Märkte im Zwei-Güter-Fall

In diesem Abschnitt wird der Ansatz von Arvanitis/Mikkola (1995, 1996) kurz dargestellt. Jedes Land spezialisiert sich auf die Produktion eines Gutes. Die Terms of Trade können endogen bestimmt werden. Die Produktion erfolgt mit in- und ausländischem Kapital, so daß neben den Konsumgütern auch die Investitionsgüter handelbar sind. Die Modellergebnisse werden für vollständige und unvollständige Märkte bestimmt.

Die Nutzenfunktionen haben eine allgemeinere CES-Struktur der folgenden Art:

$$(6.1) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ (\eta C_{1t}^{-\mu} + (1-\eta) C_{2t}^{-\mu})^{-1/\mu} \right]^\theta L_t^{1-\theta} \right\}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right]$$

$$(6.2) \quad U^* = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ ((1-\eta)(C_{1t}^*)^{-\mu} + \eta(C_{2t}^*)^{-\mu})^{-1/\mu} \right]^\theta (L_t^*)^{1-\theta} \right\}^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right]$$

Jedes Land hat eine Präferenz für das im eigenen Land produzierte Gut, so daß die Koeffizienten vor den jeweils inländischen Konsumniveaus (Parameter  $\eta$ ) symmetrisch sind. Dabei wird Gut 1 im Inland und Gut 2 im Ausland hergestellt (Indizes 1 und 2). Der Stern gibt an, daß das

entsprechende Gut im Ausland verwendet wird. Die Substitutionselastizität zwischen den beiden Konsumgütern entspricht  $\sigma_{12} = 1/(1 + \mu)$ .

Die Produktionsfunktionen haben ebenfalls eine kombinierte CES-Cobb-Douglas-Struktur:

$$(6.3) \quad Y_{1t} = A_t \left[ \left( \eta_p K_{1t}^{-\mu} + (1 - \eta_p) K_{2t}^{-\mu} \right)^{-1/\mu} \right]^{1-\alpha} (X_t N_t)^\alpha$$

$$(6.4) \quad Y_{2t} = A_t^* \left[ \left( (1 - \eta_p) (K_{1t}^*)^{-\mu} + \eta_p (K_{2t}^*)^{-\mu} \right)^{-1/\mu} \right]^{1-\alpha} (X_t^* N_t^*)^\alpha$$

Wie in Kapitel 5 bezeichnen  $X_t, X_t^*$  arbeitsvermehrenden deterministischen technischen Fortschritt und  $A_t, A_t^*$  temporäre Produktivitätsschocks. Die Substitutionselastizität zwischen den beiden Kapitalstöcken entspricht der zwischen den beiden Konsumgütern. Auch in der Produktion präferiert jedes Land den eigenen Kapitalstock mit dem Gewichtungsfaktor  $\eta_p$ .

Die Anpassung der Kapitalstöcke im In- und Ausland ist mit Kosten verbunden, so daß die Entwicklung der Kapitalstöcke im Inland gegeben ist mit

$$(6.5) \quad K_{1t+1} = (1 - \delta) K_{1t} + \phi \left( \frac{I_{1t}}{K_{1t}} \right) K_{1t}$$

$$(6.6) \quad K_{2t+1} = (1 - \delta) K_{2t} + \phi \left( \frac{I_{2t}}{K_{2t}} \right) K_{2t}$$

und im Ausland mit

$$(6.7) \quad K_{1t+1}^* = (1 - \delta) K_{1t}^* + \phi \left( \frac{I_{1t}^*}{K_{1t}^*} \right) K_{1t}^*$$

$$(6.8) \quad K_{2t+1}^* = (1 - \delta) K_{2t}^* + \phi \left( \frac{I_{2t}^*}{K_{2t}^*} \right) K_{2t}^*$$

Es wird angenommen, daß die Anpassungskosten und die Abschreibungsraten in beiden Ländern gleich hoch sind. Die Eigenschaften der Funktion  $\phi$  entsprechen den in Abschnitt 4.3 genannten.

Arbeitszeit und Freizeit können die auf eins normierte Gesamtzeit in den Ländern nicht überschreiten (vgl. (5.3) und (5.4)). In jedem Land kann der produzierte Output im Inland konsumiert ( $C_{1t}$ ) oder exportiert ( $C_{1t}^*$ ) werden bzw. für Investitionen im Inland ( $I_{1t}$ ) oder im Ausland ( $I_{1t}^*$ ) verwendet werden (analog für das Ausland).

$$(6.9) \quad Y_{1t} = C_{1t} + C_{1t}^* + I_{1t} + I_{1t}^*$$

$$(6.10) \quad Y_{2t} = C_{2t} + C_{2t}^* + I_{2t} + I_{2t}^*$$

Im Falle unvollständiger Märkte wird wie in Kapitel 5 angenommen, daß auf den Finanzmärkten nur Wertpapiere  $B_t$  (in Einheiten des inländischen Gutes  $Y_t$ ) gehandelt werden können. Die Budgetbedingungen lauten dann:

$$(6.11) \quad Y_{1t} + B_t = C_{1t} + P_t C_{2t} + I_{1t} + P_t I_{2t} + \frac{1}{1+r_t} B_{t+1}$$

$$(6.12) \quad P_t Y_{2t} + B_t^* = C_{1t}^* + P_t C_{2t}^* + I_{1t}^* + P_t I_{2t}^* + \frac{1}{1+r_t} B_{t+1}^*$$

Dabei bezeichnet  $P_t$  den Preis des ausländischen Gutes in Einheiten von  $Y_{1t}$ . Die Räumung des Wertpapiermarktes verlangt

$$(6.13) \quad B_t + B_t^* = 0$$

Zur Modelllösung wird unterstellt, daß der deterministische technische Fortschritt in beiden Ländern mit dem gleichen Faktor  $\gamma$  wächst. Für die Kalibrierung werden die in Baxter/Crucini (1995) verwendeten Werte im wesentlichen übernommen. Neue Parameter sind die Substitutionselastizität zwischen den beiden Konsumgütern  $\sigma_{12}$ , das Gewicht der heimischen Güter in der Nutzenfunktion  $\eta$  sowie der Anteil inländischen Kapitals in der Produktion  $\eta_p$ .  $\eta_p$  wird so gewählt, daß der Anteil ausländischen Kapitals in der Produktion 0.06 beträgt. Empirische Schätzungen für die USA ermitteln für  $\sigma_{12}$  Werte zwischen eins und zwei, so daß als Referenzfall 1.5 gewählt wird. In Japan und europäischen Ländern hingegen ergeben sich kleinere Schätzwerte, weshalb auch 0.8 und 0.5 betrachtet werden.  $\eta$  bestimmt sich derart, daß im Steady State der Anteil der importierten Güter am inländischen Output 0.15 beträgt. Sobald man jedoch diesen Wert fixiert, können  $\eta$  und  $\sigma_{12}$  nicht mehr unabhängig voneinander gewählt werden. Tabelle 6.1 faßt die Parameterwerte zusammen:

Tabelle 6.1

## Kalibrierung des Arvanitis/Mikkola (1996)-Modells

exogene Parameter	Wert
$\gamma$	1.00400
$\alpha$	0.58000
$\delta$	0.02500
$N$	0.20000
$\sigma$	2.00000
$r$	0.01625
$\eta$	0.75000
$\mu$	-0.33000
$\xi$ <sup>142</sup>	0.00800

Die technologischen Schocks folgen stark persistenten Schocks mit hohem AR-Parameter von 0.99 ohne Spillovers.<sup>143</sup> Die Korrelation der Störgrößen entspricht der der permanenten Schocks des Kapitels 5, während die Standardabweichungen auf ein Prozent normiert werden.

Die Tabellen 6.2 und 6.3 fassen die Modellergebnisse für Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen zusammen, und zwar für vollständige und unvollständige Märkte.

---

<sup>142</sup>  $\xi$  entspricht dem aus Kapitel 5 bekannten Ausdruck  $-\phi''(i/k) \cdot i/k$  der Anpassungskostenfunktion. Der Wert von 0.008 liegt deutlich unter dem von Baxter/Crucini (1995) verwendeten von 0.067. Man erinnere sich an dieser Stelle an die Bedeutung von  $\xi$  für die Beziehung zwischen Handelsbilanz und Output (vgl. Tabelle 4.15 mit Anmerkungen).

<sup>143</sup> In der Arbeitspapierversion arbeiten die Autoren mit exakten Random Walks. Dies führt jedoch teilweise zu abweichenden Ergebnissen (vgl. die in Abschnitt 5.1.1.4 angesprochene Sensitivität der Modellergebnisse gerade im Bereich 0.99 bis 1.00).

Tabelle 6.2

Momente der Modellvariablen bei vollständigen Märkten<sup>144</sup>

Statistik	Daten	Wert von $\sigma_{12}$			
		0.5	0.8	1.5	$\infty$
Std. Abw.					
$\hat{y}_{1t}$	1.6	1.47	1.56	1.62	1.70
$\frac{\hat{t}b_t - \bar{t}b}{\hat{y} - \bar{y}}$	1.1	0.27	0.74	0.57	0.47
Relative Std. Abw.					
$\hat{c}_t$	0.6	0.63	0.56	0.50	0.48
$\hat{p}_t$	2.2	1.02	0.77	0.50	
Korrelationen					
$\rho\left(\frac{\hat{t}b_t - \bar{t}b}{\hat{y} - \bar{y}}, \hat{y}_{1t}\right)$	-0.3	-0.28	-0.23	-0.32	-0.13
$\rho\left(\frac{\hat{t}b_t - \bar{t}b}{\hat{y} - \bar{y}}, \hat{p}_t\right)$	-0.3	-0.51	-0.36	-0.41	
$\rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t})$	0.4	0.40	0.26	0.13	-0.12
$\rho(\hat{c}_t, \hat{c}_t^*)$	0.2	0.02	0.19	0.46	0.94
$\rho(\hat{i}_t, \hat{i}_t^*)$	0.3	0.15	-0.40	-0.47	-0.70
$\rho(\hat{N}_t, \hat{N}_t^*)$	0.5	0.82	0.33	-0.17	-0.83

<sup>144</sup>Die Tabellen sind Arvanitis/Mikkola (1996) entnommen. Variablen wurden, soweit möglich, mit denen in dieser Arbeit verwendeten Symbolen bezeichnet.  $\hat{p}_t$  sind die zyklischen Terms of Trade, während  $\hat{c}_t, \hat{c}_t^*$  und  $\hat{i}_t, \hat{i}_t^*$  die Gesamtkonsum- und Gesamtinvestitionsströme darstellen. Die Momente erhalten die Autoren nach mehrmaliger Simulation der Entscheidungsregeln und nicht nach der im Anhang C beschriebenen exakten Methode. Die Standardabweichungen dieser Simulationen wurden hier weggelassen. Die Spalte "Daten" beinhaltet die Medianwerte von 10 OECD Ländern. Für Einzelheiten vgl. Arvanitis/Mikkola (1995).

Tabelle 6.3

## Momente der Modellvariablen bei unvollständigen Märkten

Statistik	Daten	Wert von $\sigma_{12}$			
		0.5	0.8	1.5	$\infty$
Std. Abw.					
$\hat{y}_{1t}$	1.6	1.49	1.57	1.54	1.45
$\frac{\hat{t}b_t}{y} - \frac{tb}{y}$	1.1	1.38	0.73	0.65	0.76
Relative Std. Abw.					
$\hat{c}_t$	0.6	0.56	0.54	0.57	0.67
$\hat{p}_t$	2.2	2.19	0.86	0.33	
Korrelationen					
$\rho\left(\frac{\hat{t}b_t}{y} - \frac{tb}{y}, \hat{y}_{1t}\right)$	-0.3	0.38	-0.18	-0.39	-0.41
$\rho\left(\frac{\hat{t}b_t}{y} - \frac{tb}{y}, \hat{p}_t\right)$	-0.3	0.56	-0.28	-0.49	
$\rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t})$	0.4	0.37	0.23	0.25	0.27
$\rho(\hat{c}_t, \hat{c}_t^*)$	0.2	0.29	0.24	0.22	0.22
$\rho(\hat{i}_t, \hat{i}_t^*)$	0.3	-0.12	-0.39	-0.40	-0.50
$\rho(\hat{N}_t, \hat{N}_t^*)$	0.5	0.40	0.23	0.30	0.27

Für große Substitutionselastizitäten (1.5 und  $\infty$ , wobei dieser Fall dem Ein-Gut-Modell entspricht) führt die Beschränkung des Handels auf Wertpapiere zu realistischeren Konsum- und Outputkorrelationen. Mit 0.22 bzw. 0.27 liegen sie nahe an den empirischen von 0.2 bzw. 0.4. Zudem kann das Modell eine positive Beschäftigungskorrelation (0.27 bei  $\sigma_{12} = \infty$ ) abbilden.

Ist die Substitutionselastizität gering (0.5 bzw. 0.8), so ist die Konsumkorrelation bei vollständigen Märkten niedriger als bei unvollständigen. Dieses Ergebnis weicht fundamental von dem des Grundmodells ab. Dort bewirkte die Beschränkung des Handels auf Wertpapiere gerade das Gegenteil: Die Konsumkorrelation sank auf -0.50 ab, während sie bei vollständigen Märkten bei eins verharrte (vgl. Tabelle 5.8 und 5.19). Darüber hinaus liegt selbst bei vollständigen Märkten die Konsumkorrelation unterhalb der Outputkorrelation, ein Ergebnis, das trotz größter Anstrengungen in einem Ein-Gut-Modell nicht erreicht werden kann (vgl. Kapitel 5). Bei unvollständigen Märkten kann dies nicht für  $\sigma_{12} = 0.8$  realisiert werden ( $\rho(\hat{c}_t, \hat{c}_t^*) = 0.24 > \rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t}) = 0.23$ ). Eine positive Beziehung zwischen den Investitionen ergibt sich nur bei vollständigen Märkten und einer Substitutionselastizität von 0.5. Allerdings sind dann die Konsumströme nahezu unkorreliert (0.02) und die Arbeitseinsätze zu hoch (0.82). Außerdem erreichen die Terms of Trade nicht die empirisch beobachtete relative Volatilität von 2.2. Diese kann nur bei unvollständigen Märkten mit diesem Wert von  $\sigma_{12}$  modelltheoretisch erklärt werden. Für den Fall ist jedoch die Handelsbilanz sowohl mit dem Output als auch mit den Terms of Trade entgegen der Empirie kontemporär positiv korreliert.

Bei geringem  $\sigma_{12}$  drehen sich die Effekte auf die Standardabweichungen von Konsum, Output und Investitionen um. Während in Kapitel 5 bei Unterstellung der Standardnutzenfunktion

beim Übergang von vollständigen zu unvollständigen Märkten die Variabilität des Konsums zunahm und die der Investitionen, der Handelsbilanz und des Outputs sank (vgl. Tabelle 5.7 und 5.18), tritt nun genau das Gegenteil ein.

Eine Verbesserung kann erzielt werden, wenn unterschiedliche Substitutionselastizitäten zwischen den Konsumgütern und den Kapitalstöcken unterstellt werden. Eine hohe Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischen Kapitalgütern generiert eine ausreichend variable Handelsbilanz, während eine niedrige Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischen Konsumgütern eine niedrige Korrelation der internationalen Konsumströme und stärker schwankende Terms of Trade hervorruft.<sup>145</sup>

Arvanitis/Mikkola (1995) zeigen, daß die positive Korrelation zwischen Terms of Trade und Handelsbilanz im Falle  $\sigma_{12} = 0.5$  für die Wertpapierökonomie auf die Anwendung des HP-Filters zurückzuführen ist. Die schon von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) hervorgehobene Abwesenheit einer *J*-Kurve in den USA und Kanada wird ebenfalls durch den HP-Filter hervorgerufen.<sup>146</sup> Die *J*-Kurve gibt dabei im Rahmen eines dynamischen stochastischen allgemeinen internationalen Gleichgewichtsmodells den Zusammenhang zwischen der Handelsbilanz und vergangenen sowie zukünftigen Bewegungen der Terms of Trade an. Danach ist die Handelsbilanz negativ mit zukünftigen Bewegungen der Terms of Trade und positiv mit vergangenen Bewegungen der Terms of Trade korreliert, wobei die kontemporäre Korrelation negativ ausfällt. Oder anders formuliert: Die Terms of Trade sind negativ mit vergangenen Werten und positiv mit zukünftigen Werten der Handelsbilanz korreliert. Bei der klassischen *J*-Kurve<sup>147</sup> wird argumentiert, daß eine Abwertung (in der Terminologie hier eine Verbesserung der Terms of Trade) zunächst mit einer Verschlechterung der Handelsbilanz einhergeht, weil die Importmenge kurzfristig konstant bleibt, so daß der Importwert zunimmt (daher die kontemporär negative Korrelation). In der Folge reagiert aber auch die Importmenge (geht zurück), so daß es zu einem Abbau des Defizits kommt. Das spricht für eine positive Korrelation der Terms of Trade mit der zukünftigen Handelsbilanz. Abbildung 6.1 zeigt die Kurve für die USA nach HP-Filterung und zeigt deutlich die positive kontemporäre Korrelation auf.

---

<sup>145</sup> Vgl. dazu die Tabelle 5 in Arvanitis/Mikkola (1995).

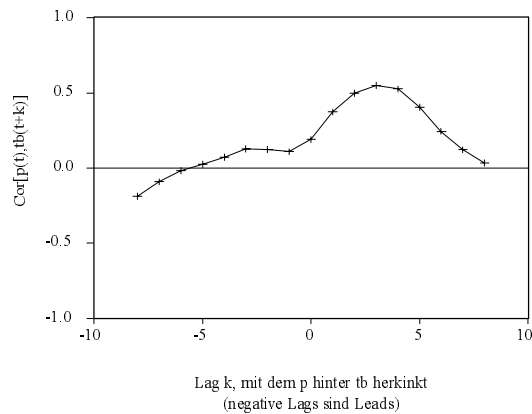
<sup>146</sup> Backus/Kehoe/Kydland (1994a) erhalten für die USA nur für den Zeitraum von 1950 bis 1971 eine *J*-Kurve, bei der aber die kontemporäre Korrelation auch positiv ist. Nach 1972 (Ende der Bretton-Woods-Ära) ergeben sich auch für zukünftige Bewegungen der Terms of Trade positive Korrelationen mit der Handelsbilanz. Für Kanada hingegen läßt sich auch für die getrennten Zeiträume keine *J*-Kurve ausmachen. Anstelle der Bezeichnung *J*-Kurve schlagen die Autoren auch den Namen *S*-Kurve vor.

<sup>147</sup> Vgl. dazu Siebert (1991), S. 240-242.



Abbildung 6.1

*J*-Kurve in den USA nach HP-Filterung 1957:1 - 1994:3<sup>148</sup>



Ähnlich sieht die *J*-Kurve des Modells mit geringer Substitutionselastizität bei unvollständigen Märkten aus, die sich aus den HP-gefilterten Prozessen ergibt.

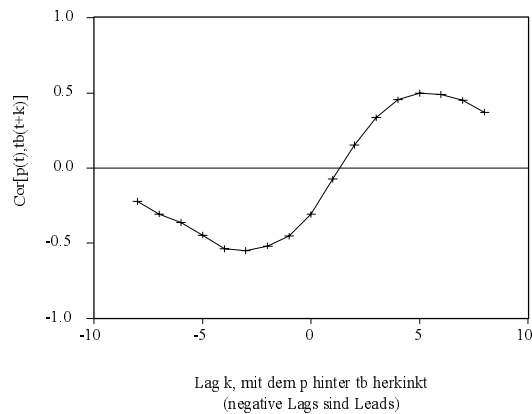
Wendet man jedoch den Baxter/King (1995)-Band-Pass-Filter (kurz BK-Filter) auf die Daten an, der nur Zyklen zwischen 5 und 16 Quartalen durchläßt, so existiert eine *J*-Kurve. Eine Anwendung des BK-Filters für Zyklen zwischen 17 und 40 Quartalen hingegen zeigt, daß für diese Periodizitäten keine *J*-Kurve existiert. Da der HP-Filter alle Zyklen bis zu einer Länge von 32 Quartalen (bei  $\varphi = 1600$ , vgl. Anhang E) durchläßt, dominieren die Schwankungen zwischen 17 und 32 Quartalen die mit höherer Frequenz, so daß die kontemporäre Korrelation der Handelsbilanz mit den Terms of Trade positiv wird. Der gleiche Effekt tritt im Modell auf. Abbildung 6.2 zeigt die typische Form der *J*-Kurve am Beispiel Japans.

---

<sup>148</sup> IFS-Daten 1957:1 bis 1994:3 der IMF-Daten auf CD-ROM: Reihen 11174..DZF... Export Prices; 11175..DZF... Import Prices; 11190C.CZF... Exports; 11198C.CZF... Imports; 11199B.CZF... Gross Domestic Product. Die Handelsbilanz entspricht den Nettoexporten im Verhältnis zum GDP. Die Terms of Trade ergeben sich als Verhältnis zwischen Importpreisindex und Exportpreisindex.

Abbildung 6.2

*J*-Kurve in Japan nach HP-Filterung 1957:1 - 1993:4<sup>149</sup>



Um geringere Konsumkorrelationen gegenüber den Outputkorrelationen zu erhalten, müssen Canova/Ubide (1998) auf das Konstrukt der Haushaltsproduktion zurückgreifen, während Stockman/Tesar (1995) Präferenzschocks und nichthandelbare Güter einführen. Diese beiden Erweiterungen werden nachfolgend kurz diskutiert.

### 6.1.3 Haushaltsproduktion

Das Modell von Canova/Ubide (1998) baut auf den Ansätzen von Benhabib/Rogerson/Wright (1991) und Greenwood/Rogerson/Wright (1993) für geschlossene Volkswirtschaften auf. Es erweitert den Beitrag von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) um Haushaltsproduktion. In geschlossenen Volkswirtschaften kann durch die Einführung eines Haushaltsproduktionssektors eine verbesserte Erklärung der Variabilität des Outputs, der relativen Volatilitäten von Konsum und Investitionen und der Korrelationen von Arbeitsstunden und Produktivität erreicht werden. Canova/Ubide (1998) untersuchen daher den Beitrag, den dieser zweite Sektor zur Erklärung der Schwankungen der Terms of Trade, der Rangfolge der internationalen Output- und Konsumkorrelationen sowie - insbesondere - des Vorzeichens und der Höhe der Korrelation zwischen den Investitionen leisten kann.

<sup>149</sup> IFS-Daten 1957:1 bis 1993:4 der IMF-Daten auf CD-ROM: Reihen 15874..DZF... Export Prices; 15875..DZF... Import Prices; 15890C.CZF... Exports; 15898C.CZF... Imports; 15899A.CZF... Gross National Product. Die Berechnung der Variablen erfolgt wie für die USA in Abbildung 6.1

Die Nutzenfunktionen der repräsentativen Individuen im In- und Ausland sind gegeben mit<sup>150</sup>

$$(6.14) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ \eta C_{Mt}^{-\mu} + (1-\eta) C_{Nt}^{-\mu} \right]^{-1/\mu} \right\}^{\theta} L_t^{1-\theta}}{1-\sigma} \right]^{1-\sigma} - 1$$

$$(6.15) \quad U^* = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ \eta (C_{Mt}^*)^{-\mu} + (1-\eta) (C_{Nt}^*)^{-\mu} \right]^{-1/\mu} \right\}^{\theta} (L_t^*)^{1-\theta}}{1-\sigma} \right]^{1-\sigma} - 1$$

Dabei bezeichnet  $C_{Mt}, C_{Nt}$  den Konsum des Markt-gutes und  $C_{Nt}, C_{Mt}^*$  den des Nichtmarkt-gutes (=Haushaltsgutes). Im Unterschied zu Arvanitis/Mikkola (1996) besteht keine Präferenz für das im eigenen Land hergestellte Gut, so daß die Koeffizienten  $\eta, (1-\eta)$  nicht symmetrisch sind. Die Gesamtzeit der repräsentativen Haushalte kann in der Summe nicht die auf eins normierte Gesamtzeit überschreiten:

$$(6.16) \quad L_t + N_{Mt} + N_{Nt} = 1$$

$$(6.17) \quad L_t^* + N_{Mt}^* + N_{Nt}^* = 1$$

$N_{Mt}, N_{Mt}^*$  ist die im Marktsektor geleistete Arbeitszeit, während  $N_{Nt}, N_{Nt}^*$  die geleisteten Stunden im Haushaltssektor mißt.

Jedes Land spezialisiert sich auf die Produktion eines Zwischenproduktes  $Y_t, Y_t^*$  und eines Endproduktes  $C_{Nt}, C_{Nt}^*$ . Das Zwischenprodukt wird im Marktsektor hergestellt, während das Endprodukt vom Haushalt direkt konsumiert wird:

$$(6.18) \quad Y_t = A_{Mt} K_{Mt}^{1-\alpha} (X_t N_{Mt})^{\alpha}$$

$$(6.19) \quad C_{Nt} = A_{Nt} K_{Nt}^{1-\zeta} (X_t N_{Nt})^{\zeta}$$

$$(6.20) \quad Y_t^* = A_{Mt}^* (K_{Mt}^*)^{1-\alpha} (X_t^* N_{Mt}^*)^{\alpha}$$

$$(6.21) \quad C_{Nt}^* = A_{Nt}^* (K_{Nt}^*)^{1-\zeta} (X_t^* N_{Nt}^*)^{\zeta}$$

---

<sup>150</sup> Die Notation wird aus Vergleichbarkeitsgründen an die von Arvanitis/Mikkola (1995, 1996) und die in dieser Arbeit gewählte angepaßt und entspricht daher nicht der im Originalaufsatz.

$A_{Mt}, A_{Mt}^*$  repräsentieren stationäre Produktivitätsschocks im Marktsektor, analog dazu  $A_{Nt}, A_{Nt}^*$  Technologieschocks im Haushaltssektor.  $K_{Mt}, K_{Mt}^*(K_{Nt}, K_{Nt}^*)$  sind die im Marktsektor (Haushaltssektor) eingesetzten Kapitalstöcke und  $X_t, X_t^*$  die bekannten arbeitsvermehrenden deterministischen technischen Fortschritte. Im Unterschied zu Arvanitis/Mikkola (1996) verwenden Canova/Ubide (1998) Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen anstelle der allgemeineren CES-Strukturen.

Die Zwischenprodukte können entweder im Inland verwendet oder exportiert werden.<sup>151</sup>

$$(6.22) \quad Y_t = Y_{1t} + Y_{2t}$$

$$(6.23) \quad Y_t^* = Y_{1t}^* + Y_{2t}^*$$

Der Stern gibt an, daß der Produktionsort im Ausland ist, während der Index 1 (2) besagt, daß ein Gut im Inland (Ausland) verbraucht wird.<sup>152</sup> Dies bedeutet, daß  $Y_{1t}$  die im Inland konsumierte Menge des inländischen Zwischenproduktes angibt, während  $Y_{2t}$  die entsprechende Exportmenge mißt.  $Y_{1t}^*$  sind dann die Importe des Inlands und gleichzeitig die Exporte des Auslands. Die Zwischenprodukte des in- und ausländischen Marktsektors können zur Produktion eines Endproduktes  $V_t, V_t^*$  in jedem Marktsektor kombiniert werden, das dann für Konsum und Investitionen verwendet werden kann.

$$(6.24) \quad V_t = \left( \omega_1 Y_{1t}^{-\vartheta} + \omega_2 (Y_{1t}^*)^{-\vartheta} \right)^{-1/\vartheta} = C_t + I_t \quad \text{mit} \quad C_t = \left( \eta C_{Mt}^{-\mu} + (1-\eta) C_{Nt}^{-\mu} \right)^{-1/\mu}$$

$$(6.25) \quad V_t^* = \left( \omega_1 Y_{2t}^{-\vartheta} + \omega_2 (Y_{2t}^*)^{-\vartheta} \right)^{-1/\vartheta} = C_t^* + I_t^* \quad \text{mit} \quad C_t^* = \left( \eta (C_{Mt}^*)^{-\mu} + (1-\eta) (C_{Nt}^*)^{-\mu} \right)^{-1/\mu}$$

Beide Verwendungen der Endprodukte haben somit eine inländische und eine ausländische Komponente. Die Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischen Zwischenprodukten beträgt  $1/(1+\vartheta)$ . Diese Art der Aggregation wurde erstmals von Armington (1969) vorgeschlagen und ist mittlerweile Standard in gleichgewichtigen Handelsmodellen. Backus/Kehoe/Kydland (1994a) sprechen deshalb vom Armington-Aggregator.  $\omega_1, \omega_2$  sind Parameter, die das Gewicht der jeweiligen in- und ausländischen Komponenten im Aggregator bestimmen.

Zwar werden nur im Marktsektor Investitionsgüter produziert, der Kapitalstock wird jedoch in beiden Sektoren zur Produktion eingesetzt:

---

<sup>151</sup> Es wird bereits hier unterstellt, daß die beiden Länder gleich groß sind, so daß die Landesgröße unerheblich wird und wegfällt.

<sup>152</sup> Man beachte diesen feinen Unterschied zu Arvanitis/Mikkola (1996).

$$(6.26) \quad K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t$$

$$(6.27) \quad K_{t+1}^* = (1 - \delta)K_t^* + I_t^*$$

wobei  $K_t = K_{Mt} + K_{Nt}$ ,  $K_t^* = K_{Mt}^* + K_{Nt}^*$ . Im Unterschied zu den Ein-Gut-Modellen und zu Arvanitis/Mikkola (1996) benötigen die Autoren keine Anpassungskosten der Investitionen, um deren Schwankungen nicht zu groß werden zu lassen. Aufgrund zweier Sektoren in jedem Land kommt es nicht zu übermäßig starken Kapitalflüssen als Reaktion auf einen Technologieschock im Marktsektor. Schließlich verzichten sie auch auf den time-to-build-Baustein der Investitionen von Backus/Kehoe/Kydland (1994a) aufgrund eines nur geringen Beitrages zur Modelldynamik.

Die temporären Technologieschocks  $\begin{bmatrix} A_{Nt} & A_{Nt}^* & A_{Mt} & A_{Mt}^* \end{bmatrix}'$  folgen einem VAR (1)-Modell, das viele verschiedene Szenarien (von der Unkorreliertheit bis hin zu Spillovers und kontemporär korrelierten Störgrößen) zuläßt, die von den Autoren auch untersucht werden.

Die aggregierte Ressourcenbedingung in dieser Ökonomie lautet dann:

$$(6.28) \quad V_t + V_t^* = C_t + I_t + C_t^* + I_t^*$$

Man kann zeigen, daß die Terms of Trade der Grenzrate der Transformation zwischen den beiden im Inland zur Produktion des Endproduktes eingesetzten Zwischenprodukten, bewertet mit den gleichgewichtigen Mengen, entsprechen.

$$(6.29) \quad P_t = \frac{\partial V_t / \partial Y_{1t}^*}{\partial V_t / \partial Y_{1t}} = \frac{\omega_2 (Y_{1t}^*)^{-\theta}}{\omega_1 Y_{1t}^{-\theta}}$$

$Y_{1t}^*/Y_{1t}$  ist dabei das Importverhältnis des Inlandes.

Zu kalibrierende Parameter sind zum einen die in der Nutzenfunktion auftretenden Größen  $\eta, \theta, \sigma$  und  $\mu$ .  $\eta$  und  $\theta$  werden so gewählt, daß der Anteil der im Marktsektor gearbeiteten Stunden gleich 0.33 ist und der Anteil der im Haushalt gearbeiteten bei 0.25 liegt. Dies bedeutet  $\eta = 0.35$ ,  $\theta = 0.63$ . Sensitivitätsanalysen werden für den Anteil der im Haushaltssektor gearbeiteten Stunden im Intervall  $[0.0, 0.36]$  mit entsprechend modifizierten  $\eta$ - und  $\theta$ -Werten durchgeführt.  $\sigma$  erhält den Wert eins, so daß die logarithmisch lineare Nutzenfunktion zugrunde gelegt wird. Über den Wert von  $\mu$ , der die Substitutionselastizität zwischen dem Konsum des Haushaltsgutes und dem des Marktsgutes angibt, gibt es die unterschiedlichsten Schätzungen. Er ist formal mit der Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischem Konsumgut in Arvanitis/Mikkola (1996) vergleichbar. Je näher  $\mu$  an null liegt, desto geringer ist der Beitrag des Haushaltsproduktionssektors zu Schwankungen im Marktsektor. Für  $\mu = 1$  sind beide Konsumgüter perfekte Substitute. Canova/Ubide arbeiten mit verschiedenen Werten im Intervall  $[0.0, -1.0]$ , wobei sie im Referenzmodell -0.8 wählen.

Zum anderen müssen die Parameter der Produktionsfunktionen und des Armington-Aggregators kalibriert werden. Die Lohnquote  $\alpha$  wird auf 0.64 gesetzt, während der Anteil des Kapitals in der Haushaltsproduktion  $1-\zeta$  gleich 0.08 gewählt wird. Dies impliziert einen Anteil von 0.2631 des Konsums von Haushaltsgütern am Gesamtoutput, was im Rahmen von Ergebnissen empirischer Studien liegt.  $\omega_1, \omega_2$  lassen sich unter Festlegung der Importquote bestimmen (vgl. Backus/Kehoe/Kydland (1994a), S. 92). Empirisch variieren die Importquoten stark mit der Tendenz, in großen Ländern geringer als in kleinen zu sein. Im Referenzfall wählen Canova/Ubide einen Wert von 0.225 und testen die Sensitivität für das Intervall [0.0,0.5]. Für die Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischen Zwischenprodukten ziehen sie den Wert von 1.5 heran und experimentieren mit Werten zwischen null und fünf.

Schließlich muß das VAR-System für die technologischen Schocks kalibriert werden. Aufgrund der in kaum einem Land vorhandenen Daten über die Haushaltsproduktion kann eine direkte Schätzung nicht vorgenommen werden. Die Autoren betrachten daher drei verschiedene artifizielle Szenarien: inländisch korrelierte, sektoral unkorrelierte Störgrößen ohne Spillovers (S1), inländisch und sektoral korrelierte Störgrößen ohne Spillovers (S2), inländisch und sektoral korrelierte Störgrößen mit Spillovers (S3), wobei die Spillovers nur zwischen den beiden Marktsektoren auftreten und nicht zwischen den Haushaltssektoren.<sup>153</sup> Zusätzlich untersuchen die Autoren den isolierten Erklärungsgehalt der einzelnen Schocks: nur Schocks auf die Produktion der Marktgüter (Variante 1), nur Schocks auf die Produktion der Haushaltsgüter (Variante 2), Schocks auf die Produktion beider Güter (Variante 3). Darüber hinaus führen sie die oben angedeuteten umfangreichen Sensitivitätsanalysen durch. Schließlich analysieren sie die modelltheoretisch relevanten Aggregate empirisch für die USA und die Europäische Union mit OECD-Daten im Zeitraum 1970:1 bis 1993:4. Diese empirischen Ergebnisse zusammen mit denen für die Variante 3 sind in Tabelle 6.4 zusammengefaßt.

---

<sup>153</sup> Für die genaue Form dieser Matrizen vgl. den Anhang von Canova/Ubide (1998).

Tabelle 6.4

Momente der Modellvariablen im Canova/Ubide (1998)-Modell<sup>154</sup>

Statistik	Daten		Variante 3: beide Schocks		
	USA	EU	S1	S2	S3
Std. Abw.					
$\hat{y}_t$	1.75	1.54	1.78	1.81	1.99
Rel. Std. Abw.					
$\hat{c}_{Mt}$	0.74	0.73	0.63	0.63	0.66
$\hat{i}_t$	3.32	2.21	3.56	3.08	2.93
$\hat{N}_{Mt}$	0.93	0.55	0.75	0.77	0.74
$\hat{p}_t$	3.32	5.56	0.24	0.16	0.10
$\frac{tb_t}{y_t} - \frac{tb}{y}$	0.50	0.48	0.86	0.70	0.64
Korrelationen					
$\rho\left(\frac{tb_t}{y_t} - \frac{tb}{y}, \hat{y}_t\right)$	-0.47	-0.18	-0.43	-0.33	-0.32
$\rho\left(\frac{tb_t}{y_t} - \frac{tb}{y}, \hat{p}_t\right)$	0.17	-0.36	-0.19	-0.12	-0.15
$\rho(\hat{y}_t, \hat{y}_t^*)$	0.62		0.52	0.74	0.78
$\rho(\hat{c}_{Mt}, \hat{c}_{Mt}^*)$	0.53		0.16	0.56	0.72
$\rho(\hat{i}_t, \hat{i}_t^*)$	0.45		-0.11	0.23	0.27
$\rho(\hat{N}_{Mt}, \hat{N}_{Mt}^*)$	0.45		0.44	0.70	0.80

Die Ergebnisse für die Variante 1 und 2 werden nicht referiert, da sie schlechter ausfallen als die für Variante 3, in der beide Schocks auftreten. Die Volatilität des Outputs fällt im Modell etwas zu hoch aus. Der Konsum schwankt hingegen zu wenig, vielmehr aber noch die Terms of Trade, die die geringste Variabilität bei korrelierten Störgrößen mit Spillovers erreichen. Die im Marktsektor gearbeiteten Stunden fluktuieren verglichen mit den USA zu schwach, verglichen mit der EU hingegen zu stark. Das gleiche gilt für die Investitionen. Die Handelsbilanz schneidet für S3 am besten ab, gemessen an ihrer Schwankungsintensität. Sie zeigt sich ebenfalls negativ mit dem Output korreliert. Auch die Terms of Trade sind negativ mit der Handelsbilanz korreliert. In den USA beobachtet man wieder eine positive kontemporäre Korrelation, die durch den HP-Filter bedingt ist (vgl. die Diskussion in Abschnitt 6.1.2 zur *J*-Kurve).

Die größte Verbesserung gegenüber den anderen Varianten kann für die internationale Investitionskorrelation erzielt werden. In S2 und S3 ist sie positiv und liegt mit 0.23 bzw. 0.27 relativ nahe am empirischen Wert von 0.45. Treten in beiden Sektoren Schocks im Inland auf, so wird

<sup>154</sup> Im Hinblick auf die Standardabweichung der Handelsbilanz besteht zumindest für die empirischen Angaben ein Widerspruch zur Arbeitspapierversion (Canova/Ubide (1995)). Dort werden die Werte von 0.50 und 0.48 als absolute Standardabweichungen angegeben (vgl. Tabelle 1 S. 31). Auch in bezug auf die theoretischen Momente erscheint die Angabe als relative Standardabweichung ungewöhnlich, da die Berechnung der zyklischen Handelsbilanz von der der anderen Aggregate abweicht.

der anfängliche Anstieg der Arbeitsstunden und des Outputs im Marktsektor durch Schocks im Marktsektor gedämpft durch die im Haushaltssektor auftretenden Schocks. Im Ausland übersteigt der Anstieg des Outputs und der Arbeitsstunden im Marktsektor (aufgrund der Störungen im inländischen Haushaltssektor) den durch die inländischen Schocks im Marktsektor ausgelösten Rückgang, so daß die Beschäftigung und der Output im In- und Ausland parallel laufen. Durch die Existenz des Haushaltssektors kommt es auch zu einem Anstieg der Investitionen im Inland, aber zu einem schwächer ausgeprägten Rückgang im Ausland, da die relativen Änderungen der Produktivitäten im Marktsektor zwischen den Ländern geringer ausfallen. Nach einigen Perioden der Anpassung konvergieren daher die Pfade der Investitionen in beiden Ländern von oben gegen ihren neuen Steady State, so daß positive Investitionskorrelationen resultieren. Dazu müssen aber auch die Störgrößen zwischen den Sektoren korreliert sein (S2 und S3).

Insgesamt kann damit aber immer noch nicht die Rangfolge der internationalen Korrelationen exakt abgebildet werden, da die Beschäftigungen zu stark und die Investitionen noch zu schwach korreliert sind. Sensitivitätsanalysen im Hinblick auf Asymmetrien in den technologischen Schocks, Änderungen in den Haushaltssektorparametern, den Parametern der technologischen Prozesse sowie der Importquote und der Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischen Zwischenprodukten können die Variabilität der Terms of Trade bis auf maximal ein Zehntel der tatsächlichen erhöhen. Canova/Ubide versprechen sich durch die Einführung zusätzlicher Schocks (wie beispielsweise nominaler Störungen) oder durch unvollständige Konkurrenz (national oder international) eine weitere Verbesserung der Modellergebnisse. Wie jedoch in Abschnitt 6.1.1 gesehen, kann unvollständige Konkurrenz auf den Gütermärkten nicht die Erwartungen im Hinblick auf die Terms of Trade erfüllen (Ubide (1996)). Stockman/Tesar (1995) erreichen diesbezüglich bessere Ergebnisse, wie im nächsten Abschnitt kurz skizziert wird.

#### **6.1.4 Nichthandelbare Güter**

Empirische Analysen zeigen, daß nichthandelbare Güter etwa die Hälfte des Outputs in jedem Land ausmachen. Der Anteil von nichthandelbaren Gütern am privaten Gesamtkonsum schwankt zwischen 20 % und 50 %, abhängig von der Klassifizierung der handelbaren und nichthandelbaren Güter. Stockman/Tesar (1995) rechnen die folgenden Sektoren/Wirtschaftsbereiche zu denen, die nichthandelbare Güter herstellen: Elektrizität, Gas, Wasser, Bauindustrie, Finanzbereich, Versicherungen, Immobilien, private und öffentliche Dienstleistungen. Den Konsum nichthandelbarer Güter identifizieren sie mit den Dienstleistungen. Diese Zahlen machen die Bedeutung nichthandelbarer Güter in einer Volkswirtschaft klar, so daß eine modelltheoretische Berücksichtigung auf der Hand liegt. Im folgenden wird dieser Ansatz näher erläutert, ohne jedoch auf die spezifischen Konjunkturmuster handelbarer und



nichthandelbarer Güter einzugehen. Im Mittelpunkt soll die Analyse dieses Bausteins im Hinblick auf die Erklärung der internationalen Korrelationen sowie Variabilitäten stehen.

Die Nutzenfunktionen der repräsentativen Haushalte in jedem Land hängen neben dem Konsum der handelbaren Güter von der Menge des nichthandelbaren Gutes ab.<sup>155</sup>

$$(6.30) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ \left( Z_{1t} (C_{1t}^T)^\eta (C_{2t}^T)^{1-\eta} \right)^{-\mu} + (Z_{2t} C_t^{NT})^{-\mu} \right]^{-1/\mu} \right\}^{1-\sigma} L_t^\theta}{1-\sigma} \right]$$

$$(6.31) \quad U^* = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ \left( Z_{1t}^* (C_{1t}^{T*})^\eta (C_{2t}^{T*})^{1-\eta} \right)^{-\mu} + (Z_{2t}^* C_t^{NT*})^{-\mu} \right]^{-1/\mu} \right\}^{1-\sigma} (L_t^*)^\theta}{1-\sigma} \right]$$

Das Superskript  $T$  kennzeichnet handelbare Güter (Tradables), während  $NT$  für die nichthandelbaren Güter (Nontradables) steht. Jeder Haushalt zieht Nutzen aus dem Konsum inländischer (Index 1) und ausländischer (Index 2) Handelsgüter  $C_{1t}^T, C_{1t}^{T*}, C_{2t}^T, C_{2t}^{T*}$  und aus nichthandelbaren Gütern  $C_t^{NT}, C_t^{NT*}$ . Die relative Gewichtung der gehandelten Güter bestimmt der Parameter  $\eta$ , die Substitutionselastizität zwischen dem zusammengesetzten Handelsgut (Cobb-Douglas-Funktion) und  $C_t^{NT}, C_t^{NT*}$  wird von  $\mu$  determiniert. Auf die Nutzenfunktionen wirken Präferenzschocks  $Z_{1t}, Z_{2t}, Z_{1t}^*, Z_{2t}^*$  in multiplikativer Form. Man beachte, daß die Freizeit und das Gesamtkonsumgut (in der geschweiften Klammer) nicht mit den Gewichten  $1-\theta, \theta$  versehen werden und daß nicht "1" subtrahiert wird (vgl. dazu den Anhang A.2.2, Gleichung (A.35) und die Anmerkung zu (2.71) in Abschnitt 2.3). Im Prinzip handelt es sich hier um eine Erweiterung des Ansatzes von Arvanitis/Mikkola (1996) um nichthandelbare Güter.

Die gearbeiteten Stunden zur Produktion der beiden Güter und die Freizeit dürfen die auf eins normierte Gesamtzeit nicht übersteigen.

$$(6.32) \quad N_t^T + N_t^{NT} + L_t = 1$$

$$(6.33) \quad N_t^{T*} + N_t^{NT*} + L_t^* = 1$$

Jedes Land produziert zwei Güter mittels Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen,

---

<sup>155</sup> Wie bei Canova/Ubide (1998) stimmt die hier verwendete Notation nicht mit der des Originalaufsatzes überein.

$$(6.34) \quad Y_t^T = A_t^T (K_t^T)^{1-\alpha^T} (X_t N_t^T)^{\alpha^T}$$

$$(6.35) \quad Y_t^{NT} = A_t^{NT} (K_t^{NT})^{1-\alpha^{NT}} (X_t N_t^{NT})^{\alpha^{NT}}$$

$$(6.36) \quad Y_t^{T*} = A_t^{T*} (K_t^{T*})^{1-\alpha^T} (X_t^* N_t^{T*})^{\alpha^T}$$

$$(6.37) \quad Y_t^{NT*} = A_t^{NT*} (K_t^{NT*})^{1-\alpha^{NT}} (X_t^* N_t^{NT*})^{\alpha^{NT}}$$

wobei  $\alpha^T$  ( $\alpha^{NT}$ ) die Lohnquote im Sektor der handelbaren (nichthandelbaren) Güter darstellt. Die Ökonomie wächst wie zuvor mit einer konstanten Rate  $\gamma$  durch den arbeitsvermehreren technischen Fortschritt  $X_t, X_t^*$ .<sup>156</sup>

Die Kapitalstöcke sind sektorspezifisch und entwickeln sich gemäß

$$(6.38) \quad K_{t+1}^T = (1-\delta)K_t^T + I_t^T$$

$$(6.39) \quad K_{t+1}^{NT} = (1-\delta)K_t^{NT} + I_t^{NT}$$

und analog für das Ausland. Wie Canova/Ubide (1998) benötigen Stockman/Tesar keine Anpassungskostenfunktion der Investitionen, was vermutlich auf die Zweisektorenstruktur zurückzuführen ist. Im Gleichgewicht muß der Gesamtoutput der handelbaren Güter dem Gesamtkonsum dieses Gutes und den inländischen Investitionen entsprechen. Hingegen muß der Output jedes nichthandelbaren Gutes dem inländischen Konsum und den inländischen Investitionen dieses Gutes gleich sein.

$$(6.40) \quad Y_t^T = C_{1t}^T + C_{1t}^{T*} + I_t^T$$

$$(6.41) \quad Y_t^{T*} = C_{2t}^T + C_{2t}^{T*} + I_t^{T*}$$

$$(6.42) \quad Y_t^{NT} = C_t^{NT} + I_t^{NT}$$

$$(6.43) \quad Y_t^{NT*} = C_t^{NT*} + I_t^{NT*}$$

Die Finanzmärkte sind vollständig, so daß Handel in jedem Vermögenstitel möglich ist.

Entgegen der Vorgehensweise von Canova/Ubide (1998) schätzen Stockman/Tesar (1995) ein VAR (1)-Modell für die Technologieschocks  $[A_t^T \quad A_t^{NT} \quad A_t^{T*} \quad A_t^{NT*}]$  aus sektoralen Daten

---

<sup>156</sup> Im Originalaufsatz wird das Modell direkt in um den Trend von  $X_t, X_t^*$  bereinigten Größen aufgeschrieben.

der OECD International Sectoral Data Base für einen Durchschnitt der Länder USA, Deutschland, Kanada, Italien und Japan.<sup>157</sup> Ansonsten führen sie keine weiteren Sensitivitätsanalysen durch.

Die Modellparameter werden von den Autoren (entgegen den meisten anderen Ansätzen) für Jahresdaten kalibriert. Sie erhalten eine durchschnittliche Wachstumsrate der Outputs  $\gamma$  von 2.73 % pro Jahr im Zeitraum 1970 bis 1985. Die Abschreibungsrate  $\delta$  beträgt 0.10, während die Lohnquoten in den Sektoren gleich den durchschnittlichen Werten in den G7-Ländern gesetzt werden:  $\alpha^T = 0.61$ ,  $\alpha^{NT} = 0.56$ . Die Steady-State-Outputs in den beiden Sektoren werden gleichgesetzt, um der Beobachtung, daß ca. 50 % des Outputs eines Landes nichthandelbare Güter sind, gerecht zu werden.<sup>158</sup> Dies impliziert, daß 52.1 % der Arbeitszeit im Sektor der handelbaren Güter und 47.9 % im Sektor der nichthandelbaren Güter eingesetzt wird.

Der Risikoaversionsparameter  $\sigma$  (im Hinblick auf den Konsum) erhält den Wert zwei, während  $\theta = -3.175$ . Für die Substitutionselastizität zwischen handelbaren und nichthandelbaren Gütern  $1/(1 + \mu)$  schätzen die Autoren einen Wert von 0.44, welcher leicht unterhalb des Referenzwertes von Canova/Ubide (1998) für die Substitutionselastizität von Markt- und Haushaltsgut und stark unterhalb des Wertes von Arvanitis/Mikkola (1996) für die Substitutionselastizität zwischen in- und ausländischem Konsumgut von 1.5 (minimaler Wert 0.5) liegt. Der Gewichtungsfaktor  $\eta$  beträgt 0.5 und impliziert, daß jedes Land ein zusammengesetztes gehandeltes Gut konsumiert, das sich zu gleichen Teilen aus in- und ausländischen Gütern zusammensetzt. Der Diskontierungsfaktor  $\beta$  wird mit 0.96 angesetzt, und beide Länder sollen die gleiche Größe aufweisen.

Die Schätzung der Autokorrelationsmatrix der technologischen Schocks ergibt eine stärkere Persistenz der nichthandelbaren Güter (0.632 vs. 0.154). Außerdem können wechselseitig negative Einflüsse von Schocks im Sektor der handelbaren Güter auf Schocks im Sektor der nichthandelbaren Güter auftreten. Die Varianz der Störgrößen beträgt bei den gehandelten Gütern das Doppelte der Varianz der nichtgehandelten Güter.<sup>159</sup> Die Korrelation der Störungen zwischen den Handelssektoren liegt bei 0.33, während die der Nichthandelssektoren nur 0.14 beträgt. Die landesspezifischen Korrelationen der Störungen zwischen den beiden Sektoren übersteigen diese Werte mit 0.46 deutlich.

---

<sup>157</sup> In der Arbeitspapierversion berechnen sie die Modellimplikationen auch für die Wachstumsraten der Aggregate.

<sup>158</sup> Genau genommen werden die Werte der beiden Outputs gleichgesetzt:  $P^{NT}Y^{NT} = P^TY^T$ .

<sup>159</sup> Die Bezeichnungen handelbare und gehandelte Güter sowie nichthandelbare und nichtgehandelte Güter werden synonym verwendet.

Die Präferenzschocks können naturgemäß nicht mit empirischen Schätzungen kalibriert werden. Statt dessen spielen Stockman/Tesar verschiedene artifizielle Szenarien durch. Im Hinblick auf eine Abbildung der Konsumkorrelationen (sowohl zwischen handelbaren als auch nichthandelbaren Gütern) erreichen sie die besten Ergebnisse, wenn die Standardabweichung von  $Z_{1t}, Z_{1t}^*$  1.63 % beträgt und die von  $Z_{2t}, Z_{2t}^*$  gleich null ist. Die Autokorrelation der Präferenzschocks entspricht der der Schocks im Sektor der handelbaren Güter (0.154).

In Tabelle 6.5 werden die wichtigsten Ergebnisse für die Momente der Modellvariablen zusammengefaßt.

Tabelle 6.5  
Momente der Modellvariablen im Stockman/Tesar (1995)-Modell<sup>160</sup>

Statistik	Daten	nur Technologieschocks	Technologie- + Präferenzschocks
Std. Abw.			
$\hat{y}_t$	2.53	2.58	2.59
Rel. Std. Abw.			
$\hat{c}_t$	0.63	0.60	0.63
$\hat{i}_t$	2.19	2.26	2.30
$\hat{N}_t$	0.64	0.74	0.74
$\hat{p}_t$	2.24	0.79	0.82
$t\hat{b}_t$	2.62	0.17	0.90
Korrelationen			
$\rho(t\hat{b}_t, \hat{y}_t)$	-0.47	-0.42	-0.05
$\rho(\hat{y}_t, \hat{y}_t^*)$	0.64	0.64	0.63
$\rho(\hat{c}_t, \hat{c}_t^*)$	0.53	0.78	0.68

Bezüglich der Standardabweichungen der inländischen Aggregate schneiden beide Modellvarianten gleich gut ab. Die Outputvariabilität kann gut abgebildet werden, ebenso die des Konsums. Die Investitionen und der Arbeitseinsatz schwanken etwas zu stark. Die Terms of Trade und die Handelsbilanz hingegen fluktuieren in beiden Varianten viel zu schwach. Allerdings kann durch die Präferenzschocks zumindest die Variabilität der Handelsbilanz etwas näher an den empirischen Wert von 2.62 % herangeführt werden. Gegenüber den Ergebnissen von

<sup>160</sup> Die Angaben in der Spalte "Daten" sind Durchschnittswerte über verschiedene G7-Länder hinweg. Die Zahl der einbezogenen Länder schwankt bedingt durch die Verfügbarkeit der jeweiligen Zeitreihen. Es werden nur die Momente für die aggregierten Variablen angegeben. Die Handelsbilanz berechnen die Autoren in Abweichung zur Literatur als HP-gefilterte Exporte minus HP-gefilterte Importe. Wenn nötig, werden absolute in relative Standardabweichungen umgerechnet. Für Einzelheiten siehe die Tabelle 6 in Stockman/Tesar (1995), S. 180.

Canova/Ubide (1998) gelingt aber immerhin eine fast 37prozentige Erklärung der Terms-of-Trade-Schwankungen. Gleichzeitig verschlechtert sich jedoch die Abbildung der Handelsbilanzvolatilität dramatisch, die bei Canova/Ubide sogar zu hoch liegt.

Bei den internationalen Korrelationen kann das Modell exakt die Outputkorrelation abbilden. Die Konsumkorrelationen bleiben jedoch zu hoch und vor allem größer als die der Outputs, entgegen dem empirischen Befund. In diesem Sinne schneidet das Modell wesentlich schlechter als das von Canova/Ubide (1998) ab. Angaben über die internationalen Investitions- und Beschäftigungskorrelationen machen Stockman/Tesar nicht, so daß eine Gesamtbeurteilung im Hinblick auf den internationalen Konjunkturzyklus nicht möglich ist.

Eine Verschlechterung der Ergebnisse kann bei der Korrelation der Handelsbilanz mit dem Output festgestellt werden. Diese steigt bei Nachfragestörungen in Form von Präferenzschocks auf -0.05 an. Die Autoren vermuten, daß dies darauf zurückzuführen ist, daß jedes Land nur den im eigenen Land akkumulierten Kapitalstock in der Produktion verwendet. Eine Aufgabe dieser Annahme würde bewirken, daß ein positiver Technologieschock im Inland zu steigenden importierten Investitionen führt, was eine erhöhte Antizyklizität der Handelsbilanz hervorrufen würde (siehe die beiden nächsten Absätze). Eine Verbesserung der Konsumkorrelationen und der Volatilität der Handelsvariablen kann aber nur durch eine Form von Nachfragestörungen erreicht werden. Stockman/Tesar halten weitere exogene Nachfragestörungen und die Einbindung einer feineren Modellstruktur für den Wechselkurs für wichtige Bausteine, die die Modelle näher an die Empirie führen könnten.

Ravn (1991) betrachtet ebenfalls eine Ökonomie mit handelbaren und nichthandelbaren Gütern. Die Produktionsfunktionen werden zusammen mit den Kapitalakkumulationsgleichungen so gewählt, daß wie im Long/Plosser (1983)-Modell eine exakte geschlossene Lösung des Modells ermittelt werden kann. Dazu müssen die Abschreibungsraten gleich eins und die Nutzenfunktionen additiv separabel sein. Dynamik entsteht dann durch ein Lag in der Produktion der Güter in beiden Sektoren. Weiter nimmt Ravn an, daß der Output des Sektors der nichthandelbaren Güter nur als Input im Sektor der handelbaren Güter des Inlands eingesetzt werden kann, während der Output der handelbaren Güter in allen Ländern in allen Sektoren verwendet wird. Damit verallgemeinert er die Produktionsstruktur in (6.34) bis (6.37) wesentlich und trägt der empirischen Beobachtung Rechnung, daß der Einsatz von ausländischen Gütern in der Produktion inländischer Güter beträchtlich ist. Die exakte Lösung des Modells zeigt, daß die Konsumströme nicht perfekt zwischen den Ländern korreliert sind, wobei dies nur auf die Existenz der nichthandelbaren Güter zurückzuführen ist. Die Inputverflechtungen hingegen sind - wie im Modell von Long/Plosser (1983) - für die Ausbreitung der Konjunkturzyklen aufgrund von technologischen Schocks verantwortlich. Quantitative Angaben enthält der Beitrag von Ravn (1991) aufgrund der zu einfachen Struktur nicht.

Das trifft nicht auf die Arbeit von Ravn (1992b) zu. Hier versucht Ravn, die Konjunkturen im Vereinigten Königreich - entgegen dem etwas irreführenden Titel des Beitrages - mit einem Zwei-Länder-Zwei-Sektoren-Modell abzubilden. Der Landesgröße wird durch Variation des Parameters  $\pi$  (vgl. (5.9)) Rechnung getragen. Die Arbeit kann als eine Erweiterung des Ansatzes von Stockman/Tesar (1995) verstanden werden. Denn neben den Konsumverflechtungen bestehen zusätzlich Investitionsverflechtungen zwischen Großbritannien und dem Rest der Welt (Ausland). Das wird durch eine spezifische Form von Anpassungskosten der Investitionen erreicht, die zu folgender Modifikation der Produktionsfunktionen führen:

$$(6.44) \quad Y_t^T = A_t^T (K_t^T)^{1-\alpha^T} (X_t N_t^T)^{\alpha^T} - \frac{\chi}{2} (I_t^T - \delta K_t^T)^2$$

$$(6.45) \quad Y_t^{NT} = A_t^{NT} (K_t^{NT})^{1-\alpha^{NT}} (X_t N_t^{NT})^{\alpha^{NT}} - \frac{\chi}{2} (I_t^{NT} - \delta K_t^{NT})^2$$

Dabei ist  $\chi > 0$  der Anpassungskostenparameter. Zusätzlich ändert sich die Ressourcenbedingung für die handelbaren Güter:

$$(6.46) \quad \pi(Y_t^T - C_t^T - I_t^T) + (1-\pi)(Y_t^{T*} - C_t^{T*} - I_t^{T*}) = 0$$

An (6.46) wird in Verbindung mit (6.44) die internationale Mobilität der Investitionen im Sektor des handelbaren Gutes deutlich. Die Bedingungen (6.42) und (6.43) lauten nun:

$$(6.47) \quad \pi(Y_t^{NT} - C_t^{NT} - I_t^{NT} - G_t) = 0$$

$$(6.48) \quad (1-\pi)(Y_t^{NT*} - C_t^{NT*} - I_t^{NT*} - G_t^*) = 0$$

Zusätzlich gibt es bei Ravn (1992b) einen Staatssektor  $(G_t, G_t^*)$ , wobei staatlicher Konsum wie in (5.107) gegen privaten substituiert werden kann und aufgrund der Stochastik wie Präferenzschocks wirkt. Im Unterschied zu Stockman/Tesar (1995) und Ravn (1991) gibt es aber nur drei verschiedene Güter: ein handelbares Gut (das in den Mengen  $Y_t^T, Y_t^{T*}$  produziert wird) und zwei nichthandelbare Güter  $Y_t^{NT}, Y_t^{NT*}$ . Die Nutzenfunktion ist eine Erweiterung der Standardnutzenfunktion auf drei Güter und hat im Inland die nachstehende Form:

$$(6.49) \quad U = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ (C_t^T + \zeta G_t)^{\theta^T} (C_t^{NT})^{\theta^{NT}} L_t^{1-\theta^T-\theta^{NT}} \right\}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right]$$

Die resultierende Korrelation der aggregierten Konsumströme fällt für den asymmetrischen Fall mit  $\pi = 0.05$  sogar geringer als in der Empirie aus (0.25). Die Korrelation der aggregierten Outputs bleibt mit 0.19 zu gering. Die Variabilität der Nettoexporte liegt sogar im Modell hö-

her als in den Daten. Dies hängt jedoch zum großen Teil mit der Variation der Landesgröße zusammen (vgl. dazu auch den Abschnitt 6.2.3). Wenn beide Länder gleich groß sind, kann nur ca. 60 % der Volatilität der Handelsbilanz abgebildet werden. Die Korrelation von Handelsbilanz und Output beträgt im asymmetrischen Fall  $-0.16$  und bleibt nahezu unbeeinflusst von der Landesgröße. Zumindest für diese Korrelation kann (neben der Konsumbeziehung) bei Ravn (1992b) gegenüber Stockman/Tesar eine Verbesserung erzielt werden.

## **6.2 Mehrländermodelle**

### **6.2.1 Überblick**

In allen bisher betrachteten Modellen wurden immer nur zwei etwa gleich große Länder oder Regionen betrachtet. Stockman/Tesar (1995) gehen einen kleinen Schritt weiter, indem sie bei der Kalibrierung ihres Zwei-Länder-Modells mit durchschnittlichen Werten über verschiedene Länder arbeiten. Gemeinsam ist jedoch all diesen Beiträgen, daß sie von einer Symmetrie der betrachteten Länder ausgehen.<sup>161</sup> In jüngster Zeit finden sich in der Literatur internationaler realer Konjunkturmodelle zunehmend Arbeiten, die spezielle Modelle für verschiedene Länder oder Regionen analysieren. Vom Grundansatz her erlauben diese Modelle Asymmetrien zwischen den untersuchten Ländern. Sie unterscheiden sich jedoch vom Grad der zugelassenen Verschiedenheit. Vielfach werden die schon aus den Zwei-Länder-Modellen bekannten Erweiterungen in diesen Ansätzen fortgeschrieben, weiterentwickelt und mit anderen zusammengefaßt. Ein kurzer Überblick soll in diesem Abschnitt gegeben werden, während in den darauf folgenden drei Abschnitten an drei Beispielen die Bandbreite der Ansätze aufgezeigt werden soll.

Kouparitsas (1996a) erweitert den Ansatz von Arvanitis/Mikkola (1996) auf drei Sektoren und zwei Regionen: den Norden und den Süden. Der Norden ist dabei ein Aggregat aus 23 industrialisierten Ländern der Welt mit hohem Pro-Kopf-Einkommen. Der Süden umfaßt 67 sich entwickelnde Länder mit mittlerem und niedrigem Pro-Kopf-Einkommen. Der Nord-Süd-Handel ist durch sieben verschiedene Merkmale gekennzeichnet, die im Modell berücksichtigt werden können: 1. Der Nord-Süd-Handel ist asymmetrisch. Der Norden importiert (mehr) Grundstoffe aus dem Süden, und der Süden importiert (mehr) Industriegüter aus dem Norden. 2. Die Industrieproduktion benötigt Kapital, Arbeit und Materialeinsatz. 3. Die Industrieproduktion ist kurzfristig vom Leontief-Typ, es besteht eine geringe Substitutionselastizität zwischen dem Materialeinsatz und den übrigen Inputs. 4. Grund- und Rohstoffe werden hauptsächlich als Vorleistung zur Produktion von Industriegütern eingesetzt. 5. Die Schwankungen im Angebot von Rohstoffen sind auf exogene Faktoren zurückzuführen (Wetter, Landentwicklung etc.). 6. Nord- und Südindustriegüter sind komplementär. 7. Der Handel von Vermögenstiteln zwischen dem Norden und dem Süden ist unvollständig, so daß der Fall unvollständiger Märkte

---

<sup>161</sup> Diese Annahme wird jedoch in Kapitel 5 dieser Arbeit zum Teil aufgegeben.

zugrundeliegt.<sup>162</sup> Mit diesen Bestandteilen kann Kouparitsas sowohl die Rangfolge der internationalen Output- und Konsumkorrelationen als auch ausreichend variable Terms of Trade generieren. Ersteres wird durch die Zulassung des Handels von Zwischenprodukten und durch die Komplementarität von inländischen und importierten Industriegütern ermöglicht. Letzteres ist auf die reiche sektorale Struktur zurückzuführen. Wenn die Terms of Trade durch die relativen Preise der Rohstoffe und der Industriegüter beeinflusst werden, kann die Standardabweichung der Terms of Trade im Modell an die empirische beliebig nahe herangeführt werden. Das Modell erklärt überdies die positiven internationalen Investitions- und Beschäftigungskorrelationen.<sup>163</sup> Die Regionen spezialisieren sich nicht vollständig auf die Produktion bestimmter Güter; sowohl der Norden als auch der Süden produzieren und exportieren Rohstoffe und Industriegüter, nur in unterschiedlichen Mengen. Die Produktion von Grundstoffen und Dienstleistungen wird mit Cobb-Douglas-Funktionen abgebildet, während die Aggregation über CES-Strukturen modelliert wird (beim Konsum und bei den Handelsströmen; bei den Industriegütern werden sogar zweistufige CES-Funktionen wie in Kydland/Prescott (1988) angewandt). Neben den Investitionen verursacht auch die Anpassung des Arbeitseinsatzes Kosten. Die Störgrößen der sektoralen Produktivitätsschocks sind kontemporär korreliert, aber es treten keine Spillovers zwischen den Sektoren auf. Kouparitsas vereinigt somit eine ganze Reihe von Elementen der Zwei-Länder-Modelle in seinem Ansatz und erzielt dadurch recht zufriedenstellende Ergebnisse, vor allem auch im Hinblick auf die Erklärung der spezifischen regionalen Konjunkturmuster, auf die hier nicht näher eingegangen werden soll.<sup>164</sup>

In einer ähnlichen Weise aggregiert Zimmermann (1994a, 1996, 1997) verschiedene Länder zu Regionen, allerdings erweitert er die Modellstruktur auf drei Länder/Regionen. Die zentrale Fragestellung bei diesen Arbeiten lautet: Welchen Einfluß haben die Landesgröße, die Entfernung zwischen Ländern und asymmetrische Technologien auf den Konjunkturzyklus und inwieweit kann man diesen Merkmalen in einem internationalen realen Konjunkturmodell Rechnung tragen? Die Arbeit von 1997 stellt dabei die ursprüngliche Modellvariante allein mit technologischen Schocks dar, die in Zimmermann (1994a) um exogene Wechselkursschwankungen erweitert wird. Der Beitrag von 1996 analysiert das Modell in 1994a für die Periode

---

<sup>162</sup> In Kouparitsas (1996b) wird der Fall vollständiger Märkte analysiert.

<sup>163</sup> Die Arbeit von Kouparitsas beleuchtet sogar die Lead/Lag-Beziehungen bei diesen Korrelationen.

<sup>164</sup> Bei vollständigen Märkten erhält Kouparitsas (1996b) geringere internationale Konsum- und Outputkorrelationen als bei unvollständigen Märkten. Das liegt daran, daß der Süden anfälliger gegenüber Schwankungen der inländischen Aktivität und weniger abhängig von Schwankungen der ausländischen wird. Dies verstärkt die Beziehung zwischen Konsum und Output im Süden und senkt die Korrelation zwischen Konsum im Süden und Output im Norden, was insgesamt zu den geringeren internationalen Korrelationen führt.



fixer und flexibler Wechselkurse. Von der Modellstruktur her handelt es sich um eine Weiterentwicklung des Ansatzes von Backus/Kehoe/Kydland (1994a). Bei seiner empirischen Analyse geht Zimmermann (1997) von zwei Länderkombinationen aus. Zum einen untersucht er die Konjunkturzyklen in der Schweiz, Europa und dem Rest der Welt (=Japan und USA), zum anderen betrachtet er Kanada, die USA und den Rest der Welt (=Europa und Japan). Ein großes Land soll immer der Nachbar des kleinen Landes sein. Neben vielen Gemeinsamkeiten bestehen Unterschiede durch die Größe des Landes: Die Variabilität ist bei den meisten Aggregaten in den kleinen Ländern größer, insbesondere jeweils im Vergleich zum Rest der Welt. Die Terms of Trade aber sind in den großen Ländern variabler. Der Konsum ist stärker prozyklisch in den großen Ländern, während die Ex- und Importe stärker prozyklisch in den kleinen Ländern sind. Dies und die Beobachtung, daß die Korrelationen der Output- und Konsumströme zwischen benachbarten Ländern größer sind, führt Zimmermann (1997) auf die Nähe zu einem großen Land zurück (Aspekt der Entfernung). Die Drei-Länder-Struktur seines Modells gestattet es, exakter als in Zwei-Länder-Modellen, das Verhalten von Ex- und Importen im einzelnen zu untersuchen. Für sein Grundmodell kommt der Autor zu dem Ergebnis, daß die Variabilität der Ex- und Importe zu gering ausfällt. Die Importe weisen entgegen dem empirischen Befund ein zu verschiedenes Schwankungsverhalten zwischen den Ländern/Regionen auf. Die Autokorrelation des Konsums variiert hingegen zu wenig zwischen den Ländern. Schließlich besteht der größte Defekt in der Verfehlung einer korrekten Erklärung der internationalen Konsum- und Outputkorrelationen. Die Konsumströme sind stärker als die Outputs korreliert. Ebenso kann die Höhe der Volatilität der Terms of Trade in den Daten vom Modell nicht abgebildet werden. Über die Investitions- und Beschäftigungskorrelationen werden keine Angaben gemacht. In einer Vielzahl von Sensitivitätsanalysen wird die Bedeutung der einzelnen Modellbestandteile für dieses Ergebnis untersucht. Gleichzeitig werden auch immer die Implikationen für die *J*-Kurven des Modells herausgearbeitet.<sup>165</sup> Im wesentlichen helfen aber alle Variationen nicht, die Hauptdefekte zu beheben. Wesentliche Verbesserungen lassen sich aber durch die Hinzunahme von exogenen Wechselkursschwankungen erzielen. In Zimmermann (1994a) wird gezeigt, daß insbesondere die Variabilität der Terms of Trade damit erklärt werden kann. Die Outputkorrelationen bleiben aber nach wie vor zu gering und kleiner als die Konsumkorrelationen. Die Frage, ob sich die Konjunkturzyklen in der Periode fixer Wechselkurse von denen flexibler unterscheiden, kann Zimmermann (1996) eindeutig mit Ja

---

<sup>165</sup> Darüber hinaus geht er in weiteren Untersuchungen der Frage nach, welche typischen konjunkturellen Muster der kleinen und weit entfernt liegenden Länder sich auf welche spezifischen Eigenschaften dieser Länder zurückführen lassen. Dazu werden Werte des großen Nachbarn für Werte des kleinen Landes bei der Kalibrierung eingesetzt. Dann verhält sich das kleine Land wie ein großes im Hinblick auf den veränderten Parameter (sog. counterfactual analysis). Die Ergebnisse sind zu umfangreich und zu detailliert, um sie an dieser Stelle zu referieren. Der Leser sei auf den Originalaufsatz verwiesen.

beantworten. Sein auf diese Perioden disaggregiertes Drei-Länder-Modell mit Wechselkursstörungen kann dies jedoch nicht ganz erklären. Auch die Frage, ob dieses Ergebnis (es nicht ganz erklären zu können) auf das unterschiedliche Wechselkurssystem oder auf verschiedenartige technologische Schocks in den Zeiträumen zurückzuführen ist, kann er nicht abschließend beantworten. Zur Verbesserung der Ergebnisse schlägt der Autor eine landesspezifische Kalibrierung der Parameter von Nutzen- und Produktionsfunktionen (vgl. Abschnitt 6.2.4) sowie eine genauere Modellierung der Leistungsbilanz, somit eine Modellierung von Kapitalbewegungen zwischen den Ländern, vor.

Eric van Wincoop gehört neben Christian Zimmermann zu den Autoren, die auf dem Gebiet der Mehrländermodelle die meisten und wichtigsten Beiträge geleistet haben. Aufbauend auf einer Arbeit zu Konjunkturzyklen zwischen Regionen innerhalb eines Landes (van Wincoop (1995,1996a)) erweitert van Wincoop (1996b) den Ansatz auf mehrere Länder. Zusätzlich modelliert er zwei verschiedene Arten von Individuen: Aktienbesitzer (Kapitaleigner) und Nichtaktienbesitzer (Arbeiter). Bei den Arbeitern unterscheidet er weiter in solche, die vollen Zugang zum Kapitalmarkt haben und solche, die keine Kredite mehr erhalten oder dies zumindest glauben (borrowing constraint). Mit einer speziellen Lösungstechnik, die eine Erweiterung des King/Plosser/Rebelo (1990) Ansatzes auf viele Länder darstellt und in van Wincoop (1996c) näher beschrieben wird (siehe auch den Abschnitt 6.2.2), wird das Modell für 20 OECD-Länder kalibriert und gelöst. In jedem Land wird jedoch das gleiche Gut produziert. Eine reichhaltige Differenzierung der Produkte wie in Kouparitsas (1996a,b) wird der Einbeziehung sehr vieler Länder und der Heterogenität der Individuen geopfert. Das Modell kann die in den Daten beobachtete niedrige internationale Konsumkorrelation erklären. Auch die Tatsache, daß der Konsum der Aktieninhaber volatiler als der der Arbeiter ist, läßt sich im Modell abbilden. Allerdings können durch internationale Portfoliodiversifikation beträchtliche Wohlfahrtsgewinne der Kapitaleigner realisiert werden. In der Realität beobachtet man jedoch eine Verzerrung hin zu inländischen Vermögenstiteln. 1989 beispielsweise hielten die amerikanischen Aktieninhaber 94 % ihrer Aktien in US-Aktien.<sup>166</sup> Wie die Beiträge von Zimmermann enthält auch dieser von van Wincoop keine Angaben über internationale Beschäftigungs- und Investitionskorrelationen. Die Beschränkung auf ganz bestimmte Implikationen des Modells tritt noch stärker in van Wincoop/Marrinan (1996) zu Tage. Die Autoren evaluieren ihr Modell ausschließlich im Hinblick auf die Korrelation zwischen Sparen und Investieren sowie deren Standardabweichungen. Implikationen für alle übrigen internationalen stilisierten Fakten werden nicht referiert. Anstelle der Heterogenität der Individuen tritt eine differenzierte Modellierung des Staatssektors. Neben dem Staatskonsum werden die Staatsin-

---

<sup>166</sup> Siehe van Wincoop (1998) für eine Analyse der Bestimmungsgründe (Parameter der Nutzenfunktion, Annahmen über stochastische Prozesse usw.) hoher Wohlfahrtsgewinne in theoretischen intertemporalen Gleichgewichtsmodellen.

vestitionen sowie die Schuldenentwicklung detailliert modelliert. Staatskonsum, staatliche Investitionen sowie der Steuersatz sind stochastisch und haben eine komplexe Struktur, die einen Einfluß des Schuldenstandes und des Budgetüberschusses auf die Entwicklung zulassen. Ein neues Element der Analyse, das bisher nicht zur Evaluierung internationaler realer Konjunkturmodelle verwendet worden ist, besteht in der Betrachtung von Cross-Country-Korrelationen: Wie sieht die Beziehung zwischen Sparen und Investieren in einem bestimmten Jahr zwischen den Ländern aus? Da die Modellergebnisse zu speziell ausfallen und nicht mit den bisherigen verglichen werden können, wird darauf nicht weiter eingegangen. Im nächsten Abschnitt wird eine Art Prototypmodell dieses Ansatzes vorgestellt, das im Prinzip eine Mehrländerversion des Baxter/Crucini (1995) Modells (Grundmodell des Kapitels 5) darstellt. Bevor dies geschieht, sollen noch kurz die in den nachfolgenden Abschnitten vorzustellenden weiteren Ansätze eingeordnet werden.

In Abschnitt 6.2.3 wird der Ansatz von Head (1995) aufgegriffen. Zusammen mit dem Beitrag von Crucini (1997) stellen diese Arbeiten die direkteste und auch einfachste Erweiterung des Zwei-Länder-Ein-Gut-Modells dar, da sie einfach den Parameter der Landesgröße  $\pi$  variieren und damit zum Teil ganz erstaunliche Ergebnisse erzielen. Ravn (1997) untersucht ebenfalls in einer Sensitivitätsanalyse ein Ein-Gut-Modell mit variabler Landesgröße. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird die bisher umfangreichste Analyse eines Drei-Länder-Modells mit Asymmetrien auch in den Parametern der Nutzen- und Produktionsfunktionen untersucht: die Arbeit von Canova/Marrinan (1996).

### **6.2.2 Unvollständige Märkte und nichthandelbare Güter**

Van Wincoop (1996d) erweitert den Ansatz von Baxter/Crucini (1995) auf 14 OECD-Länder. Er setzt an den Grenzen der Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modelle an, die (in den allermeisten Fällen) nicht die Variation von Momenten zwischen den Ländern erklären können, weil sie symmetrisch formuliert sind und die Implikationen für die jeweils inländischen Konjunktoren genau so für das andere Land gelten.<sup>167</sup> Mit seinem Modell sucht er Antworten auf die folgenden vier Fragen: 1. Wie gut kann das Modell die Variation eines bestimmten Momentes (Standardabweichung, Kreuzkorrelation) zwischen den Ländern erklären? 2. Sind die Momente in den Daten und im Modell für eine bestimmte Statistik (Standardabweichungen, Kreuzkorrelationen) hoch korreliert zwischen den Ländern? 3. Wie sieht die Beziehung für verschiedene Statistiken zwischen den Ländern in den Daten und im Modell aus? 4. Kann das Modell die hohen Korrelationen von Sparen und Investieren zwischen den Ländern erklären (vgl. auch die Fragestellung in Abschnitt 6.2.1 zu van Wincoop/Marrinan (1996))?

---

<sup>167</sup> Man erinnere sich, daß dies nicht für die in Kapitel 5 betrachteten Modelle mit tatsächlichen Technologieschocks gilt.

Dabei tritt jedoch die Problematik auf, daß bei der Betrachtung vieler Länder die Zahl der Zustands- und Kontrollvariablen beträchtlich ansteigt. So beinhaltet das Stockman/Tesar (1995)-Modell beispielsweise acht Kontrollvariablen und sieben Zustandsvariablen pro Land. Selbst das Ein-Gut-Modell des Abschnitts 5.2.2.1 enthält bereits acht Kontrollvariablen und drei Zustandsvariablen pro Land. Eine Erweiterung auf 20 Länder würde somit beim Stockman/Tesar-Ansatz 160 Kontroll- und 140 Zustandsvariablen hervorrufen. Prinzipiell läßt sich ein solches Modell mit dem King/Plosser/Rebelo (1990) Ansatz lösen, allerdings mit einem enormen Rechenaufwand und möglicherweise verbunden mit Komplikationen bei der Bestimmung der Eigenwerte. Unter der Annahme, daß die Länder symmetrisch im Hinblick auf die strukturellen Parameter der Nutzen- und Produktionsfunktionen sind, kann die Dimensionalität des Problems durch Aggregation reduziert werden. Dazu wird nach der Linearisierung der Bedingungen erster Ordnung über alle Länder aggregiert, um für die globalen Kontrollen in Abhängigkeit von den globalen Zuständen eine Lösung zu bestimmen (erste Stufe). Anschließend kann die globale Lösung mit landesspezifischen Gleichungen kombiniert werden, um zu Lösungen für länderspezifische Kontrollen in Abhängigkeit von länderspezifischen Zuständen und globalen Zuständen zu gelangen (zweite Stufe). Damit verbleiben immer noch Heterogenitäten zwischen den Ländern im Hinblick auf die Größe des Landes, die Variabilität der technologischen Störungen und die durch unterschiedliche Stichprobenräume (verschiedene Zeiträume) bedingten Unterschiede in den Technologieschocks.<sup>168</sup>

Das betrachtete Modell fügt dem Baxter/Crucini (1995)-Ansatz einen Sektor nichthandelbarer Güter hinzu und verallgemeinert die Nutzenfunktion. Die Ökonomie besteht aus  $J$  Ländern ( $i=1, \dots, J$ ), die alle dieselben Strukturen von Nutzen- und Produktionsfunktionen aufweisen. Deshalb werden sie nur einmal angegeben.

$$(6.50) \quad U_i = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{\left\{ \left[ \eta (C_{it}^T)^{-\mu} + (1-\eta) (C_{it}^{NT})^{-\mu} \right]^{-1/\mu} F(L_{it}) \right\}^{1-\sigma}}{1-\sigma} \right]$$

(6.50) beschreibt die Lebensnutzenfunktion der repräsentativen Haushalte. Die Notation entspricht der des Abschnitts 6.1.4. Die Funktion  $F$  wird nicht näher spezifiziert, sondern später bei der Kalibrierung über die intertemporale Substitutionselastizität der Freizeit implizit festge-

---

<sup>168</sup> Für eine hinreichend genaue Darstellung des Verfahrens siehe van Wincoop (1996c) sowie den zweiten Abschnitt in van Wincoop (1996d). Man kann auch weitere strukturelle Unterschiede zwischen den Ländern zulassen, indem man den vorliegenden Ansatz geringfügig modifiziert. Dies wird in der Schlußfolgerung des vorliegenden Beitrages (Abschnitt IV in van Wincoop (1996d)) kurz referiert.

legt. (6.32) gilt (mit Index  $i$ ) auch hier. Die nichtgehandelten Güter werden direkt im Inland konsumiert. Beide Güter werden mit Cobb-Douglas-Produktionsfunktionen hergestellt.

$$(6.51) \quad Y_{it}^T = A_{it}^T (K_{it}^T)^{1-\alpha^T} (X_{it}^T N_{it}^T)^{\alpha^T}$$

$$(6.52) \quad Y_{it}^{NT} = A_{it}^{NT} (K_{it}^{NT})^{1-\alpha^{NT}} (X_{it}^{NT} N_{it}^{NT})^{\alpha^{NT}} = C_{it}^{NT}$$

Die sektorspezifischen Kapitalstöcke entwickeln sich gemäß (6.38) und (6.39), jedoch sind die Investitionen mit Anpassungskosten wie in (6.5) und (6.6) verbunden. Da eine Ökonomie mit unvollständigen Märkten betrachtet wird, müssen die Wertpapiere  $B_{it}$  explizit modelliert werden. Die Ressourcenbedingung lautet damit für jedes Land:

$$(6.53) \quad B_{it+1} = (1+r_t)B_{it} + Y_{it}^T - C_{it}^T - I_{it}^T - I_{it}^{NT}$$

Gleichgewicht auf dem Wertpapiermarkt herrscht, wenn die Überschußnachfrage nach Wertpapieren gleich null ist.

$$(6.54) \quad \sum_{i=1}^J B_{it} = 0$$

Die sektorspezifischen Technologieschocks folgen AR (1)-Prozessen, wobei die Störgrößen sowohl innerhalb des Landes zwischen den Sektoren als auch zwischen den Sektoren der Länder korreliert sein können. Daneben dürfen auch Schocks im Sektor der nichthandelbaren Güter mit ausländischen Schocks im Sektor der handelbaren Güter korreliert sein.

Das Modell wird für 14 OECD-Länder auf Jahresbasis im Zeitraum 1970 bis 1989 kalibriert und mit den entsprechenden Konjunkturmustern verglichen. Eine ausführliche Diskussion der zu kalibrierenden Parameter soll unterbleiben, da die Bedeutung der meisten bereits in diesem Kapitel beleuchtet worden ist. Im einzelnen gilt:  $\sigma = 1$ ,  $r = 0.04$ ,  $\beta = 0.98363$ ,  $\alpha^T = 0.71$ ,  $\alpha^{NT} = 0.60$ ,  $\delta = 0.1$ . Der Anpassungskostenparameter der Investitionen  $[\phi''(i/k) \cdot (i/k)]$  liegt mit (-1/5.83) über dem von Baxter/Crucini (1995) und garantiert, daß die durchschnittliche Variabilität der Investitionen im Modell und in den Daten übereinstimmt. Entgegen der üblichen Vorgehensweise identifiziert van Wincoop (1996d)  $\gamma - 1$  mit der durchschnittlichen Wachstumsrate des Konsums in den Ländern und erhält einen Wert von 2.363 %.<sup>169</sup> Die Substitutionselastizität zwischen handelbaren und nichthandelbaren Gütern  $1/(1+\mu)$  liegt wie bei Stockman/Tesar (1995) bei 0.44, während die Freizeit einen durchschnittlichen Anteil an der Gesamtzeit von 0.76 aufweist. Die intertemporale Substitutionselastizität der Freizeit kann über (A.138) bestimmt werden und taucht bei der Approximation der

---

<sup>169</sup>  $\gamma$  ist wieder der Wachstumsfaktor von  $X_t$ .

Optimumbedingungen in Gestalt ihres Kehrwertes (der Risikoaversion im Hinblick auf die Freizeit) auf. Sie erhält den Wert 0.1. Das Verhältnis des Konsums nichthandelbarer Güter zu dem handelbarer beträgt 1.19 und wird zur Bestimmung von  $\eta$  herangezogen.<sup>170</sup> Die Autokorrelation der Technologieschocks beträgt 0.99, so daß die Prozesse nahezu Random Walks folgen (wie in Arvanitis/Mikkola (1996)). Die Störgrößen werden unter der Annahme berechnet, daß die nicht trendbereinigten Solow-Residuen einer Regressionsgleichung der Form  $A_{it+1}^T - 0.99A_{it}^T = a + bt + \varepsilon_{A^T,t}$  folgen (analog für den Sektor der nichthandelbaren Güter,  $a, b$  Konstanten,  $t$  Zeittrend). Anschließend werden damit die Standardabweichungen und Korrelationen berechnet.

Für diese Parametrisierung kann das Modell geringere Konsumkorrelationen als Outputkorrelationen abbilden, die Antizyklizität der Handelsbilanz erklären und die positive Korrelation von Ersparnis und Investition hervorbringen. Allein die Variabilität des Konsums und der Handelsbilanz fallen zu gering aus. Diese Ergebnisse sind insbesondere im Hinblick auf Variationen des AR-Parameters der technologischen Schocks und bezüglich der Marktstruktur sensitiv: Bei vollständigen Märkten wird die Handelsbilanz prozyklisch, die Beziehung zwischen Konsum und Output sinkt auf 0.18 und die Konsumströme werden stärker korreliert als die Outputs aufgrund der Möglichkeit perfekter Risikostreuung. Die Abbildung der Konjunkturmuster in den einzelnen Ländern gelingt weniger gut. So können insbesondere außergewöhnliche Momente wie beispielsweise die hohe Volatilität des Konsums in Kanada nicht erklärt werden. Im übrigen sind die landesspezifischen Momente mit großen Standardfehlern behaftet.

---

<sup>170</sup> Der konkrete Wert wird nicht angegeben.

Eine Antwort auf die vier oben gestellten Fragen kann hingegen die Tabelle 6.6 geben.

Tabelle 6.6

Eigenschaften der Momente zwischen den Ländern im van Wincoop (1996d)-Modell<sup>171</sup>

Variation der Momente zwischen den Ländern:  $\sigma(\sigma_{\hat{z}})$ , wobei  $\sigma_{\hat{z}}$  gleich

Momente	$\sigma_{\hat{c}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{i}}$	$\sigma_{tb/y}$	$\rho(\hat{c}, \hat{c}^g)$	$\rho(\hat{y}, \hat{y}^g)$	$\rho(\hat{c}, \hat{y})$	$\rho(\hat{i}, \hat{y})$	$\rho(tb/y, \hat{y})$	$\rho(i/y, s/y)$
Daten	0.48	0.32	1.72	0.89	0.15	0.21	0.12	0.19	0.21	0.38
Modell										
1.	0.01	0.02	0.18	0.08	0.08	0.08	0.00	0.01	0.01	0.05
2.	0.31	0.43	1.40	0.19	0.08	0.08	0.02	0.03	0.09	0.10
3.	0.29	0.54	1.84	0.25	0.21	0.22	0.13	0.09	0.20	0.16

Korrelation zwischen den Momenten in den Daten und im Modell:  $\rho(\sigma_{\hat{z}}^{Daten}, \sigma_{\hat{z}}^{Modell})$

Momente	$\sigma_{\hat{c}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{i}}$	$\sigma_{tb/y}$	$\rho(\hat{c}, \hat{c}^g)$	$\rho(\hat{y}, \hat{y}^g)$	$\rho(\hat{c}, \hat{y})$	$\rho(\hat{i}, \hat{y})$	$\rho(tb/y, \hat{y})$	$\rho(i/y, s/y)$
1.	0.17	-0.07	0.07	0.38	0.50	0.48	0.61	0.41	0.05	0.36
2.	0.37	0.15	-0.02	0.69	0.53	0.51	-0.34	-0.30	0.10	-0.16
3.	0.40	0.58	0.08	0.69	0.30	0.63	-0.12	0.02	-0.04	-0.25

Korrelation zwischen verschiedenen Momenten:  $\rho(\sigma_{\hat{z}_1}, \sigma_{\hat{z}_2})$ , wobei  $\sigma_{\hat{z}_1}, \sigma_{\hat{z}_2}$  gleich

Momente	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\sigma_{\hat{y}}$	$\rho(\hat{c}, \hat{c}^g)$
	$\sigma_{\hat{c}}$	$\sigma_{\hat{i}}$	$\sigma_{tb/y}$	$\rho(\hat{c}, \hat{c}^g)$	$\rho(\hat{y}, \hat{y}^g)$	$\rho(\hat{c}, \hat{y})$	$\rho(\hat{i}, \hat{y})$	$\rho(i/y, s/y)$	$\rho(i/y, s/y)$	$\rho(\hat{y}, \hat{y}^g)$
Daten	0.61	0.29	-0.25	0.60	0.34	0.52	0.39	-0.64	0.33	0.67
Modell										
3.	0.75	0.70	0.26	0.08	0.40	0.27	0.34	0.12	0.65	0.84

Die Zeilen "1.", "2." und "3." stehen für drei im Modell noch mögliche Heterogenitäten (siehe auch die Diskussion oben). Die Zeile "1." repräsentiert dabei den Fall unterschiedlicher Landesgröße, "2." den Fall unterschiedlicher Landesgröße in Verbindung mit verschiedenen Varianzen der Störgrößen und "3." erlaubt zusätzlich Unterschiede in den Störgrößen bedingt

<sup>171</sup> Diese Tabelle ist die Tabelle 4 in van Wincoop (1996d). Das Superskript  $g$  steht für die globalen (=aggregierten) Variablen. Das Symbol  $\sigma$  wird für Standardabweichungen verwendet, während  $\rho$  für Korrelationen steht.  $\sigma_{\hat{z}}, \sigma_{\hat{z}_1}, \sigma_{\hat{z}_2}$  sowie  $\sigma_{\hat{z}}^{Daten}$  und  $\sigma_{\hat{z}}^{Modell}$  sind Platzhalter für die in der Zeile darunter aufgeführten Momente.

durch einen unterschiedlichen Stichprobenraum.<sup>172</sup> Frage 1 beantwortet der obere Teil der Tabelle 6.6, Frage 2 der mittlere und Frage 3 der untere Teil. Das bedeutet im einzelnen:

Die Standardabweichung der Standardabweichung des zyklischen Konsums über die Länder hinweg beträgt in den Daten 0.48. Im Modell kann aber nur ein Wert von 0.01 erreicht werden, wenn die Landesgröße die einzige Form der Heterogenität darstellt. Ähnlich schlecht sieht es bei den anderen Momenten aus. Wesentlich bessere Ergebnisse erhält man, wenn man unterschiedliche Varianzen der Technologieschocks (Fall "2.") zuläßt. Die beste Übereinstimmung aber wird in Fall "3." erzielt. Im Durchschnitt kann diese Variante 90 % der Variation der Momente in den Daten erklären. Dennoch läßt beispielsweise die Erklärung der Variation der Standardabweichung der Handelsbilanz über die Länder hinweg mit einem Wert von 0.25 gegenüber dem empirischen von 0.89 zu wünschen übrig.

Enttäuschend fallen jedoch die Ergebnisse mit Blick auf den mittleren Teil der Tabelle aus. Selbst in Fall "3." sind die Momente im Modell und in den Daten nur mit 0.23 (im Durchschnitt) korreliert. Die Korrelation zwischen Output und Konsum ist sogar negativ zwischen Modell und Daten korreliert (mit -0.12). Gleiches trifft auf die Korrelation der Spar- und Investitionsquoten (-0.25) sowie auf  $\rho(tb/y, \hat{y})$  (-0.04) zu. Somit kann die zweite Frage nur für wenige Momente bejaht werden.

Die Beziehung zwischen verschiedenen Momenten unterscheidet sich zum Teil im Modell von der Empirie. Länder mit stark schwankendem Output haben auch einen stark schwankenden Konsum (0.61 in den Daten, 0.75 im Modell). Und Länder, deren Output stark mit dem Gesamtoutput der Welt korreliert ist, haben auch Konsumströme, die stark mit dem Weltkonsum verflochten sind (0.67 in den Daten, 0.84 im Modell). Hingegen haben in den Daten Länder mit variablerem Output eine weniger variable Handelsbilanz (-0.25) und eine stärker antizyklische Handelsbilanz (-0.64). Im Modell gilt genau das Gegenteil. Schließlich kann im Modell keine ausreichend hohe Beziehung zwischen der Variabilität des Outputs und der Korrelation der Konsumströme hergeleitet werden (0.60 in den Daten, 0.08 im Modell).

Zusammenfassend kann man sagen, daß das Modell zwar relativ gut die durchschnittlichen Konjunkturmuster abbilden kann (Durchschnitt über die Länder hinweg), jedoch an einer differenzierten Erklärung der Variation der Konjunkturmuster zwischen den Ländern scheitert. Die vierte Frage kann für die Zeitreihen innerhalb der Länder bejaht werden. Allerdings verfehlt das Modell die Erklärung hoher Spar-Investitionskorrelationen zwischen den Ländern völlig (negative Korrelation der Korrelationen von -0.25).

---

<sup>172</sup> Dazu werden die Störgrößen gemäß der oben angegebenen Regressionsgleichung bestimmt. Dann werden 1000 Simulationen des Modells gerechnet, wobei jedesmal wieder eine neue Schätzung und damit eine neue Berechnung der Störgrößen erfolgt, so daß diese im Durchschnitt nicht gleich null sind.



Die Anregung in van Wincoop (1996d), auch Unterschiede in den strukturellen Parametern zuzulassen, wird in Canova/Marrinan (1996) aufgegriffen, während Head (1995) und Crucini (1997) weitere Untersuchungen im Hinblick auf den Einflußfaktor Landesgröße vornehmen. Diese beiden Erweiterungen werden in den folgenden beiden Abschnitten vorgestellt.

### 6.2.3 Variation der Landesgröße

Head (1995) untersucht zunächst die Konjunkturmuster für 56 Länder mittels HP-Filter und für erste Differenzen im Zeitraum 1950 bis 1985 (Jahresdaten). Crucini (1997) betrachtet 68 sich entwickelnde Länder und die G7-Staaten zwischen 1970 und 1989, ebenfalls für Jahresdaten. Beide Autoren stellen auf die Größe des Landes als wichtiger Einflußfaktor auf die Konjunkturen ab, wobei Crucini (1997) die Landesgröße über das Bruttoinlandsprodukt (Bruttosozialprodukt) mißt, während Head zusätzlich die Bevölkerung heranzieht. Modelltheoretisch geht der Beitrag von Head über den von Crucini hinaus, indem er den von Crucini betrachteten Fall als einen von drei Fällen beinhaltet. Auch die beiden von Ravn (1997) untersuchten Fälle lassen sich unter die von Head betrachteten subsumieren, so daß diese Arbeit hier im Mittelpunkt stehen soll.

Head zeigt, daß kleine Länder zu größeren Schwankungen des Outputs, der Investitionen und des Konsums neigen als größere. Die Korrelationen zwischen Konsum und Output sowie Investitionen und Output sind dagegen in großen Ländern tendenziell höher. Mittels formalen nichtparametrischen Tests (Spearman-Rang-Korrelationskoeffizienten) kann er nachweisen, daß die höheren Korrelationen nur für Länder mit hohem Bruttoinlandsprodukt (BIP) pro Kopf auf einem hohen Signifikanzniveau gelten (für die Messung der zyklischen Komponenten über die Wachstumsraten).<sup>173</sup> Die negative Beziehung zwischen der Variabilität der drei genannten Aggregate und der Landesgröße gilt signifikant nur für die Länder mit hohem Pro-Kopf-Output (unabhängig von der Trendbereinigungsmethode und der Messung der Landesgröße). Diese dominieren in diesem Sinne die ärmeren Länder in der Gesamtgruppe, wobei jedoch nur bei Zugrundelegung des BIP als Maß der Landesgröße auch für die Gesamtgruppe eine signifikant negative Korrelation resultiert. Bei den ärmeren Ländern zeigen sich nur die Investitionen signifikant negativ mit der Landesgröße korreliert (nicht bei HP-Filterung und Bevölkerungsmaß). Diese Ergebnisse können als eine weitere Differenzierung der von Zimmermann (1997) gewonnenen betrachtet werden.

Warum neigen kleine Länder zu größeren Schwankungen ihrer Aggregate? In großen Ländern existieren mehrere Sektoren, so daß Schocks in verschiedenen Sektoren sich gegenseitig aufheben können. Dadurch resultieren geringere aggregierte Schwankungen von Output und In-

---

<sup>173</sup> Er unterteilt die 56 Länder dazu in zwei Untergruppen, gemessen am BIP pro Kopf im Jahr 1980. Damit kann er feststellen, ob die Unterschiede eher durch Armut oder Reichtum als durch die Größe eines Landes begründet sind.

vestitionen. Kleine Länder hingegen haben oft nur wenige Sektoren, so daß sich Schocks nicht gegenseitig kompensieren können. Mithin fallen die aggregierten Schocks größer aus und bewirken die größeren Schwankungen. Schließlich können kleine Länder größere Schwankungen aufweisen, weil sie stärker von den Schocks ihrer großen Handelspartner beeinflusst werden als umgekehrt.

Zur Erklärung dieser Tatbestände zieht Head das Ein-Gut-Modell von Backus/Kehoe/Kydland (1992) heran. Er wählt diesen einfachen Rahmen mit nur einem Gut, um allein die Wirkung der Variation der Landesgröße herauszuarbeiten. Dazu vereinfacht er auch die Struktur der exogenen technologischen Schocks auf reine AR (1)-Prozesse in jedem Land, deren Störgrößen nicht korreliert sind. Dadurch schließt er jeden Ausbreitungsmechanismus durch eine Verflechtung der Technologien aus, so daß ausschließlich durch Handel eine Reaktion auf landesspezifische Schocks erfolgen kann.

Die repräsentativen Haushalte in jedem Land  $i$  ( $i=1, \dots, J$ ) maximieren ihren Lebensnutzen, wobei dieser der Gleichung (5.1) entspricht. (Die Variablen müssen zusätzlich mit einem Index  $i$  versehen werden.) Die Produktionsfunktionen sind vom Cobb-Douglas-Typ, allerdings wird in dem Modell von einem exogenen arbeitsvermehrenden technischen Fortschritt abgesehen.

$$(6.55) \quad Y_{it} = A_{it} K_{it}^{1-\alpha} N_{it}^{\alpha}$$

Arbeits- und Freizeit können die auf eins normierte Gesamtzeit nicht übersteigen (vgl. (5.3)). Bei der Modellierung der Kapitalakkumulation greift Head auf die von Kydland/Prescott (1982) vorgeschlagene time-to-build-Technologie zurück.

$$(6.56) \quad K_{it+1} = (1 - \delta)K_{it} + I_{it}$$

$$(6.57) \quad I_{im,t+1} = I_{im+1,t}$$

$$(6.58) \quad I_{it} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M I_{im,t}$$

Dabei sind  $I_{it}$  diejenigen Investitionsprojekte, die in  $t$  eine Periode vor der Fertigstellung stehen und somit zur Aufstockung des Kapitalstocks in  $t+1$  beitragen.  $I_{im,t}$  gibt dann den Wert der Investitionsprojekte an, die  $m$  Perioden vor der Fertigstellung in  $t$  stehen. (6.57) verlangt, daß der Wert der Projekte mit  $m+1$  Stufen bis zur Fertigstellung in  $t$  dem Wert der Projekte mit  $m$  Stufen bis zur Vollendung in  $t+1$  entspricht. Die Gesamtinvestitionen  $I_{it}$  ergeben sich dann als Summe der Werte aller Projekte, die in  $t$  zwischen einer und  $M$  Stufen vor der Fertigstellung stehen, gewichtet mit dem Anteil  $1/M$ , wobei  $M$  die (konstante) Gesamtdauer bis zur Vollendung eines Projektes mißt. Head wählt diese Form (und nicht die Anpassungskostenfunktion von Baxter/Crucini (1995)), um seine Ergebnisse möglichst gut mit denen von

Backus/Kehoe/Kydland (1992) vergleichen zu können, die dieselbe Investitionsstruktur verwenden.

Die Finanzmärkte sind hier vollständig, so daß für ein Weltmarktgleichgewicht die Summe aller Konsum- und Investitionsströme gleich der Summe der Outputs sein muß:

$$(6.59) \quad \sum_{i=1}^J Y_{it} = \sum_{i=1}^J C_{it} + \sum_{i=1}^J I_{it}$$

Für die Modellparameter verwendet Head weitgehend die Werte von Backus/Kehoe/Kydland. Der Diskontierungsfaktor  $\beta$  wird auf 0.99 gesetzt, für die Lohnquote  $\alpha = 0.66$ , für die Risikoaversion  $\sigma = 2$ , für die Abschreibungsrate  $\delta = 0.025$  gewählt. Der AR-Koeffizient der technologischen Schocks beträgt 0.906, die Standardabweichung der Störgrößen 0.84 %. Es dauert  $M = 4$  Perioden bis zur Fertigstellung eines Investitionsprojektes.

Bei der Simulation seines Modells betrachtet der Autor drei verschiedene Szenarien: zwei symmetrische (d.h. gleich große) Länder, fünf gleich große Länder sowie zwei Länder mit asymmetrischer Größe. Neben den bekannten Statistiken berechnet er zusätzlich die für die Weltinvestitionen  $\hat{i}_t^g$ , den Weltoutput  $\hat{y}_t^g$  und den Weltkonsum  $\hat{c}_t^g$  durch Aggregation der landesspezifischen Größen. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6.7 zusammengefaßt.

Tabelle 6.7

Momente der Modellvariablen im Head (1995)-Modell<sup>174</sup>

Statistik	Daten	2 Länder	5 Länder	asymmetrische Länder	
		Land 1	Land 1	Land 1	Land 2
Std. Abw.					
$\hat{y}_{it}$	1.71	1.94	2.25	2.48	1.48
$\frac{\hat{b}_n - \hat{b}_i}{y_i - y_n}$	0.45	0.22	0.16	0.29	0.29
$\hat{y}_t^g$		0.87	0.55	1.02	1.02
$\hat{c}_t^g$		0.36	0.23	0.42	0.42
$\hat{i}_t^g$		2.52	1.60	2.93	2.93
Relative Std. Abw.					
$\hat{c}_{it}$	0.49	0.22	0.16	0.18	0.32
$\hat{i}_{it}$	3.15	9.18	10.01	11.11	5.74
$\hat{N}_{it}$	0.86	0.58	0.59	0.62	0.50
Korrelationen					
$\rho(\hat{c}_{it}, \hat{y}_{it})$	0.76	0.817	0.893	0.623	0.913
$\rho(\hat{i}_{it}, \hat{y}_{it})$	0.90	0.156	0.120	0.0001	0.506
$\rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t})$	0.70	-0.577	-0.164	-0.496	-0.496
$\rho(\hat{c}_{1t}, \hat{c}_{2t})$	0.46	0.409	0.229	0.468	0.468
$\rho(\hat{y}_{it}, \hat{y}_t^g)$	0.95	0.441	0.235	0.097	0.902
$\rho(\hat{c}_{it}, \hat{c}_t^g)$	0.93	0.833	0.607	0.616	0.982
$\rho(\hat{i}_{it}, \hat{i}_t^g)$		0.146	0.084	-0.206	0.605

Aufgrund der nicht vorhandenen Verflechtungen der Technologieschocks schneiden alle Modellvarianten hinsichtlich der Konsum- und Outputkorrelationen zwischen den jeweiligen Ländern noch schlechter ab als bei Backus/Kehoe/Kydland (1992). Das gilt auch für die Variabilität der Konsumströme und der Beschäftigung sowie die Korrelation der Investitionen mit dem Output, die im Vergleich zur Empirie viel zu gering ausfallen. Die Investitionen dagegen variieren in allen Varianten aufgrund der fehlenden Anpassungskosten zu stark.

In der dritten Spalte (2 Länder) sind die Ergebnisse für den Fall zweier gleich großer Länder angegeben. Es fällt auf, daß der landesspezifische Output, die Investitionen sowie der Konsum stärker mit den Weltaggregaten korreliert sind als mit den Pendanten des anderen Landes:

<sup>174</sup> Die Spalte "Daten" ist Backus/Kehoe/Kydland (1992) entnommen, wobei die Konsum- und Outputkorrelationen die für die USA und Europa darstellen. Für die Standardabweichungen der Weltaggregate liegen keine empirischen Berechnungen vor, auch nicht bei Head. Die Korrelationen des Konsums und des Outputs mit den Weltaggregaten sind Daten für die USA und der Untersuchung von van Wincoop (1996d) entnommen (vgl. den vorhergehenden Abschnitt).

$\rho(\hat{c}_{1t}, \hat{c}_{2t}^g) > \rho(\hat{c}_{1t}, \hat{c}_{2t})$ ,  $\rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t}^g) > \rho(\hat{y}_{1t}, \hat{y}_{2t})$  sowie  $\rho(\hat{i}_{1t}, \hat{i}_{2t}^g) > \rho(\hat{i}_{1t}, \hat{i}_{2t})$ .<sup>175</sup> Die Weltaggregate schwanken schwächer als die landesspezifischen Größen. Die Weltinvestitionen und der Weltkonsum sind stärker prozyklisch als die landesspezifischen Pendanten (erstere sind nicht in der Tabelle angegeben). Obwohl die Investitionen und der Output in Land 2 sinken, wenn in Land 1 ein positiver technologischer Schock auftritt, kommt es zu einem Anstieg der entsprechenden Weltaggregate. Das bedeutet, daß der Anstieg der Investitionen und des Outputs in Land 1 den Rückgang in Land 2 überkompensiert. Der Konsum steigt in beiden Ländern, so daß alle drei Aggregate in Land 1 positiv mit den Weltaggregaten korreliert sind, wobei die Konsumkorrelation am größten ausfällt. Die Schocks im Land 1 bedeuten Risiko, so daß auch die Weltaggregate schwanken, jedoch schwächer als die inländischen.

Im zweiten Szenario werden fünf gleich große Länder betrachtet, so daß jedes Land die gleiche relative Größe zum anderen hat, aber gegenüber der ersten Variante kleiner ist im Vergleich zur gesamten Welt. Dies bewirkt, daß die weltweiten Schwankungen um ca. 36 % abnehmen, während im Land 1 selbst die Volatilitäten zunehmen, weil das Land um so mehr Möglichkeiten zur internationalen Diversifizierung hat, je mehr Länder existieren. Als Reaktion auf einen Schock kann das Land mehr Investitionsgüter exportieren, weil nicht nur ein Handelspartner diese Investitionen importieren muß. Eine gegebene Investitionshöhe (für den Export) wird einen geringeren Effekt auf die weltweite Kapitalproduktivität haben, je kleiner das exportierende Land ist. Je mehr Länder existieren, desto stärker wird die Umschichtung von Investitionen sein und desto stärker werden Output, Investitionen und Arbeitseinsatz fluktuieren. Ein verblüffendes Ergebnis stellt sich für die Korrelation der Konsumströme zwischen zwei Ländern ein.  $\rho(\hat{c}_{1t}, \hat{c}_{2t})$  sinkt um 44 % auf 0.229 ab. Obwohl keine Änderung der relativen Landesgröße eingetreten ist und obwohl - noch vielmehr - nach wie vor die Märkte vollständig sind, sinkt die Stärke der Beziehung der Konsumströme ab. Das bedeutet, daß die herrschende Meinung, daß hohe Konsumkorrelationen ein Indiz für perfekte Risikostreuung sind, zumindest irreführend ist. Head (1995) schlägt statt dessen die relative Variabilität des Konsums als besseres Maß zur Bestimmung des Grades der Risikostreuung vor. Je geringer diese sei, desto höher das Ausmaß der Risikostreuung. In Tabelle 6.7 geht die relative Standardabweichung des Konsums tatsächlich auf 0.16 gegenüber 0.22 zurück. Im Lichte der Ergebnisse von Arvanitis/Mikkola (1996) (vgl. Abschnitt 6.1.2) müssen allerdings auch an diesem Maß Zweifel angemeldet werden. Dort kam es (bei geringer Substitutionselastizität) zu einem Anstieg der Variabilität des Konsums beim Übergang von unvollständigen zu vollständigen Märkten. Betrachtet man vollständige Märkte als Rahmen für perfekte Risikostreuung, so kann in einem Rückgang der Konsumschwankungen nicht gleichzeitig eine erhöhte Risikostreuung gesehen werden. Zusammengefaßt bedeutet dies, daß  $\rho(\hat{c}_{1t}, \hat{c}_{2t})$  aufgrund der Zwei-Länder-Struktur einen hohen Wert annimmt, nicht aufgrund perfekter Risikostreuung. Darüber hinaus gestattet

<sup>175</sup> Dieses letzte Ergebnis wird von Head referiert, aber nicht in seiner Tabelle angegeben.

die betrachtete Ökonomie keine Aussage über den Beitrag, den Technologieschocks unabhängig von der Landesgröße zur Erklärung der Schwankungen der Aggregate leisten. Alle Aussagen in symmetrischen Zwei-Länder-Modellen sind somit auch ein Ergebnis der Annahme, beide Länder seien gleich groß.

Die letzten beiden Spalten der Tabelle 6.7 beinhalten die Ergebnisse für den Fall, daß Land 1 20 % der Welt umfaßt, während Land 2 die restlichen 80 % ausmacht. Dies sind die Fälle, die auch Crucini (1997) und Ravn (1997) diskutieren, allerdings ohne die Statistiken für die Weltaggregate zu betrachten.<sup>176</sup> Man beobachtet eine deutliche Zunahme der Standardabweichungen der Gesamtgrößen  $\hat{y}_t^g$ ,  $\hat{c}_t^g$ ,  $\hat{i}_t^g$  gegenüber den beiden anderen Szenarien, weil die Schocks in Land 2 nunmehr wesentlich größer von einem Weltstandpunkt aus betrachtet sind als zuvor. Deshalb sind auch der Konsum, die Investitionen und der Output des Landes 2 stärker mit den Weltgrößen korreliert. Der empirische Befund, daß die Variablen des kleineren Landes stärker variieren, trifft bis auf den Konsum auf alle anderen zu. Sie liegen auch höher im Vergleich zur Variante 1 gleich großer Länder. Schließlich kann das Modell auch die stärkere Beziehung zwischen Konsum und Output sowie Investitionen und Output im größeren Land erklären. Auch dieses Ergebnis ist abhängig von der Größe des Landes im Vergleich zu den Handelspartnern und zum Rest der Welt. In allen drei Varianten bleibt das Land 1 gleich groß (20 %), aber die Fluktuationen und Korrelationen ändern sich trotzdem.

Die Stärke des Beitrages von Head liegt nicht in einer Verbesserung der Abbildungseigenschaften internationaler realer Konjunkturmodelle, sondern in einer Sensibilisierung für die häufig ohne weitere Kommentierung getroffene Annahme gleich großer Länder. Prinzipiell läßt sich diese Schlußfolgerung noch stärker verallgemeinern: Jeder Parameter des Modells sollte so genau wie möglich kalibriert werden, eine Praxis, die (leider) in der Literatur nicht immer vorzufinden ist. Canova/Marrinan (1996) versuchen dies in einem Drei-Länder-Modell umzusetzen. Es soll im nächsten Abschnitt vorgestellt werden.

#### **6.2.4 Die Rolle von Handelsverflechtungen**

Der Beitrag von Canova/Marrinan (1996) erweitert im Prinzip den Ansatz von Arvanitis/Mikkola (1996) auf drei Länder und drei Güter. Jedes Land spezialisiert sich wie dort auf die Produktion eines Gutes. Die Konsumenten verbrauchen jedes der drei Güter und ausländisches Kapital wird bei der Produktion inländischer Güter direkt verwendet. Schließlich

---

<sup>176</sup> Ravn (1997) betrachtet ein ähnliches Modell wie Head (1995) erweitert um den Staatssektor und mit Anpassungskosten der Investitionen. Dies führt zu unkorrelierten Outputs und negativ korrelierten Investitionen und Arbeitseinsätzen. Crucini (1997) kann mit seinem Modell, in dem die G7-Länder 80 % der Welt ausmachen und 68 sich entwickelnde Länder nur 20 %, die Standardabweichungen der Konsum- und Investitionsquoten gut abbilden. Allerdings ignoriert er - im Gegensatz zu Ravn (1997) - internationale Beziehungen völlig.

werden Unterschiede in den Präferenzen, Technologien und den exogenen Störprozessen, die die Ökonomien treffen, zugelassen.

Der Unterschied zu den bisher betrachteten Arbeiten besteht in der Präsentation der Modellergebnisse. Canova/Marrinan analysieren (nahezu) ausschließlich die Outputdynamik anhand von Impulsantwortfunktionen. Die Entscheidungsregeln des Modells werden simuliert, um anschließend ein VAR (9)-Modell in den drei Outputs der Ökonomie zu schätzen. Anschließend werden Impulsantworten auf einen Schocks auf den Output im Land 1 in allen drei Ländern untersucht. Diese werden dann mit den empirischen Impulsantworten verglichen. Dies geschieht durch einen Vergleich der Graphiken sowie - etwas formaler - durch einen Vergleich der Quartale, in denen die maximale Reaktion auftritt, der Stärke der maximalen Reaktion sowie des Gesamteffektes (akkumuliert) in 24 Quartalen nach Auftreten des Schocks. Die üblicherweise betrachteten Standardabweichungen und Kreuzkorrelationen werden nicht angegeben. Ergebnisse für die internationalen Output- und Konsumkorrelationen werden aber referiert.

Die drei analysierten Länder sind Deutschland, die USA und Japan. Zunächst werden die Outputs dieser Länder (OECD-Daten, 1960:1 bis 1994:4) individuell um einen linearen Trend bereinigt (da auch im Modell ein linearer Trend bedingt durch den deterministischen technischen Fortschritt besteht). Danach wird diesen zyklischen Komponenten ein VAR (9)-Modell angepaßt, wobei die Matrix der kontemporären Korrelationen der Schocks in der Reihenfolge USA, Deutschland und Japan angeordnet wird.<sup>177</sup> Die Autoren kommen zu dem Ergebnis, daß es eine internationale Übertragung von Schocks gibt, die mit Ausnahme der USA aber keine großen Dimensionen aufweist und asymmetrisch ist. Man kann sagen, daß Outputshocks in den USA den internationalen Zyklus im Sinne einer Lokomotive antreiben, weil sie große Effekte auf den deutschen und japanischen Output haben. Deutsche Outputshocks hingegen verdrängen die ausländischen mittelfristig (negativer kumulativer Effekt nach 24 Quartalen auf die USA und Japan), während japanische Outputstörungen nur geringe internationale (positive) Effekte haben. Die Ausbreitung der Schocks benötigt Zeit, so daß die maximale Reaktion erst nach 2 bis 18 Quartalen auftritt, und die Zykluslänge differiert in Abhängigkeit vom Ursprung des Schocks. So führen amerikanische Schocks zu vier- bis sechsjährigen Zyklen, während japanische Schocks nur sehr kurze und unregelmäßige Konjunkturen auslösen.

Die Hauptfragestellung, die die Autoren zu beantworten versuchen, besteht darin, herauszufinden, welche Art von Störungen und welche Transmissionsmechanismen am besten dieses em-

---

<sup>177</sup>Die qualitativen Eigenschaften der Impulsantwortfunktionen sind stabil in bezug auf kürzere Zeiträume. Auch die Transmissionsergebnisse zeigen sich unabhängig von der Anordnung der Länder.

pirische Outputverhalten erklären können.<sup>178</sup> Dazu betrachten sie Nachfragestörungen in Form von Staatsausgabenschocks und Angebotschocks in Form von Technologieschocks. Die Übertragung der Schocks kann erstens über Produktionszusammenhänge entstehen, weil ausländisches Kapital in der Produktion inländischer Güter eingesetzt wird. Zweitens können Konsumtionszusammenhänge als Transmissionsmechanismus fungieren, indem Haushalte neben inländischen auch ausländische Güter konsumieren. Drittens können die Konjunktoren auch durch kontemporär korrelierte Schocks ohne Produktions- und Konsumtionsverflechtungen übertragen werden. In den beiden ersten Varianten sind die Schocks kontemporär unkorreliert. Die Nutzenfunktion der repräsentativen Haushalte in den Ländern ist beispielhaft für das Land 1 (die USA) in (6.60) angegeben:<sup>179</sup>

$$(6.60) \quad U_1 = E_0 \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta_1^t \frac{\left\{ (C_{11t} + \zeta_1 G_{1t})^{\theta_{11}} C_{12t}^{\theta_{12}} C_{13t}^{\theta_{13}} L_t^{1-\theta_{11}-\theta_{12}-\theta_{13}} \right\}^{1-\sigma_1}}{1-\sigma_1} \right]$$

$C_{11t}$  gibt dabei die in Land 1 konsumierte Menge des im Land 1 produzierten Gutes an (erster Index für das Konsumtionsland, zweiter für das Produktionsland).  $G_{1t}$  sind die Staatsausgaben des Landes 1, die Nutzen stiften können (vgl. Abschnitt 5.2.1.1). Alle Parameter erhalten Indizes, weil sie zwischen den Ländern verschieden sein können. Würde der amerikanische Haushalt das deutsche Gut (Index 2) nicht konsumieren wollen, so wäre  $\theta_{12} = 0$ . Im Unterschied zu Arvanitis/Mikkola (1996) werden die einzelnen Konsumkomponenten mit Hilfe einer Cobb-Douglas-Funktion und nicht mit einer CES-Funktion zum Gesamtkonsumindex zusammengefaßt. Die nutzenstiftende Funktion staatlichen Konsums stellt eine bislang nicht in Mehrgütermodellen angewandte Variante dar.

Zur Produktion des Outputs  $Y_t$  werden inländischer Arbeitseinsatz  $N_{1t}$  und bis zu drei verschiedene Zwischenkapitalstöcke  $K_{11t}, K_{12t}, K_{13t}$  eingesetzt:

$$(6.61) \quad Y_{1t} = A_{1t} K_{11t}^{\alpha_{11}} K_{12t}^{\alpha_{12}} K_{13t}^{\alpha_{13}} (X_{1t} N_{1t})^{1-\alpha_{11}-\alpha_{12}-\alpha_{13}}$$

---

<sup>178</sup> Eine ähnliche Fragestellung betrachtet Schmitt-Grohé (1998) für eine kleine offene Volkswirtschaft (Kanada). Sie untersucht anhand von Impulsantwortfunktionen, wie ein ganz bestimmter Outputshock in den USA die gleichgewichtigen Pfade der Investitionen, des Outputs, der Beschäftigung, der Terms of Trade sowie der Ex- und Importe eines dynamischen Gleichgewichtsmodells für die kanadische Wirtschaft beeinflusst. Sie kommt zu dem Ergebnis, daß Handel allein die Übertragung der Konjunkturschwankungen auf alle Aggregate nicht simultan erklären kann.

<sup>179</sup> Canova/Marrinan (1996) formulieren ihr Modell zwar für  $J$  Länder, wenden es aber konkret nur auf die drei genannten Länder an. Um die speziellen Merkmale des Modells besser herausarbeiten zu können, werden die Gleichungen für ein ganz bestimmtes Land genau angegeben.



Auch hier können die Anteile, die in der Produktion von den entsprechenden Kapitalstöcken eingesetzt werden, variieren. Wird ein Zwischenkapitalstock nicht eingesetzt, so ist  $\alpha_{1i} = 0, i = 1, 2, 3$ . Der arbeitsvermehrnde deterministische technische Fortschritt  $X_{it}$  kann ebenfalls unterschiedliche Wachstumsraten  $\gamma_i - 1, i = 1, 2, 3$  annehmen.

Die Anpassung der Zwischenkapitalstöcke ist wie bei Arvanitis/Mikkola (1996) mit Anpassungskosten verbunden:

$$(6.62) \quad K_{1it+1} = (1 - \delta_i)K_{1it} + \phi \left( \frac{I_{1it}}{K_{1it}} \right) K_{1it}, \quad i = 1, 2, 3$$

Selbst die Abschreibungsraten können zwischen den drei Zwischenkapitalstöcken differieren, nicht aber noch zusätzlich zwischen den Ländern. Der Arbeitseinsatz hingegen ist immobil. Es gilt die bekannte Restriktion an die Gesamtzeit. Zur Sicherstellung gleichgewichtigen Wachstums muß gelten, daß  $\beta = \beta_1 \mu_1$  sowie  $\gamma = \gamma_1 \mu_1$ , wobei  $\mu_1$  den Wachstumsfaktor der Bevölkerung in Land 1 angibt.

Die Regierung sorgt für ein ausgeglichenes Budget, indem sie den Output derart besteuert, daß die Einnahmen  $\tau_1 Y_{1t}$  gerade zur Deckung der Staatsausgaben  $G_{1t}$  und für die Transferzahlungen  $TR_{1t}$  ausreichen:

$$(6.63) \quad G_{1t} + TR_{1t} = \tau_1 Y_{1t}$$

Da vollständige Finanzmärkte betrachtet werden, muß im Gleichgewicht gelten, daß die Summe der inländischen Verwendungen nicht den inländischen Output übersteigt.

$$(6.64) \quad Y_{1t} = G_{1t} + C_{11t} + C_{12t} + C_{13t} + I_{11t} + I_{12t} + I_{13t}$$

Die Konsumtionsverflechtungen werden deutlich an den Argumenten der Nutzenfunktion  $(C_{11t}, C_{12t}, C_{13t})$ , während die Produktionsverflechtungen durch den Einsatz der ausländischen Zwischenkapitalstöcke entstehen. Die Staatsausgaben und die Technologieschocks folgen univariaten AR (1)-Prozessen, die nicht untereinander korreliert sind. Lediglich die Technologieschocks (Staatsausgabenschocks) zwischen den Ländern dürfen kontemporär korrelierte Störgrößen haben.

Canova/Marrinan (1996) untersuchen zunächst den Fall dreier symmetrischer Länder, wobei sie amerikanische Daten für die Kalibrierung heranziehen.<sup>180</sup> Um den spezifischen Beitrag der

---

<sup>180</sup> Aus Gründen des Umfangs der Arbeit werden im folgenden die zugewiesenen Parameterwerte nicht mehr diskutiert und referiert. Der interessierte Leser sei dafür auf die dreiseitige Diskussion im Originalaufsatz verwiesen.

einzelnen neuen Modellbestandteile herauszuarbeiten, betrachten sie zuerst Modellvarianten, in denen diese Effekte isoliert werden können.

In einer ersten Variante treten nur kontemporär korrelierte Schocks auf, ohne Produktions- und Konsumtionsverflechtungen. Das würde bedeuten, daß  $\theta_{12} = \theta_{13} = \alpha_{12} = \alpha_{13} = 0$  gilt. Positive Outputshocks in Land 1 führen dann zu positiven Störungen in Land 2 und 3. Technologie- und Staatsausgabenschocks haben dann kurz- und mittelfristig gleiche Outputeffekte und können nur über die langfristige Wirkung bzw. die Anpassung an den neuen Steady State voneinander unterschieden werden. Sie führen zu maximalen Reaktionen der Outputs erst nach drei bis sechs Quartalen.

Variante 2 betrachtet die Wirkung der Produktionsverflechtungen bei unkorrelierten Störgrößen. Haushalte konsumieren dann nur das inländische Gut, so daß  $\theta_{12} = \theta_{13} = 0$ .<sup>181</sup> Ein positiver Schock in Land 1 führt dort anfänglich zu einem Anstieg des Outputs, der Investitionen, des Konsums und der Beschäftigung. Auch in den beiden anderen Ländern steigen die Investitionen. Die Übertragungen hängen von den ausgelösten Kapitalzuflüssen (Substitutionseffekt) und Kapitalabflüssen (Einkommenseffekt) ab. Diese wiederum werden durch die Gewichte der Zwischenkapitalstöcke in der Produktionsfunktion bestimmt. Bei gleich starken Gewichten führt ein positiver Outputshock in Land 1 zu einem Kapitalzufluß (Substitutionseffekt) aus den Ländern 2 und 3, so daß die Outputs im Ausland kurzfristig sinken. Mittelfristig wird jedoch der Einkommenseffekt dominieren, so daß Kapital ins Ausland abfließt. Das gilt unabhängig davon, ob der Outputshock durch einen fiskalischen oder einen technologischen Schock ausgelöst worden ist.

Unkorrelierte Schocks und alleinige Konsumtionsverflechtungen werden in Variante 3 untersucht. In der Produktion wird dann nur inländisches Kapital eingesetzt, so daß  $\alpha_{12} = \alpha_{13} = 0$ .<sup>182</sup> Technologieschocks werden überhaupt nicht übertragen, wenn inländische Konsumgüter sehr stark in der Nutzenfunktion gewichtet werden, während sie bei einer Präferenz für ausländische Güter sehr stark übertragen werden. Für den Fall gleicher Gewichte treten geringe positive kurzfristige Variationen der Outputs auf. Durch eine temporäre Reduktion der Staatsausgaben kommt es hingegen zu einem Anstieg des Outputs und des Konsums aller drei Güter in Land 1. Da der ausländische Output im Moment des Anstiegs der Nachfrage nach ausländischen Konsumgütern gegeben ist, sinken die Investitionen in Land 2 und 3. Die gear-

---

<sup>181</sup> In Zwei-Länder-Zwei-Güter-Modellen wäre dieser Fall am ehesten mit Canova/Ubide (1998) vergleichbar (vgl. Abschnitt 6.1.3), wobei dort zur Produktion der Endprodukte nicht wie hier die Kapitalstöcke, sondern Zwischenprodukte verwendet werden, die sowohl konsumiert als auch investiert werden können (weniger strenge Trennung von Investitions- und Konsumgütern).

<sup>182</sup> Das Modell von Stockman/Tesar (1995) wäre eine Zwei-Länder-Variante dieses Falles (vgl. Abschnitt 6.1.4).

beiteten Stunden im Ausland bewirken zunächst einen Anstieg des Outputs im Ausland, bevor er aufgrund der steigenden Nachfrage nach Konsumgütern zurückgeht. Die inländischen Investitionen nehmen stärker zu als in einer geschlossenen Volkswirtschaft und führen damit zu einer maximalen Reaktion des Outputs in Land 1 nach ca. drei Quartalen. Temporäre Staatsausgabenreduktionen generieren somit einen positiven inländischen Multiplikatoreffekt, indem Ressourcen vom heutigen zum zukünftigen Konsum transferiert werden und haben einen temporär negativen Einfluß auf die ausländischen Outputs, da Ressourcen vom zukünftigen zum heutigen Konsum transferiert werden.

Aus den drei Experimenten kann man drei Schlußfolgerungen ziehen. Erstens sind die Auswirkungen von Technologie- und Staatsausgabenschocks in zwei Fällen gleich, so daß man aus den Impulsantwortfunktionen schlecht ablesen kann, welcher Einfluß für den Verlauf verantwortlich ist. Zweitens bewirken kontemporär korrelierte Schocks kurzfristig positive Reaktionen der Outputs in den Ländern, die langfristig gegen null gehen, während kontemporär unkorrelierte Störungen zusammen mit Produktions- und Konsumtionsverflechtungen zu negativen kurzfristigen Reaktionen der ausländischen Outputs und zu langfristigen Steigerungen führen. Schließlich können drittens die verzögerten Outputreaktionen in der Empirie am besten durch ein Modell mit nur kontemporär korrelierten Störungen erklärt werden.

Wie gut können nun alle drei Bestandteile die empirischen Impulsantwortfunktionen erklären? Dazu untersuchen Canova/Marrinan (1996) wieder drei symmetrische Länder mit amerikanischen Daten. Es zeigt sich, daß Technologieschocks den kurzfristigen Anstieg der Outputs in allen Ländern erklären können. Die mittel- und langfristigen Effekte hingegen werden durch die Produktionsverflechtungen bestimmt. Da die ausländischen Güter nur einen kleinen Teil des Gesamtkonsums darstellen, fallen die Auswirkungen durch die Konsumgüterverflechtungen gering aus. Bei fiskalischen Schocks dominieren die Auswirkungen der Konsumtionsverflechtung, vor allem mittel- und langfristig. Beide Schocks können eine verzögerte maximale Reaktion in Land 2 und große zyklische Reaktionen in Land 2 und 3 abbilden. Daneben kann auch die Lokomotivrolle der USA reproduziert werden. Hingegen kann die Reaktion des japanischen Outputs auf amerikanische Outputschocks nur unzureichend abgebildet werden ebenso wie die Größe der kumulierten Effekte in allen drei Ländern. In umfangreichen Sensitivitätsanalysen zeigen die Autoren, daß nur dann Änderungen qualitativer Art erreicht werden können, wenn der Anpassungskostenparameter sinkt (höhere Anpassungskosten) bzw. asymmetrisch wird oder wenn die serielle Korrelation der Schocks sinkt. Im wesentlichen bedeuten diese Änderungen Verschlechterungen der Abbildung der empirischen Impulsantworten. Grundsätzlich kann festgehalten werden, daß bei fiskalischen Schocks die Konsumtionsverflechtungen dominieren, während bei technologischen Schocks die Produktionsverflechtungen vorherrschen.

Schließlich kalibrieren Canova/Marrinan ihr Modell für die Länder USA, Deutschland und Japan mit landesspezifischen Parameterwerten für die Nutzenfunktionen, Produktionsfunktionen, die Anpassungskosten und die exogenen Schocks. Sie bringen damit ein Höchstmaß an Heterogenität in das Modell hinein. Das Ergebnis dieser Bemühungen ist jedoch verblüffend: Es ergeben sich keine großen Änderungen gegenüber dem symmetrischen Fall. Vielmehr stellen sich eher Verschlechterungen als Verbesserungen der Abbildung ein. So bringen zwar verschiedene exogene Prozesse in den Ländern asymmetrische Elemente in die Impulsantworten hinein, bewirken jedoch, daß die Ergebnisse entweder in die falsche Richtung gehen oder daß die Verschiedenheiten nicht ausreichen, um die Bandbreite der kumulierten Effekte in der Empirie angemessen abzubilden. Die Parameter der Nutzen- und Produktionsfunktionen sind im übrigen auch viel zu ähnlich, um spürbare Unterschiede in den Modellimplikationen hervorzu- bringen.

Im Hinblick auf die internationalen Konsumkorrelationen kann eine Abbildung der Empirie erreicht werden, wenn private und öffentliche Güter gute Substitute sind und nur fiskalische Schocks auftreten. Insofern überträgt sich das Ergebnis von Marrinan (1996) auch auf Mehrländermodelle (vgl. auch die Fußnote am Ende des Abschnitts 5.2.1.5). Eine zweite Möglichkeit der Erklärung ergibt sich, wenn man hohe Anpassungskosten ausländischer Investitionen zusammen mit schwachen Konsumtionsverflechtungen ( $\theta_{12}, \theta_{13}$  klein) und unabhängigen Technologieschocks annimmt. In dieser Situation können sich die Wirkungen positiver inländischer Technologieschocks nicht auf die anderen Länder übertragen, weil die inländischen Konsumenten ihr eigenes Gut präferieren und Produktionsverflechtungen durch die hohen Anpassungskosten im Ausland nur schwach ausgeprägt sind. Somit tragen Friktionen auf den Gütermärkten zu geringeren Konsumkorrelationen bei, obwohl die Finanzmärkte vollständig sind.

Zusammenfassend gesehen bietet der Modellrahmen von Canova/Marrinan die Basis zu einer umfangreicheren Analyse der Modellimplikationen im Stile des Kapitels 5 dieser Arbeit. Die Beschränkung auf die Outputdynamik gestattet keine Evaluierung des Ansatzes insgesamt. Es bleibt zu hoffen, daß sich die Mehrländermodelle, deren Entwicklung sich noch in den Anfängen befindet,<sup>183</sup> bald so darstellen wie die Zwei-Länder-Ein-Gut- und Zwei-Güter-Modelle: als voll elaborierte intertemporale Gleichgewichtsmodelle, die eine Konfrontation mit den empirischen Konjunkturzyklen nicht scheuen.

---

<sup>183</sup> Es sind gerade einmal elf Beiträge in der Literatur vorhanden, von denen erst vier Arbeiten veröffentlicht sind.

## 7 **Schlußbemerkungen**

Gegenstand der vorliegenden Arbeit war die Erklärung der Konjunkturzyklen in Dänemark und Deutschland mit internationalen realen Konjunkturmodellen. Nach einer Erläuterung des Basismodells und der grundlegenden Ausbreitungsmechanismen des Basismodells (2. Kapitel) erfolgte zunächst eine Bestandsaufnahme der Konjunkturzyklen in den betrachteten Ländern in Kapitel 3. Dabei wurde deutlich, daß die stilisierten Fakten derart stark von der verwendeten Trendbereinigungsmethode abhängen, daß man von **den** stilisierten Fakten nicht sprechen kann. Darüber hinaus konnte aufgezeigt werden, wie wichtig es für einen späteren Vergleich mit den Ergebnissen eines Modells ist, welche Zeitreihen man in die Untersuchung einbezieht. Es sei hier nochmals an das Verhalten der durchschnittlich pro Tag und pro Kopf der Bevölkerung in Deutschland gearbeiteten Stunden im Betrachtungszeitraum (Abbildung 3.9) erinnert. Vor diesem Hintergrund wurden anschließend in Kapitel 4 und 5 konkrete Varianten des Basismodells auf ihre Fähigkeit überprüft, die empirischen Konjunkturmuster abzubilden.

In Kapitel 4 wurde nach einer Untersuchung des Basismodells ein Modell für eine kleine offene Volkswirtschaft betrachtet. Der besondere Schwerpunkt lag auf der Evaluierung einzelner Modellbestandteile wie der Hinzunahme von Staatsaktivität und von Anpassungskosten der Investitionen im Hinblick auf eine verbesserte Erklärung der dänischen Konjunkturen. Dabei zeigte sich, daß keine Modellvariante das spezifische Verhalten der dänischen Aggregate abbilden konnte, insbesondere nicht das Verhalten des Reallohns und der Handelsbilanz. Es wurde deutlich, daß viele Modellergebnisse zum Teil sehr sensitiv auf Parametervariationen reagierten. So wurde beispielsweise bei geringer Risikoaversion der Konsum antizyklisch zum Output, während man nur bei niedrigeren Anpassungskosten der Investitionen ( $\xi = 1/30$ ) eine negativ mit dem Output korrelierte Handelsbilanz erhielt. Der Beitrag fiskalischer Schocks sowie exogener Zinssatzvariationen blieb quantitativ gering und war in keinem Fall ausreichend, um die beobachteten Konjunkturmuster auch nur annähernd ohne die Hinzunahme technologischer Schocks zu erklären. Allerdings bewirkten die technologischen Störungen eine zu hohe Outputvariabilität im Modell, so daß sie mehr als 100 % der tatsächlichen Schwankungen erklären konnten.

Im 5. Kapitel wurde der Modellrahmen auf zwei Länder erweitert und für Deutschland und die USA als Rest der Welt konkret untersucht. Besonderes Augenmerk galt dabei der Marktform auf den Finanzmärkten sowie der Art der technologischen Schocks. Daneben wurden auch die Implikationen staatlicher Aktivität in Verbindung mit der GHH-Nutzenfunktion untersucht. Dabei stellte sich die Bedeutung der Persistenz und der Spillover-Koeffizienten der technologischen Schocks für die Übertragung der Konjunkturen heraus. Die Wirkungen staatlicher Störungen blieben wie im Fall des kleinen Landes von untergeordneter Bedeutung. Auch ihre Wirkung als Präferenzschock über die Möglichkeit der Haushalte, privaten gegen staatlichen Konsum zu substituieren, konnte nur einen marginalen Beitrag zu Verbesserung der Abbildungsei-

genschaften des Modells leisten. Keine Modellvariante war jedoch in der Lage, die Rangfolge der empirischen Korrelationen abzubilden. So blieben die Investitionen und insbesondere die Konsumströme selbst in der besten Version (tatsächliche Schocks und GHH-Präferenzen) zu stark korreliert, nämlich stärker als die Outputs. Die den Arbeitsmarkt betreffenden internationalen Korrelationen konnten in keiner Weise adäquat erklärt werden, ebenso wie die landesspezifischen Kenngrößen für den Reallohn und den Arbeitseinsatz. Schließlich mißlang die Generierung einer ausreichend variablen Handelsbilanz, deren Antizyklizität wieder nur bei sehr geringen Anpassungskosten der Investitionen abgebildet werden konnte, nicht aber ihr Vorlaufen von drei Quartalen. Allerdings konnte die positive Beschäftigungskorrelation erklärt werden, was vielen Modellerweiterungen nicht gelingt.

Diese Erweiterungen wurden in Kapitel 6 überblicksartig diskutiert. Hier wurde die Schwierigkeit deutlich, selbst in Modellen mit mehr als zwei Gütern und mit mehr als zwei Ländern die Defekte des Ein-Gut-Modells zu beheben. Ein bisher nicht gelöstes Problem bleibt dabei die Fähigkeit der Modelle, **simultan** eine hohe Variabilität der Handelsbilanz und der Terms of Trade bei gleichzeitiger Abbildung der Rangfolge der internationalen Korrelationen zu ermöglichen. Jede Verbesserung des einen Bereiches führt - in den meisten Fällen - zu einer Verschlechterung des anderen Bereiches. Bedauerlicherweise zeichnet sich in jüngster Zeit ein Trend ab, die Modelle nur noch zur Erklärung sehr spezifischer Aspekte wie beispielsweise der Outputdynamik in Canova/Marrinan (1996) zu benutzen, ohne auf die Modellimplikationen für die Konjunkturmuster (Standardabweichungen und Korrelationen) einzugehen. Auch eine genauere Betrachtung von Lead/Lag-Beziehungen - wie es in dieser Arbeit in Kapitel 3 bis 5 geschehen ist - vermißt man im überwiegenden Teil der neueren Literaturbeiträge.

Sieht man von dieser Kritik einmal ab, so sind in jüngster Zeit Modelle entstanden, die weder in die Kategorie kleiner offener Volkswirtschaften noch in die der Zwei-Länder-Modelle eingeordnet werden können, sondern eine eigenständige neue Forschungsrichtung darstellen. Ausgehend von kleinen offenen Ökonomien wird in diesen Arbeiten unterstellt, daß nicht alle internationalen Preise gegebene Daten für das Land sind, sondern daß auf einige ein Einfluß ausgeübt werden kann. Kollmann (1997) schlägt - als ein Vertreter dieses Ansatzes - die Bezeichnung *semi-small open economies* für diese Länder vor. Die erste Arbeit liegt allerdings schon etwas länger zurück und stammt von Lundvik (1992b). In der Literatur ist dieser Beitrag erstaunlicherweise völlig unbekannt, obwohl in ihm die Grundlagen für den Ansatz gelegt werden. Eine konkrete Anwendung auf Deutschland enthält die Arbeit von Harjes (1997).<sup>184</sup> Im folgenden sollen die Charakteristika dieser Modelle und ihre empirische Relevanz kurz be-

---

<sup>184</sup> Auch das in Abschnitt 6.2.4 in einer Fußnote erwähnte Modell von Schmitt-Grohé (1998) kann man in diese Kategorie einordnen.

leuchtet werden, bevor einige Kritikpunkte an den internationalen realen Konjunkturmodellen vorgetragen werden.

Lundvik (1992b) geht der Frage nach, in welchem Ausmaß die schwedischen Konjunkturzyklen vom Ausland importiert bzw. durch Schocks im eigenen Land verursacht worden sind. Er unterstellt dabei, daß Schweden einen Einfluß auf die Terms of Trade nehmen kann, weil es den Preis des inländischen Gutes auf dem Weltmarkt setzen kann und sich einer exogen gegebenen Nachfrage nach dem Exportgut gegenüberstellt, die neben dem ausländischen Einkommen auch von den Terms of Trade abhängt. Um eine Ökonomie mit Zugang zum Wertpapiermarkt modellieren zu können, kann Lundvik aus rechentechnischen Gründen<sup>185</sup> nicht wie in Kapitel 4 dieser Arbeit den Zinssatz exogen vorgeben, sondern muß eine etwas unorthodoxe Modellierung vornehmen: Er nimmt an, daß es eine exogen gegebene fallende Angebotskurve von Wertpapieren gibt. Dahinter steht die Überlegung, daß die Risikoprämie (angepaßter Zinssatz) eines jeden Individuums um so größer ist, je größer die Verschuldung (gemessen über die ausländischen Wertpapiere) in Prozent des langfristig erwarteten Bruttosozialprodukts ist. Jedes Individuum betrachtet den angepaßten Zinssatz als gegeben, aber die Ökonomie insgesamt sieht sich einer fallenden Angebotskurve von Wertpapieren gegenüber. Der Weltmarktzinssatz selbst bleibt exogen für das Land.<sup>186</sup> Damit kommt Lundvik zu dem Ergebnis, daß die Variabilität des Outputs, der Investitionen und der Beschäftigung überwiegend durch inländische (Produktivitäts-)Schocks hervorgerufen wird, während die Fluktuationen von Exporten, Importen, Handelsbilanz, Terms of Trade und angepaßtem (inländischem) Zinssatz im wesentlichen auf exogene Schwankungen des Weltmarktzinssatzes und des ausländischen Einkommens (Outputs) zurückzuführen sind. Für die Volatilität des Konsums sind in- und ausländische Schocks gleichermaßen verantwortlich. Obwohl das Modell sehr nahe an die empirische Variabilität der Terms of Trade herankommt, bleibt es - wie die in Kapitel 6 genannten Ansätze auch - eine Erklärung der hohen Standardabweichungen von Ex- und Importen schuldig. Auch die Handelsbilanz weist nur etwa 1/3 der tatsächlichen Fluktuation auf.

Kollmann (1997) verbindet in seinem Beitrag den Baustein der fallenden Exportnachfragefunktion mit Elementen von Chari/Kehoe/McGrattan (1998): Preise und Löhne werden zwei bis vier Perioden im voraus festgesetzt. Eine weitere Möglichkeit der Preissetzung besteht darin, daß Löhne und Preise nach Zeitintervallen von stochastischer Länge festgelegt werden, und zwar dann, wenn die Unternehmer ein Preissetzungssignal wahrnehmen (Calvo-type price setting, Calvo (1983)). Insgesamt werden vier verschiedene exogene Schocks betrachtet: Neben den typischen Technologie- und Zinssatzschocks treten auch Geldangebotsschocks sowie

---

<sup>185</sup> Die Gründe hängen mit der bereits in Kapitel 4 angesprochenen Instabilität des Modells der kleinen offenen Volkswirtschaft zusammen.

<sup>186</sup> Für eine genauere formale Darstellung vgl. Lundvik (1992b), S. 68-70.

Preisniveauschocks auf. Die Nutzenfunktion ist linear in der Freizeit (Hansen (1985)) und zusätzlich von der Realkasse abhängig. Es gibt ein Kontinuum an inländischen und ausländischen Produkten, und, was ebenfalls neu ist, ein Kontinuum an verschiedenen Formen des Arbeitseinsatzes. Die Produktionsfunktion hängt allerdings nur vom Arbeitseinsatz ab, so daß von einer Modellierung der Kapitalakkumulation und des Investitionsverhaltens abstrahiert wird. Schließlich gibt es auch ein Kontinuum an Exportgütern, wobei die Nachfrage danach vom Verhältnis des Preises der Exportgüter zum ausländischen Preisniveau abhängt. Damit gelingt Kollmann die Erklärung ausreichend variabler nominaler und realer Wechselkurse, selbst dann, wenn nur Geldangebotsschocks auftreten. Die nominalen Rigiditäten erlauben darüber hinaus eine verbesserte Abbildung der Variabilität des Outputs, des Konsums und des Nominalzinssatzes. Dennoch bleiben die Korrelationen des nominalen und des realen Wechselkurses mit dem Output fehlerhaft, weil sie stark positiv ausfallen. Als Reaktion auf Geldangebotsschocks kommt es zu einem Überschießen des Wechselkurses (starke Abwertung). Insofern stellt dieses Modell eine Art Mikrofundierung des Overshooting-Ansatzes von Dornbusch (1976) in einem dynamischen Gleichgewichtsmodell dar.

Das Modell von Harjes (1997) kann als Spezialfall des Modells in Abschnitt 5.2.2 ohne den Einfluß staatlicher Aktivität auf die Präferenzen<sup>187</sup> und ohne die explizite Einbeziehung eines zweiten Landes interpretiert werden. Da aber Deutschland als große offene Volkswirtschaft einen Einfluß auf die Weltmarktpreise hat, unterstellt Harjes, daß der Zinssatz eine fallende Funktion des Wertpapierbestandes der Folgeperiode ist. Er stützt dies auf die Annahme, daß das Ausland nicht bereit sei, zu einem fixen Zinssatz in unbegrenzter Höhe Kredite zu gewähren. Je stärker das Inland sich im Ausland verschulde, desto höher sei der zu zahlende Zinssatz dafür.<sup>188</sup> Damit kann das Modell wie in Abschnitt 4.8 als Fall des kleinen Landes gelöst werden. Harjes beraubt sich damit allerdings der Möglichkeit, internationale Korrelationen der Outputs, Konsumströme usw. zu untersuchen und mit den empirischen zu vergleichen. Allerdings überprüft er die Sensitivität seines Modells im Hinblick auf Variationen des für die Beziehung zwischen Zinssatz und Wertpapierbestand verantwortlichen Parameters sowie für unterschiedliche Werte des Anpassungskostenparameters ( $\xi$ ) und für Variationen der Abschreibungsrate und des die Arbeitsangebotselastizität bestimmenden Parameters  $\nu$  (vgl. Abschnitt 4.8). Ohne die Ergebnisse hier im einzelnen zu referieren sei nur erwähnt, daß eine hohe Elastizität des Zinssatzes im Hinblick auf den Wertpapierbestand zu einer Reduktion der Variabilität der Investitionen und der Handelsbilanz beiträgt und damit eine verbesserte Abbildung der Realität ermöglicht wird.

---

<sup>187</sup> Der Staat hat in diesem Modell nur einen Einfluß auf den Steady State wie in King/Plosser/Rebelo (1988b).

Es wird kein exogener stochastischer Prozeß unterstellt.

<sup>188</sup> Wie dieser funktionale Zusammenhang aussieht, wird nicht näher angegeben.



Viele der in dem Überblick von Stadler (1994) über Reale Konjunkturmodelle genannten Kritikpunkte gelten auch im speziellen für die internationalen realen Konjunkturmodelle. Auf diese dort hinlänglich behandelten und zum Teil schon in der Literatur gelösten Probleme soll hier nicht näher eingegangen werden. Es sollen jedoch zwei Aspekte aufgegriffen werden, die man als eine externe Modellkritik (Kritik an essentiellen Modellannahmen) interpretieren kann: die Betrachtung des repräsentativen Haushalts und die Annahme der Exogenität der technologischen Schocks. Zuvor soll aber ein wichtiger modellimmanenter Kritikpunkt angesprochen werden.

Wie in Kapitel 4 und 5 gesehen, sind die Optimumbedingungen hochgradig nichtlineare Gleichungen in den Kontroll-, Zustands- und Kozustandsvariablen sowie in den exogenen Variablen. Aufgrund der Unmöglichkeit der Bestimmung einer algebraischen Lösung mußte ein approximatives Lösungsverfahren angewandt werden. Dabei wurden die Optimumbedingungen um den Steady State herum linear approximiert. Die für diese Gleichungen bestimmten optimalen Entscheidungsregeln gelten somit nur in der Nähe des stationären Punktes. Somit gelten auch die abgeleiteten Konjunkturmuster nur nahe dem Steady State. Das bedeutet aber, daß wir uns, wenn das Modell die Realität zutreffend abbilden soll - auch immer nur nahe am Gleichgewicht bewegen und nie weit davon entfernt sein dürfen, was eine durchaus umstrittene These ist. Noch gravierender aber wird die Problematik, wenn wir den Fall unvollständiger Märkte (Wertpapierökonomie) betrachten. Dort waren die linearisierten Gleichungen selbst nichtstationär, womit der Steady State kein eigentlicher stationärer Punkt im herkömmlichen Sinne mehr ist. Denn durch Schocks konnte sich der Wertpapierbestand im Zeitablauf (und damit auch der gleichgewichtige) immer wieder vom ursprünglichen Ausgangspunkt entfernen (vgl. die ausführlichen Diskussionen der Impulsantwortfunktionen in Kapitel 4 und 5). Die bisher nicht in der Literatur beantwortete Frage lautet dann aber, wie wertvoll die Modellergebnisse sind, wenn der Steady State nichtstationär ist.<sup>189</sup> Ökonomen wie Robert G. King sehen hierin ein vielversprechendes zukünftiges Forschungsgebiet.

In den Augen der Kritiker des RBC-Ansatzes müssen solche mathematischen Feinheiten jedoch eine unbedeutende Rolle spielen. So hält Kirman (1992) die Betrachtung eines repräsentativen Wirtschaftssubjekts in diesem Rahmen für gänzlich verfehlt. Diese Kritik setzt hart an der Form der bisher betriebenen mikroökonomischen Fundierung der Makroökonomik an: "However, I would go further and suggest that the way to develop appropriate microfoundations for macroeconomics is not to be found by starting from the study of individuals in isolation, but rests in an essential way on studying the aggregate activity resulting from the direct interaction

---

<sup>189</sup> Nicht ohne Grund versuchen deshalb viele Autoren, durch geeignete Annahmen die Nichtstationarität zu umschiffen (vgl. die Diskussion in Abschnitt 4.4; siehe auch die Bemerkungen zum Beitrag von Lundvik (1992b) in diesem Kapitel).

between different individuals. Even if this is too ambitious a project in the short run, it is clear that the 'representative' agent deserves a decent burial, as an approach to economic analysis that is not only primitive, but fundamentally erroneous." (Kirman (1992), S. 119). Diese Aussage untermauert Kirman durch einige zugegebenermaßen enttäuschende Resultate in der Literatur der allgemeinen Gleichgewichtstheorie. Nur in den Fällen, daß entweder alle Individuen identische homothetische Nutzenfunktionen (somit lineare Engelkurven) haben oder möglicherweise verschiedene homothetische Nutzenfunktionen besitzen, aber eine identische relative Einkommensverteilung gegeben und unabhängig von den Preisen ist, verhält sich die gesamte Ökonomie wie ein repräsentatives Wirtschaftssubjekt. Diese Annahmen sind sehr restriktiv und in der Realität nie erfüllt. Das Debreu-Mantel-Sonnenschein-Resultat zeigt, daß die individuelle Nutzenmaximierung nur zu sehr schwachen Eigenschaften der aggregierten Funktionen führt. Betrachtet wird dabei eine wesentlich einfachere Modellstruktur als die in dieser Arbeit zugrundegelegte: Gegeben ist eine reine Tauschwirtschaft (also keine Modellierung der Produktionsstruktur), in der jedes Individuum eine gutartige Überschußnachfragefunktion besitzt. Dann führt die Summation über alle Individuen zur aggregierten Überschußnachfragefunktion, auf die sich aber nur drei Eigenschaften der individuellen Überschußnachfragen übertragen: Sie ist stetig, erfüllt Walras' Law (d.h., daß die aggregierte Überschußnachfrage gleich null ist) und ist homogen vom Grade null. Diese Eigenschaften reichen **nicht** zur Sicherstellung der Existenz und Eindeutigkeit eines Gleichgewichtes in dieser simplen statischen Tauschwirtschaft aus. Um so viel weniger wird dann in einer komplexen dynamischen Ökonomie ein Gleichgewicht existieren, wenn heterogene Individuen zugelassen werden. Selbst wenn man unterstellt, daß das Verhalten der Gesellschaft insgesamt der des repräsentativen Haushalts entspricht, kann es sein, daß das repräsentative Individuum eine Situation  $a$  einer Situation  $b$  vorzieht, obwohl alle Individuen strikt  $b$   $a$  vorziehen!<sup>190</sup> Es gibt somit keinen festen Zusammenhang zwischen den Reaktionen der Individuen selbst auf Politikänderungen und der Reaktion des repräsentativen Haushalts auf dieselben Veränderungen. Steigerungen des Wohlstands des repräsentativen Individuums müssen somit nicht mit Wohlstandsverbesserungen der Gesellschaft einhergehen.<sup>191</sup> Wenn man -wie in dieser Arbeit und in der gesamten RBC-Literatur - die Implikationen der Modelle empirisch testet (d.h., sie mit den empirischen Gegenparts vergleicht), testet man immer eine zweifache Hypothese: zum einen die, ob die konkreten Verhaltensgleichungen des Modells zutreffen und zum anderen, ob die aggregierten Entscheidungen tatsächlich durch die Entscheidungen eines repräsentativen Individuums abgebildet werden können. Insofern kann es nicht verwundern, daß kein Modell die Realität genau abbildet, lehnt man doch damit im Grunde die Hypothese des repräsentativen Haushalts ab. Von der Aufgabe der

---

<sup>190</sup> Vgl. dazu das graphische Beispiel in Kirman (1992), S. 124-125.

<sup>191</sup> In diesem Sinne ist die Literatur zu den Wohlfahrtsgewinnen (vgl. z.B. van Wincoop (1998)) ebenso kritisch zu beurteilen.

Annahme des repräsentativen Haushalts könnten daher vielversprechende Erkenntnisse darüber erwartet werden, inwieweit trotz verschiedener Eigenschaften der Individuen durch ihre Interaktion miteinander aggregierte Regularitäten wie Konjunkturen in einer Gesellschaft existieren. Erste Ansatzpunkte im Rahmen dynamischer Gleichgewichtsmodelle finden sich in Ríos-Rull (1995), die aber noch auf die geschlossene Volkswirtschaft beschränkt sind.

Ein weiterer Kritikpunkt setzt an der Form des technischen Fortschritts in den realen Konjunkturmodellen an. In allen betrachteten und referierten Ansätzen fällt der technische Fortschritt wie Manna vom Himmel: Er ist exogen und kann nicht weiter erklärt werden (Solow-Residuum). Schmookler (1966) vertritt hingegen die realistischere Auffassung, daß technologische Änderungen in Form von Erfindungen in hohem Maße eine ökonomische Aktivität darstellen, die um der Gewinne wegen durchgeführt werden. Sie werden somit endogen und nicht exogen bestimmt. Entscheidend ist die Erkenntnis Schmooklers, daß Innovationen und Inventionen eine ökonomische Variable an sich sind, und nicht der durch das Wachstum der Produktionsfaktoren nicht erklärbare Rest des Outputwachstums. "But the production of inventions and much other technological knowledge, whether routinized or not, when considered from the standpoint of both the objectives and the motives which impel men to produce them, is in most instances as much an economic activity as is the production of bread." (Schmookler (1966), S. 208). In diesem Sinne müßte man eine Produktionsfunktion für Erfindungen gewinnen, um zu einer Endogenisierung zu gelangen. Erste Ansätze einer solchen Modellierung im Rahmen von realen Konjunkturmodellen finden sich in King/Plosser/Rebelo (1988b) sowie Rebelo (1988) und bestehen darin, einen zweiten Kapitalstock - Humankapital - in das Modell aufzunehmen, so daß akkumuliertes Wissen als weiterer Produktionsfaktor hinzutritt (endogenes Wachstum). Allerdings müssen die Autoren trotzdem auf weitere exogene technische Impulse zurückgreifen, um eine adäquate Abbildung der Realität zu ermöglichen.<sup>192</sup> Boileau (1996) hat dieses Konzept als erster in einem internationalen realen Konjunkturmodell angewandt (vgl. Abschnitt 6.1.1). Bisher gibt es allerdings noch keinen dynamischen Gleichgewichtsansatz, der Konjunkturen ohne die Annahme exogener stochastischer Produktivitätsschocks erklären kann. Zukünftige Forschungsprojekte könnten hier ein großes Betätigungsfeld finden, insbesondere in Verbindung mit der Modellierung heterogener Individuen.

---

<sup>192</sup> In reinen endogenen Wachstumsmodellen wie Romer (1986) gibt es keine exogene Stochastik. Allerdings können diese Modelle keine Konjunkturen erklären.

## Anhang

In diesem Anhang wird in detaillierter Form das Basismodell des Kapitels 2 aufgearbeitet. Der Anhang ist in fünf Teile gegliedert. In Teil A wird der Steady State des Modells untersucht. In Teil B erfolgt eine ausführliche Erläuterung des Approximationsverfahrens, um die in Kapitel 4 und 5 dargestellten Modellvarianten damit lösen zu können. Teil C behandelt Methoden zur Berechnung der Momente der Modellvariablen sowie zur Bestimmung der Impulsantwortfunktionen. In Teil D werden wichtige Zusammenhänge zwischen Risikoaversion und intertemporaler Substitutionselastizität aufgezeigt und Bedingungen für die Konkavität der Nutzenfunktionen angegeben. In Teil E wird schließlich der HP-Filter vorgestellt. Die Ausführungen in Teil A bis C basieren im wesentlichen auf dem technischen Anhang zu King/Plosser/Rebelo (1988a,b): King/Plosser/Rebelo (1990).

### A Gleichgewichtiges Wachstum im Basismodell

#### A.1 Technologische Restriktionen zur Sicherstellung gleichgewichtigen Wachstums

Wie in Kapitel 2 ausgeführt, muß der technische Fortschritt sich als arbeitsvermehrender technischer Fortschritt schreiben lassen (labour augmenting technical progress), um im Modell einen Steady State im Sinne gleichgewichtigen Wachstum zu erreichen. Zur Diskussion dieser Problematik wird von Steuern und Staatsausgaben abgesehen. Das kann man wie folgt zeigen. Man schreibe die Produktionsfunktion in der Form

$$(A.1) \quad Y_t = AF(X_{K_t} K_t, X_{N_t} N_t)$$

mit  $X_{K_t}$  als kapitalvermehrender technischer Fortschritt (capital augmenting technical progress) und  $X_{N_t}$  als arbeitsvermehrender technischer Fortschritt (labour augmenting technical progress). Die Wachstumsfaktoren von  $X_{K_t}$  und  $X_{N_t}$  seien  $\gamma_{X_K}$  bzw.  $\gamma_{X_N}$ . Dann erfüllt der Wachstumsfaktor von  $Y$ ,  $\gamma_Y$ , die Gleichung

$$(A.2) \quad \gamma_Y = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{X_{K_{t+1}} K_{t+1} F(1, Z_{t+1})}{X_{K_t} K_t F(1, Z_t)} = \gamma_{X_K} \gamma_K \frac{F(1, Z_{t+1})}{F(1, Z_t)} \quad \text{mit} \quad Z_t = \frac{X_{N_t} N_t}{X_{K_t} K_t}$$

da  $F$  linearhomogen ist.

Damit  $\gamma_Y$  konstant ist (um Steady-State-Wachstum zu gewährleisten), muß in (A.2) entweder das Verhältnis  $Z_t$  oder  $F(1, Z_{t+1})/F(1, Z_t)$  konstant sein.

$$1. \quad Z_t = \frac{X_{N_t} N_t}{X_{K_t} K_t} = \text{konst.}$$

Dann ist  $F(1, Z_{t+1})/F(1, Z_t) = 1$  und  $\gamma_Y = \gamma_{X_K} \gamma_K$ . Aus den Bedingungen (2.3) und (2.8) folgt, daß  $\gamma_K = (Y - C)/K + (1 - \delta)$ .

Für  $Y > C$ , also strikt positive Investitionen, müssen, damit  $\gamma_K$  konstant ist,  $C/K$  und  $Y/K$  auch konstant sein. Die Konstanz von  $Y/K$  impliziert, daß die Wachstumsfaktoren von  $Y$  und  $K$  gleich sind:  $\gamma_K = \gamma_Y$ . Dies wiederum impliziert, daß  $\gamma_{X_K} = 1$ . Damit folgt, daß die Erreichbarkeit von Steady-State-Wachstum die Abwesenheit von kapitalvermehrendem technischem Fortschritt impliziert.

$$2. \quad \frac{F(1, Z_{t+1})}{F(1, Z_t)} = \text{konst.}, \text{ unabhängig von der Konstanz von } Z_t$$

In diesem Fall ist die Produktionsfunktion vom Typ Cobb-Douglas und der technische Fortschritt kann immer als arbeitsvermehrnder technischer Fortschritt geschrieben werden:

$$(A.3) \quad \frac{F(1, Z_{t+1})}{F(1, Z_t)} = \frac{\left( \frac{X_{N_{t+1}} N_{t+1}}{X_{K_{t+1}} K_{t+1}} \right)^\alpha}{\left( \frac{X_{N_t} N_t}{X_{K_t} K_t} \right)^\alpha} = \left( \frac{\gamma_N \gamma_{X_N}}{\gamma_K \gamma_{X_K}} \right)^\alpha = \text{konst.}$$

$Y_t = A(X_{K_t} K_t)^{1-\alpha} (X_{N_t} N_t)^\alpha$  kann dann geschrieben werden als  $Y_t = AK_t^{1-\alpha} (\tilde{X}_{N_t} N_t)^\alpha$ , wobei  $\tilde{X}_{N_t} = (X_{K_t})^{1-\alpha/\alpha} X_{N_t}$ . Hicks-neutraler technischer Fortschritt (d.h., daß Arbeits- und Kapitalproduktivität im gleichen Ausmaß wachsen und die Kapitalintensität konstant ist,  $X_{N_t} = X_{K_t}$ ) ist nur dann mit gleichgewichtigem Wachstum vereinbar, wenn die Produktionsfunktion vom Typ Cobb-Douglas ist.

Häufig wird als Argument für die Verwendung der Cobb-Douglas-Funktion die Implikation der Konstanz der Faktorquoten angeführt. Hier zeigt sich jedoch, daß allgemein jede Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen mit langfristig konstanten Faktorquoten vereinbar ist. Für die Lohn- bzw. die Gewinnquote gilt

$$(A.4) \quad s_N = \frac{\frac{\partial Y_t}{\partial N_t} N_t}{Y_t} = \frac{A_t N_t X_t D_2 F(K_t, N_t X_t)}{A F(K_t, N_t X_t)} \text{ bzw.}$$

$$(A.5) \quad s_K = \frac{\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} K_t}{Y_t} = \frac{K_t A_t D_1 F(K_t, N_t X_t)}{A_t F(K_t, N_t X_t)}$$

Auf einem Steady-State-Pfad muß  $(K_t/X_t, N_t)$  konstant sein, damit die Wachstumsrate von  $Y_t$  konstant ist.<sup>193</sup> Somit wachsen  $X_t$  und  $K_t$  im gleichen Ausmaß und  $N_t$  ist konstant ( $=N$ ); da  $F(K_t, N_t X_t)$  linearhomogen und  $D_i F(K_t, N_t X_t)$ ,  $i = 1, 2$  folglich nullhomogen ist, gilt:<sup>194</sup>

---

<sup>193</sup> Vgl. die Argumentation zu (A.2) Punkt 1.

$$(A.6) \quad s_N = \frac{ANX_t D_2 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)}{AX_t F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)} = \frac{ND_2 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)}{F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)} = \text{konst.}$$

$$(A.7) \quad s_K = \frac{AK_t D_1 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)}{AX_t F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)} = \frac{K_t}{X_t} \frac{D_1 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)}{F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)} = \text{konst.}$$

da  $K_t$  und  $X_t$  im selben Ausmaß wachsen.

Aus Gründen der Vergleichbarkeit mit anderen Arbeiten wird dennoch die Cobb-Douglas-Funktion verwendet:

$$(A.8) \quad Y_t = A_t K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha \text{ mit } F(K_t, N_t X_t) = K_t^{1-\alpha} (N_t X_t)^\alpha$$

### A.1.1 Implikationen für die Wachstumsraten eines erreichbaren Steady State

Zur Bestimmung der erreichbaren gleichgewichtigen Wachstumsraten werden die Produktionsfunktion und die Kapitalakkumulationsgleichung herangezogen, wobei davon ausgegangen wird, daß  $A_t = A, \forall t$ .

1. Wegen  $0 \leq N \leq 1$  kann der Arbeitseinsatz nicht wachsen:  $\gamma_N = 1$ .
2. Wegen  $Y = C + I$  folgt bei positiven Investitionen, daß die Wachstumsfaktoren des Konsums und der Investitionen gleich sind und mit der des Outputs übereinstimmen:  $\gamma_C = \gamma_Y = \gamma_I$ . Mit ein wenig neuer Notation kann man das wie folgt zeigen: Seien die Konsum- und die Investitionsquote gegeben mit  $s_{c_t} = C_t/Y_t$ ,  $s_{i_t} = I_t/Y_t$ . Dann ergibt sich der Wachstumsfaktor von  $Y$  mit  $Y_{t+1}/Y_t = C_{t+1}/Y_t + I_{t+1}/Y_t = \gamma_{c_{t+1}} s_{c_t} + \gamma_{i_{t+1}} s_{i_t} = \gamma_{Y_{t+1}}$ . Wegen  $s_{c_t} + s_{i_t} = 1 \forall t$  folgt dann  $(\gamma_{c_{t+1}} - \gamma_{i_{t+1}}) s_{c_t} = (\gamma_{Y_{t+1}} - \gamma_{I_{t+1}})$ .

Wenn man Steady-State-Wachstum betrachtet, sind alle Wachstumsfaktoren konstant, also unabhängig von  $t$ . Dann lautet die obige Bedingung  $(\gamma_C - \gamma_I) s_c = (\gamma_Y - \gamma_I)$ . Sie kann nur in folgenden zwei Situationen erfüllt sein:

- a)  $s_c = \text{konst.}$ , wenn  $(\gamma_C - \gamma_I = \gamma_Y - \gamma_I = 0)$  nicht erfüllt ist
- b)  $\gamma_C = \gamma_I = \gamma_Y$

Wenn aber  $s_c$  konstant ist, dann wachsen  $C$  und  $Y$  mit derselben Rate, was der Bedingung in a) widerspricht. Also muß die Bedingung b) in jedem Steady State gelten.

3. Aus der Kapitalakkumulationsgleichung folgt, daß die Wachstumsfaktoren von  $K$  und  $I$  gleich sind:  $\gamma_K = \gamma_I$ . Im Steady State gilt  $K_{t+1} = K_t = K$ . Das bedeutet, daß gerade soviel

---

<sup>194</sup>  $A_t$  sei ebenfalls konstant ( $=A$ ).

investiert wird, wie nötig ist, um den Kapitalstock aufrechtzuerhalten:  $I_t = \delta K_t$ . Damit gilt  $I_{t+1}/I_t = \delta K_{t+1}/\delta K_t \Leftrightarrow \gamma_I = \gamma_K$ .

4. Bei fixem Arbeitseinsatz und jeder Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen gilt:  $\gamma_K = \gamma_Y = \gamma_X$ , da  $Y_t = AF(K_t, NX_t) = X_t AF(K_t/X_t, N)$ .<sup>195</sup> Damit ein Steady State erreicht wird, muß  $K/X$  konstant sein, es sein denn, man betrachtet die Cobb-Douglas-Funktion. Gilt diese, so ergibt sich die Gleichheit von  $\gamma_X$  und  $\gamma_Y$  wegen  $\gamma_Y = Y_{t+1}/Y_t = AK_{t+1}^{1-\alpha}(NX_{t+1})^\alpha / AK_t^{1-\alpha}(NX_t)^\alpha = \gamma_K^{1-\alpha}\gamma_X^\alpha$ . Damit gilt  $\ln \gamma_Y = (1-\alpha)\ln \gamma_K + \alpha \ln \gamma_X$ ; wegen  $\gamma_K = \gamma_Y$  folgt die besagte Gleichheit.

Zusammengefaßt ergibt sich, daß Output, Konsum, Kapitalstock, Investitionen und effektiver Arbeitseinsatz alle mit dem gleichen konstanten Faktor  $\gamma_X$  wachsen.

$$(A.9) \quad \gamma_Y = \gamma_C = \gamma_K = \gamma_I = \gamma_X$$

Damit besitzt das Modell eine einzige gleichgewichtige Wachstumsrate, obwohl bisher keine Restriktionen an die Niveaus irgendeiner Variablen gestellt wurden. Die verwendete Produktionsfunktion lautet damit

$$(A.10) \quad Y_t = AK_t^{1-\alpha}(NX_t)^\alpha$$

Diese Technologie bedingt sehr starke Einschränkungen der Beziehungen der Wachstumsfaktoren der Variablen.

### A.1.2 Implikationen für die Steady-State-Grenzproduktivitäten

Die Grenzproduktivität des Kapitals ist konstant, während die Grenzproduktivität einer Einheit gearbeiteter Stunden mit dem Faktor  $\gamma_X$  wächst, bedingt jeweils durch ihre Nullhomogenität.

$$(A.11) \quad D_1 Y_t = \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = A \frac{\partial F(K_t, NX_t)}{\partial K_t} = AD_1 F(K_t, NX_t) = AD_1 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right) = \text{konst.}$$

$$(A.12) \quad D_2 Y_t = \frac{\partial Y_t}{\partial N} = X_t A \frac{\partial F(K_t, NX_t)}{\partial N} = AX_t D_2 F(K_t, NX_t) = AX_t D_2 F\left(\frac{K_t}{X_t}, N\right)$$

Im Fall der Cobb-Douglas-Funktion (A.10) bedeutet dies:

$$(A.13) \quad \frac{AD_1 F(K_{t+1}, NX_{t+1})}{AD_1 F(K_t, NX_t)} = \frac{(1-\alpha)AK_{t+1}^{-\alpha}N^\alpha X_{t+1}^\alpha}{(1-\alpha)AK_t^{-\alpha}N^\alpha X_t^\alpha} = \gamma_K^{-\alpha}\gamma_X^\alpha = 1$$

---

<sup>195</sup> Vgl. hierzu auch die Argumentation zu (A.6) und (A.7).

$$(A.14) \quad \frac{AX_{t+1}D_2F(K_{t+1}, NX_{t+1})}{AX_tD_2F(K_t, NX_t)} = \frac{\alpha AK_{t+1}^{1-\alpha} N^{\alpha-1} X_{t+1}^\alpha}{\alpha AK_t^{1-\alpha} N^{\alpha-1} X_t^\alpha} = \gamma_k^{1-\alpha} \gamma_x^\alpha = \gamma_x$$

### A.1.3 Implikationen für die Elastizitäten

Bei der späteren Approximation der Optimumbedingungen werden die Elastizitäten der Grenzproduktivitäten nahe dem Steady State benötigt. Diese seien an dieser Stelle vorab angegeben.

Um nicht die Niveaus direkt, sondern die später benötigten um  $X_t$  bereinigten Variablen zu betrachten, werden Output und Kapitalstock durch  $X_t$  dividiert:

$$(A.15) \quad k_t = \frac{K_t}{X_t}, y_t = \frac{Y_t}{X_t} \Rightarrow y_t = A_t F(k_t, N)$$

Dann sind die Elastizitäten der Grenzproduktivitäten gegeben durch:

$$(A.16) \quad \xi_{kk} = \frac{\partial \left( \frac{\partial y}{\partial k} \right)}{\partial k} \frac{k}{\frac{\partial y}{\partial k}} = \frac{AD_{11}F(k, N)k}{AD_1F(k, N)}, \quad \xi_{kN} = \frac{\partial \left( \frac{\partial y}{\partial k} \right)}{\partial N} \frac{N}{\frac{\partial y}{\partial k}} = \frac{AD_{12}F(k, N)N}{AD_1F(k, N)}$$

$$\xi_{Nk} = \frac{\partial \left( \frac{\partial y}{\partial N} \right)}{\partial k} \frac{k}{\frac{\partial y}{\partial N}} = \frac{AD_{21}F(k, N)k}{AD_2F(k, N)}, \quad \xi_{NN} = \frac{\partial \left( \frac{\partial y}{\partial N} \right)}{\partial N} \frac{N}{\frac{\partial y}{\partial N}} = \frac{AD_{22}F(k, N)N}{AD_2F(k, N)}$$

Lohnquote  $s_N$  und Gewinnquote  $s_k = s_K$  ergeben sich über (A.6) bzw. (A.7). Man kann zeigen, daß für den Fall der Cobb-Douglas-Funktion gilt:

$$(A.17) \quad \xi_{kk} = -\xi_{kN} = -s_N = -\alpha, \quad \xi_{NN} = -\xi_{Nk} = -(1-s_N) = -(1-\alpha) = -s_k$$

## A.2 Einschränkungen der Nutzenfunktion und der Staatsaktivität zur Sicherstellung eines erreichbaren Wachstumsgleichgewichts

Man muß nun überprüfen, ob, und wenn ja unter welchen Bedingungen, der Steady-State-Pfad, der sich aus den Restriktionen an die Produktionsfunktion ergibt, mit den Optimalbedingungen des Nutzenmaximierungsansatzes des Haushalts vereinbar ist.

Da das Interesse einer wachsenden Ökonomie gilt, werden die Implikationen für  $\gamma_x > 1$  untersucht. Man weiß, daß ein technologisch erreichbarer Steady State die Gleichheit und Konstanz der Wachstumsraten der Variablen bedeutet. Falls nun die Optimumbedingungen des Haushalts mit dem technologisch erreichbaren Steady-State-Wachstum nicht vereinbar sind, ist der Steady State uninteressant für das betrachtete Problem, da er nie das Ergebnis des Konkurrenzgleichgewichts der Ökonomie sein kann. Daher werden die Präferenzen eingeschränkt, so



daß der Steady State tatsächlich ein optimales und ein Ergebnis des kompetitiven Gleichgewichts ist.

Aus den Optimumbedingungen hinsichtlich des Kapitalstocks (2.12) und (2.18), die identisch sind bei zunächst unterstellter Abwesenheit von Staatsaktivität, folgt, daß der Schattenpreis des Kapitals  $\gamma_A$  mit einer konstanten Rate im Steady State wächst:<sup>196</sup>

$$(A.18) \quad \gamma_A [AD_1 F(k, N) + (1 - \delta)] = 1$$

Dieser Wachstumsfaktor ist eine Funktion von  $k$ , somit also konstant, da  $k$  konstant ist.

### A.2.1 Konstanz der intertemporalen Substitutionselastizität des Konsums

Die geforderte Optimalität des Steady State schränkt die Nutzenfunktion in dem Sinne ein, daß die intertemporale Substitutionselastizität des Konsums unabhängig vom Niveau des Konsums sein muß.

Die Optimalbedingung für einen effizienten intertemporalen Konsumplan (2.10) bzw. (2.16) impliziert, daß der Wachstumsfaktor des Grenznutzens konstant über die Zeit ist:<sup>197</sup>

$$(A.19) \quad \frac{D_1 u(C_t, L)}{D_1 u(C_{t+1}, L)} = \frac{\beta}{\gamma_A} = \beta [AD_1 F(k, N) + (1 - \delta)]$$

Von der Ressourcenbeschränkung weiß man, daß ein erreichbarer Steady-State-Konsumplan die Form  $C_t = X_0 (\gamma_X)^t [AF(k, N) + (1 - \delta - \gamma_X)k]$  haben muß.<sup>198</sup> Damit der Grenznutzen des Konsums für alle  $X_0$  mit einer konstanten Rate wächst, muß gelten, daß die Differenz der Wachstumsrate zu zwei verschiedenen Zeitpunkten  $t$  und  $t+1$  gleich null ist:

$$(A.20) \quad \left[ \frac{D_{11} u(C_{t+1}, L) C_{t+1}}{D_1 u(C_{t+1}, L)} \right] \frac{dX_0}{X_0} - \left[ \frac{D_{11} u(C_t, L) C_t}{D_1 u(C_t, L)} \right] \frac{dX_0}{X_0} = 0$$

Das folgt aus:

$$(A.21) \quad \frac{d(D_1 u(C_t, L))}{dt} \frac{1}{D_1 u(C_t, L)} = \frac{D_{11} u(C_t, L)}{D_1 u(C_t, L)} \frac{dC_t}{dt} = \frac{D_{11} u(C_t, L) C_t}{D_1 u(C_t, L)} \frac{dC_t}{dt} \frac{1}{C_t} = \text{konst.}$$

$$\text{da } \frac{D_{12} u(C_t, L) L}{D_1 u(C_t, L)} \frac{dL}{dt} \frac{1}{L} = 0 \text{ wegen } L \text{ konst. im Steady State}$$

<sup>196</sup> Auch hier wird bei der Analyse mit dem transformierten Kapitalstock gearbeitet.

<sup>197</sup> Angegeben wird der Kehrwert des Wachstumsfaktors.

<sup>198</sup> Dies folgt aus (2.13) unmittelbar, wenn man den Steady State betrachtet.

Der zweite Ausdruck im dritten Term in (A.21) stellt die Wachstumsrate des Konsums dar. Diese kann mit der o.g. Form eines optimalen Konsumplans bestimmt werden.

$$(A.22) \quad \frac{d\left(X_0(\gamma_x)^t [AF(k, N) + (1 - \delta - \gamma_x)k]\right)}{dt} \frac{1}{\left(X_0(\gamma_x)^t [AF(k, N) + (1 - \delta - \gamma_x)k]\right)}$$

$$= \ln \gamma_x = \ln \left( \frac{X_{t+1} - X_t}{X_t} + 1 \right) \cong \frac{X_{t+1} - X_t}{X_t} \approx \frac{dX}{X} = \frac{dX_0}{X_0}$$

Die Wachstumsrate von  $C$  entspricht also der Veränderung von  $X_0$ , also der Wachstumsrate von  $X$  (vgl. auch A.1.1) und ist konstant. Damit (A.20) insgesamt gleich null ist, muß der jeweils links von  $dX_0/X_0$  stehende Ausdruck ebenfalls konstant sein. Bezeichnet man mit  $\sigma$  den (absoluten) Wert der Elastizität des Grenznutzens des Konsums, so stellt man fest, daß diese genau der Ausdruck links neben  $dX_0/X_0$  in (A.20) ist, und konstant sein muß. Da der absolute Wert von  $\sigma$  gerade dem Kehrwert der intertemporalen Substitutionselastizität entspricht, ist damit gezeigt, daß zur Erreichung eines mit dem Steady State vereinbaren Konsumplans die intertemporale Substitutionselastizität des Konsums konstant sein muß.<sup>199</sup>

Mit dieser Information kann man nun die zugrundeliegende Klasse von zulässigen Nutzenfunktionen ableiten:

$$(A.23) \quad \frac{D_1 u(C_t, L) C_t}{D_1 u(C_t, L)} = -\sigma$$

Substituiert man  $D_1 u(C, L)$  durch  $f(C, L)$  (wobei  $L$  konstant ist aufgrund der Steady-State-Implikation der Konstanz von  $N$ ), erhält man eine homogene Differentialgleichung erster Ordnung in  $f(C, L)$ :

$$(A.24) \quad -\sigma = \frac{C Df(C, L)}{f(C, L)} \Leftrightarrow Df(C, L) = -\sigma \frac{f(C, L)}{C}$$

Die Lösung kann mit der Methode der Trennung der Variablen bestimmt werden und lautet:<sup>200</sup>

$$(A.25) \quad f(C, L) = v_1(L) C^{-\sigma} = D_1 u(C, L)$$

Um nun  $u(C, L)$  zu bestimmen, muß der mittlere Term integriert werden:

---

<sup>199</sup> Zum Zusammenhang zwischen intertemporaler Substitutionselastizität und Risikoaversion bei solchen Nutzenfunktionen vgl. den Anhang D.

<sup>200</sup> Es wird unterstellt, daß die Integrationskonstanten Funktionen der Freizeit  $L$  seien.

$$(A.26) \quad u(C, L) = \int v_1(L) C^{-\sigma} dC = v_1(L) \frac{C^{1-\sigma}}{1-\sigma} + v_2(L)$$

Die beiden mit dem Steady State vereinbaren Nutzenfunktionen haben damit folgende vorläufige Form:

$$(A.27) \quad u(C, L) = \frac{1}{1-\sigma} C^{1-\sigma} v_1(L) + v_2(L) \quad \text{für } \sigma > 1 \text{ und } 0 < \sigma < 1$$

$$(A.28) \quad u(C, L) = \ln(C) v_1(L) + v_2(L) \quad \text{für } \sigma = 1$$

### A.2.2 Konstanz des optimalen Arbeitseinsatzes

Da  $N$  nicht wächst, muß der Steady-State-Arbeitseinsatz konstant sein. Dies führt zu weiteren Einschränkungen der Klasse zulässiger Nutzenfunktionen.

Aus den Optimalbedingungen (2.10) und (2.11) folgt, daß die Grenzrate der Substitution zwischen Konsum und Freizeit der Grenzproduktivität der Arbeit entspricht:

$$(A.29) \quad \frac{D_2 u(C_t, L_t)}{D_1 u(C_t, L_t)} = X_t A D_2 F(K_t, N_t X_t)$$

$$\Leftrightarrow \ln(D_1 u(C_t, L_t)) + \ln(X_t A D_2 F(K_t, N_t X_t)) = \ln(D_2 u(C_t, L_t))$$

Für die Entwicklung dieser Beziehung sind drei wichtige Ergebnisse maßgeblich:

1. Die Grenzproduktivität des effektiven Arbeitseinsatzes ist im Steady State konstant.

$$A D_2 F(K_t, N_t X_t) = A D_2 F(k_t, N_t) = \text{konst.}$$

2.  $X_t$  wächst mit dem Faktor  $\gamma_x$

3. der Grenznutzen des Konsums wächst mit dem Faktor  $(\gamma_c)^{-\sigma}$  <sup>201</sup>

$$(A.30) \quad \frac{D_1 u(C_{t+1}, L_t)}{D_1 u(C_t, L_t)} = (\gamma_c)^{-\sigma}$$

Sei  $\xi_{LC}$  die Elastizität des Grenznutzens der Freizeit bezüglich des Konsums:

$$(A.31) \quad \xi_{LC} = \frac{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial L} \right)}{\partial C} \frac{C}{\frac{\partial u}{\partial L}} = \frac{D_{21} u(C, L) C}{D_2 u(C, L)}$$

---

<sup>201</sup> Das kann direkt durch Differenzierung von (A.27) gezeigt werden.

Diese muß im Steady State konstant und gleich  $1 - \sigma$  sein.

Dies folgt aus:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln(D_1 u(C_t, L_t))}{dt} + \frac{d \ln(X_t A D_2 F(K_t, N_t X_t))}{dt} &= \frac{d \ln(D_2 u(C_t, L_t))}{dt} \\ \frac{d(D_1 u(C_t, L_t))}{dt} \frac{1}{D_1 u(C_t, L_t)} + \frac{dX_t}{dt} \frac{1}{X_t} + \underbrace{\frac{d(AD_2 F(K_t, N_t X_t))}{dt} \frac{1}{AD_2 F(K_t, N_t X_t)}}_{=0(\text{wg. 1.})} &= \frac{d(D_2 u(C_t, L_t))}{dt} \frac{1}{D_2 u(C_t, L_t)} \\ \frac{D_{11} u(C_t, L_t) C_t}{D_1 u(C_t, L_t)} \frac{dC_t}{dt} \frac{1}{C_t} + \ln \gamma_x &= \frac{D_{21} u(C_t, L_t) C_t}{D_2 u(C_t, L_t)} \frac{dC_t}{dt} \frac{1}{C_t} \\ \frac{D_{11} u(C_t, L_t) C_t}{D_1 u(C_t, L_t)} \ln \gamma_c + \ln \gamma_x &= \frac{D_{21} u(C_t, L_t) C_t}{D_2 u(C_t, L_t)} \ln \gamma_c \end{aligned}$$

mit  $\ln \gamma_c = \ln \gamma_x$  folgt weiter:

$$-\sigma \ln \gamma_x + \ln \gamma_x = \frac{D_{21} u(C_t, L_t) C_t}{D_2 u(C_t, L_t)} \ln \gamma_x$$

also muß gelten:

$$(A.32) \quad (1 - \sigma) = \frac{D_{21} u(C_t, L_t) C_t}{D_2 u(C_t, L_t)}$$

Wenn man diese Implikation auf die vorläufigen Formen der Nutzenfunktionen anwendet, so muß gelten:

$$(A.33) \quad \frac{dv_2}{dL} = Dv_2(L) = 0 \text{ bzw. } v_2(L) = \text{konst. für } \sigma > 1 \text{ und } 0 < \sigma < 1^{202}$$

$$(A.34) \quad \frac{dv_1}{dL} = Dv_1(L) = 0 \text{ bzw. } v_1(L) = 1 \text{ für } \sigma = 1$$

---

<sup>202</sup> Um den Grenzübergang zum Fall  $\sigma = 1$  aus (A.27) exakt herleiten zu können, müßte  $v_2(L) = -v_1(L)/(1 - \sigma)$  gesetzt werden. Das ist erforderlich, um die Voraussetzung für die Anwendung der l'Hopitalschen Regel, nämlich eines unbestimmten Ausdrucks der Form  $0/0$ , zu erfüllen. Um aber die Be-

Somit sind folgende Formen von Nutzenfunktionen mit gleichgewichtigem Wachstum vereinbar:

$$(A.35) \quad u(C, L) = \frac{C^{1-\sigma} v(L)}{1-\sigma} \text{ für } \sigma > 1 \text{ und } 0 < \sigma < 1^{203}$$

$$(A.36) \quad u(C, L) = \ln(C) + v(L) \text{ für } \sigma = 1$$

Um sicherzustellen, daß Konsum und Freizeit normale Güter sind und daß die Nutzenfunktion konkav ist, müssen weitere Anforderungen gestellt werden. Diese ergeben sich einerseits aus den Anforderungen an die Vorzeichen der Grenznutzen, andererseits aus der Bedingung, daß für konkave Funktionen die Matrix der zweiten Ableitungen negativ semidefinit sein muß (vgl. Varian (1992), S. 496). Für die hier betrachtete von zwei Argumenten abhängige Nutzenfunktion müssen dann die zweiten Ableitungen nach dem gleichen Argument kleiner als null und die Determinante der Matrix der zweiten Ableitungen muß größer als null sein.

Die Forderung, daß die Freizeit ein normales Gut sein soll, verlangt einen positiven Grenznutzen ( $D_2 u(C, L) > 0$ ) sowie einen positiven Beitrag zum Nutzenniveau ( $v(L) > 0$ ). Das bedeutet für die multiplikativ separable Nutzenfunktion (A.35):

$$1. \quad \frac{dv}{dL} = Dv(L) > 0 \text{ für } 0 < \sigma < 1$$

$$2. \quad \frac{dv}{dL} = Dv(L) < 0 \text{ für } \sigma > 1^{204}$$

Für die additiv separable Nutzenfunktion muß nur 1. gelten. Aus der Notwendigkeit abnehmenden Grenznutzens der Freizeit ergeben sich weitere Anforderungen an  $v(L)$ .

$$3. \quad \frac{d^2 v}{dL^2} = D^2 v(L) < 0 \text{ für } 0 < \sigma < 1$$

$$4. \quad \frac{d^2 v}{dL^2} = D^2 v(L) > 0 \text{ für } \sigma > 1^{205}$$

dingung (A.32) zu erfüllen, muß  $v_2(L)$  konstant sein. Somit kann der Fall der additiv separablen Nutzenfunktion mit  $\sigma = 1$  nicht exakt als Grenzfall der multiplikativ separablen hergeleitet werden.

<sup>203</sup> Tatsächlich wird  $v_2(L) = 0$  gesetzt. In King/Plosser/Rebelo (1990), S. 14, wird dieser Term fälschlicherweise im Text gleich eins gesetzt, in den Gleichungen jedoch mit null weiter gerechnet.

<sup>204</sup> Das folgt unmittelbar aus  $D_2 u(C, L) = C^{1-\sigma} Dv(L)/(1-\sigma) > 0$ .

<sup>205</sup> Dieses Ergebnis ergibt sich aus  $D_{22} u(C, L) = C^{1-\sigma} D^2 v(L)/(1-\sigma) < 0$ .

Für (A.36) muß nur 3. gelten. Die Bedingungen positiven, aber abnehmenden Grenznutzens von  $C$  sind ohne weitere Anforderungen erfüllt.<sup>206</sup> Die Bedingung an die Determinante der Matrix der zweiten Ableitungen verlangt schließlich zur Sicherstellung der Gesamtkonkavität, daß gilt:

$$(A.37) \quad \begin{vmatrix} D_{11}u(C, L) & D_{12}u(C, L) \\ D_{21}u(C, L) & D_{22}u(C, L) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sigma C^{-\sigma-1}v(L) & C^{-\sigma}Dv(L) \\ C^{-\sigma}Dv(L) & C^{1-\sigma}D^2v(L)/(1-\sigma) \end{vmatrix} > 0$$

$$\Leftrightarrow -\sigma \frac{LD^2v(L)}{Dv(L)} > (1-\sigma) \frac{LDv(L)}{v(L)}$$

Diese derart eingeschränkten Präferenzen machen ökonomisch gesehen Sinn: Da die Zeit beschränkt ist, kann sie im Steady State nicht wachsen. Damit gleichgewichtiges Wachstum optimal ist, müssen sich Einkommens- und Substitutionseffekt einer Reallohnänderung genau aufheben. Im statischen Fall ohne Kapitaleinkommen kann man zeigen, daß diese Implikation für alle Nutzenfunktionen der multiplikativen Form gilt. Die additiv separable Nutzenfunktion stellt dabei eine positiv monotone Transformation der multiplikativ separablen dar, was im dynamischen Fall nicht gilt, da die (Lebens-)Nutzenfunktion gegeben ist durch  $U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, L)$ . Im hier betrachteten dynamischen Fall gilt diese Implikation auch, da im Steady State Veränderungen des Kapitaleinkommens proportional zu Änderungen der Grenzproduktivität der Arbeit und damit des Arbeitseinkommens sind:

$$(A.38) \quad K_t D_1 Y_t = K_t \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = K_t A D_1 F(K_t, N X_t) \quad \text{Kapitaleinkommen}$$

$$(A.39) \quad N D_2 Y_t = N \frac{\partial Y_t}{\partial N} = N A X_t D_2 F(K_t, N X_t) \quad \text{Arbeitseinkommen}$$

Da  $X_t$  und  $K_t$  mit dem gleichen Faktor wachsen, sind Variationen des Kapitaleinkommens proportional zu Variationen des Arbeitseinkommens. Die Ursache dieser Proportionalität ist der Umstand, daß die Grenzproduktivität der Arbeit die wachsende Größe beim Arbeitseinkommen ist (siehe (A.12)).

### A.2.3 Einschränkungen für die Pfade der Staatsaktivität

Hier ist zur Argumentation in Kapitel 2 nichts mehr hinzuzufügen.

---

<sup>206</sup>  $D_1 u(C, L) = C^{-\sigma} v(L) > 0$  sowie  $D_{11} u(C, L) = -\sigma C^{-\sigma-1} v(L) < 0$ . Natürlich muß, wie oben bereits unterstellt wurde,  $v(L) > 0$  sein.

### A.3 Niveaus und Relationen im Steady State

Man kann die Optimumbedingungen in Verbindung mit dem Erfordernis gleicher Wachstumsraten verwenden, um zahlreiche wichtige Relationen und Quoten der Variablen zueinander zu bestimmen, die später bei der Approximation benötigt werden. Allerdings kann nur in Ausnahmefällen das Niveau der Variablen tatsächlich bestimmt werden.

#### A.3.1 Relationen

Zwar läßt sich aus den Optimumbedingungen ein Ausdruck für das Niveau der Grenzproduktivität des Kapitals bestimmen, jedoch wird dieser bei der Approximation nicht benötigt. Für die Durchschnittsproduktivität kann man über (A.30) und (A.19) den Ausdruck

$$(A.40) \quad \frac{y}{k} = \left( \frac{\gamma_X - \beta\gamma_X^{1-\sigma}(1-\delta)}{\beta\gamma_X^{1-\sigma}s_k} \right)$$

gewinnen.

#### A.3.2 Quoten

Die Investitionsquote ist aufgrund der vorhergehenden Analyse gegeben durch:

$$(A.41) \quad s_i = [\gamma_X - (1-\delta)] \frac{K}{Y} = [\gamma_X - (1-\delta)] \frac{k}{y} = \left( \frac{[\gamma_X - (1-\delta)][\beta\gamma_X^{1-\sigma}s_k]}{\gamma_X - \beta\gamma_X^{1-\sigma}(1-\delta)} \right)$$

Da die Staatsquote  $s_g$  exogen vorgegeben ist, ergibt sich die Konsumquote durch  $s_c = 1 - s_i - s_g$ .

#### A.3.3 Steady-State-Niveau des Arbeitseinsatzes

Aus den Optimumbedingungen (2.10) und (2.16) folgt unter Berücksichtigung der bisherigen Ergebnisse und unter erneuter Einbeziehung des Staatssektors:

$$(A.42) \quad D_1 u(C_t, 1-N)(1-\tau) X_t A D_2 F(K_t, N X_t) = D_2 u(C_t, 1-N)$$

Diese Gleichung kann durch Division durch  $Y_t^{1-\sigma}$  für  $\sigma \neq 1$  umgeformt werden zu:

$$(A.43) \quad D_1 u(s_c, 1-N)(1-\tau) \frac{s_N}{N} = D_2 u(s_c, 1-N)$$

$$\text{wobei } u(s_c, 1-N) = \frac{(s_c)^{1-\sigma}}{1-\sigma} \nu(1-N) \text{ und } s_c = \frac{C}{Y}$$

Für  $\sigma \neq 1$  ergibt dies konkret:

$$(A.44) \quad \nu(1-N)(1-\tau) \frac{s_N}{N} = \frac{s_c}{1-\sigma} D\nu(1-N) \text{ mit } s_N = \alpha$$

und für  $\sigma = 1$ :

$$(A.45) \quad \frac{1}{s_c}(1-\tau)\frac{s_N}{N} = Dv(1-N)$$

Da  $s_N$  und  $1-\tau$  Parameter sind und  $s_c$  zuvor bereits ermittelt wurde, bestimmen diese beiden Gleichungen das Steady-State-Niveau des Arbeitseinsatzes (unabhängig vom Niveau der anderen Variablen). In den weitaus meisten Fällen von Nutzenfunktionen kann dieses Niveau nur numerisch bestimmt werden, da die Gleichungen (A.44) und (A.45) hochgradig nichtlinear sind. Eine Ausnahme stellt die logarithmisch lineare Nutzenfunktion

$$(A.46) \quad u(C, L) = \ln C + \theta \ln L$$

in Verbindung mit der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion dar, für welche der gleichgewichtige Arbeitseinsatz

$$(A.47) \quad N = \frac{\alpha(1-\tau)}{\alpha(1-\tau) + s_c\theta}$$

beträgt.

Da man keine empirischen Informationen über  $\theta$  hat, wohl aber über den durchschnittlichen Anteil gearbeiteter Stunden an der Gesamtzeit  $N$ , gibt man im Regelfall diesen ( $N$ ) vor und spezifiziert das zugehörige  $\theta$  (Umformung von (A.47)). Das ist jedoch nur für von eins verschiedene Werte von  $\sigma$  notwendig, da für  $\sigma = 1$   $\theta$  jeden beliebigen Wert annehmen kann.

#### A.4 Die transformierte Ökonomie

Da alle Variablen außer  $N$  im Steady State mit der gleichen Rate wie  $X_t$  wachsen, werden sie durch  $X_t$  dividiert, um ein stationäres Modell zu erhalten. Diese Ökonomie ist identisch mit einer ohne technischen Fortschritt und in der die Wachstumsraten null sind mit Ausnahme von zwei Fällen:

1. Die Kapitalakkumulationsgleichung hängt von  $\gamma_X$  ab.

$$(A.48) \quad \gamma_X k_{t+1} = \left( \frac{K_{t+1}}{X_{t+1}} \right) \left( \frac{X_{t+1}}{X_t} \right) = (1-\delta)k_t + i_t = (1-\delta)k_t + A_t F(k_t, N_t) - c_t$$

2. Der Diskontierungsfaktor  $\beta$  ändert sich durch die Division von  $C_t$  durch  $X_t$  zu  $\beta^*$  derart, daß er von  $\gamma_X$  abhängt.

$$(A.49) \quad U = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(C_t, L_t)] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t X_t, L_t)]$$



$$= \begin{cases} (X_0)^{1-\sigma} \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \left[ \frac{1}{1-\sigma} (c_t)^{1-\sigma} v(L_t) \right] & \text{für } \sigma \neq 1 \\ \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t [\ln(c_t) + v(L_t) + \ln(X_t)] & \text{für } \sigma = 1 \end{cases}$$

denn:

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t X_t, L_t)] &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \frac{1}{1-\sigma} \left( \frac{C_t}{X_t} X_t \right)^{1-\sigma} v(L_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t X_t^{1-\sigma} \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} v(L_t) \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\gamma_X^{1-\sigma})^t X_0^{1-\sigma} \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} v(L_t) \\ &= X_0^{1-\sigma} \sum_{t=0}^{\infty} (\beta \gamma_X^{1-\sigma})^t \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} v(L_t) \\ &= X_0^{1-\sigma} \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \frac{1}{1-\sigma} c_t^{1-\sigma} v(L_t) \text{ mit } \beta^* = \beta (\gamma_X^{1-\sigma}) \text{ für } \sigma \neq 1 \\ \\ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [u(c_t X_t, L_t)] &= \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t X_t) + v(L_t)] = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [\ln(c_t) + \ln(X_t) + v(L_t)] \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t [\ln(c_t) + v(L_t) + \ln(X_t)] \text{ mit } \beta^* = \beta (\gamma_X^{1-\sigma}) = \beta \text{ für } \sigma = 1 \end{aligned}$$

Um sicherzustellen, daß der Lebensnutzen endlich ist, wird unterstellt, daß  $\beta^* < 1$  ist. Die Präferenzen können für alle  $\sigma$  in  $u(c_t, L_t)$  und  $\beta^*$  ausgedrückt werden, denn die Terme  $X_0^{1-\sigma}$  und  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^{*t} \ln(X_t)$  können ignoriert werden, da sie nicht die Präferenzordnung der transformierten Variablen beeinflussen. Sie stellen lediglich (endliche) positiv monotone Transformationen der in  $u(c_t, L_t)$  und  $\beta^*$  ausgedrückten Präferenzen dar.<sup>207</sup> Daher können sie aus Vereinfachungsgründen wie folgt normiert werden:

$$(A.50) \quad X_0 = 1 \text{ und } \sum_{t=0}^{\infty} (\beta^*)^t \ln(X_t) = 0$$

Damit ergibt sich das Optimierungsproblem der transformierten Ökonomie in (2.30) sowie die entsprechenden Optimumbedingungen (2.31) bis (2.35) bzw. (2.36) bis (2.40).

---

<sup>207</sup> Im übrigen fallen sie bei der Bildung der Ableitungen ohnehin weg.

## B Dynamik nahe dem Steady State

In diesem Abschnitt wird das verwendete Approximationsverfahren des Abschnitts 2.3 zur Lösung des Modells näher erklärt. Das Ziel ist die Analyse der Dynamik um den Steady State herum, wenn die Ökonomie von alternativen Pfaden exogener Schocks getroffen wird. Im Rahmen dieses Anhangs werden beispielhaft zwei exogene Störungen - Technologieschocks  $A$  und Staatsausgabenschocks  $g$  - zugelassen. Der Ansatz besitzt aber genügend Flexibilität, um weitere exogene Störungen hinzuzunehmen. Hier soll nur die grundsätzliche Vorgehensweise erläutert werden. Details zu den jeweils anderen Ansätzen finden sich in den entsprechenden Kapiteln der Arbeit.

### B.1 Lineare Approximationen

Die Optimumbedingungen (2.36) bis (2.39) des Modells der transformierten Ökonomie werden mittels einer Taylor-Approximation erster Ordnung um den Steady State approximiert. Das kann mit zwei verschiedenen Verfahren, die beide zum gleichen Ergebnis führen, geschehen. Exemplarisch sei dies für (2.36) dargestellt.

Methode 1:

Bestimme (2.36) im Steady State:

$$(A.51) \quad D_1 u(c, 1-N) = \lambda$$

Bilde die Taylor-Approximation von (2.36):

$$(A.52) \quad D_1 u(c, 1-N) + D_{11} u(c, 1-N)(c_t - c) + D_{12} u(c, 1-N)(-1)(N_t - N) = \lambda + 1 \cdot (\lambda_t - \lambda)$$

Bilde die Differenz zwischen (A.52) und (A.51):

$$(A.53) \quad D_{11} u(c, 1-N)(c_t - c) - D_{12} u(c, 1-N)(N_t - N) = \lambda_t - \lambda$$

Bestimme den Quotienten aus (A.53) und (A.51):

$$(A.54) \quad \frac{D_{11} u(c, 1-N)(c_t - c)}{D_1 u(c, 1-N)} - \frac{D_{12} u(c, 1-N)(N_t - N)}{D_1 u(c, 1-N)} = \frac{\lambda_t - \lambda}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow \frac{D_{11} u(c, 1-N)c}{D_1 u(c, 1-N)} \frac{(c_t - c)}{c} - \frac{D_{12} u(c, 1-N)(1-N)}{D_1 u(c, 1-N)} \frac{(N_t - N)}{(1-N)} = \frac{\lambda_t - \lambda}{\lambda}$$

Verwendet man  $(N_t - N)/(1-N) = N(N_t - N)/[(1-N)N]$ , so folgt:

$$(A.55) \quad \frac{D_{11} u(c, 1-N)c}{D_1 u(c, 1-N)} \frac{(c_t - c)}{c} - \frac{D_{12} u(c, 1-N)(1-N)}{D_1 u(c, 1-N)} \frac{N}{1-N} \frac{N_t - N}{N} = \frac{\lambda_t - \lambda}{\lambda}$$

In dieser Gleichung treten zwei Elastizitäten des Grenznutzens des Konsums auf, neben den zyklischen Komponenten von  $c$ ,  $N$  und  $\lambda$  (vgl. (2.43)).

$$(A.56) \quad \xi_{cc} = \frac{D_{11}u(c, L)c}{D_1u(c, L)}, \quad \xi_{cL} = \frac{D_{12}u(c, L)L}{D_1u(c, L)} = \frac{D_{12}u(c, 1-N)(1-N)}{D_1u(c, 1-N)}$$

Für die additiv separable Nutzenfunktion gilt

$$(A.57) \quad \xi_{cc} = -1, \quad \xi_{cL} = 0$$

während für die multiplikativ separable folgt:

$$(A.58) \quad \xi_{cc} = -\sigma, \quad \xi_{cL} = \frac{LDv(L)}{v(L)}$$

Somit ergibt sich schließlich für die approximierte Gleichung allgemein:

$$(A.59) \quad \xi_{cc}\hat{c}_t - \xi_{cL} \frac{N}{1-N} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

Methode 2:

Differenziere (2.36) total, wobei die Ableitungen im Steady State evaluiert werden:

$$(A.60) \quad D_{11}u(c, 1-N)dc_t + D_{12}u(c, 1-N)(-1)dN_t = d\lambda_t$$

Erweitere die Terme  $dc_t$ ,  $dN_t$ ,  $d\lambda_t$  derart, daß sie sich in zyklische Komponenten umschreiben lassen:

$$(A.61) \quad D_{11}u(c, 1-N)c \frac{dc_t}{c} + D_{12}u(c, 1-N)(-1) \frac{1-N}{1-N} N \frac{dN_t}{N} = \lambda \frac{d\lambda_t}{\lambda}$$

Dividiere durch den Steady State ((A.51)) und schreibe  $dc_t/c = \hat{c}_t$  usw.:

$$(A.62) \quad \frac{D_{11}u(c, 1-N)c}{D_1u(c, 1-N)} \hat{c}_t - \frac{D_{12}u(c, 1-N)(1-N)}{D_1u(c, 1-N)} \frac{N}{1-N} \hat{N}_t = \hat{\lambda}_t$$

Mit den Schreibweisen für die Elastizitäten aus (A.56) erhält man (A.59). Methode 2 arbeitet insbesondere bei Gleichungen mit sehr vielen Variablen schneller. (2.45) bis (2.47) berechnet man dann auf die gleiche Weise. In diesen Gleichungen tauchen eine Reihe weiterer Elastizitäten auf, welche zum Teil schon aus A.1.3 bekannt sind. Für die übrigen gilt:

$$(A.63) \quad \xi_{Lc} = \frac{D_{21}u(c, L)c}{D_2u(c, L)}, \quad \xi_{LL} = \frac{D_{22}u(c, L)L}{D_2u(c, L)}$$

Im Fall der additiv separablen Nutzenfunktion folgt

$$(A.64) \quad \xi_{Lc} = 0, \xi_{LL} = \frac{LD^2v(L)}{Dv(L)}$$

während für die multiplikativ separable gilt:

$$(A.65) \quad \xi_{Lc} = 1 - \sigma, \xi_{LL} = \frac{LD^2v(L)}{Dv(L)}$$

Die Elastizität der Grenzproduktivität des Kapitals nach Steuern im Hinblick auf  $A$ ,  $\eta_A$ , ergibt sich aus

$$\eta_A = \frac{\partial((1-\tau)AD_1F(k, N) + (1-\delta))}{\partial A} \frac{A}{((1-\tau)AD_1F(k, N) + (1-\delta))}$$

zu

$$(A.66) \quad \eta_A = \frac{(1-\tau)AD_1F(k, N)}{(1-\tau)AD_1F(k, N) + (1-\delta)} = \frac{\gamma_X - \beta^*(1-\delta)}{\gamma_X}$$

Der zyklische Output (2.51) wird über die Approximation der Produktionsfunktion bestimmt, während für den Reallohn und den Zinssatz die Bedingungen (2.41) und (2.42) herangezogen werden. Für die zyklischen Investitionen im Optimum findet die Inlandsproduktidentität (erweitert um staatliche Aktivität ((2.8)) und um  $X_t$  bereinigt) Anwendung.

## B.2 Lösungsalgorithmus

Die Lösung dieses linearen Systems von vier Differenzgleichungen erfolgt, wie in Abschnitt 2.2 skizziert, indem man zunächst (2.44) und (2.45) in Matrixform aufschreibt:

$$(A.67) \quad Mcc \begin{bmatrix} \hat{c}_t \\ \hat{N}_t \end{bmatrix} = Mcs \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + Mce \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

Dabei steht  $Mcc$  als Abkürzung für eine Matrix, die Kontrollvariablen zu Kontrollvariablen,  $Mcs$  für eine, die Kontrollvariablen zu Zustands-/Kozustandsvariablen,  $Mce$  für eine, die Kontrollvariablen zu exogenen Variablen ins Verhältnis setzt. Die Gleichungen (2.46) und (2.47) geben die Beziehung zwischen Zustands-/Kozustandsvariablen einerseits und Kontrollvariablen und exogenen Variablen andererseits wieder und lassen sich wie in (A.68) aufschreiben :

$$(A.68) \quad Mss(B) \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = Msc(B) \begin{bmatrix} \hat{c}_{t+1} \\ \hat{N}_{t+1} \end{bmatrix} + Mse(B) \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

$Mss$  beschreibt Beziehungen zwischen Zustands-/Kozustandsvariablen,  $Msc$  zwischen Zustands-/Kozustands- und Kontrollvariablen,  $Mse$  zwischen Zustands-/Kozustandsvariablen und

exogenen Variablen.  $B$  steht für den Backshift-Operator, der eine Größe der Periode  $t$  in die Periode  $t-1$  zurücksetzt. Die Komponenten dieser Matrixpolynome werden im folgenden mit  $M_0$  für den konstanten Teil und  $M_1$  für den Term, mit dem  $B$  multipliziert wird, bezeichnet, jeweils mit den entsprechenden Zusätzen  $ss$ ,  $cc$ ,  $ce$  usw.

Da  $Mcc$  aufgrund der strikten Konkavität der Periodennutzenfunktion invertierbar ist, kann man (A.67) und (A.68) kombinieren zu (A.69):

$$(A.69) \quad [Mss(B) - Msc(B)Mcc^{-1}Mcs] \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = [Mse(B) + Msc(B)Mcc^{-1}Mce] \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

bzw.

$$(A.70) \quad Ms^*(B) \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = Mse^*(B) \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix}$$

wobei  $Ms^*(B)$  und  $Mse^*(B)$  Matrixpolynome erster Ordnung in  $B$  sind. Um dieses System in die Form eines normalen Differenzgleichungssystems zu bringen, muß es mit der Inversen von  $Ms^*s_0$  multipliziert werden. Damit resultiert das fundamentale System des vorliegenden neoklassischen Modells:

$$(A.71) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = -[Ms^*s_0]^{-1} Ms^*s_1 \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + [Ms^*s_0]^{-1} Mse^*e_0 \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + [Ms^*s_0]^{-1} Mse^*e_1 \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

Führt man die Abkürzungen

$$(A.72) \quad W = -[Ms^*s_0]^{-1} Ms^*s_1, R = [Ms^*s_0]^{-1} Mse^*e_0, Q = [Ms^*s_0]^{-1} Mse^*e_1$$

ein, dann lautet das fundamentale Differenzgleichungssystem (vgl. auch (2.48)):

$$(A.73) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + R \begin{bmatrix} \hat{A}_{t+1} \\ \hat{g}_{t+1} \end{bmatrix} + Q \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

Im vorliegenden Fall sind  $W$ ,  $R$  und  $Q$  (2x2)-Matrizen. Der Algorithmus gestattet jedoch allgemeinere Fälle mit  $n_s$  Zustands-/Kozustandsvariablen und  $n_e$  exogenen Variablen, wodurch  $W$  eine  $(n_s \times n_s)$ ,  $R$  eine  $(n_s \times n_e)$  und  $Q$  eine  $(n_s \times n_e)$ -Matrix werden. Bezeichnet man mit  $P$  die Matrix der Eigenvektoren und mit  $\mu$  die Diagonalmatrix mit den Wurzeln des charakteristischen Polynoms, so lautet die Lösung des fundamentalen Differenzgleichungssystems:

$$(A.74) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = P\mu^t P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{k}_0 \\ \hat{\lambda}_0 \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t P\mu^h P^{-1} R \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-h+1} \\ \hat{g}_{t-h+1} \end{bmatrix} + \sum_{h=0}^t P\mu^h P^{-1} Q \begin{bmatrix} \hat{A}_{t-h} \\ \hat{g}_{t-h} \end{bmatrix}$$

wobei  $W = P\mu P^{-1}$

Für eine ungestörte Ökonomie kann man zeigen, daß  $\mu_1 < (\beta^*)^{0.5} < 1 < (\beta^*)^{-0.5} < \mu_2$ . Für eine Ökonomie mit Schocks, die aber nicht so weit entfernt ist vom Fall ohne Schocks, wird eine der Wurzeln des charakteristischen Polynoms kleiner und eine größer als eins sein. In diesem Fall gibt es einen eindeutigen Wert  $\hat{\lambda}_0$ , welcher die Lösung für  $\{\lambda_t\}_{t=0}$  und  $\{k_t\}_{t=0}$  mit der Transversalitätsbedingung kompatibel macht. Diese Sattelpunktinstabilität ist bekannt aus den Modellen von Cass (1965) und Koopmans (1965), in welchen das System in Differentialgleichungsform aufgeschrieben wird. Um diese Anfangsbedingung abzuleiten, ziehen King/Plosser/Rebelo einen Ansatz von Vaughan (1970) heran, der schon von Blanchard/Kahn (1981) auf lineare rationale Erwartungsmodelle angewandt wurde. Er arbeitet wie folgt:

Zunächst werden die Matrizen  $P, \mu, P^{-1}, R$  und  $Q$  partitioniert:<sup>208</sup>

$$(A.75) \quad P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \quad P^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* \end{bmatrix} \quad \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} R_{ke} \\ R_{\lambda e} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} Q_{ke} \\ Q_{\lambda e} \end{bmatrix}$$

Diese Partitionierung verdeutlicht gut das Problem der Sattelpunktinstabilität. Man kann zeigen, daß gilt:

$$(A.76) \quad P\mu^h P^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11}\mu_1^h p_{11}^* + p_{12}\mu_2^h p_{21}^* & p_{11}\mu_1^h p_{12}^* + p_{12}\mu_2^h p_{22}^* \\ p_{21}\mu_1^h p_{11}^* + p_{22}\mu_2^h p_{21}^* & p_{21}\mu_1^h p_{12}^* + p_{22}\mu_2^h p_{22}^* \end{bmatrix}$$

Mit großem  $h$  werden die Terme in dieser Matrix von  $\mu_2^h$  dominiert, welches mit einer Rate größer als  $\beta$  wächst. Der Ansatz Vaughans besteht nun darin, den Zustands-Kozustands-Vektor mit  $P^{-1}$  von vorne zu multiplizieren, um damit einen neuen Vektor von Zustands- und Kozustandsvariablen zu definieren:

$$(A.77) \quad \begin{bmatrix} \tilde{k}_t \\ \tilde{\lambda}_t \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix}$$

Multipliziert man beide Seiten des fundamentalen Differenzgleichungssystems mit  $P^{-1}$ , so führt dies zu:

$$(A.78) \quad \begin{bmatrix} \tilde{k}_{t+1} \\ \tilde{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = P^{-1}W \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} + P^{-1}R\hat{e}_{t+1} + P^{-1}Q\hat{e}_t = \mu \begin{bmatrix} \tilde{k}_t \\ \tilde{\lambda}_t \end{bmatrix} + P^{-1}R\hat{e}_{t+1} + P^{-1}Q\hat{e}_t$$

---

<sup>208</sup> In den allgemeineren Fällen handelt es sich bei den Partitionen wieder um Matrizen. Für den einfachsten Fall sind alle Elemente der Matrizen Skalare und die Elemente von  $R$  und  $Q$  (1x2)-Zeilenvektoren.

$$\text{wobei } \hat{e}_t = \begin{bmatrix} \hat{A}_t \\ \hat{g}_t \end{bmatrix}$$

Die transformierte Gleichung für  $\tilde{k}_{t+1}$  lautet dann ausführlich:

$$(A.79) \quad \tilde{k}_{t+1} = \mu_1 \tilde{k}_t + [p_{11}^* R_{ke} + p_{12}^* R_{\lambda e}] \hat{e}_{t+1} + [p_{11}^* Q_{ke} + p_{12}^* Q_{\lambda e}] \hat{e}_t$$

Gegeben eine Anfangsbedingung  $\tilde{k}_0$  ist diese Differenzgleichung stabil, da  $\mu_1$  absolut kleiner als eins ist und damit eine Festlegung von  $\tilde{k}_0$  vollständig die Lösung des Subsystems sicherstellt.

Im Gegensatz dazu ist die Gleichung für den transformierten Schattenpreis  $\tilde{\lambda}_t$  im Sinne einer Rückwärtsrechnung instabil, da  $\mu_2$  absolut größer als eins ist. Aus diesem Grunde muß man eine Endbedingung, nicht eine Anfangsbedingung für den transformierten Schattenpreis festlegen. Um dies zu erreichen, multipliziert man die Gleichung für  $\tilde{\lambda}_t$  mit  $\mu_2^{-1}$ , so daß folgt:

$$(A.80) \quad \tilde{\lambda}_t = \mu_2^{-1} \tilde{\lambda}_{t+1} - \mu_2^{-1} [p_{21}^* R_{ke} + p_{22}^* R_{\lambda e}] \hat{e}_{t+1} - \mu_2^{-1} [p_{21}^* Q_{ke} + p_{22}^* Q_{\lambda e}] \hat{e}_t$$

Löst man diese Gleichung vorwärts, wobei man beachten muß, daß  $\tilde{\lambda}_t$  mit einer geringeren Rate als  $\mu_2^{-1}$  wächst,<sup>209</sup> erhält man als Lösung:

$$(A.81) \quad \tilde{\lambda}_t = - \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \mu_2^{-j-1} [p_{21}^* R_{ke} + p_{22}^* R_{\lambda e}] \hat{e}_{t+j+1} + \sum_{j=0}^{\infty} \mu_2^{-j-1} [p_{21}^* Q_{ke} + p_{22}^* Q_{\lambda e}] \hat{e}_{t+j} \right\}$$

Um wieder zur ursprünglichen Formulierung der Zustands- und Kozustandsvariablen zurückzukehren, multipliziert man die mit einer Tilde versehenen Größen mit der Matrix  $P$  von vorne.

$$(A.82) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} \tilde{k}_t \\ \tilde{\lambda}_t \end{bmatrix}$$

Dies liefert:

$$(A.83) \quad \begin{bmatrix} \tilde{k}_{t+1} \\ \tilde{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{k}_t \\ \tilde{\lambda}_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (p_{11}^* R_{ke} + p_{12}^* R_{\lambda e}) \\ 0 \end{bmatrix} \hat{e}_{t+1} + \begin{bmatrix} (p_{11}^* Q_{ke} + p_{12}^* Q_{\lambda e}) \\ 0 \end{bmatrix} \hat{e}_t + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} f_{t+1}$$

$$\text{wobei } f_t = - \left\{ \sum_{j=0}^{\infty} \mu_2^{-j-1} [p_{21}^* R_{ke} + p_{22}^* R_{\lambda e}] \hat{e}_{t+j+1} + \sum_{j=0}^{\infty} \mu_2^{-j-1} [p_{21}^* Q_{ke} + p_{22}^* Q_{\lambda e}] \hat{e}_{t+j} \right\}^{210}$$

<sup>209</sup> Das folgt aus der Transversalitätsbedingung.

<sup>210</sup>  $I$  ist die Einheitsmatrix.

Die Lösungen für die Originalvariablen haben dann die Form:

$$\begin{aligned}
 (A.84) \quad \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} &= P \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} P^{-1} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} \\
 &+ P \begin{bmatrix} (p_{11}^* R_{ke} + p_{12}^* R_{\lambda e}) \\ 0 \end{bmatrix} \hat{e}_{t+1} + P \begin{bmatrix} (p_{11}^* Q_{ke} + p_{12}^* Q_{\lambda e}) \\ 0 \end{bmatrix} \hat{e}_t + P \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} f_{t+1} \\
 \\
 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \hat{k}_{t+1} \\ \hat{\lambda}_{t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} p_{11} \mu_1 p_{11}^* & p_{11} \mu_1 p_{12}^* \\ p_{21} \mu_1 p_{11}^* & p_{21} \mu_1 p_{12}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{k}_t \\ \hat{\lambda}_t \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} p_{11} (p_{11}^* R_{ke} + p_{12}^* R_{\lambda e}) \\ p_{21} (p_{11}^* R_{ke} + p_{12}^* R_{\lambda e}) \end{bmatrix} \hat{e}_{t+1} + \begin{bmatrix} p_{11} (p_{11}^* Q_{ke} + p_{12}^* Q_{\lambda e}) \\ p_{21} (p_{11}^* Q_{ke} + p_{12}^* Q_{\lambda e}) \end{bmatrix} \hat{e}_t + \begin{bmatrix} p_{12} \\ p_{22} \end{bmatrix} f_{t+1}
 \end{aligned}$$

Im Gegensatz zum Ausgangssystem ist dieses System nun stabil in der Rückwärtsrechnung.

Anfangsbedingungen:

Die Beziehung zwischen den Lösungen kann man in kompakter Schreibweise wie folgt wiedergeben (folgt aus (A.77)):

$$(A.85) \quad \tilde{k}_t = p_{11}^* \hat{k}_t + p_{12}^* \hat{\lambda}_t$$

$$(A.86) \quad \tilde{\lambda}_t = p_{21}^* \hat{k}_t + p_{22}^* \hat{\lambda}_t$$

(A.86) impliziert, daß

$$(A.87) \quad \hat{\lambda}_t = [p_{22}^*]^{-1} \tilde{\lambda}_t - [p_{22}^*]^{-1} p_{21}^* \hat{k}_t,$$

was wiederum eine Anfangsbedingung für den Schattenpreis impliziert, wobei ein Anfangskapitalstock und eine Anfangsbedingung für den transformierten Schattenpreis vorgegeben werden müssen, letztere nach (A.81). Die Kombination von (A.85) und (A.87) liefert schließlich:

$$\begin{aligned}
 (A.88) \quad \tilde{k}_t &= p_{11}^* \hat{k}_t + p_{12}^* \hat{\lambda}_t = p_{11}^* \hat{k}_t + p_{12}^* \left[ [p_{22}^*]^{-1} \tilde{\lambda}_t - [p_{22}^*]^{-1} p_{21}^* \hat{k}_t \right] \\
 &= \left[ p_{11}^* - p_{12}^* [p_{22}^*]^{-1} p_{21}^* \right] \hat{k}_t + p_{12}^* [p_{22}^*]^{-1} \tilde{\lambda}_t
 \end{aligned}$$

was anzeigt, daß die Spezifizierung einer Anfangsbedingung für den Kapitalstock und den transformierten Schattenpreis eine Anfangsbedingung für den transformierten Kapitalstock impliziert.



### B.3 Alternative Lösungen

Es gibt zwei alternative Lösungen, die sich als nützlich bei verschiedenen Experimenten mit diesem Ansatz erweisen.

1. Wenn man an den Auswirkungen einer ganz bestimmten Folge exogener Schocks  $\{\hat{e}_t\}_{t=0}^{\infty}$  interessiert ist, so berechnet man zunächst eine Anfangsbedingung für den Schattenpreis und bestimmt dann die allgemeine Lösung des Systems durch rekursives Einsetzen in (A.78). Dieses Verfahren empfiehlt sich bei den verschiedensten Politikexperimenten, wie z.B. zur Ermittlung der Implikationen eines vorübergehenden Anstiegs der Militärausgaben im Krieg.
2. Unter Ausnutzung des Certainty-Equivalence-Prinzips kann man die Auswirkungen untersuchen, die stochastische Prozesse für die exogenen Variablen auf die endogenen Variablen haben. Dann muß ein alternatives Verfahren angewandt werden. Dies ist das in der vorliegenden Arbeit verwendete Konzept.

In diesem Ansatz werden die Folgen  $\{\hat{e}_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}$  ersetzt durch den bedingten Erwartungswert  $E\{\hat{e}_{t+j}\}_{j=0}^{\infty}|I_t$ , wobei  $I_t$  die vergangenen Werte von  $\hat{e}$  beinhaltet. Mittels der Hansen-Sargent-Formeln (Hansen/Sargent (1980,1981)) zur Prognose diskontierter Summen kann die Summe in (A.81) zu einer linearen Funktion des Informationssets  $I_t$ <sup>211</sup> vereinfacht werden. Bezeichnet man diese Lösung mit  $\tilde{\lambda}(I_t)$ , liefert die Kombination der Gleichung für den Kapitalstock

$$(A.89) \quad \hat{k}_{t+1} = [p_{11}\mu_1 p_{11}^* + p_{12}\mu_2 p_{21}^*] \hat{k}_t + [p_{11}\mu_1 p_{12}^* + p_{12}\mu_2 p_{22}^*] \tilde{\lambda}_t(I_t) + R_{ke} E[\hat{e}_{t+1}] I_t + Q_{ke} \hat{e}_t$$

mit der schon zuvor abgeleiteten Beziehung zwischen transformiertem und nicht transformiertem Schattenpreis (A.87) folgenden Ausdruck für die gleichgewichtige Entwicklung des Kapitalstocks:

$$(A.90) \quad \hat{k}_{t+1} = [p_{11}\mu_1 [p_{11}]^{-1}] \hat{k}_t + [p_{11}\mu_1 p_{12}^* + p_{12}\mu_2 p_{22}^*] [p_{22}^*]^{-1} \tilde{\lambda}[I_t] + R_{ke} E[\hat{e}_{t+1}] I_t + Q_{ke} \hat{e}_t$$

$$\text{wobei } [p_{11}]^{-1} = p_{11}^* - p_{12}^* [p_{22}^*]^{-1} p_{21}^* \text{ }^{212}$$

Berechnung von  $\tilde{\lambda}(I_t)$ :

Die Gleichung für den transformierten Schattenpreis (A.80) kann in der Form

$$(A.91) \quad \tilde{\lambda}_t = \mu_2^{-1} \tilde{\lambda}_{t+1} + z_1 \hat{e}_{t+1} + z_0 \hat{e}_t$$

<sup>211</sup>  $I_t$  sind hier nicht die Investitionen.

<sup>212</sup> Vgl. dazu Dhrymes (1978), S. 38/39, Proposition 32.

ausgedrückt werden. Unter der Certainty-Equivalence-Annahme gilt diese Gleichung auch in erwarteter Form:

$$(A.92) \quad \tilde{\lambda}_t = \mu_2^{-1} E_t \tilde{\lambda}_{t+1} + z_1 E_t \hat{e}_{t+1} + z_0 \hat{e}_t$$

Im allgemeineren Fall, daß  $\mu_2$  eine Diagonalmatrix ist, kann die Hansen-Sargent-Formel verallgemeinert werden, und zwar derart, daß sie Zeile für Zeile angewandt wird. Dazu müssen  $z_0$  und  $z_1$  in Zeilenvektoren  $z_{0i}$  und  $z_{1i}$  partitioniert werden. Eine repräsentative Gleichung beschreibt dann (A.93):

$$(A.93) \quad \tilde{\lambda}_{it} = \mu_{2i}^{-1} E_t \tilde{\lambda}_{i,t+1} + z_{1i} E_t \hat{e}_{t+1} + z_{0i} \hat{e}_t$$

Verwendet man einen AR (1)-Prozeß für die exogenen Variablen

$$(A.94) \quad \hat{e}_t = \rho \hat{e}_{t-1} + \varepsilon_t$$

so folgt, daß  $z_{1i} E_t \hat{e}_{t+1} + z_{0i} \hat{e}_t = [z_{1i} \rho + z_{0i}] \hat{e}_t$  und

$$(A.95) \quad \tilde{\lambda}_{it} = [z_{1i} \rho + z_{0i}] [I - \mu_{2i}^{-1} \rho]^{-1} \hat{e}_t$$

Anwendung auf jede Zeile des Vektors  $\tilde{\lambda}_t$  liefert die gewünschten Prognoseformeln.

Im Basismodell des Kapitels 2 besteht das lineare System aus drei Gleichungen, die die Beziehungen zwischen dem Kapitalstock und den exogenen stochastischen Prozessen angeben (vgl. (2.54)).

Die Lösungen für die anderen Variablen des Systems können als lineare Funktion von  $\tilde{s}_t$  geschrieben werden, und zwar unter Verwendung von

$$(A.96) \quad \hat{\lambda}_t = [p_{22}^*]^{-1} \tilde{\lambda}(I_t) - [p_{22}^*]^{-1} p_{21}^* \hat{k}_t$$

sowie der Gleichungen (A.67) und (2.50) bis (2.53). In Vektorschreibweise erhält man dann (2.55).

### C Berechnung der Momente und der Impulsantwortfunktionen

Die lineare Struktur des approximierten dynamischen Systems macht die Bestimmung der Momente der Zustands- und der Kontrollvariablen vergleichsweise einfach. Unter Zugrundelegung von (2.54) und (2.55) werden zunächst die Formeln für die exakte Berechnung der Momente abgeleitet. Für den einfachsten Fall (Basismodell ohne staatliche Aktivität) kann man die Prozesse umschreiben und in eine ARMA (2,1)-Struktur bringen. Unter Verwendung der Formel für die Varianzen solcher Prozesse kann man auch die Momente bestimmen. Ein drittes Verfahren bietet sich an, wenn man die sich aus dem Modell ergebenden optimalen Entscheidungsregeln aufgrund einer Instationarität filtern muß, bevor man die Momente berechnen kann. In diesem Fall kann unter Verwendung des Parsevalschen Theorems eine (nahezu exakte) numerische Berechnung der Momente erfolgen. Die beiden letztgenannten Verfahren werden im Anschluß an die Darstellung des erstgenannten Verfahrens präsentiert.

Zunächst muß die Matrix  $M$  aus (2.54) (ähnlich der Matrix  $W$ ) aufgespalten werden:

$$(A.97) \quad M = PM DM PM^{-1}$$

wobei  $PM$  die Matrix der Eigenvektoren von  $M$  ist und  $DM$  die Eigenwerte auf ihrer Diagonalen enthält. Damit kann man transformierte Zustandsvariablen definieren, indem man von vorne mit der Inversen der Matrix  $PM$  multipliziert:

$$(A.98) \quad \tilde{s}_t^* = PM^{-1} \tilde{s}_t$$

Ebenso verfährt man mit den Störgrößen:

$$(A.99) \quad \varepsilon_t^* = PM^{-1} \varepsilon_t$$

Dann ergibt sich die Kovarianz zwischen zwei beliebigen Elementen  $\tilde{s}_{i,t}^*$  und  $\tilde{s}_{j,t}^*$  zu

$$(A.100) \quad E[\tilde{s}_{i,t}^* \tilde{s}_{j,t}^*] = [1 - dm_i dm_j]^{-1} E[\varepsilon_{i,t}^* \varepsilon_{j,t}^*]$$

wobei  $dm_i$  das  $i$ -te Diagonalelement von  $DM$  ist.

Dies kann man wie folgt zeigen: Das transformierte System (2.54) lautet:<sup>213</sup>

$$(A.101) \quad \tilde{s}_{t+1}^* = DM \tilde{s}_t^* + PM^{-1} \varepsilon_{t+1} = DM \tilde{s}_t^* + \varepsilon_t^*$$

oder ausführlich:

$$(A.102) \quad \begin{bmatrix} \tilde{s}_{1,t}^* \\ \tilde{s}_{2,t}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dm_1 & 0 \\ 0 & dm_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{s}_{1,t-1}^* \\ \tilde{s}_{2,t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,t}^* \\ \varepsilon_{2,t}^* \end{bmatrix}$$

---

<sup>213</sup> Es wird der einfachste Fall ( $i,j=1,2$ ) betrachtet.

Bildung des Erwartungswertes für das Produkt zweier beliebiger transformierter Zustandsvariablen liefert die Kovarianz:

$$(A.103) \quad E[\tilde{s}_{i,t}^* \tilde{s}_{j,t}^*] = E\left[(dm_i \tilde{s}_{i,t-1}^* + \varepsilon_{i,t}^*)(dm_j \tilde{s}_{j,t-1}^* + \varepsilon_{j,t}^*)\right]$$

$$= dm_i dm_j E[\tilde{s}_{i,t-1}^* \tilde{s}_{j,t-1}^*] + E[\varepsilon_{i,t}^* \varepsilon_{j,t}^*], \quad i, j = 1, 2$$

Da  $\tilde{s}_{i,t}^*$  kovarianzstationär ist, gilt  $E[\tilde{s}_{i,t}^* \tilde{s}_{j,t}^*] = E[\tilde{s}_{i,t-1}^* \tilde{s}_{j,t-1}^*]$ . Eingesetzt in (A.103) folgt (A.100).

Die Berechnung der Varianz-Kovarianz-Matrix der Ausgangsvariablen ist dann gegeben durch

$$(A.104) \quad E[\tilde{s}_t \tilde{s}_t'] = E\left[(PM \tilde{s}_t^*)(PM \tilde{s}_t^*)'\right] = PM E[\tilde{s}_t^* \tilde{s}_t^{*'}] PM'$$

Die autoregressive Struktur erster Ordnung des Systems macht es dann relativ einfach, Autokovarianzen für jedes beliebige Lead und Lag zu bestimmen:

$$(A.105) \quad E[\tilde{s}_t \tilde{s}_{t-j}'] = M^j E[\tilde{s}_t \tilde{s}_t'] \quad \text{für Lags}$$

$$(A.106) \quad E[\tilde{s}_t \tilde{s}_{t+j}'] = E[\tilde{s}_t \tilde{s}_t'] (M')^j \quad \text{für Leads}$$

Momente für die anderen Variablen sowie Korrelationen lassen sich dann mit

$$(A.107) \quad E[z_t z_{t\pm j}'] = \Pi E[\tilde{s}_t \tilde{s}_{t\pm j}'] \Pi'$$

berechnen.

Für den Fall des Basismodells in Abschnitt 4.1 weiß man über (4.36), daß zwischen  $\hat{c}_t$  einerseits und  $\hat{k}_t$  und  $\hat{A}_t$  andererseits die Beziehung

$$(A.108) \quad \hat{c}_t = \pi_{ck} \hat{k}_t + \pi_{cA} \hat{A}_t$$

besteht. Für  $\hat{k}_t$  wiederum gilt nach (4.30):

$$(A.109) \quad \hat{k}_t = \mu_1 \hat{k}_{t-1} + \pi_{kA} \hat{A}_{t-1}$$

Die exogenen Schocks, die die totale Faktorproduktivität verändern, folgen annahmegemäß einem AR (1)-Prozeß der allgemeinen Form

$$(A.110) \quad \hat{A}_t = \rho \hat{A}_{t-1} + \varepsilon_{\hat{A},t}$$

Einsetzen von (A.109) und (A.110) in (A.108) liefert:

$$(A.111) \quad \hat{c}_t = \pi_{ck} (\mu_1 \hat{k}_{t-1} + \pi_{kA} \hat{A}_{t-1}) + \pi_{cA} (\rho \hat{A}_{t-1} + \varepsilon_{\hat{A},t})$$

Damit kann man zunächst nichts weiter anfangen. Unter Zuhilfenahme des Backshift-Operators  $B$  kann (A.109) jedoch wie folgt umgeschrieben werden:

$$(A.112) \quad \hat{k}_t - \mu_1 \hat{k}_{t-1} = \pi_{kA} \hat{A}_{t-1}, \quad (1 - \mu_1 B) \hat{k}_t = \pi_{kA} \hat{A}_{t-1}, \quad \hat{k}_t = \pi_{kA} (1 - \mu_1 B)^{-1} \hat{A}_{t-1}$$

Gleiches kann für (A.110) ausgeführt werden:

$$(A.113) \quad \hat{A}_t - \rho \hat{A}_{t-1} = \varepsilon_{\hat{A},t}, \quad (1 - \rho B) \hat{A}_t = \varepsilon_{\hat{A},t}, \quad \hat{A}_t = (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t},$$

$$\hat{A}_{t-1} = (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t-1}$$

Setzt man jetzt in (A.108) ein, so ergibt sich ein brauchbarer Ausdruck:

$$\begin{aligned} \hat{c}_t &= \pi_{ck} \pi_{kA} (1 - \mu_1 B)^{-1} \hat{A}_{t-1} + \pi_{cA} (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ &= \pi_{ck} \pi_{kA} (1 - \mu_1 B)^{-1} (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{cA} (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t} \\ &\Leftrightarrow (1 - \mu_1 B)(1 - \rho B) \hat{c}_t = \pi_{ck} \pi_{kA} \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{cA} (1 - \mu_1 B) \varepsilon_{\hat{A},t} \\ &\Leftrightarrow \hat{c}_t - \rho \hat{c}_{t-1} - \mu_1 \hat{c}_{t-1} + \mu_1 \rho \hat{c}_{t-2} = \pi_{ck} \pi_{kA} \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{cA} \varepsilon_{\hat{A},t} - \mu_1 \pi_{cA} \varepsilon_{\hat{A},t-1} \end{aligned}$$

$$(A.114) \quad \hat{c}_t = (\rho + \mu_1) \hat{c}_{t-1} - \mu_1 \rho \hat{c}_{t-2} + (\pi_{ck} \pi_{kA} - \mu_1 \pi_{cA}) \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{cA} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

Auf die gleiche Art und Weise bestimmt man die anderen endogenen Variablen in (4.36):

$$(A.115) \quad \hat{N}_t = (\rho + \mu_1) \hat{N}_{t-1} - \mu_1 \rho \hat{N}_{t-2} + (\pi_{Nk} \pi_{kA} - \mu_1 \pi_{NA}) \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{NA} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

$$(A.116) \quad \hat{y}_t = (\rho + \mu_1) \hat{y}_{t-1} - \mu_1 \rho \hat{y}_{t-2} + (\pi_{yk} \pi_{kA} - \mu_1 \pi_{yA}) \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{yA} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

$$(A.117) \quad \hat{i}_t = (\rho + \mu_1) \hat{i}_{t-1} - \mu_1 \rho \hat{i}_{t-2} + (\pi_{ik} \pi_{kA} - \mu_1 \pi_{iA}) \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{iA} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

$$(A.118) \quad \hat{w}_t = (\rho + \mu_1) \hat{w}_{t-1} - \mu_1 \rho \hat{w}_{t-2} + (\pi_{wk} \pi_{kA} - \mu_1 \pi_{wA}) \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{wA} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

Da für den Realzins die absolute Abweichung vom Steady State betrachtet wird, muß bei der Berechnung überprüft werden, ob die allgemeine ARMA (2,1)-Struktur erhalten bleibt.

$$(A.119) \quad r_t - r = \pi_{rk} \pi_{kA} (1 - \mu_1 B)^{-1} (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{rA} (1 - \rho B)^{-1} \varepsilon_{\hat{A},t}$$

$$\Leftrightarrow (1 - \mu_1 B)(1 - \rho B)(r_t - r) = \pi_{rk} \pi_{kA} \varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{rA} (1 - \mu_1 B) \varepsilon_{\hat{A},t}$$

Wegen

$$r(1 - \mu_1)(1 - \rho) = r(1 - \mu_1 - \rho + \mu_1\rho) = r - r\mu_1 - r\rho + r\mu_1\rho$$

gilt:

$$(A.120) \quad r_t - r = (\rho + \mu_1)(r_{t-1} - r) - \mu_1\rho(r_{t-2} - r) + (\pi_{rk}\pi_{kA} - \mu_1\pi_{rA})\varepsilon_{\hat{A},t-1} + \pi_{rA}\varepsilon_{\hat{A},t}$$

d.h., daß die ARMA (2,1)-Struktur auch für den Realzins gilt. Auffällig ist, daß der AR-Teil bei allen Prozessen gleich ist. Unterschiede rühren nur von den MA-Teilen her.

Um nun die Momente zu bestimmen, benötigt man u.a. die Formel für die Varianz eines ARMA (2,1)-Prozesses, gegeben die Varianz der Störgröße der Technologieschocks. Für einen allgemeinen ARMA (2,1)-Prozeß der Form

$$(A.121) \quad Z_t = \alpha_1 Z_{t-1} + \alpha_2 Z_{t-2} + \beta_0 \varepsilon_t - \beta_1 \varepsilon_{t-1}$$

bestimmt sich diese über die Lösung des Systems der Yule-Walker-Gleichungen.<sup>214</sup> Die drei relevanten Yule-Walker-Gleichungen erhält man, indem man für (A.122) die Gleichung (A.121) auf beiden Seiten mit  $Z_t$  multipliziert und den Erwartungswert bildet; für (A.123) multipliziert man vor der Erwartungswertbildung mit  $Z_{t-1}$ , während man für (A.124) mit  $Z_{t-2}$  multipliziert.

$$(A.122) \quad \gamma_0 - \alpha_1\gamma_1 + \alpha_2\gamma_2 = (\beta_0^2 - \alpha_1\beta_0\beta_1 + \beta_1^2)\sigma_\varepsilon^2$$

$$(A.123) \quad -\alpha_1\gamma_0 + (1 - \alpha_2)\gamma_1 = -\beta_0\beta_1\sigma_\varepsilon^2$$

$$(A.124) \quad -\alpha_2\gamma_0 - \alpha_1\gamma_1 + \gamma_2 = 0$$

Dabei bezeichnet  $\gamma_i$ ,  $i = 0,1,2$  die Autokovarianz beim Lag  $i$ , wobei damit  $\gamma_0$  der Varianz des Prozesses entspricht. Die Lösung für die Varianz lautet schließlich

$$(A.125) \quad \gamma_0 = \frac{[2\alpha_1\beta_0\beta_1 + (\alpha_2 - 1)(\beta_0^2 + \beta_1^2)]}{[\alpha_1^2 - (\alpha_2 - 1)^2](\alpha_2 + 1)} \sigma_\varepsilon^2.$$

Damit können nunmehr die Varianzen der Kontrollvariablen bestimmt werden. Kreuz- und Autokorrelationen lassen sich dann auf eine ähnliche Art und Weise bestimmen.

---

<sup>214</sup> Vgl. zur Bestimmung der Yule-Walker-Gleichungen z.B. Schlittgen/Streitberg (1994), S. 126 oder Hamilton (1994), S. 59. Ganz genau genommen erhält man die Yule-Walker-Gleichungen erst nach Division von (A.122) - (A.124) durch  $\gamma_0$ .

Es leuchtet ein, daß dieses Verfahren sehr schnell an seine Grenzen stößt. Je mehr exogene Prozesse und Zustandsvariablen einbezogen werden, desto schneller steigt die Ordnung der resultierenden ARMA-Prozesse an. Dies macht die Berechnung der Varianzen immer komplizierter, mußten doch schon zur Bestimmung von (A.125) drei Yule-Walker-Gleichungen herangezogen werden. In noch weitaus größerem Maße trifft dies auf die Bestimmung der Kreuzkorrelationen, insbesondere für hohe Leads und Lags, zu. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit auf diese Methode verzichtet.<sup>215</sup>

Um die Momente bei nichtstationären Prozessen bestimmen zu können, muß zuvor eine Filtrung erfolgen. Dabei gibt es in der Literatur grundsätzlich zwei verschiedene Vorgehensweisen. Bei der einen Methode - wie auch in Abschnitt 2.3 erwähnt - werden die Systeme (2.54) und (2.55) mehrfach simuliert und anschließend die Momente berechnet. Danach erfolgt eine Mittelung der sich ergebenden Standardabweichungen und Korrelationen, wobei die sich daraus ergebenden Werte als die Momente der Prozesse angesehen werden. Bei der anderen Methode erfolgt eine Transformation von (2.54) in den Frequenzbereich zur Bestimmung des Spektrums des multivariaten Prozesses. Anschließend berechnet man mit der Fouriertransformierten des Filters das Spektrum des gefilterten Prozesses. Danach können unter Zuhilfenahme des Parsevalschen Theorems die Varianzen und Autokovarianzen des Prozesses ausgerechnet werden. Weitere Theoreme der multivariaten Zeitreihenanalyse gestatten dann die Bestimmung der Momente der Kontrollvariablen.

Für das System (2.54) hat der Vektor  $\tilde{s}_t$  die Dimension  $(n_s \times 1)$ , wobei  $n_s = n_t + n_e$  mit  $n_t$  als Anzahl der Zustandsvariablen. Für  $M$  ergibt sich dann die Dimension  $(n_s \times n_s)$ . Die Entwicklung der Kontrollvariablen ergibt sich dann mit  $n_z$  als Anzahl der Kontrollvariablen gemäß (2.55) mit  $II$  als  $(n_z \times n_s)$  Matrix. Sei  $\Sigma_{\varepsilon\varepsilon}$  die Varianz-Kovarianz-Matrix der Störvariablen. Dann erhält man für das Spektrum  $f_{\tilde{s}}(\omega)$  von  $\tilde{s}_t$  folgenden Ausdruck:

$$(A.126) \quad f_{\tilde{s}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} [e^{i\omega} I - M]^{-1} \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} [e^{i\omega} I - M]^{-1'}$$

Dabei bezeichnet  $\omega$  die Frequenz (gemessen im Bogenmaß) und  $i$  die imaginäre Zahl ( $i^2 = -1$ ). Man kann zeigen, daß (A.126) identisch ist mit (A.127):

$$(A.127) \quad f_{\tilde{s}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} [I - Me^{-i\omega}]^{-1} \Sigma_{\varepsilon\varepsilon} [I - Me^{-i\omega}]^{-1'}$$

---

<sup>215</sup> Vgl. auch die Bemerkung von King/Plosser/Rebelo (1988a) selbst zu diesem Punkt (S. 212 Fußnote 26).

(A.127) folgt unmittelbar aus einer Anwendung der Formel für das Spektrum eines multivariaten AR (1)-Prozesses.<sup>216</sup> Das Spektrum des HP-gefilterten Prozesses ergibt sich über

$$(A.128) f_{\tilde{s}_{HP}}(\omega) = |F_{HP}(\omega)|^2 \cdot f_{\tilde{s}}(\omega)^{217}$$

Hierbei bezeichnet  $F_{HP}(\omega)$  die Fouriertransformierte des HP-Filters, die in King/Rebelo (1993) hergeleitet wird.<sup>218</sup>

$$(A.129) F_{HP}(\omega) = \frac{4\varphi(1 - \cos(\omega))^2}{1 + 4\varphi(1 - \cos(\omega))^2}$$

$\varphi$  bezeichnet den sog. smoothing parameter des HP-Filters.<sup>219</sup> Somit ergibt sich schließlich für die Autokovarianzfunktion beim Lag  $k$  über das Parsevalsche Theorem:<sup>220</sup>

$$(A.130) E(\tilde{s}_{HP,t} \tilde{s}_{HP,t-k}') = \int_{-\pi}^{\pi} f_{\tilde{s}_{HP}}(\omega) e^{i\omega k} d\omega$$

Zur Bestimmung der Momente von  $z_t$  kann dann (A.107) herangezogen werden.

Die Impulsantwortfunktionen geben an, wie das System in Periode  $t+k$  reagiert, wenn eine exogene Variable in der Periode  $t+1$  um 1 % ansteigt und ansonsten keine weiteren Störungen auftreten. Die lineare Struktur der Lösung macht die Berechnung daher denkbar einfach (vgl. (2.56) sowie (2.57)).

---

<sup>216</sup> Vgl. dazu Priestley (1981), S. 689. Man beachte, daß dort der AR (1)-Prozeß in anderer Schreibweise auftritt.

<sup>217</sup> Vgl. Schlittgen/Streitberg (1994), S. 164, die dies für den univariaten Fall zeigen.  $|F_{HP}(\omega)|$  stellt den Betrag von  $F_{HP}(\omega)$  dar.

<sup>218</sup> Vgl. King/Rebelo (1993), S. 220.

<sup>219</sup> Zum HP-Filter vgl. den Anhang E.

<sup>220</sup> Siehe dazu Schlittgen/Streitberg (1994), S. 157.



## D Risikoaversion und intertemporale Substitutionselastizität

In diesem Abschnitt sollen die Zusammenhänge zwischen der Risikoaversion, der intertemporalen Substitutionselastizität sowie der Elastizität des Grenznutzens im Hinblick auf den Konsum und die Freizeit untersucht werden. Betrachtet werden die in diesem Anhang unter Abschnitt A.2 abgeleiteten Nutzenfunktionen. Zunächst seien die Definitionen für nur vom Konsum abhängige Nutzenfunktionen angegeben. Anschließend werden auch von der Freizeit abhängige Funktionen der Form (A.35) und (A.36) betrachtet. Im Anschluß daran werden die Implikationen für spezielle in dieser Arbeit betrachtete Nutzenfunktionen angegeben.

Die Risikoaversion eines repräsentativen Individuums kann über das sog. Arrow-Pratt-Maß der relativen Risikoaversion bestimmt werden. Für die Nutzenfunktion  $u(C)$  mit  $C$  Konsumniveau ergibt sie sich durch nachstehenden Ausdruck:

$$(A.131) \quad \sigma = - \frac{D^2 u(C) C}{Du(C)} \quad 221$$

Sofern dieser Ausdruck konstant ist ( $\sigma$  konstant), spricht man von einer CRRA-Nutzenfunktion (constant relative risk aversion utility function). Damit entspricht die relative Risikoaversion gleichzeitig dem negativen Wert der Elastizität des Grenznutzens des Konsums.<sup>222</sup>

$$(A.132) \quad \frac{d\left(\frac{du(C)}{dC}\right)}{dC} \frac{C}{\frac{du(C)}{dC}} = \frac{D^2 u(C) C}{Du(C)}$$

Sie drückt das Krümmungsmaß der Nutzenfunktion aus. Sofern die Nutzenfunktion nahezu linear und der Grenznutzen damit nahezu konstant ist, liegt die Elastizität nahe null. Beide Ausdrücke hängen wiederum eng mit der intertemporalen Substitutionselastizität des Konsums zusammen. Diese gibt die relative Änderung des Verhältnisses der Konsumniveaus zwischen zwei Zeitpunkten hervorgerufen durch eine relative Änderung des Verhältnisses der Grenznutzen des Konsums zwischen den zwei Zeitpunkten an oder formal

$$(A.133) \quad - \frac{\frac{d\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)}{\frac{C_{t+1}}{C_t}}}{\frac{d\left(\frac{Du(C_{t+1})}{Du(C_t)}\right)}{\frac{Du(C_{t+1})}{Du(C_t)}}}$$

---

<sup>221</sup> Vgl. dazu Blanchard/Fischer (1989), S. 44.

<sup>222</sup> Zu den folgenden beiden Formeln siehe Blanchard/Fischer (1989), S.40.

Eine genauere Analyse von (A.133) bringt den Zusammenhang mit der Risikoaversion hervor. Differenziert man die beiden Ausdrücke im Zähler jeweils total und formt um, so erhält man nach einigen Schritten:

$$(A.134) \quad -\frac{\frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - \frac{dC_t}{C_t}}{\frac{D^2u(C_{t+1})C_{t+1} \frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - D^2u(C_t)C_t \frac{dC_t}{C_t}}{Du(C_{t+1}) \frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - Du(C_t) \frac{dC_t}{C_t}}}$$

Geht man nun von einer Nutzenfunktion mit konstanter relativer Risikoaversion aus, so ist im Nenner jeweils der Ausdruck vor  $dC_{t+1}/C_{t+1}$  bzw.  $dC_t/C_t$  gemäß (A.131) konstant und gleich  $-\sigma$ . Daraus folgt:

$$(A.135) \quad -\frac{\frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - \frac{dC_t}{C_t}}{-\sigma \frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} + \sigma \frac{dC_t}{C_t}} = \frac{\frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - \frac{dC_t}{C_t}}{\sigma \left( \frac{dC_{t+1}}{C_{t+1}} - \frac{dC_t}{C_t} \right)} = \frac{1}{\sigma}$$

Das bedeutet, daß der Kehrwert der Risikoaversion der intertemporalen Substitutionselastizität des Konsums entspricht. Weiter entspricht die intertemporale Substitutionselastizität dem Kehrwert des negativen Wertes der Elastizität des Grenznutzens des Konsums im Hinblick auf den Konsum.

Wenn die Nutzenfunktion neben dem Konsum auch von der Freizeit abhängt, kann man die Risikoaversion jeweils entweder für den Konsum oder die Freizeit bestimmen. Eine globale oder eine Gesamtrisikoaversion gibt es dann nicht mehr.<sup>223</sup> Für die multiplikativ separable Nutzenfunktion (A.35) bedeutet dies im einzelnen:

$$(A.136) \quad \sigma_C := -\frac{D_{11}u(C, L)C}{D_1u(C, L)} = -\frac{-\sigma C^{-\sigma-1}v(L)C}{C^{-\sigma}v(L)} = \sigma = -\xi_{cc} \quad \text{für den Konsum}$$

$$(A.137) \quad \sigma_L := -\frac{D_{22}u(C, L)L}{D_2u(C, L)} = -\frac{LD^2v(L)}{Dv(L)} = -\xi_{LL} \quad \text{für die Freizeit}$$

Bei der Berechnung der Substitutionselastizitäten muß man beachten, daß die jeweils nicht betrachtete Variable konstant gesetzt wird. Berechnet man somit die Substitutionselastizität des Konsums, so muß  $L$  konstant sein (für die Substitutionselastizität der Freizeit analog dazu  $C$ ). (A.133) lautet dann für die Freizeit:

---

<sup>223</sup> Da in der Literatur diese Unterscheidung nicht getroffen wird, soll die Bezeichnung des Parameters  $\sigma$  mit "Risikoaversion" beibehalten werden.

$$(A.138) \quad -\frac{d\left(\frac{L_{t+1}}{L_t}\right)}{\frac{L_{t+1}}{L_t}} : \frac{d\left(\frac{D_2 u(C, L_{t+1})}{D_2 u(C, L_t)}\right)}{\frac{D_2 u(C, L_{t+1})}{D_2 u(C, L_t)}}$$

und für den Konsum:

$$(A.139) \quad -\frac{d\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)}{\frac{C_{t+1}}{C_t}} : \frac{d\left(\frac{D_1 u(C_{t+1}, L)}{D_1 u(C_t, L)}\right)}{\frac{D_1 u(C_{t+1}, L)}{D_1 u(C_t, L)}}$$

Die oben genannten Zusammenhänge gelten auch hier weiter.

Für die in Kapitel 2 verwendete Nutzenfunktion (2.71) ergeben sich dann die folgenden Implikationen:

$$(A.140) \quad \sigma_C = -\frac{-\sigma C^{-\sigma-1} L^{\theta(1-\sigma)} C}{C^{-\sigma} L^{\theta(1-\sigma)}} = \sigma$$

$$(A.141) \quad \sigma_L = -\frac{C^{1-\sigma} [\theta(1-\sigma) - 1] \theta(1-\sigma) L^{\theta(1-\sigma)-2} L}{C^{1-\sigma} \theta(1-\sigma) L^{\theta(1-\sigma)-1}} = -[\theta(1-\sigma) - 1]$$

Nur für den Fall  $\theta = 1$  stimmen die beiden Risikoaversionen überein.<sup>224</sup> Um die Konkavität der Nutzenfunktion (2.71) zu gewährleisten, müssen bestimmte Anforderungen an das Verhältnis der Präferenzparameter  $\sigma$  und  $\theta$  gestellt werden, die sich insbesondere aus (A.37) ergeben. Sie lauten für die Nutzenfunktion (2.71):

$$(A.142) \quad \begin{aligned} \sigma < 1: \theta < \frac{1}{1-\sigma} \wedge \theta < -\frac{\sigma}{\sigma-1} \\ \sigma > 1: \theta > \frac{1}{1-\sigma} \wedge \theta > -\frac{\sigma}{\sigma-1} \end{aligned}$$

Für  $\sigma > 1$  sind die Bedingungen in den meisten Fällen erfüllt, während bei  $\sigma < 1$  häufig eine Einschränkung resultiert. Gibt man wie oben erwähnt die durchschnittlich gearbeiteten Stunden  $N$  vor, so erhält man mit den übrigen Modellparametern einen konkreten Wert für  $\theta$ . Damit kann dann überprüft werden, welche Werte von  $\sigma$  zulässig sind.

In Kapitel 4 und 5 dieser Arbeit wird eine geringfügig andere Nutzenfunktion verwendet (vgl. (4.1) und (5.1)). Die speziellen Risikoaversionen betragen dann:

---

<sup>224</sup>Dazu müsste  $\theta$  vorgegeben werden, was wiederum dann die endogene Bestimmung des Arbeitseinsatzes bzw. der Freizeit erfordern würde (vgl. zu dieser Problematik (A.44), (A.45) in Abschnitt A.3.3).

$$(A.143) \sigma_c = -\frac{[\theta(1-\sigma)-1]\theta C^{\theta(1-\sigma)-2} L^{(1-\theta)(1-\sigma)} C}{\theta C^{\theta(1-\sigma)-1} L^{(1-\theta)(1-\sigma)}} = -[\theta(1-\sigma)-1]$$

$$(A.144) \sigma_L = -\frac{(1-\theta)[(1-\sigma)(1-\theta)-1]C^{\theta(1-\sigma)} L^{(1-\theta)(1-\sigma)-2} L}{(1-\theta)C^{\theta(1-\sigma)} L^{(1-\theta)(1-\sigma)-1}} = -[(1-\sigma)(1-\theta)-1]$$

Um auch für diese Konkavität sicherzustellen, müssen nachstehende Bedingungen erfüllt sein:

$$(A.145) \begin{aligned} \sigma < 1: \theta > -\frac{\sigma}{1-\sigma} \wedge \theta > \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \\ \sigma > 1: \theta < -\frac{\sigma}{1-\sigma} \wedge \theta < \frac{1-2\sigma}{1-\sigma} \end{aligned}$$

Entsprechend lassen sich auch in diesem Fall die Grenzwerte für die zulässigen  $\sigma$  bei vorheriger Bestimmung von  $\theta$  angeben. Im allgemeinen wird in dieser Arbeit nur der Fall  $\sigma = 1$  untersucht. Dadurch vereinfachen sich die Risikoaversionen beträchtlich und entsprechen alle eins. Allerdings muß bei Variationen von  $\sigma$  der zulässige Bereich sehr wohl beachtet werden.

Bei der GHH-Nutzenfunktion (4.120) hängen die Risikoaversionen neben den Parametern  $\nu, \psi, \sigma$  auch noch von  $c$  und  $L$  ab, sind aber dennoch konstant, da  $L$  und  $c = C/X$  konstant sind.

$$(A.146) \sigma_c = \frac{\sigma C}{C - \psi X(1-L)^\nu} = \frac{\sigma c}{c - \psi(1-L)^\nu}$$

$$(A.147) \sigma_L = \frac{\sigma \nu \psi X(1-L)^{\nu-1} L}{C - \psi X(1-L)^\nu} + \frac{(\nu-1)L}{1-L} = \frac{\sigma \nu \psi(1-L)^{\nu-1} L}{c - \psi(1-L)^\nu} + \frac{(\nu-1)L}{1-L}$$

Eine Fallunterscheidung wie für die anderen Nutzenfunktionen kann hier unterbleiben, da die Anforderung  $\nu > 1$  (zur Sicherstellung eines abnehmenden Grenznutzens der Freizeit) ausreicht, um insgesamt Konkavität zu gewährleisten.<sup>225</sup>  $\sigma$  kann in diesem Fall alle Werte größer als null annehmen. Wegen (4.129) wird immer die Forderung  $\psi > 0$  erfüllt.

---

<sup>225</sup> Grundlegende Annahme bei allen Berechnungen ist, daß  $C - \psi X(1-L)^\nu > 0$  gilt.

## E Der Hodrick/Prescott-Filter (HP-Filter)

In der Literatur der Realen Konjunkturtheorie gibt es keinen Filter, der häufiger zur Bestimmung der zyklischen Komponente einer Zeitreihe benutzt wurde als der Hodrick-Prescott-Filter oder kurz HP-Filter.<sup>226</sup> Entsprechend ist die Literatur, die sich mit den Implikationen der so bestimmten Zyklen für Konjunkturen befaßt, Legion. An dieser Stelle soll daher nur ganz knapp die grundsätzliche Wirkungsweise des Filters diskutiert werden, um das Verständnis der empirischen Analysen in Kapitel 3 der Arbeit zu erleichtern.

Es wird unterstellt, daß die betrachtete makroökonomische Zeitreihe  $\{Z_t\}_{t=1}^T$  sich als Summe einer Wachstumskomponente  $\{W_t\}_{t=1}^T$  und einer konjunkturellen Komponente  $\{V_t\}_{t=1}^T$  zusammensetzt.<sup>227</sup>

$$(A.148) \quad Z_t = W_t + V_t$$

Hodrick/Prescott (1997) schlagen nun vor,  $\{Z_t\}_{t=1}^T$  eine schmiegsame Kurve anzupassen, die man auch mit der freien Hand durch eine Graphik der Reihe legen würde. Dies erreichen sie dadurch, daß sie fordern, das Quadrat der zweiten Differenzen der Wachstumskomponente sollte eine bestimmte Schranke nicht überschreiten. Das Optimierungsproblem kann dann in der nachstehenden Form als Kleinstquadratproblem geschrieben werden:

$$(A.149) \quad \sum_{t=1}^T (Z_t - W_t)^2 + \varphi \sum_{t=2}^{T-1} [(W_{t+1} - W_t) - (W_t - W_{t-1})]^2 \rightarrow \min_{\{W_t\}} \text{ mit } \varphi > 0$$

Die Optimumbedingungen ergeben eine Wachstumskomponente, die linear von  $\{Z_t\}_{t=1}^T$  abhängt. Setzt man diese Bedingungen gleich null, so resultiert:

$$(A.150) \quad HW = Z$$

wobei  $W = (W_1 \quad W_2 \quad \dots \quad W_T)'$ ,  $Z = (Z_1 \quad Z_2 \quad \dots \quad Z_T)'$  und  $H$  eine  $(T \times T)$  Matrix ist. Als Lösung für die Wachstumskomponente (oder auch Trendkomponente) erhält man dann:

$$(A.151) \quad W = H^{-1}Z$$

Der Trend ist damit das Ergebnis einer linearen Filterung der Originalwerte, wobei die Filtergewichte von der Anzahl der Beobachtungen  $T$  und dem Anpassungsparameter  $\varphi$  abhängen.

Bei der zu minimierenden Summe in (A.149) sind zwei gegenläufige Kräfte am Werk. Die erste Quadratsumme wird minimal (null), wenn  $W_t = Z_t$ , wenn also die Trendkomponente der Aus-

---

<sup>226</sup> Erst 1997 wurde der Artikel im Journal of Money, Credit, and Banking veröffentlicht, 17 Jahre nach seinem Erscheinen als Arbeitspapier!

<sup>227</sup> Zuvor erfolgt eine Logarithmierung der Zeitreihe.

gangsreihe entspricht. Dann hat im Grunde keine Filterung stattgefunden, und es gilt  $H^{-1} = I$ . Die zweite Summe wird minimal (null), wenn die ersten Differenzen konstant sind, wenn also gilt:

$$(A.152) (W_{t+1} - W_t) = (W_t - W_{t-1})$$

Dann liegt ein linearer Trend vor. Somit existiert ein Trade Off zwischen dem Ziel bestmöglicher Anpassung (fit) und bestmöglicher Glättung (smoothness). Der Lagrangemultiplikator  $\varphi$  bestimmt dabei das Gewicht des jeweiligen Ziels. Für  $\varphi = 0$  kann man die Glättung vernachlässigen und die Wachstumskomponente entspricht der Ausgangsreihe, während für  $\varphi \rightarrow \infty$  die Summe der quadrierten zweiten Differenzen den Ausschlag für die Gesamtsumme gibt und im Sinne der Minimierung damit einen linearen Trend impliziert.

King/Rebelo (1993) zeigen, daß der HP-Filter optimal im Sinne einer Minimierung des mittleren quadratischen Fehlers ist, wenn die Wachstumskomponente einem integrierten Prozeß zweiter Ordnung folgt und die zyklische Komponente white noise ist.<sup>228</sup> In diesem Fall entspricht der Lagrangemultiplikator  $\varphi$  dem Verhältnis der Varianzen der Störgrößen:

$$(A.153) \varphi = \frac{\sigma_{\varepsilon_v}^2}{\sigma_{\varepsilon_w}^2}$$

Hodrick/Prescott (1997) unterstellen bei ihrer Untersuchung von Quartalsdaten der USA, daß die Standardabweichung der zyklischen Komponente  $\sigma_{\varepsilon_v}$  vierzig mal so groß wie die der Wachstumskomponente  $\sigma_{\varepsilon_w}$  ist, so daß sie für  $\varphi$  einen Wert von 1600 erhalten. Dieser Wert wird auch bei der Analyse in Kapitel 3 der Arbeit verwendet. Man kann zeigen, daß der HP-Filter damit die niedrigen Frequenzen praktisch eliminiert und alle Zyklen mit einer Länge über 32 Quartalen entfernt.

Der HP-Filter wird vielfach kritisiert wegen der Wahl des Anpassungsparameters. Zum einen richtet sich die Kritik gegen das vom statistischen Standpunkt aus gesehen zu hohe Verhältnis der Störvarianzen. Canova (1993) bezieht sich auf eine Schätzung von Nelson/Plosser (1982), die Werte von  $\varphi^{0.5}$  in einem Intervall von  $[0.17, 1]$  ergibt. Der Wert von 40 weist damit der zyklischen Komponente de facto Volatilitäten zu, die eigentlich zur Wachstumskomponente gehören. Zum anderen wird die uniforme Anwendung ein- und desselben  $\varphi$  moniert. Jede makroökonomische Zeitreihe sei einzigartig und müsse daher individuell betrachtet werden, um die Korrelationen der zyklischen Komponenten nicht zu verzerren.

---

<sup>228</sup> Siehe dazu King/Rebelo (1993), S. 223-225. Der mittlere quadratische Fehler ist definiert als  $MSE = (1/T) \sum_{t=1}^T (\tilde{V}_t - V_t)^2$ , wobei  $V_t$  die wahre zyklische Komponente und  $\tilde{V}_t$  die geschätzte bezeichnet (siehe auch Whittle (1983)).

## Literaturverzeichnis

- Ambler, Steve et Emanuela Cardia, 1995**, Les modèles réels de la transmission internationale du cycle économique, *L'actualité économique*, *Revue d'analyse économique* 71, 193-217.
- Ambler, Steve and Alain Paquet, 1996**, Fiscal Spending Shocks, Endogenous Government Spending and Real Business Cycles, *Journal of Economic Dynamics and Control* 20, 237-256.
- Ambler, Steve, Emanuela Cardia and Christian Zimmermann, 1998**, International Transmission of the Business Cycle in a Multi-Sectoral Model, Working Paper No. 60, Center for Research on Economic Fluctuations and Employment. Université du Québec à Montreal. March.
- Armington, Paul, 1969**, A Theory of Demand for Products Distinguished by Place of Production, *International Monetary Fund Staff Papers* 27, 159-178.
- Arvanitis, Athanasios and Anne Mikkola, 1995**, Asset Market Structure and International Trade Dynamics, Working Paper No. 375, Department of Economics, University of Helsinki. July.
- Arvanitis, Athanasios and Anne Mikkola, 1996**, Asset Market Structure and International Trade Dynamics, *American Economic Review* 86, Papers and Proceedings, 67-70.
- Aschauer, David A., 1985**, Fiscal Policy and Aggregate Demand, *American Economic Review* 75, 117-127.
- Backus, David K., 1993**, Interpreting Comovements in the Trade Balance and the Terms of Trade, *Journal of International Economics* 34, 375-387.
- Backus, David K. and Patrick J. Kehoe, 1992**, International Evidence on the Historical Properties of Business Cycles, *American Economic Review* 82, 864-888.
- Backus, David K., Patrick J. Kehoe and Finn E. Kydland, 1992**, International Real Business Cycles, *Journal of Political Economy* 100, 745-775.
- Backus, David K., Patrick J. Kehoe and Finn E. Kydland, 1994a**, Dynamics of the Trade Balance and the Terms of Trade: The J-Curve?, *American Economic Review* 84, 84-103.
- Backus, David K., Patrick J. Kehoe and Finn E. Kydland, 1994b**, Relative Price Movements in Dynamic General Equilibrium Models of International Trade, in: *The Handbook of International Macroeconomics*. Blackwell Handbooks in Economics. Basil Blackwell. Oxford. 62-96.

- Backus, David K., Patrick J. Kehoe and Finn E. Kydland, 1995**, International Business Cycles: Theory and Evidence, in: Cooley, Thomas F. (ed.), *Frontiers of Business Cycle Research*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey. 331-356.
- Backus, David K. and Gregor W. Smith, 1993**, Consumption and Real Exchange Rates in Dynamic Economies with non-traded Goods, *Journal of International Economics* 35, 297-316.
- Barro, Robert J., 1976**, Rational Expectations and the Role of Monetary Policy, *Journal of Monetary Economics* 2, 1-32.
- Barro, Robert J., 1981a**, The Equilibrium Approach to Business Cycles in: Barro, Robert J. (ed.), *Money, Expectations, and Business Cycles*. Academic Press. New York. 41-78.
- Barro, Robert J., 1981b**, Output Effects of Government Purchases, *Journal of Political Economy* 89, 1086-1121.
- Baxter, Marianne, 1992**, Financial Market Linkages and the International Transmission of Fiscal Policy, Working Paper No. 336, Rochester Center for Economic Research. November.
- Baxter, Marianne, 1995**, International Trade and Business Cycles, in: Grossman, Gene .M. and Kenneth S. Rogoff (eds.), *Handbook of International Economics III*. North-Holland. Amsterdam. 1801-1864.
- Baxter, Marianne, 1996**, Are Consumer Durables Important for Business Cycles?, *Review of Economics and Statistics* 78, 147-155.
- Baxter, Marianne and Mario J. Crucini, 1993**, Explaining Saving-Investment Correlations, *American Economic Review* 83, 416-436
- Baxter, Marianne and Mario J. Crucini, 1995**, Business Cycles and the Asset Structure of Foreign Trade, *International Economic Review* 36, 821-854.
- Baxter, Marianne and Robert G. King, 1990**, Productive Externalities and Cyclical Volatility, Working Paper No. 245, Rochester Center for Economic Research. September.
- Baxter, Marianne and Robert G. King, 1995**, Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Time Series, Working Paper No. 5022, National Bureau of Economic Research. February.
- Bec, Frédérique, 1995**, The International Transmission of Real Business Cycles, in: Hénin, Pierre-Y. (ed.), *Advances in Business Cycle Research - with Applications to the French and US Economies*. Springer. Berlin. 143-172.



- Benhabib, Jess, Richard Rogerson and Randall D. Wright, 1991**, Homework in Macroeconomics: Household Production and Aggregate Fluctuations, *Journal of Political Economy* 99, 1166-1187.
- Blackburn, Keith and Morten O. Ravn, 1991**, Contemporary Macroeconomic Fluctuations: An International Perspective, Working Paper 1991-12, Centre for International Economics, Institute of Economics, University of Aarhus.
- Blanchard, Olivier J., 1985**, Debt, Deficits, and Finite Horizons, *Journal of Political Economy* 93, 223-247.
- Blanchard, Olivier J. and Stanley Fischer, 1989**, Lectures on Macroeconomics. MIT Press. Cambridge, Massachusetts.
- Blanchard, Olivier J. and Charles M. Kahn, 1981**, The Solution of Linear Difference Models Under Rational Expectations, *Econometrica* 48, 1305-1311.
- Boileau, Martin, 1996**, Growth and the International Transmission of Business Cycles, *International Economic Review* 37, 737-756.
- Brandner, Peter and Klaus Neusser, 1992**, Business Cycles in Open Economies: Stylized Facts for Austria and Germany, *Weltwirtschaftliches Archiv* 128, 67-87.
- Bruno, Catherine, 1995**, La théorie du cycle réel et la dimension internationale des fluctuations conjoncturelles: une revue de la littérature, *Revue d'économie politique* 105, 877-917.
- Bruno, Catherine, 1997**, International Capital Movements and the Locomotive Effect, *Economics Letters* 56, 311-316.
- Bruno, Catherine and Franck Portier, 1995**, A Small Open Economy RBC Model: The French Economy Case, in: Hénin, Pierre-Y. (ed.), *Advances in Business Cycle Research - with Applications to the French and US Economies*. Springer. Berlin. 173-194.
- Burdett, Kenneth and Randall D. Wright, 1989**, Unemployment Insurance and Short-Time Compensation: The Effects on Layoffs, Hours Per Worker, and Wages, *Journal of Political Economy* 97, 1479-1496.
- Calvo, Guillermo A., 1983**, Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework, *Journal of Monetary Economics* 12, 383-398.
- Canova, Fabio, 1993**, Detrending and Business Cycle Facts, Discussion Paper No. 782, Centre for Economic Policy Research. June. forthcoming: *Journal of Monetary Economics*.
- Canova, Fabio and Harris Dellas, 1993**, Trade Interdependence and the International Business Cycle, *Journal of International Economics* 34, 23-47.

- Canova, Fabio and Jane Marrinan, 1996**, Sources and Propagation of International Business Cycles: Common Shocks or Transmission?, Economics Working Paper 188, Department of Economics, Universitat Pompeu Fabra. November. forthcoming: Journal of International Economics.
- Canova, Fabio and Angel J. Ubide, 1995**, Household Production and International Business Cycles, Discussion Paper No. 1113, Centre for Economic Policy Research. February.
- Canova, Fabio and Angel J. Ubide, 1998**, International Business Cycles, Financial Markets and Household Production, Journal of Economic Dynamics and Control 22, 545-572.
- Cantor, Richard and Nelson N. Mark, 1987**, International Debt and World Business Fluctuations, Journal of International Money and Finance 6, 153-165.
- Cantor, Richard and Nelson N. Mark, 1988**, The International Transmission of Real Business Cycles, International Economic Review 29, 493-507.
- Cardia, Emanuela, 1991**, The Dynamics of a Small Open Economy in Response to Monetary, Fiscal, and Productivity Shocks, Journal of Monetary Economics 28, 411-434.
- Cass, David, 1965**, Optimum Growth in an Aggregative Model of Capital Accumulation, Review of Economic Studies 32, 223-240.
- Chari, Varadarajan V., Lawrence J. Christiano and Patrick J. Kehoe, 1994**, Optimal Fiscal Policy in a Business Cycle Model, Journal of Political Economy 102, 617-652.
- Chari, Varadarajan V., Patrick J. Kehoe and Ellen R. McGrattan, 1998**, Monetary Shocks and Real Exchange Rates in Sticky Price Models of International Business Cycles, Staff Report 223, Federal Reserve Bank of Minneapolis. February. Revised Version.
- Cho, Jang-Ok and Maurice J. Roche, 1993**, An International Business Cycle Model with Money, Working Paper No. N50/05/94, Maynooth College. March.
- Cho, Jank-Ok and Richard Rogerson, 1988**, Family Labor Supply and Aggregate Fluctuations, Journal of Monetary Economics 21, 233-245.
- Christodoulakis, Nicos, Sophia P. Dimelis and Tryphon Kollintzas, 1995**, Comparisons of Business Cycles in Greece and the EC: Idiosyncrasies and Regularities, Economica 62, 1-27.
- Christiano, Lawrence J. and Martin Eichenbaum, 1992**, Current Real Business-Cycle Theories and Aggregate Labor-Market Fluctuations, American Economic Review 82, 430-450.
- Cooley, Thomas F. (ed.), 1995**, Frontiers of Business Cycle Research. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

- Correia, Isabel H., Joao L. Neves and Sergio T. Rebelo, 1992a**, Business Cycles in Portugal: Theory and Evidence, in: Amaral, João Ferreira do, Diogo Lucena and António S. Mello (eds)., *The Portuguese Economy towards 1992*. Kluwer. Boston. 1-64.
- Correia, Isabel H., Joao L. Neves and Sergio T. Rebelo, 1992b**, Business Cycles in Portugal: Theory and Evidence, Technical Appendix. Banco de Portugal.
- Correia, Isabel H., Joao L. Neves and Sergio T. Rebelo, 1995**, Business Cycles in a Small Open Economy, *European Economic Review* 39, 1089-1113.
- Costello, Donna M. and Jack Praschnik, 1992**, The Role of Oil Price Shocks in a Two-Country, Two-Sector Model of the Business Cycle, Research Report 9208, Department of Economics, University of Western Ontario. September.
- Costello, Donna M. and Jack Praschnik, 1993**, Intermediate Goods and the Transmission of International Business Cycles, Research Report 9305, Department of Economics, University of Western Ontario. March.
- Crucini, Mario J., 1997**, Country Size and Economic Fluctuations, *Review of International Economics* 5, 204-220.
- Danthine, Jean P. and John B. Donaldson, 1993**, Methodological and Empirical Issues in Real Business Cycle Theory, *European Economic Review* 37, 1-35.
- Dellas, Harris, 1986**, A Real Model of the World Business Cycle, *Journal of International Money and Finance* 5, 381-394.
- Devereux, Michael B., Allan W. Gregory and Gregor W. Smith, 1992**, Realistic Cross-Country Consumption Correlations in a Two-Country, Equilibrium Business Cycle Model, *Journal of International Money and Finance* 11, 3-16.
- Dhrymes, Phoebus J., 1978**, *Mathematics for Econometrics*, Springer. Berlin.
- Dornbusch, Rudiger, 1976**, Expectations and Exchange Rate Dynamics, *Journal of Political Economy* 84, 1161-1176.
- Dunlop, John T., 1938**, The Movement of Real and Money Wage Rates, *Economic Journal* 48, 413-434.
- Ehlgen, Jürgen, 1997**, A Nonrecursive Solution Method for the Linear-Quadratic Optimal Control Problem with a Singular Transition Matrix. Arbeitspapier, Universität-Gesamthochschule Siegen. forthcoming: *Computational Economics*.
- Ehlgen, Jürgen, 1998**, Distortionary Effects of the Optimal of the Hodrick-Prescott Filter, Arbeitspapier, Universität-Gesamthochschule Siegen. February.
- Elliott, Graham and Antonio Fatás, 1996**, International Business Cycles and the Dynamics of the Current Account, *European Economic Review* 40, 361-387.

- Epstein, Larry G., 1983**, Stationary Cardinal Utility and Optimal Growth under Uncertainty, *Journal of Economic Theory* 31, 133-152.
- Fève, Patrick and François Langot, 1996**, Unemployment and the Business Cycle in a Small Open Economy: GMM Estimation and Testing with French Data, *Journal of Economic Dynamics and Control* 20, 1609-1639.
- Finn, Mary, 1995**, Variance Properties of Solow's Productivity Residual and their Cyclical Implications, *Journal of Economic Dynamics and Control* 19, 1249-1281.
- Fiorito, Riccardo and Tryphon Kollintzas, 1994**, Stylized Facts of Business Cycles in the G7 from a Real Business Cycle Perspective, *European Economic Review* 38, 235-269.
- Fuerst, Timothy S., 1991**, Liquidity, Loanable Funds, and Real Activity, *Journal of Monetary Economics* 29, 3-24.
- Graham, Fred C., 1993**, Fiscal Policy and Aggregate Demand, *American Economic Review* 83, 659-666.
- Greenwood, Jeremy, 1983**, Expectations, the Exchange Rate, and the Current Account, *Journal of Monetary Economics* 12, 543-569.
- Greenwood, Jeremy, Zvi Hercowitz and Gregory W. Huffman, 1988**, Investment, Capacity Utilization and the Real Business Cycle, *American Economic Review* 78, 402-417.
- Greenwood, Jeremy, Richard Rogerson and Randall D. Wright, 1993**, Putting Home Economics into Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, Summer, 2-11.
- Hall, Robert E., 1990**, Invariance Properties of Solow's Productivity Residual, in: Diamond, Peter (ed.), *Growth/Productivity/Unemployment-Essays to Celebrate Bob Solow's Birthday*. MIT Press. Cambridge, Massachusetts. 71-112.
- Hamilton, James D., 1994**, *Time Series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.
- Hansen, Gary D., 1985**, Indivisible Labor and the Business Cycle, *Journal of Monetary Economics* 16, 309-327.
- Hansen, Lars P., 1982**, Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators, *Econometrica* 50, 1029-1054.
- Hansen, Lars P. and Thomas J. Sargent, 1980**, Formulating and Estimating Dynamic Linear Rational Expectations Models, *Journal of Economic Dynamics and Control* 2, 7-46.
- Hansen, Lars P. and Thomas J. Sargent, 1981**, Linear Rational Expectations Models for Dynamically Interrelated Variables, in: Lucas, Robert E., Jr., and Thomas J. Sargent

- (eds.), *Rational Expectations and Econometric Practice*. Minneapolis University Press. Minneapolis.
- Harjes, Thomas, 1997**, Real Business Cycles in an Open Economy: An Application to Germany, *Weltwirtschaftliches Archiv* 133, 635-656.
- Head, Allen C., 1995**, Country Size, Aggregate Fluctuations and International Risk Sharing, *Canadian Journal of Economics* 28, 1096-1119.
- Heathcote, Jonathan and Fabrizio Perri, 1997**, Financial Autarky and International Business Cycles, Working Paper, University of Pennsylvania. December.
- Hercowitz, Zvi and Michael Sampson, 1991**, Output Growth, the Real Wage, and Employment Fluctuations, *American Economic Review* 81, 1215-1237.
- Hodrick, Robert J. and Edward C. Prescott, 1997**, Post-War U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit, and Banking* 29, 1-16.
- Huffman, Gregory W., 1994**, A Primer on the Nature of Business Cycles, Federal Reserve Bank of Dallas, *Economic Review*, First Quarter, 27-41.
- Huh, Chan G. and Bharat Trehan, 1991**, Real Business Cycles: A Selective Survey, Federal Reserve Bank of San Francisco, *Economic Review*, Spring, 3-17.
- Jermann, Urban, 1991**, Real Business Cycles in a Small Open Economy with Non-Traded Goods and Non-Contingent Bonds, Discussion Paper in International Economics. Graduate Institute of International Studies, Genève. December.
- Kehoe, Patrick J. and Fabrizio Perri, 1998**, International Business Cycles with Endogenous Market Incompleteness, Working Paper, Federal Reserve Bank of Minneapolis. February.
- King, Robert G., Charles I. Plosser and Sergio T. Rebelo, 1988a**, Production, Growth and Business Cycles I. The Basic Neoclassical Model, *Journal of Monetary Economics* 21, 195-232.
- King, Robert G., Charles I. Plosser and Sergio T. Rebelo, 1988b**, Production, Growth and Business Cycles II. New Directions, *Journal of Monetary Economics* 21, 309-341.
- King, Robert G., Charles I. Plosser and Sergio T. Rebelo, 1990**, Production, Growth and Business Cycles. Technical Appendix. University of Rochester. May. Revised Version.
- King, Robert G. and Sergio T. Rebelo, 1993**, Low Frequency Filtering and Real Business Cycles, *Journal of Economic Dynamics and Control* 17, 207-231.
- King, Robert G. and Mark W. Watson, 1996**, The Solution of Singular Linear Difference Systems Under Rational Expectations, Working Paper, University of Virginia and Princeton University. March.

- Kirman, Alan P., 1992**, Whom or What does the Representative Individual Represent?, *Journal of Economic Perspectives* 6, Spring, 117-136.
- Kollmann, Robert, 1991**, *Essays on International Business Cycles*, Ph.D. Dissertation. University of Chicago.
- Kollmann, Robert, 1996a**, Incomplete Asset Markets and the Cross-Country Consumption Correlation Puzzle, *Journal of Economic Dynamics and Control* 20, 945-961.
- Kollmann, Robert, 1996b**, Fiscal Policy, Productivity Shocks and the United States Trade Balance Deficit, Discussion Paper 96-04, University College London. January.
- Kollmann, Robert, 1997**, The Exchange Rate in a Dynamic-Optimizing Current Account Model with Nominal Rigidities: A Quantitative Investigation, IMF Working Paper WP/97/7. International Monetary Fund. January.
- Koopmans, Tjalling C., 1965**, On the Concept of Optimal Economic Growth, in: *The Econometric Approach to Development Planning*. Rand-McNally. Chicago.
- Kouparitsas, Michael A., 1996a**, North-South Business Cycles, Working Paper 96-9, Federal Reserve Bank of Chicago, Research Department. July.
- Kouparitsas, Michael A., 1996b**, North-South Financial Integration and Business Cycles, Working Paper 96-10, Federal Reserve Bank of Chicago, Research Department. July.
- Kydland, Finn E. and Edward C. Prescott, 1980**, A Competitive Theory of Fluctuations and the Feasibility and Desirability of Stabilization Policy, in: Fischer, Stanley (ed.), *Rational Expectations and Economic Policy. A Conference Report-National Bureau of Economic Research*. University of Chicago Press. Chicago. 169-198.
- Kydland, Finn E. and Edward C. Prescott, 1982**, Time-to-build and Aggregate Fluctuations, *Econometrica* 50, 1345-1370.
- Kydland, Finn E. and Edward C. Prescott, 1988**, The Workweek of Capital and its Cyclical Implications, *Journal of Monetary Economics* 21, 343-360.
- Kydland, Finn E. and Edward C. Prescott, 1990**, Business Cycles: Real Facts and a Monetary Myth, Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, Spring, 3-18.
- Leiderman, Leonardo and Assaf Razin, 1989**, Current Account Dynamics: The Role of Real Shocks, IMF Working Paper No. WP/89/80, International Monetary Fund. September.
- Long, John B., Jr., and Charles I. Plosser, 1983**, Real Business Cycles, *Journal of Political Economy* 91, 39-69.
- Lucas, Robert E., Jr., 1975**, An Equilibrium Model of the Business Cycle, *Journal of Political Economy* 83, 1111-1144.

- Lucas, Robert E., Jr., 1990**, Liquidity and Interest Rates, *Journal of Economic Theory* 50, 237-264.
- Lundvik, Petter, 1992a**, Business Cycles in a Small Open Economy: Sweden 1871-1987, in: Lundvik, Petter, *Business Cycles and Growth*. Ph.D. Dissertation. Institute for International Economic Studies. Stockholm University. Chapter II. 19-58.
- Lundvik, Petter, 1992b**, Foreign Demand and Domestic Business Cycles: Sweden 1871-1988. in: Lundvik, Petter, *Business Cycles and Growth*. Ph.D. Dissertation. Institute for International Economic Studies. Stockholm University. Chapter III. 59-96.
- Marrinan, Jane, 1996**, Government Consumption and Private Consumption Correlations, Working Paper, Department of Economics, Universitat Pompeu Fabra. October.
- Mendoza, Enrique G., 1988**, Real Business Cycles and Optimal Foreign Asset Accumulation, Working Paper, Department of Economics, University of Western Ontario.
- Mendoza, Enrique G., 1991**, Real Business Cycles in a Small Open Economy, *American Economic Review* 81, 797-818.
- Mendoza, Enrique G., 1995**, The Terms of Trade, The Real Exchange Rate, and Economic Fluctuations, *International Economic Review* 36, 101-137.
- Nelson, Charles R. and Charles I. Plosser, 1982**, Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, *Journal of Monetary Economics* 10, 139-162.
- Phelps, Edmund S., 1966**, *Golden Rules of Economic Growth*. Norton. New York.
- Prescott, Edward C., 1986**, Theory Ahead of Business Cycle Measurement, Federal Reserve Bank of Minneapolis, *Quarterly Review*, Fall, 9-22.
- Priestley, Maurice B., 1981**, *Spectral Analysis and Time Series. Volume 2. Multivariate Series, Prediction and Control*. Academic Press. London.
- Ravn, Morten O., 1991**, The Cross-Country Correlation of Consumption in a Two Sector Real Business Cycle Model, Memo 1991-28, Centre for International Economics, Institute of Economics, University of Aarhus. May.
- Ravn, Morten O., 1992a**, Testing Exogeneity of the Solow Residuals: Empirical Evidence for three European Countries, Working Paper, Centre for International Economics, Institute of Economics, University of Aarhus.
- Ravn, Morten O., 1992b**, Business Cycles in the U.K.: A Small Open Economy in an Interdependent World, Memo 1992-12, Centre for International Economics, Institute of Economics, University of Aarhus.
- Ravn, Morten O., 1997**, International Business Cycles in Theory and Practice, *Journal of International Money and Finance* 16, 255-283.

- Rebelo, Sergio T., 1988**, Business Cycles with Endogenous Growth, in: Rebelo, Sergio T., Essays on Growth and Business Cycles. Ph.D. Dissertation. University of Rochester. UMI. Chapter 2. 58-101.
- Reynolds, Patricia A., 1992**, The International Transmission of Business Cycles. Ph.D. Dissertation. Northwestern University. UMI.
- Ricketts, Nicholas and Thomas H. McCurdy, 1991**, An International Economy with Country-Specific Money and Productivity Growth Processes, Discussion Paper #846. Department of Economics, Queen's University. December.
- Ricketts, Nicholas and Thomas H. McCurdy, 1995**, An International Economy with Country-Specific Money and Productivity Growth Processes, Canadian Journal of Economics 28, S140-S162.
- Ríos-Rull, José-Víctor, 1995**, Models With Heterogeneous Agents, in: Cooley, Thomas F. (ed.), Frontiers of Business Cycle Research. Princeton University Press, Princeton, New Jersey. 98-125.
- Roche, Maurice J., 1992**, Government Spending, the Terms of Trade and the International Business Cycle, Working Paper No. N30/11/92. Maynooth College. March.
- Roche, Maurice J., 1993**, Government Spending and the International Business Cycle, Working Paper No. N33/02/93, Maynooth College. February.
- Roche, Maurice J., 1996**, Government Spending and the International Business Cycle, Canadian Journal of Economics 29, 865-884.
- Romer, Paul M., 1986**, Increasing Returns and Long-run Growth, Journal of Political Economy 94, 1002-1037.
- Romer, Paul M. and T. Shinotsuka, 1987**, The Kuhn-Tucker Theorem implies the Growth Transversality Condition at Infinity, Working Paper, University of Rochester. May.
- Sadka, Joyce C. and Kei-Mu Yi, 1996**, Consumer Durables, Permanent Terms of Trade Shocks, and the Recent U.S. Trade Deficits, Journal of International Money and Finance 15, 797-811.
- Sargent, Thomas J., 1987**, Real Dynamic Macroeconomic Models, in: Dynamic Macroeconomic Theory. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts. 10-56.
- Schlagenhauf, Don E. and Jeffrey M. Wrase, 1992**, A Monetary Open Economy Model with Capital Mobility, Discussion Paper No. 67, Institute for Empirical Macroeconomics. Federal Reserve Bank of Minneapolis. January.
- Schlagenhauf, Don E. and Jeffrey M. Wrase, 1995**, Liquidity and Real Activity in a Simple Open Economy Model, Journal of Monetary Economics 35, 431-461.



- Schlittgen, Rainer und Bernd H. J. Streitberg, 1994**, *Zeitreihenanalyse*. 5. Auflage. Oldenbourg. München.
- Schmitt-Grohé, Stephanie, 1998**, The International Transmission of Economic Fluctuations: Effects of U.S. Business Cycles on the Canadian Economy, *Journal of International Economics* 44, 257-287.
- Schmookler, Jacob, 1966**, *Invention and Economic Growth*. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.
- Siebert, Horst, 1991**, *Außenwirtschaft*. 5. Auflage. Fischer. Stuttgart.
- Smeets, Heinz-D., 1992**, "Stylized Facts" zum Konjunkturverlauf in der Bundesrepublik Deutschland, *Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik* 210, 512-532.
- Solow, Robert M., 1957**, Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics* 39, 312-320.
- Stadler, George W., 1994**, Real Business Cycles, *Journal of Economic Literature* 32, 1750-1783.
- Stockman, Alan C., 1990**, International Transmission and Real Business Cycle Models, *American Economic Review, Papers and Proceedings* 80, 134-138.
- Stockman, Alan C. and Linda L. Tesar, 1995**, Tastes and Technology in a Two-Country Model of the Business Cycle: Explaining International Comovements, *American Economic Review* 85, 168-185.
- Stokey, Nancy L. and Robert E. Lucas, Jr. with Edward C. Prescott, 1989**, *Recursive Methods in Economic Dynamics*. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.
- Swan, Trevor W., 1964**, Growth Models: Of Golden Ages and Production Functions, in Berrill, Kenneth (ed.), *Economic Development with Special References to East Asia*. Macmillan. London.
- Tarshis, Lorie, 1939**, Changes in Real and Money Wages, *Economic Journal* 49, 150-154.
- Theil, Henri, 1971**, *Principles of Econometrics*. Wiley. New York.
- Ubide, Angel J. 1996**, The International Transmission of Shocks in an Imperfectly Competitive International Business Cycle Model, Working Paper ECO No. 96/31, European University Institute, Economics Department. September.
- Van Wincoop, Eric, 1995**, Regional Risk Sharing, *European Economic Review* 39, 1545-1567.
- Van Wincoop, Eric, 1996a**, Erratum, Regional Risk Sharing, *European Economic Review* 40, 1831-1832.

- Van Wincoop, Eric, 1996b**, A Multi-Country Real Business Cycle Model with Heterogeneous Agents, *Scandinavian Journal of Economics* 98, 233-251.
- Van Wincoop, Eric, 1996c**, A Multi-Country Real Business Cycle Model with Heterogeneous Agents, Technical Appendix.
- Van Wincoop, Eric, 1996d**, Open Economy Real Business Cycle Models: A Multi-Country Approach, Working Paper, Federal Reserve Bank of New York. December.
- Van Wincoop, Eric, 1998**, How Big are Potential Welfare Gains from International Risksharing, Staff Report 37, Federal Reserve Bank of New York. February.
- Van Wincoop, Eric and Jane Marrinan, 1996**, Public and Private Saving and Investment, Economics Working Paper 172, Department of Economics, Universitat Pompeu Fabra. June.
- Varian, Hal R., 1992**, *Microeconomic Analysis*. 3rd edition. Norton. London.
- Vaughan, David R., 1970**, A Non Recursive Algorithm Solution for the Discrete Ricatti Equation, *IEEE Transactions on Automatic Control* AC-15, 597-599.
- Weitzman, Martin L., 1973**, Duality Theory for Infinite Horizon Convex Models, *Management Science* 19, 783-789.
- Whittle, Peter, 1983**, *Prediction and Regulation by Linear Least-Square Methods*. 2nd edition. Basil Blackwell. Oxford.
- Yi, Kei-Mu, 1993**, Can Government Purchases Explain the Recent U.S. Net Export Deficit?, *Journal of International Economics* 35, 201-225.
- Zarnovitz, Victor, 1985**, Recent Work on Business Cycles in Historical Perspective: A Review of Theories and Evidence, *Journal of Economic Literature* 23, 523-580
- Zimmermann, Christian, 1994a**, International Business Cycles and Exchange Rates, Working Paper No. 33, Research Center on Employment and Economic Fluctuations, Université du Québec à Montreal. December. forthcoming: *Review of International Economics*.
- Zimmermann, Christian, 1994b**, Technology Innovations and the Volatility of Output: An International Perspective, Working Paper No. 34, Research Center on Employment and Economic Fluctuations, Université du Québec à Montréal. December.
- Zimmermann, Christian, 1995**, International Trade over the Business Cycle: Stylized Facts and Remaining Puzzles, Working Paper No. 37, Research Center on Employment and Economic Fluctuations, Université du Québec à Montreal. March.

**Zimmermann, Christian, 1996**, Business Cycles and Exchange Rate Regimes, Working Paper No. 45, Research Center on Employment and Economic Fluctuations, Université du Québec à Montreal. May.

**Zimmermann, Christian, 1997**, International Real Business Cycles among Heterogeneous Countries, *European Economic Review* 41, 319-355.