Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft auf elektromechanische Impedanzspektren am Beispiel von vorgespannten HV-Garnituren

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktors der Ingenieurwissenschaften

(Dr.-Ing.)

vorgelegt von

Daniel Sahm, M.Sc.

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

der Universität Siegen

Siegen 2022

Betreuer und erster Gutachter

Univ.- Prof. Dr.-Ing. Daniel Pak

Universität Siegen

Zweiter Gutachter

Univ.- Prof. Dr. rer. nat. Carsten Busse

Universität Siegen

Tag der mündlichen Prüfung

29.06.2022

Kurzfassung

Die kontinuierliche und zuverlässige Überwachung von Strukturen erlangt eine immer größere Bedeutung im Ingenieurwesen. Die zu überwachenden Konstruktionen und Elemente sind dabei so unterschiedlich und vielfältig wie ihre Anwendungsgebiete. Ein bedeutendes Element in vielen Konstruktionen ist die hochfest vorgespannte (HV)-Schraube, deren Betriebssicherheit maßgeblich von der Höhe der Vorspannkraft beeinflusst wird. Für die Sicherheit und Aufrechterhaltung der Funktionalität von Bauwerken mit vorgespannten HV-Schrauben ist es daher wichtig, den aktuellen Vorspanngrad zu kennen, um bei kritischer Reduktion rechtzeitig einschreiten zu können.

Eine mögliche Methode zur kontinuierlichen Überwachung von Vorspannkräften in HV-Garnituren ist die Messung mit Hilfe von elektromechanischen Impedanzspektren. Vorangegangene Studien haben jedoch gezeigt, dass die Entwicklung der Spektren nicht nur von der Höhe der Vorspannkraft, sondern auch von der vorliegenden Proben- und Umgebungstemperatur beeinflusst wird. Für eine objektive Einschätzung der vorherrschenden Vorspannkraft ist daher eine Separation der Einflüsse aus Temperatur und Vorspannkraft essentiell.

Die Arbeit befasst sich mit dem Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft auf elektromechanische Impedanzspektren am Beispiel von vorgespannten HV - Garnituren nach DIN EN 14399. Im ersten Teil der Arbeit werden für die Messmethode wichtige allgemeine physikalische Grundlagen erarbeitet und dargestellt. Der Inhalt erstreckt sich dabei über die Zusammenstellung von essentiellen physikalischen Phänomenen aus dem Bereich der Elektrodynamik, der Piezotechnologie sowie der Festkörperphysik. Im darauf folgenden Abschnitt werden temperatur- und vorspannkraftabhängige Parameter separiert und diskutiert. Durch die gewonnenen Erkenntnisse wird ein temperatur- und vorspannkraftabhängiges numerisches Modell erstellt, welches nach vorhergehender Validierung durch experimentelle Befunde dafür verwendet wird, um essentielle physikalische Zusammenhänge zu erklären und zu visualisieren. Im Verlauf der Arbeit werden die Einflüsse von Temperatur und Vorspannkraft auf elektromechanische Impedanzspektren sukzessive mit Hilfe der theoretischen Grundlagen erarbeitet, durch experimentelle Befunde untermauert und mit Hilfe numerischer Simulation veranschaulicht. Gegen Ende der Arbeit werden einige der erarbeiteten Zusammenhänge anhand von Beispielen durch analytische Berechnungen verdeutlicht. Durch die Separation der Einflüsse aus Temperatur und Vorspannkraft ist schlussendlich eine analytische Kompensation der Temperatur bei den elektromechanischen Impedanzspektren möglich.

Abstract

The continuous and reliable monitoring of structures is becoming increasingly more important in engineering. The structures and elements to be monitored are as varied and diverse as their areas of application. A significant element in many constructions is the HV bolt, whose operational safety is significantly influenced by the level of preload force. For the safety and maintenance of functionality of structures with prestressed HV bolts, it is therefore important to know the current degree of prestressing in order to be able to intervene in time in case of critical reduction.

One possible method for continuous monitoring of pretensioning forces in HV sets is measurement by means of electromechanical impedance spectra. However, previous studies have shown that the development of the spectra is not only influenced by the level of the preload force, but also by the sample and ambient temperature present. Therefore, for an objective assessment of the prevailing preload force, a separation of the influences of temperature and preload force is essential.

The content of the paper deals with the influence of temperature and preload force on electromechanical impedance spectra using the example of preloaded HV sets according to DIN EN 14399. In the first part of the paper, important general physical principles for the measurement method are elaborated and presented. The content covers the compilation of essential physical phenomena from the fields of electrodynamics, piezo technology, and solid-state physics. In the following section, temperature- and preload-dependent parameters are separated and discussed. The knowledge gained is used to create a temperature- and preload-dependent numerical model, which, after prior validation by experimental findings, is used to explain and visualise essential physical relations. In the course of the work, the influences of temperature and prestressing force on electromechanical impedance spectra are successively worked out with the help of theoretical principles, supported by experimental findings, and illustrated with the help of numerical simulation. Towards the end of the thesis, some of the developed correlations are clarified by analytical calculations using examples. By separating the influences of temperature and prestressing force, an analytical compensation of the temperature in the electromechanical impedance spectra is finally possible.

Vorwort

Die Dissertation ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Stahlbau und Stahlverbundbau der Universität Siegen entstanden. Mein besonderer Dank gebührt Herrn Professor Dr.-Ing. Daniel Pak für das Betreuen meiner Promotion. Seine hohe Fachkompetenz und liebevolle Art waren mir über den gesamten Zeitraum eine große Hilfe zum Gelingen der Promotion. Besonders bedanke ich mich für die Möglichkeit der Weiterbildung, welche mir Herrn Pak gewährt hat.

Herrn Professor Dr. rer. nat. Carsten Busse möchte ich recht herzlich für das Interesse an meiner Arbeit und die Übernahme des Korreferats danken. Weiterhin bedanke ich mich bei der Vorsitzenden dieses Promotionsverfahrens Frau Professorin Dr.-Ing. habil. Kerstin Lesny sowie bei Herrn Professor Dr.-Ing. Peter Schmidt für das Mitwirken in der Promotionskommission.

Zudem danke ich meinen beiden Arbeitskollegen, Frau Hayal Coelen sowie Herrn Sebastian Korte, für die schönen fachlichen aber auch privaten Gespräche innerhalb meiner Promotionszeit. Die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre war eine große Unterstützung in meinem Arbeitsalltag und bei der Anfertigung meiner Dissertation.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Professor Dr.-Ing. Claus-Peter Fritzen, Frau Anna-Lena Dreisbach sowie Herrn Gerhard Dietrich für die gute Zusammenarbeit in dem Projekt IGF-Nr. 20844 N bedanken. Darüber hinaus danke ich den studentischen Hilfskräften für die Unterstützung für verschiedene Arbeiten während meiner Promotion.

Ein großer Dank gilt meinen Eltern, die mich auch in schwierigen Zeiten meines Lebens gefördert und an mich geglaubt haben.

Ein besonderer Dank gebührt meiner wundervollen Ehefrau Stephanie, die mir während der gesamten Promotionszeit den Rücken gestärkt und freigehalten hat. So war es mir trotz vieler Umstände möglich, mich neben meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter und meinem Physikstudium voll und ganz auf meine Promotion zu fokussieren.

Burbach, den 07.04.2022

Daniel Sahm

Meinen wundervollen Kindern Lena Marie und Theodor gewidmet.

Inhaltsverzeichnis

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis ix

1 Einleitung **1**
1.1 Inhalt und Ziele der Dissertation 3

2 Stand der Technik **5**
2.1 Messmethoden zur Detektion von Vorspannkraftverlusten 5
2.2 Messprinzip von elektromechanischen Impedanzspektren 6

3 Physikalische Grundlagen zur Messung von elektromechanischen Impedanzspektren **11**
3.1 Grundlagen der Elektrodynamik 13
3.1.1 Elektrische Leitfähigkeit 13
3.1.2 Impedanzen in einem Stromkreislauf 20
3.1.3 Elektromagnetischer Schwingkreis 30
3.1.4 Übersicht der komplexen elektrotechnischen Kenngrößen . . . 36
3.2 Grundlagen der Piezotechnologie 38
3.2.1 Dipolmoment 45
3.2.2 Polarisation in dielektrischen Medien 49
3.2.3 Piezoelektrische Eigenschaftsmatrix 60
3.2.4 Ersatzmodell eines piezoelektrischen Wandlers 63
3.3 Grundlagen der Festkörperphysik 68
3.3.1 Chemische Bindung 70
3.3.2 Atomare Wechselwirkung 72
3.3.3 Wellengleichung 77
3.3.4 Wellenausbreitung in Festkörpern 78
3.3.5 Ersatzmodell der angeregten Struktur 85

4 Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft auf EMI **91**
4.1 Temperatur 91
4.1.1 Einfluss auf das Piezoelement 92
4.1.2 Einfluss auf die gekoppelte Struktur 101
4.1.3 Einfluss auf das Verbindungskabel 104
4.2 Vorspannung 106
4.2.1 Einfluss auf die gekoppelte Struktur 106

4.2.2 Einfluss auf das Piezoelement . . . 109

5 Experimentelle Untersuchung 113
5.1 Piezoelektrische Wandler . . . 113
5.1.1 Vergleich der Ausführungstypen . . . 114
5.1.2 Verhalten bei variierenden Temperaturen . . . 117
5.2 HV-Garnitur . . . 117
5.2.1 Versuchsablauf und Versuchsaufbau . . . 119
5.2.2 Verhalten bei variierenden Temperaturen . . . 121
5.2.3 Verhalten bei variierenden Vorspannkraftniveaus . . . 125

6 Numerische Untersuchung 129
6.1 Piezoelektrische Wandler . . . 130
6.1.1 Vergleich der Ausführungstypen . . . 130
6.1.2 Zusammenhang elektrodynamische Kenngrößen . . . 135
6.2 Schrauben . . . 137
6.2.1 Wellenausbreitung . . . 138
6.2.2 Schwingungsverhalten EMI . . . 144
6.2.3 Kopplung Kinematik der Struktur und Impedanzspektren . . . 145
6.2.4 Verhalten bei variierenden Probentemperaturen . . . 149
6.3 HV-Garnituren . . . 153
6.3.1 Verhalten bei variierenden Probentemperaturen . . . 154
6.3.2 Verhalten bei variierenden Vorspannkraftniveaus . . . 156

7 Analytische Untersuchung 161
7.1 Piezoelektrische Wandler . . . 161
7.1.1 Resonanzverhalten . . . 161
7.1.2 Verhalten bei variierenden mechanischen und elektrischen Spannungen . . . 163
7.2 Analytische Temperaturkompensation . . . 166

8 Zusammenfassung und Ausblick 169

Anhang 181

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Lateinische Großbuchstaben	
A	Fläche / Konstante / Amplitude
B	Suszeptanz / magnetisches Feld
$\underline{B}$	komplexer Koeffizient
C	Kapazität
C_p	paraelektrische Curie-Konstante
D	elektrische Flussdichte
$D(E)$	Zustandsdichte
E	Energie / elektrisches Feld
E_a	äußeres elektrisches Feld
E_c	Koerzitivfeldstärke
E_F	Fermi-Energie
E_i	symmetrieabhängiges elektrisches Feld
$\langle E \rangle_{kin}$	mittlere kinetische Energie
E_L	Lorentzfeld
$E_{L,Si}$	Energie Bandlücke Silicium
E_{lok}	lokales elektrisches Feld
E_m	Elastizitätsmodul
E_n	quantisierte Energieniveaus
E_γ	Energie Photon
E_p	Polarisationsfeld
E_{th}	thermische Energie

F	Kraft / freie Energie
$\underline{F}$	komplexe Kraft
F_e	äußere periodische Kraft
F_i	innere Wechselwirkungskraft
$F_{p,C}$	Mindestvorspannkraft (volle Vorspannkraft) nach DIN EN 1090-2
G	Konduktanz / Schubmodul
I	elektrischer Strom
I_0	Amplitude elektrischer Strom
Im	Imaginärteil
K	Amplitude äußere Kraft
L	Induktivität / Proportionalitätskonstante
N	Teilchenanzahl
P	Polarisation
$\langle P \rangle$	gemittelte makroskopische Polarisation
P_{el}	Polarisation (Anteil Elektronenpolarisation)
P_{ion}	Polarisation (Anteil Ionenpolarisation)
P_R	remanente Polarisation
P_S	spontane Polarisation / Ordungsparameter
$\lvert P_S \rvert$	Betrag spontane Polarisation
Q	elektrische Ladung
Q_{ges}	gesamte elektrische Ladung
Q_{σ_m}	elektrische Ladung (Anteil aus mechanischer Spannung)
Q_U	elektrische Ladung (Anteil aus elektrischer Spannung)
Q_{pol}	elektrische Ladung an Elektroden durch Polarisation

R	Resistanz / ohmscher Widerstand
Re	Realteil
S	Entropie / Dehnung in Unterabschnitt 3.2.3
T	Temperatur / Periodendauer / Zeitspanne / mechanische Spannung in Unterabschnitt 3.2.3
T_0	Temperatur absoluter Nullpunkt
T_C	Curie-Temperatur
T_m	Schmelztemperatur in Kelvin
U	elektrische Spannung / innere Energie
U_0	Amplitude elektrische Spannung
U_e	Amplitude elektrische Eingangsspannung
U_{ab}	elektrische Spannung zwischen Punkt a und Punkt b
U_{ind}	Induktionsspannung
$U(r)$	zwischenatomares Potential
V	Volumen
$V(\vec{r})$	Potential
X	Reaktanz (Blindwiderstand)
X_C	Reaktanz (Blindwiderstand) aus Kapazität
X_L	Reaktanz (Blindwiderstand) aus Induktivität
X_R	Reaktanz (Blindwiderstand) aus idealem ohmschen Widerstand
$\underline{Y}$	komplexe Admittanz
$\lvert\underline{Y}\rvert$	Scheinleitwert, Betrag Admittanz
Z_R	Impedanz aus idealem ohmschen Widerstand
$\underline{Z}$	komplexe Impedanz

$\underline{Z}_C$	komplexe Impedanz aus Kapazität
$\underline{Z}_L$	komplexe Impedanz aus Induktivität
$\underline{Z}_{par}$	komplexe Impedanz Parallelschwingkreis
$\underline{Z}_{ser}$	komplexe Impedanz Serienschwingkreis
$\lvert\underline{Z}\rvert$	Scheinwiderstand, Betrag Impedanz
$\underline{Z_m}$	komplexe mechanische Impedanz

Lateinische Kleinbuchstaben

a	Beschleunigung
a_0, a_2, a_4, a_6	Koeffizient(en)
d	Abstand zwischen zwei gegensätzlichen Ladungen (Dipol)
d_{ij}	dielektrische Ladungskonstante
d_s	Schaftdurchmesser Schraube
e	Elementarladung
$\vec{e}_l$	normierter Verbindungsvektor
f	Freiheitsgrade
f_0	externe Anregung
$f(E)$	Fermi-Dirac-Verteilung
f_y	Streckgrenze
g_{ij}	Spannungskonstante
h	Plancksches Wirkungsquantum
$\hbar$	reduziertes Plancksches Wirkungsquantum
i	imaginäre Einheit
i, y, k	Zählindex

j	elektrische Stromdichte
k	Steifigkeit / Wellenzahl
k_B	Boltzmann-Konstante
l	Bahndrehimpulsquantenzahl (Nebenquantenzahl)
l_c	Längenänderung aus Polarisation bei $E > E_C$
l_R	Längenänderung aus remanenter Polarisation
l_z	z-Komponente des Elektronen-Bahndrehimpulses
m	Masse
m_e	Masse Elektron
m_l	magnetische Quantenzahl Drehimpuls
m_s	magnetische Quantenzahl Spin
n	Hauptquantenzahl / natürliche Zahl
n_{Atome}	Anzahl Atome
n_e	Elektronendichte
n_V	Teilchendichte
p	Dipolmoment
$\langle p \rangle$	Mittelwert Dipolkomponenten
p_{el}	Dipolmoment (Anteil Elektronenpolarisation)
q	Elektrische Ladung
r	atomarer Abstand / Abstand zwischen den Mittelpunkten der Ladungsmengen
r_0	atomarer Abstand (Gleichgewichtszustand)
r_D	kritischer atomarer Abstand (Debonding)
s_{ij}	elastische Nachgiebigkeit
s_{pq}^E	Nachgiebigkeitstensor bei konstantem elektrischen Feld

s_z	z-Komponente des Elektronen-Spins
t	Zeit / Dicke PWAS / Klemmlänge HV-Garnitur
$\tan(\delta)$	Dielektrischer Verlustfaktor
u	Schwingungsamplitude
v	Geschwindigkeit / Schwinggeschwindigkeit
$\underline{v}$	komplexe Schwinggeschwindigkeit
v_L	Longitudinalwellengeschwindigkeit
v_T	Transversalwellengeschwindigkeit
x	Verschiebung / Weg / Ort
x_0	Koordinate der Gleichgewichtslage
x, y, z	Koordinaten eines kartesischen Koordinatensystems

Griechische Großbuchstaben

Δ	Gangunterschied / Differenz
Δx	Unschärfe Ort
Δp	Unschärfe Impuls
$\Delta\omega$	Halbwertsbreite
Φ	Phasendifferenz
Φ_e	elektrischer Fluss
Φ_m	magnetischer Fluss

Griechische Kleinbuchstaben

α	atomare Polarisierbarkeit
α_{el}	atomare Polarisierbarkeit (Anteil Elektronenpolarisation)

γ	positive Konstante
δ	Dämpfung
$\delta_x, \delta_y, \delta_z$	Verformung in x-, y- und z-Richtung
ε	Dehnung / Permittivität
ε_{ik}^{T}	Tensor der Permittivität unter konstanter Spannung
ε_0	elektrische Feldkonstante
ε_r	relative Permittivität
$\underline{\varepsilon_r}$	komplexe relative Permittivität
ε_r'	Realteil relative Permittivität
ε_r''	Imaginärteil relative Permittivität
θ	paraelektrische Curie-Temperatur
κ	thermische Leitfähigkeit
λ	Wellenlänge
μ	reduzierte Masse
ν	Frequenz / Poissonzahl
ν_0	Anfangsfrequenz Frequenz-Sweep
ν_1	Endfrequenz Frequenz-Sweep
ν_{ser}	Resonanzfrequenz Serienschwingkreis
ν_{par}	Resonanzfrequenz Parallelschwingkreis
ρ	Dichte
σ_e	elektrische Leitfähigkeit
σ_m	mechanische Spannung
σ_{pol}	Oberflächenladungsdichte
τ	mittlere freie Flugzeit (Stoßzeit)

τ_0	mittlere freie Flugzeit (Stoßzeit, Anteil Defekte)
τ_{ph}	mittlere freie Flugzeit (Stoßzeit, Anteil Phononen)
φ	Phasenverschiebung
φ_C	Phasenverschiebung aus Kapazität
φ_L	Phasenverschiebung aus Induktivität
χ_e	elektrische Suszeptibilität
χ_{Ri}	elektrische Suszeptibilität (Anteil Raumladungspolarisation)
χ_{or}	elektrische Suszeptibilität (Anteil Orientierungspolarisation)
χ_{ion}	elektrische Suszeptibilität (Anteil Ionenpolarisation)
χ_{el}	elektrische Suszeptibilität (Anteil Elektronenpolarisation)
$\psi(\vec{r}, t)$	Wellenfunktion (quantenmechanisch)
ψ_{pol}	Polarisationspotential
ω	Kreisfrequenz
ω_0	Eigenfrequenz
ω_e	Frequenz Erregerschwingung
ω_{res}	Resonanzfrequenz

Mathematische Notation

$\bigtriangledown$	Nabla-Operator
$\in$	Element aus Menge
$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen

Abkürzungsverzeichnis

SHM	Structural Health Monitoring
EMI	elektromechanische Impedanz
DMS	Dehnungsmessstreifen
PWAS	Piezoelektrischer Wandler
DGL	Differenzialgleichung
QED	Quantenelektrodynamik
$BaTiO_3$	Bariumtitanat
PZT	Blei-Zirkonat-Titanat
SiO_2	Siliciumdioxid
HV	hochfest vorgespannte
IEPE	Integrated Electronics Piezo-Electric

1 Einleitung

Die Geschichte der Menschheit ist geprägt von technischen Errungenschaften und Erfindungen. Ohne diese könnten wir den Lebensstandard der heutigen westlichen Zivilisation nicht aufrechterhalten, und er wäre vermutlich gar nicht erst entstanden. Das menschliche Verlangen in immer größere Sphären vorzudringen hat es ermöglicht, den temporären Status Quo immer weiter voranzutreiben. Der Bereich des Ingenieurwesens ist prädestiniert für eine Verdeutlichung des bisher Erreichten. Kilometerlange Brücken, berghohe Wolkenkratzer, Windenergieanlagen, die in den Himmel reichen und Schiffsmotoren so groß wie Häuser sind nur einige Beispiele für die Möglichkeiten, die vor Jahrzehnten noch undenkbar waren. Ein dabei unerlässliches Element, welches in nahezu jeder Konstruktion zu finden ist, ist die Schraube. Sie dient als oftmals unersetzbares Verbindungsglied kleiner und großer Elemente und ermöglicht damit erst die Dimensionen von Konstruktionen, die wir heute kennen und schätzen. 70% aller Fügevorgänge werden in der Verbindungstechnik mittels Verschraubungen realisiert [1]. Allein in Deutschland werden pro Jahr ca. 500.000 t Walzdraht und gezogener Draht zu Schrauben geformt. Die Vielfalt ist mit ca. 50.000 Grundformen beträchtlich. HV-Schrauben stellen mit 80% bis 90% die verbreitetste (weil wirtschaftlichste) Schraubenform dar [2]. Eine kontinuierliche und zuverlässige Überwachung von elementaren Gliedern einer Konstruktion, von denen die Funktionalität der gesamten Konstruktion und darüber hinaus das Leben vieler Menschen abhängig ist, ist unerlässlich. Für die Sicherheit und Aufrechterhaltung der Funktionalität von Bauwerken ist es daher wichtig, den aktuellen Strukturzustand (Vorspannkraft, Risse oder andere Defekte) von Schrauben zu kennen, um bei Bedarf einschreiten zu können. Schrauben in hochfesten Verbindungen werden planmäßig vorgespannt, wobei die Betriebssicherheit dieser Schraubenverbindungen maßgeblich von der Höhe der Vorspannkraft beeinflusst wird. Das Erzeugen und Erhalten der erforderlichen Vorspannkraft vor und während der Betriebsbelastung gelingt allerdings nicht immer hinreichend. Wie in Abbildung 1.1 zu erkennen ist, kann ein Vorspannkraftverlust durch selbsttätiges Lösen während der Betriebsbeanspruchung von Schraubenverbindungen durch zwei verschiedenartige Ursachen hervorgerufen werden, nämlich durch Lockern infolge Setzens bzw. Kriechens oder durch selbsttätiges Losdrehen von Schraube und/oder Mutter [3]. Insbesondere bei schwingbeanspruchten Schraubverbindungen ist das Versagen häufig auf ein Lockern und/oder selbsttätiges Losdrehen während des Betriebs zurückzuführen. Dies ist gleichbedeutend mit dem vollständigen oder partiellen Verlust der Vorspannkraft,

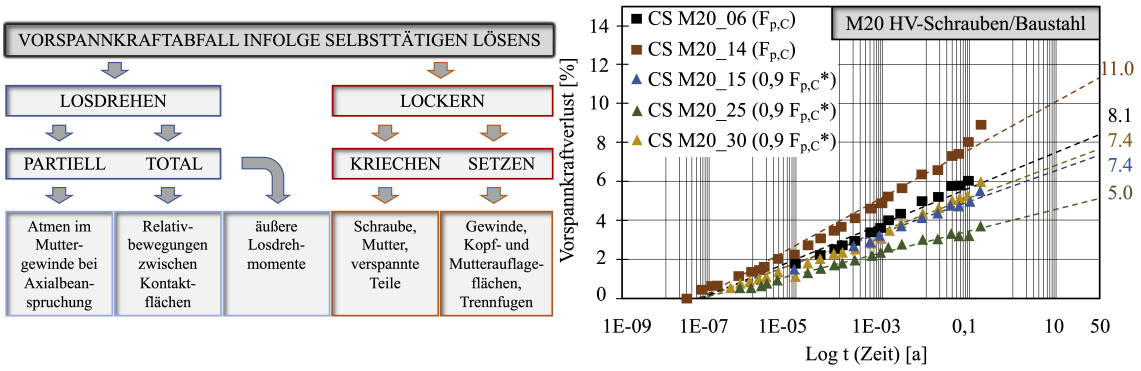


Abbildung 1.1: Ursachen für den Vorspannkraftabfall in schwingbeanspruchten Schraubenverbindungen nach [3] (links), Vorspannkraftverluste nach 50 Jahren nach [6] (rechts)

der in vielen Fällen einen Dauerbruch der Schraube zur Folge hat [3]. Daher bedarf es einer Methode, welche in der Lage ist, Vorspannkräfte in Schraubverbindungen kontinuierlich und unter realen Bedingungen zuverlässig zu überwachen. Studien in [4] haben gezeigt, dass die Detektion von Vorspannkraftverlusten mit Hilfe von elektromechanische Impedanz (EMI)-Spektren in Schraubverbindungen möglich ist. Darüber hinaus wurde gezeigt, dass die Proben- und Umgebungstemperatur einen maßgeblichen Einfluss auf die Messergebnisse hat [4, 5].

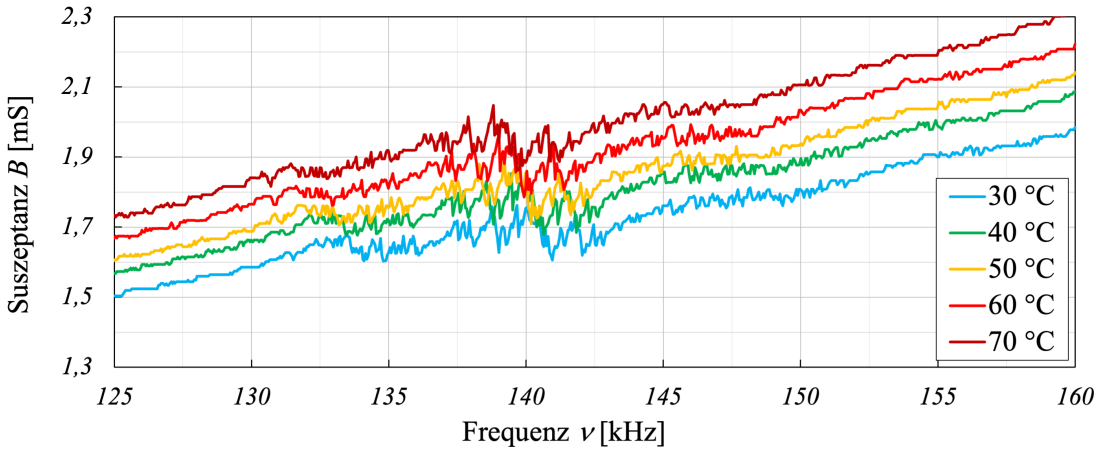


Abbildung 1.2: Entwicklung des Suszeptanzspektrums bei variierenden Umgebungs- und Probentemperaturen [4]

Die Abbildung 1.2 zeigt exemplarisch die Entwicklung einer Kenngröße des Impedanzspektrums (Suszeptanz) bei variierenden Umgebungs- und Probentemperaturen. Hier ist bereits erkennbar, dass bei praxisrelevanten Temperaturschwankungen deutliche Abweichungen im Suszeptanzspektrum erkennbar sind. Das hat zur Folge, dass ein Vorspannkraftverlust unter realen Bedingungen nicht mehr ohne Weiteres

detektiert werden kann. Die Grundanforderung der Zuverlässigkeit an die Messmethode ist damit nicht mehr gegeben. Die Auswirkung der Temperatur auf die EMI-Spektren muss daher zwingend separiert werden. Die Differenzierung zwischen dem Einfluss von Temperatur und der Vorspannkraft auf die Impedanzspektren ist grundlegend für eine mögliche Kompensation der Temperatur. Im Zuge der Dissertation wird der Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft auf EMI-Spektren am Beispiel von vorgespannten HV-Garnituren aufgezeigt und erläutert.

1.1 Inhalt und Ziele der Dissertation

Die Dissertation befasst sich mit der Erarbeitung der für die Messmethode wesentlichen physikalischen Zusammenhänge (Kapitel 3), um darauf aufbauend temperatur- sowie vorspannkraftabhängige Parameter zu separieren und zu erläutern (Kapitel 4). Weiterhin werden in Kapitel 3 sowie Kapitel 4 Annahmen und Thesen aufgestellt, welche durch experimentelle Befunde (Kapitel 5) überprüft und mit Hilfe von numerischer Simulation (Kapitel 6) veranschaulicht werden.

Kurzüberblick über die Inhalte der Dissertation:

Kapitel 1 / Kapitel 2 Übersicht der möglichen Ursachen von Vorspannkraftverlusten in Schraub- und Bolzenverbindungen sowie deren Detektion durch aktuell gängige Messmethoden.

Kapitel 2 Kurzdarstellung des Messprinzips von elektromechanischen Impedanzspektren mit Hilfe Piezoelektrischer Wandler (PWAS)

Kapitel 3 Erarbeitung und Zusammenstellung der physikalischen Grundlagen zur Messung von EMI-Spektren. Die Thematik bildet den Grundpfeiler der Dissertation und umfasst die Darstellung von wesentlichen elektrotechnischen und mechanischen Vorgängen innerhalb der Messmethode.

Kapitel 4 Genauere Untersuchung sowie Separation der Einflüsse aus Vorspannkraft und Temperatur auf EMI-Spektren.

Kapitel 5 Experimentelle Untersuchung an einzelnen PWAS sowie an HV-Garnituren bei variierenden Umgebungs- und Probentemperaturen sowie bei unterschiedlichen Vorspannkraftniveaus.

Kapitel 6 Numerische Untersuchung an einzelnen PWAS, einzelnen Schrauben sowie HV-Garnituren bei variierenden Vorspanngraden sowie Umgebungs- und Probentemperaturen.

Kapitel 7 Analytische Ermittlung von elektrodynamischen Parametern mit Hilfe von Gleichungen aus Kapitel 3 sowie Kapitel 4.

Kapitel 8 Zusammenfassung von wesentlichen experimentellen sowie numerischen Befunden aus Kapitel 5 und Kapitel 6. Weiterhin wird ein kurzer Ausblick für mögliche weiterführende Untersuchungen gegeben.

Ziel der Dissertation ist die Erarbeitung einer physikalisch fundierten, konsistenten Erklärung für das Verhalten der EMI-Spektren bei variierenden Vorspannkraft- und Temperaturniveaus durch experimentelle, numerische sowie analytische Befunde.

2 Stand der Technik

Der Stand der Technik umfasst die zwei nachfolgend aufgeführten Bereiche:

1. Messmethoden zur Detektion von Vorspannkraftverlusten
2. Messprinzip von EMI (Einstieg)

Die Messung von Vorspannkraftverlusten kann auf verschiedene Art und Weise erfolgen. Der Abschnitt 2.1 beschäftigt sich in kurzer Form mit Methoden zur Messung von Vorspannkraftverlusten nach aktuellem Stand der Technik. Im darauf folgenden Abschnitt 2.2 wird ein kurzer Überblick über die Funktionsweise der EMI-Methode gegeben.

2.1 Messmethoden zur Detektion von Vorspannkraftverlusten

Die Messung von Vorspannkraftverlusten kann auf unterschiedliche Art und Weise erfolgen. Die Wahl der Methode ist dabei in Abhängigkeit der vorliegenden Rahmenbedingungen (Art der Belastung und Beanspruchung, Zugangsmöglichkeiten, etc.) zu treffen. Zur Messung von Vorspannkräften bieten sich unterschiedliche Messverfahren an:

- indirekt über Längsdehnungsmessungen mittels Dehnungsmessstreifen (DMS) über den Schraubenumfang [7] [8] (Dauermessung, integrierte Temperaturkompensation über Wheatstonesche Brückenschaltung möglich)
- indirekt über Längsdehnungsmessungen mittels innenliegendem, im Schaft eingeklebtem DMS [9] [6] [10] (Dauermessung, Temperaturkompensation erforderlich)
- indirekt über Längenänderungsmessungen mittels Ultraschall [11] [12] (Temperaturkompensation erforderlich, auch als Dauermessung möglich, z. B. „Intellifast“ [13])
- indirekt über Längenänderungsmessung mittels Bügelmessschraube [14] [15] (Dauermessung, i.d.R. keine Temperaturkompensation erforderlich)

- indirekt über thermografische Verfahren (Anzugsmoment), Lockin Thermografie [1] (keine Dauermessung, Temperaturkompensation erforderlich)
- direkt mittels zwischengeschalteter Kraftmessdose [16] / Kraftmessring / „intelligenter Unterlegscheibe“ [17] (Dauermessung)

Die Messungen mittels DMS gestalten sich als aufwändig, da sie eine Vorbereitung und Kalibrierung der Messschrauben erfordern, und verursachen daher hohe Kosten [14]. Das Ultraschallverfahren ist temperaturempfindlich und daher nur bedingt für Dauermessungen geeignet [11], für eine Temperaturkompensation muss die Temperatur des Bauteils mitgemessen werden. Kommerzielle Systeme verursachen daher einen deutlichen Mehrpreis je Schraube [13]. Mittels Lockin Thermografie wird nicht die Schraubenkraft selbst sondern das Anzugsmoment gemessen. Die Schraubenkraftermittlung mittels einer Bügelschraube mit elektronischer Dokumentation der Messergebnisse hat sich als baustellengeeignetes Verfahren bewährt [14], allerdings muss Platz zum Anbringen der Messapparatur vorhanden und eine Verspannung der Bügelschraube möglich sein. Messungen mittels Kraftmessdose oder -ring ermöglichen die exakte, direkte Ermittlung der Schraubenkräfte, beeinflussen jedoch das Steifigkeitsverhalten der Verbindung [11] und sind bei großer Schraubenanzahl, wie beispielweise in Ringflanschen von Windenergieanlagen, unwirtschaftlich. In diesem Kapitel wurde eine Auswahl der heute gängigen Methoden zur Detektion von Vorspannkraftverlusten thematisiert. Die vorgestellten Methoden basieren auf unterschiedlichen Prinzipien mit den unterschiedlichsten Vor- und Nachteilen in der Anwendung. Die Realisierung von kontinuierlich messenden Systemen ist oftmals mit der Applizierung von DMS und/oder Temperaturkompensation mit viel Aufwand verbunden und darüber hinaus jedoch in vielen Fällen unwirtschaftlich. Andere System wie beispielweise der Einsatz der Bügelmessschraube sind stark an die umliegenden Umgebungsbedingungen gebunden.

2.2 Messprinzip von elektromechanischen Impedanzspektren

Der nachfolgende Abschnitt 2.2 gibt einen kurzen Einblick in das Messprinzip von elektromechanischen Impedanzspektren. Dies erfolgt mit Hilfe des Inhaltes aus der Veröffentlichung [4], worin das Prinzip der EMI-Messung vom bekannten Prinzip der Eigenfrequenzanalyse von Bauwerken abgeleitet wird:

> Strukturen schwingen in einer Linearkombination ihrer Eigenschwingungsformen, die Informationen über den Tragwerkszustand liefern können. Deren modale Kenngrößen (Eigenfrequenz, Eigenschwingungsform, modale Masse und modale Dämpfung) sind systeminhärente Größen und

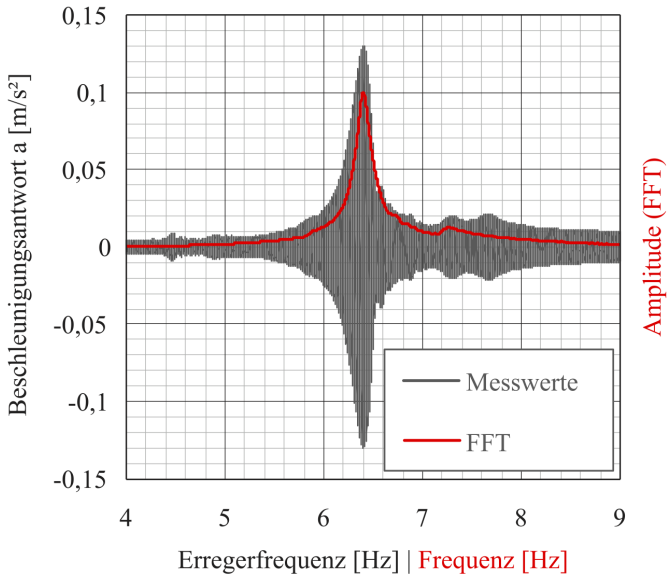


Abbildung 2.1: Eigenfrequenzanalyse eines Brückenbauwerkes [19]

festgelegt durch Geometrie, Lagerung, Systemsteifigkeiten und Massenbelegung. Ändert sich nun ein Systemparameter, z. B. die Biegesteifigkeit einer Brücke, die Verankerungssteifigkeit eines Dübels oder die Vorspannung in einer HV-Garnitur, so spiegelt sich das in der Schwingungsanalyse und den modalen Kenngrößen wider [18]. Zur Identifikation der modalen Kenngrößen von Ingenieurbauwerken werden diese angeregt und die Systemantwort gemessen. Zur Anregung können unterschiedliche Verfahren zur Anwendung kommen (z. B. ambiente Anregung, Stoßanregung, hydraulische Schwingungserregung) [19]. Bei der gemessenen Systemantwort handelt es sich zumeist um die Schwinggeschwindigkeit oder die Schwingbeschleunigung an mehreren Positionen und in allen relevanten Schwingungsrichtungen [18]. Geeignete Auswertealgorithmen erlauben die Transformation des gemessenen Signals aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich, wodurch eine Ermittlung der zu Grunde liegenden Eigenfrequenzen ermöglicht wird (Abbildung 2.1, rote Kurve). Wird ein Frequenz-Sweep (z. B. mittels hydraulischer Schwingungsanregung) durchgeführt, können die relevanten Eigenfrequenzen auch direkt aus der Systemantwort abgelesen werden (Abbildung 2.1, graue Kurve). Eine Verschiebung von Eigenfrequenzen deutet schließlich auf eine Systemänderung und somit auf eine mögliche Schädigung des Bauwerks hin.

Dieses Prinzip findet auch bei der Schadensdetektion mittels EMI Anwendung. Die beobachtete systeminhärente Größe ist in diesem Fall die frequenzabhängige mechanische Impedanz $\underline{Z}_m(\omega)$ der Struktur, wobei die-

se den dynamischen Schwingwiderstand beschreibt, den eine elastische Struktur der mit der Frequenz ω auf sie einwirkenden Kraft F entgegensetzt [20]. Der Methode liegt nun ebenso die Idee zugrunde, dass sich die zu messende mechanische Impedanz einer Struktur infolge einer auftretenden Schädigung ändert und so auf einen Schaden geschlossen werden kann.

Die Beurteilung des Strukturzustandes geschieht somit mittels einer vergleichenden Messung. So wird zunächst eine Messung an der angeregten, intakten Struktur durchgeführt (Ermittlung einer Baseline). Ausgewertet wird im Anschluss eine elektrotechnische Kenngröße (z. B. Suszeptanz- oder Konduktanzspektrum, Unterabschnitt 3.1.4).

Neben Biegemoden werden auch Radial- und Longitudinalmoden im Bereich über 20 kHz betrachtet. Kleine Steifigkeitsänderung durch z. B. Risse (Kurzrisse) wirken sich erst auf Moden im höheren Frequenzbereich aus. Daher erfolgt die Messung im höheren Frequenzbereich. Hierzu werden PWAS an der Struktur appliziert. Die direkte Applikation des PWAS erlaubt hierbei die Messung im hochfrequenten Bereich (>100 kHz), welche mit klassischen Integrated Electronics Piezo-Electric (IEPE) Beschleunigungsaufnehmern aufgrund von Sensorresonanzen (Überschreitung der oberen Grenzfrequenz) sowie nicht realisierbaren Koppelsteifigkeiten nicht möglich ist [8].

Die PWAS können durch geeignete elektrische Ansteuerung sowohl als Aktor (Anreger) als auch als Sensor verwendet werden. Das als Aktor wirkende PWAS arbeitet auf Basis des reversiblen piezoelektrischen Mechanismus: Die hochfrequenten mechanischen Wellen breiten sich im Stahl aus und werden vom Sensor-Piezo detektiert. Das als Sensor wirkende PWAS macht sich ebenso den Effekt der Piezoelektrizität zu Nutze: Durch eine mechanische Anregung des Sensors entsteht ein elektrisches Feld, gemessen und ausgewertet wird somit die elektrische Impedanz des Sensors, welche an die mechanische Impedanz der Struktur gekoppelt ist (direkter piezoelektrischer Effekt, Detektion von Ultraschallwellen) [21]. In der Praxis wird das zu untersuchende Bauteil zur Messung der Impedanz mittels des PWAS in einem breiten, hochfrequenten Frequenzspektrum angeregt (Frequenz-Sweep). Wie in Abbildung 2.2 zu erkennen ist, kann die Anregung des Systems sowie die Messung der Systemantwort auf drei unterschiedliche Arten erfolgen [21]:

1. „Common Source“ Methode (CSM): ein Piezo-Element dient als Aktor, ein weiteres (oder mehrere weitere) Piezo- Elemente übernehmen die Aufgabe von Sensor-Piezos (Pitch-Catch Methode) (Vorteil: geringe Anzahl auszuwertender Datensätze)

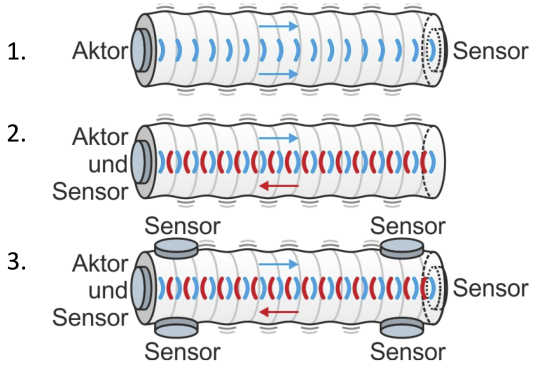


Abbildung 2.2: Arten zur Messung der Systemantwort

2. „Synthetic Aperture Focusing“ Technik (SAFT): ein Piezo-Element dient zunächst als Aktor und wird nach Aussenden der Ultraschallwelle als Sensor verwendet (Pulse-Echo Verfahren) (Vorteil: geringe Anzahl an Sensoren, geringe Anzahl auszuwertender Datensätze, Nachteil: Umschaltung während der Messung erforderlich)

3. „Total Focusing“ Methode (TFM): diese nutzt alle möglichen Aktor-Sensor-Kombinationen und bedient sich hierbei sowohl der Pitch-Catch Methode als auch der Pulse-Echo Methode
   „Extended Common Source“ Methode (ECSM): Variante der TFM-Methode, welche sich lediglich der Pulse-Echo Methode bedient (Aktor $\neq$ Sensor) (Vorteil: maximal mögliche Information über den Systemzustand, Nachteil: große Anzahl auszuwertender Datensätze)

Die in der Abbildung 2.2 aufgeführten Arten zur Messung der Systemantwort zeigen verschiedene Möglichkeiten zur Positionierung von PWAS bei unterschiedlichen Messmethoden. Bei der Anwendung der EMI-Methode wird häufig nur ein PWAS verwendet, welches gleichzeitig als Aktuator und Sensor fungiert.

3 Physikalische Grundlagen zur Messung von elektromechanischen Impedanzspektren

Aus der Messung von elektromechanischen Impedanzen resultiert eine Vielzahl von diskreten Daten, die zuerst einmal recht zusammenhanglos erscheinen können. Dabei ist die durchdachte Interpretation von Daten und das Aufstellen von Thesen aus Befunden ein substanzieller Bestandteil in der Wissenschaft. Um belastbare wissenschaftliche Erkenntnisse aus Ergebnissen zu erhalten, ist es sinnvoll, die Zusammenhänge der Physik bei der zu Grunde liegenden Methodik in den Grundzügen zu kennen und zu verstehen. Dadurch ist es tendenziell möglich, gewonnene Erkenntnisse auf andere Problemstellungen zu abstrahieren. Das Kapitel 3 soll einen Überblick über die Physik geben, die bei der Messung von elektromechanischer Impedanz von Bedeutung ist. Die Besonderheit der Messmethode ist das Zusammenspiel von mechanischen und elektrotechnischen Parametern. Die Darstellung der jeweiligen Kenngrößen erfolgt in Abschnitt 3.1 sowie Abschnitt 3.3 vorerst getrennt voneinander. Die Visualisierung der Interaktion wird in Unterabschnitt 6.2.3 vorgenommen. Eine Übersicht der behandelten Themengebiete ist in Abbildung 3.1 gezeigt. Für die Erfassung von elektromechanischen Impedanzen sind zwei Bereiche von besonderer Bedeutung:

- Elektrische Impedanz des PWAS
- Mechanische Impedanz der Struktur

Beide Bereiche haben ihre eigenen technischen Spezifikationen und unterstehen unterschiedlichen physikalischen Gesetzen. Die Interaktion beider Bereiche ist die Basis für die Funktionsweise der Messmethode. Der erste von drei Themenbereichen stellt die Elektrodynamik (Abschnitt 3.1) dar. Hier werden zunächst physikalische Phänomene erläutert, welche im Zusammenhang in einem mit Wechselstrom betriebenen elektrischen Netzwerk entstehen. Die Grundlagen des elektrischen Flusses durch einen elektrischen Leiter werden dabei ebenso thematisiert wie die aus einer Induktivität L oder Kapazität C entstehenden Phasenverschiebung φ zwischen der Spannung U und dem Strom I, welche für die Messung von elektromechanischen Impedanzen von großer Relevanz sind.

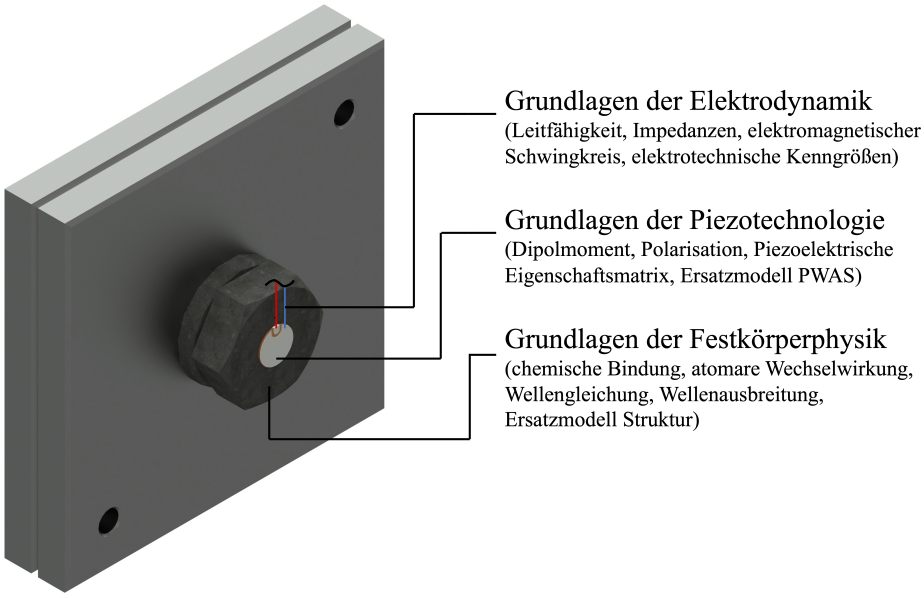


Abbildung 3.1: Themenkomplexe der physikalischen Grundlagen dargestellt an einer visualisierten HV-Garnitur

Der zweite Komplex bildet das Gebiet der Piezotechnologie. Der Abschnitt 3.2 gibt einen kurzen Überblick über die Entstehung des piezoelektrischen Effektes und dient dadurch als Diskussionsgrundlage für Überlegungen in Kapitel 4, Kapitel 5 und Kapitel 6. Den dritten Bereich bildet die zu überwachende Struktur selbst (Abschnitt 3.3). Hier werden die Grundlagen der Festkörperphysik, insbesondere die Wellenausbreitung in homogen elastischen Werkstoffen, erläutert und erklärt.

3.1 Grundlagen der Elektrodynamik

Die für die Messmethode essenziellen elektrischen Kenngrößen resultieren aus einem mit Wechselstrom betriebenen Netzwerk. Die Auswertung dieser komplexen elektrotechnischen Kenngrößen ist wesentlich für die EMI-Methodik. Der Abschnitt 3.1 beschäftigt sich hauptsächlich mit der Entstehung der Kenngrößen und deren Bedeutung für die Messmethode. Zuerst einmal wird jedoch kurz darauf eingegangen, was Materialien dazu befähigt, elektrische Ladung zu transportieren.

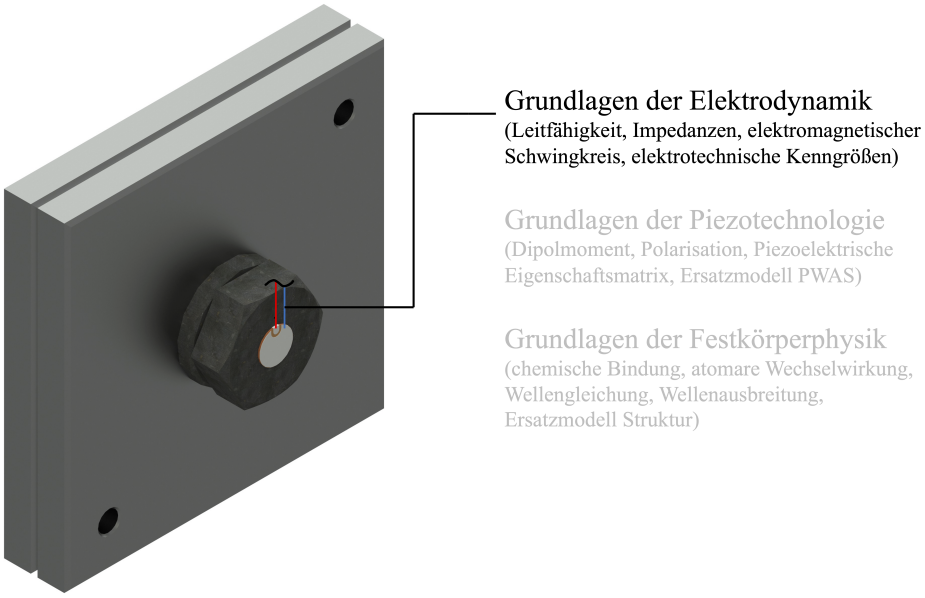


Abbildung 3.2: Themenkomplex „Grundlagen der Elektrodynamik“

Die Eigenschaft eines Festkörpers elektrische Ladung zu transportieren wird oftmals als trivial angenommen, ist aber für die Messmethode die absolute Grundlage, denn ohne die elektrische Leitfähigkeit eines Materials wäre die Messmethode nicht anwendbar. Eine Übersicht der in Abschnitt 3.1 behandelten Themen ist in Abbildung 3.2 zu sehen.

3.1.1 Elektrische Leitfähigkeit

In einem mit Wechselstrom (AC - alternating current) betriebenen Netzwerk ist die Höhe des Stroms und der Spannung zeitlich veränderlich und unterscheidet sich damit wesentlich zur Technik des Gleichstroms (DC - direct current) [22]. Beide Größen, sowohl Spannung als auch Strom, sind von der Zeit t abhängig und wechseln immer wieder ihre Polarität. Der Spannungsbereich pendelt zwischen Plus

und Minus um die Nulllinie hin und her. Das hat zur Folge, dass die Richtung des Ladungstransports in einem elektrischen Leiter an die zeitlich veränderliche Polarität gekoppelt ist. Die Ladungsträger (Elektronen e^- mit der Elementarladung $-e \simeq -1,602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$) fließen mit einer definierten Frequenz in einem elektrischen Leiter hin und her. Die elektrische Leitfähigkeit σ_e von Materialien ist dabei unter anderem abhängig von der Gitterstruktur, der Elektronenkonfigurationen sowie der Lage der Fermi-Energie E_F des Leitermaterials. Materialien werden in die Kategorien

- Leiter,
- Halbleiter und
- Isolator

unterteilt [23]. Der spezifische elektrische Widerstand von Isolatoren und Leitern unterscheidet sich teilweise um mehrere Größenordnungen. Der Unterschied ist durch die Dichte der freien Elektronen zu begründen [24]. Die Beschreibung einer metallischen Bindung und den daraus resultierenden physikalischen Eigenschaften kann mit Hilfe des Bänder- oder des Elektronengasmodells erfolgen. Wesentliche Merkmale des Bändermodells sind das Pauli-Prinzip sowie die Molekülorbitaltheorie. Das Pauli-Prinzip ist von Bedeutung, da Elektronen Spin 1/2 - Teilchen (Fermionen) sind und dementsprechend dem Pauli-Prinzip folgen. Das Pauli-Prinzip besagt, dass es höchstens zwei Elektronen geben kann, die in allen Quantenzahlen übereinstimmen. Daher kann das 1s Orbital (im Schalenmodell die erste Schale) von Atomen auch nur mit zwei Elektronen besetzt werden, da die Elektronen nur die Zustände $\pm$ 1/2 einnehmen können und sich in weiteren Quantenzahlen nicht unterscheiden (können). Hat ein Atom mehr als zwei Elektronen, müssen diese das nächsthöhere Energieniveau besetzen. Prinzipiell sind Elektronen darauf bestrebt, einen möglichst energiearmen Zustand einzunehmen. Das Orbitalmodell basiert bzw. resultiert aus dem Welle-Teilchen-Dualismus aus dem Bereich der Quantenphysik. Aus dem Welle-Teilchen-Dualismus geht hervor, dass Objekte aus der Quantenmechanik sowohl Eigenschaften eines klassischen Teilchens als auch einer klassischen Welle annehmen können. Basierend darauf wird der Aufbau der Elektronenhülle als stehende Welle beschrieben. In Abweichung zu dem Bohrschen Atommodells bewegen sich die Elektronen nicht mehr auf diskreten konzentrischen Kreisbahnen, sondern im dreidimensionalen Raum um den Atomkern herum. In Abbildung 3.3 sind die Orbitale der ersten und zweiten Elektronenschale schematisch dargestellt. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation [25]

$$\triangle x \triangle p \geq \frac{\hbar}{2} \tag{3.1}$$

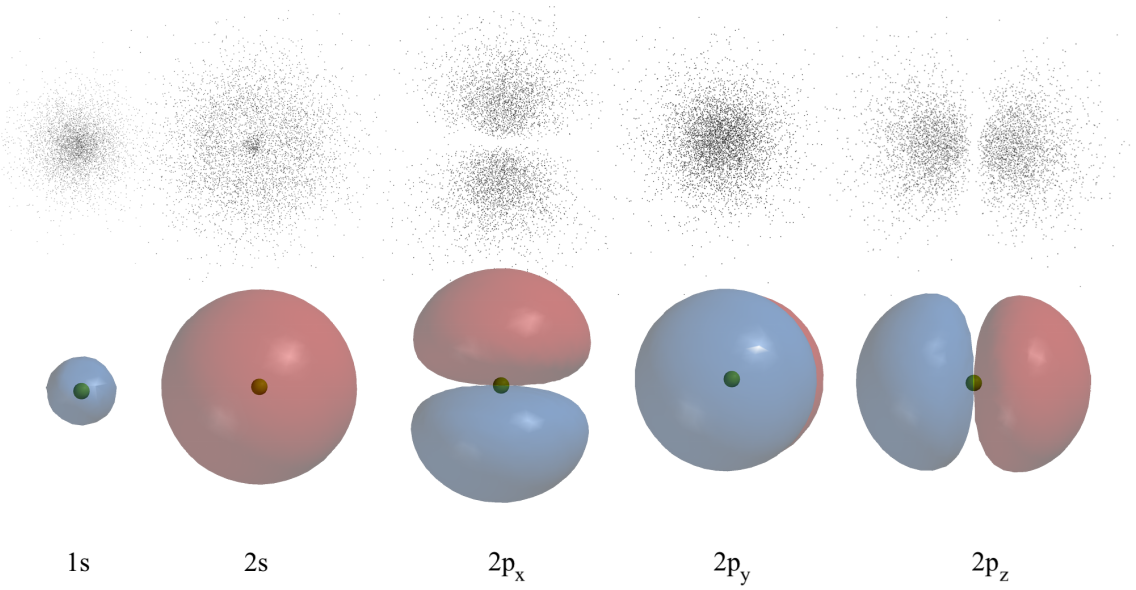


Abbildung 3.3: Schematische Darstellung der Orbitale der ersten und zweiten Elektronenschale [28]

lässt sich der genaue Aufenthaltsort des Elektrons nicht mehr genau bestimmen und dieser ist eine Frage der Wahrscheinlichkeit [26]. Der Aufbau und das Aussehen der Orbitale lassen sich mit Hilfe der Schrödinger-Gleichung [27] bestimmen:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t) = \left[\frac{-\hbar^2}{2m_e}\nabla^2 + V(\vec{r})\right]\psi(\vec{r},t) \tag{3.2}$$

Die Struktur der Orbitale steht in direkter Abhängigkeit zu der Wellenfunktion, welche sich wiederum in einen Radial- und Winkelanteil separieren lässt. Zur Bestimmung der Anteile werden im Wesentlichen vier Quantenzahlen verwendet:

- n Hauptquantenzahl: $n \in \mathbb{N}$ (bestimmt hauptsächlich die Energie des Atomzustandes)
- l Bahndrehimpulsquantenzahl: $|l| = \sqrt{l(l+1)}\hbar, 0 \leq l \leq n-1$
- m_l magnetische Quantenzahl Drehimpuls $m_l = \frac{l_z}{\hbar}$
- m_s magnetische Quantenzahl Spin $m_s = \frac{s_z}{\hbar}$

Wie bereits im oberen Abschnitt erwähnt, ist das $1s$ Orbital lediglich mit 2 Elektronen gefüllt. Weitere Atome werden in energetisch höher liegende Orbitale ($2s$,

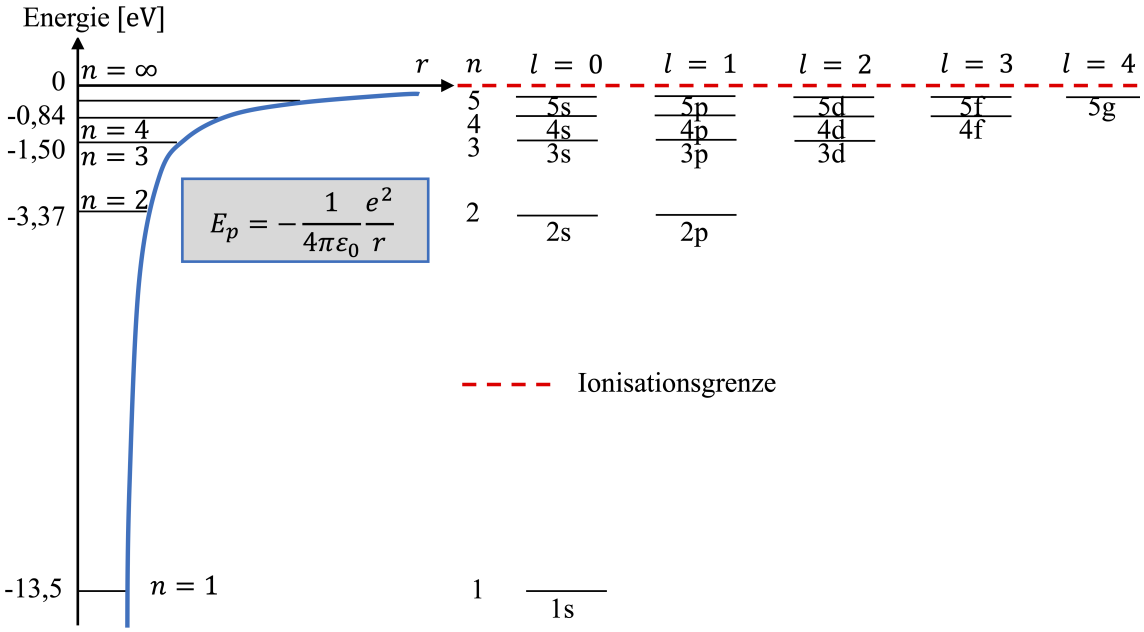


Abbildung 3.4: Termschema des H-Atoms nach [33], die Energieskala ist maßstabsgetreu

$2p_x$,..) verteilt. Die höher liegenden Orbitale können mehr als zwei Elektronen fassen, da sich aufgrund der größeren Nebenquantenzahlen l mehr Konstellationen ergeben, bei denen nicht mehr als zwei Elektronen die gleichen räumlichen Quantenzahlen besitzen. Die Energieniveaus E_n (in Atomen) sind nicht kontinuierlich, sondern quantisiert [29]. Zur Ermittlung der diskreten Energieniveaus kann ebenfalls die Schrödinger-Gleichung zu Hilfe genommen werden. Für die Annahme von freien Elektronen in Kastenpotentialen resultieren die Niveaus der diskreten Energien.

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \left({n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2\right),\ n \in \mathbb{N} \tag{3.3}$$

Die Elektronen können folglich nicht jeden beliebigen Energiezustand annehmen. Die Abbildung 3.4 zeigt die quantisierten Energieniveaus eines H- Atoms in Abhängigkeit der Hauptquantenzahl n sowie der Bahndrehimpulsquantenzahl l. Weiterhin ist zu erkennen, in welchen Orbitalen sich das (bzw. die) Elektron(en) aufhalten. Durch die Berücksichtigung weiterer Effekte wie die Spin-Bahn-Kopplung, die Feinstruktur, die Strahlungskorrektur (Quantenelektrodynamik (QED)) sowie Kerneffekte wird die Entartung weiter aufgehoben [30]. Diese Effekte sind jedoch nicht in Abbildung 3.4 enthalten, da lediglich das Grundprinzip der quantisierten Energien aufgezeigt werden soll. Für weiterführende Informationen sei auf die Fachliteratur [26, 31–36] verwiesen.

Zur Bildung eines Festkörpers ist jedoch mehr als nur ein Atom notwendig. Wenn nun zwei Atome zusammengeführt werden, kommt es zu einer Überlappung der Wellenfunktionen $\psi(\vec{r}, t)$ und einer Aufspaltung der Energieniveaus. Diese Hybridisierung kann beispielsweise an Kohlenstoff veranschaulicht werden, wo eine Mischung aus s- und p-Orbitalen eine sp^2 Hybridisierung bildet und eine kovalente Verbindung ergibt. Die Aufspaltung ist durch die Bewegung der Elektronen im Feld der periodisch angeordneten Ionenrümpfe zu erklären. Die Periodizität der Ionenrümpfe hat wiederum Auswirkungen auf die Periodizität des resultierenden elektrostatischen Potentials. Dadurch entsteht eine Periodizität der Wellenfunktion des Elektrons. Das Bloch-Theorem besagt, dass die Periodizität der Wellenfunktion für die Entstehung von quasi-kontinuierlichen, aber diskreten Energiespektren verantwortlich ist. Die quasi-kontinuierlichen Energiespektren werden auch Bänder genannt. Etwas anschaulicher ist folgende Vorstellung: wenn n_{Atome} zusammengeführt werden, dann spaltet sich das Energieniveau in n_{Atome} Energiezustände auf [24]. Bei der Vielzahl an Atomen (1 mol enthält bereits 602 Trilliarden Teilchen), liegen die Energieniveaus so dicht beieinander, dass diese als Band bezeichnet werden. Die Breite der Energiebänder ist für die unterschiedlichen atomaren Energieniveaus nicht gleich. Elektronen auf niedrigen Energieniveaus sind stärker gebunden und wechselwirken folglich weniger mit benachbarten Atomen als Elektronen auf höheren Niveaus. Daraus resultieren schmale Bänder. Breite Bänder folgen aus geringer gebundenen Elektronen, welche die Potentialbarriere leichter überwinden und sich einfacher bewegen können. Das oberste mit Elektronen besetzte Band wird als Valenzband bezeichnet [24].

Eine wichtige Größe zur Beschreibung der elektrischen Leitfähigkeit in Metallen (freies Elektronengas) ist die Ladungsträgerdichte. Diese kann mit Hilfe der Zustandsdichte $D(E)$ bestimmt werden, da die Zustandsdichte ein Maß für die Dichte der zur Verfügung stehenden Energiezustände ist [37]:

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m_e}{\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{E} \tag{3.4}$$

Die Besetzung von Elektronen in Energieniveaus erfolgt nach dem Pauli-Prinzip in immer höhere Energieniveaus, bis bei der Fermi-Energie E_F schließlich alle Elektronen untergebracht sind. Die Fermi-Energie ist die Energie zwischen dem höchsten besetzten und dem niedrigsten unbesetzten Zustand [38]. Die Fermi-Energie ist für einen dreidimensionalen Fall bei $T = 0\,\mathrm{K}$ definiert als:

$$E_\mathrm{F} = \frac{\hbar^2}{2m_e} \left(3\pi^2 n\right)^{\frac{2}{3}}, n \in \mathbb{N} \tag{3.5}$$

In einem gewöhnlichen Gas folgt die Energie der Moleküle der klassischen Boltzmann-Verteilung. In einem Festkörper ist dies jedoch nicht mehr der Fall. Die Energie der

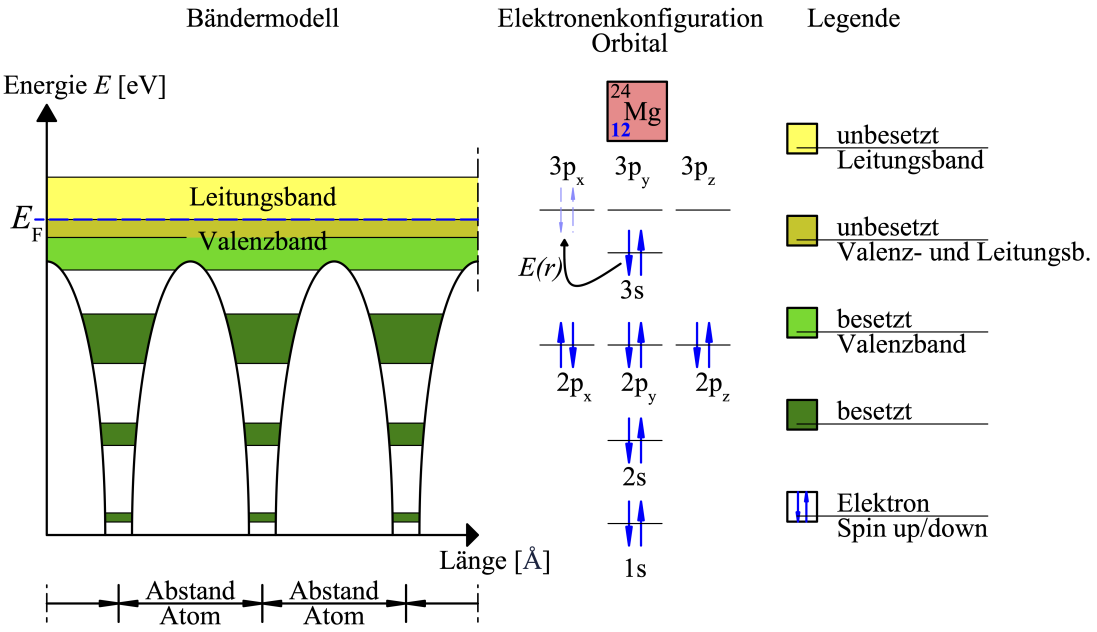


Abbildung 3.5: Bändermodell mit Potentialtöpfen am Beispiel des Metalls Magnesium

freien Elektronen in einem Festkörper unterliegen einer quantenmechanischen Verteilung, der Fermi-Dirac-Verteilung $f(E)$ [24]. Die Fermi-Dirac-Verteilung gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zustände bei einer Temperatur T besetzt sind [37].

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{k_B T}} + 1} \text{ für } T \neq 0K \tag{3.6}$$

Die Abbildung 3.5 zeigt die schematische Darstellung des Bändermodells mit Potentialtöpfen anhand des Metalls Magnesium. Weiterhin ist die Elektronenkonfiguration mit den jeweiligen Orbitalen ersichtlich. Durch das Anlegen eines elektrischen Feldes (in Abbildung 3.5 mit $E(r)$ gekennzeichnet) können die Valenzelektronen leicht in das Leitungsband befördert werden, wodurch diese dann (gerichtet) durch den metallischen Leiter fließen.

Ein einzelnes Magnesiumatom besitzt 12 Elektronen, welche sich in den Orbitalen verteilen. Die s - Orbitale fassen insgesamt nur zwei Elektronen, die p - Orbitale hingegen sechs Elektronen. Damit ergibt sich für Magnesium die in Abbildung 3.5 ersichtliche Elektronenkonfiguration. Bei Magnesium ist das 3s-Valenzband vollständig gefüllt, überlappt aber mit dem 3p-Leitungsband. Dabei liegen die Energien im Leitungsband über dem Maximum der periodischen potentiellen Energie, so dass

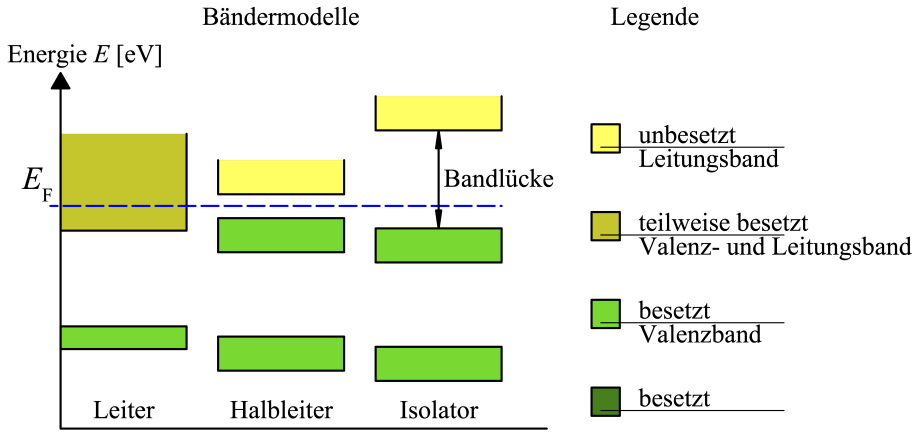


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Energieniveaus eines Leiters, Halbleiters und eines Isolators

sich die Elektronen im Leitungsband frei im Kristall bewegen können [39] [40].

Die Fermi-Energie spielt bei der Kategorisierung Leiter, Halbleiter und Isolator demnach eine wichtige Rolle. Liegt diese in einem mit Elektronen besetzten Energieband, spricht man von einem elektrischen Leiter. Liegt E_F in einer Bandlücke, wird zwischen einem Isolator und einem Halbleiter unterschieden. Ist das Valenzband nur teilweise gefüllt, sind in dem Band viele unbesetzte Energiezustände vorhanden, sodass die Elektronen in einem Band durch ein elektrisches Feld leicht in einen energetisch höheren Zustand angehoben werden können [24]. Das Material ist daher ein Leiter. Bandlücken spielen ebenfalls in der Optik eine wichtige Rolle. Resultierend aus der Planckschen Hypothese kann ein Oszillator nur Energien absorbieren, welche ein ganzzahliges Vielfaches des elementaren Energiequants sind [41]. Ist die Bandlücke sehr klein, wie beispielsweise bei Silicium, dann kann bzw. wird Licht im sichtbaren Bereich von dem Festkörper absorbiert, da die Energie des Photons $E_{\gamma,sichtbar} = h\nu \approx 2,5$ eV ausreichend ist, um die Bandlücke $E_{L,Si} \approx 1,1$ eV zu überbrücken. Bei einem Diamanten (Isolator) ist die Bandlücke so groß, dass die Energie des Photons nicht ausreichend ist um einen Quantensprung zu ermöglichen. Das Photon wird nicht absorbiert und durchquert den Festkörper. Das erklärt beispielsweise die Lichtdurchlässigkeit von Diamanten. Eine schematische Darstellung der Energieniveaus von Leiter, Halbleiter und Isolator ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Wenn die Bandlücke so gering ist, dass die noch fehlende Energie beispielsweise mit Hilfe von thermischer Energie E_{th} überwunden werden kann, liegt ein Halbleiter vor. Ist die Bandlücke größer, spricht man von einem Isolator.

Kupfer ist durch die Gitterstruktur und Elektronenkonfiguration ein guter elektrischer Leiter, da hier freie Elektronen als Ladungsträger zur Verfügung stehen. Der elektrische Widerstand hemmt den Elektronenfluss. Dieser ist, abgesehen von

wenigen Ausnahmen wie beispielweise Konstantan, von der Temperatur abhängig. (Die Temperaturunabhängigkeit ist auch einer der Gründe, weshalb Konstantan als Material in DMS verwendet wird.) In Metallen steigt der Widerstand bei zunehmender Temperatur, da die Atome durch die Erhöhung der mittleren kinetischen Energie $\langle E \rangle_{kin}$ (hier durch Wärme) im metallischen Leiter zunehmend oszillieren. Durch die Oszillation der Atome werden diese ein größeres Hindernis für die Elektronen. Der durch ein elektrisches Potential entstehende gerichtet elektrische Fluss wird also mit steigender Temperatur zunehmend gehemmt (hemmen, lat. impedire,»Impedanz«). Diese Erkenntnis lässt schon auf eine Temperaturabhängigkeit der EMI-Methode schließen, da der überwiegende Teil der verwendeten Materialien elektrische Leiter sind. Eine Ausnahme bildet das Dielektrikum zwischen den Elektroden des PWAS, dazu jedoch später mehr in Abschnitt 3.2. Der Einfluss der Temperatur auf die elektrische Leitfähigkeit eines elektrischen Leiters ist zwar im Vergleich zu dem Einfluss auf die Permittivität ε eher gering, trotzdem ist es zu Beginn ratsam zu wissen, welche Parameter innerhalb der Messmethode eine Temperaturabhängigkeit aufweisen. Elektrisch isolierende bzw. nichtleitende Materialien wie beispielsweise Siliciumdioxid (SiO_2), Bariumtitanat ($BaTiO_3$) oder Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) besitzen im Gegensatz zu elektrischen Leitern keine freien Elektronen, weshalb bei einem Potentialunterschied kein Ladungsfluss stattfinden kann. Solche Isolatoren werden als Dielektrikum in Kondensatoren verwendet, was vereinfachend vergleichbar mit der Verwendung des piezoelektrischen Materials PZT bei PWAS ist.

An einer Wechselspannungsquelle mit sinusförmiger Spannung können verschiedene Anordnungen angeschlossen sein. Diese haben einen Einfluss auf den zeitlichen Verlauf von Spannung und Strom. Die Art und Intensität der Beeinflussung können dabei variieren. Insbesondere Spulen und Kondensatoren haben als komplexe Widerstände einen erkennbaren Einfluss auf den zeitlichen Verlauf von Spannung und Strom. Denn Spulen und Kondensatoren verursachen nicht nur Wirk-, sondern auch Scheinwiderstände, woraus komplexe elektrotechnischen Größen (beispielweise Reaktanz, Suszeptanz) entstehen. Eine Übersicht der Kenngrößen ist in Unterabschnitt 3.1.4 zu finden. Für die Messung von elektromechanischen Impedanzen ist der Umgang mit komplexen elektrotechnischen Kenngrößen von entscheidender Bedeutung. Dies liegt darin begründet, dass bei der mechanischen Kopplung zwischen PWAS und einer zu überwachenden Struktur, die elektrotechnischen Kenngrößen des PWAS in starker Abhängigkeit des Zustandes der zu überwachenden Struktur stehen.

3.1.2 Impedanzen in einem Stromkreislauf

Zur Verdeutlichung der Entstehung von komplexen elektrotechnischen Kenngrößen und der damit einhergehenden Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung,

werden im Nachfolgenden drei grundlegende Bauteile der Elektrotechnik dargestellt. Die Bauteile und deren Widerstände haben unterschiedlichen Einfluss auf den zeitlichen Verlauf von Spannung und Strom. Zuerst einmal wird der einfache Fall eines idealen ohmschen Widerstandes in einem elektrischen Netzwerk betrachtet, bevor das zeitliche Verhalten von Spannung und Strom für kapazitive und induktive Widerstände betrachtet wird.

Ohmscher Widerstand

In einem linearen Netzwerk, an dem ausschließlich ein idealer ohmscher Widerstand R angeschlossen ist, ist der durch den Widerstand fließende Strom sinusförmig, wenn er durch eine sinusförmige Wechselspannung erzeugt wurde [22]. In einem ohmschen Widerstand, beispielweise in einem Kupferdraht, wird die elektrische Energie durch Reibung in thermische Energie, die »Joulesche Wärme«, umgewandelt. Dieser Effekt kann u.a. bei dem Draht in einer Glühbirne beobachtet werden.

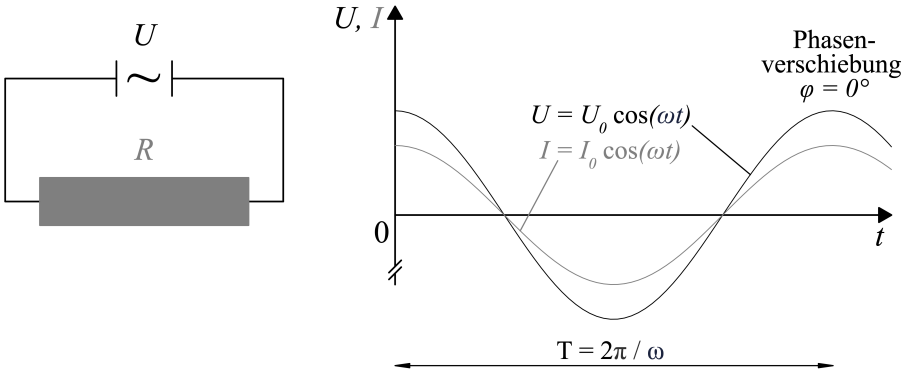


Abbildung 3.7: Wechselstromnetzwerk mit einem idealen ohmschen Widerstand

Wie in Abbildung 3.7 erkennbar wird, treten die Amplituden U_o, I_o sowie die Nulldurchgänge beider Kurven im Liniendiagramm zu den gleichen Zeitpunkten auf. Strom und Spannung sind dabei immer in Phase. Wechselspannung und Wechselstrom können wie nachfolgend quantifiziert werden:

$$U(t) = U_o \cos(\omega t) \tag{3.7}$$

$$I(t) = I_o \cos(\omega t) \tag{3.8}$$

Bei dem ohmschen Widerstand handelt es sich um einen Wirkwiderstand. Dieser ist frequenzunabhängig und damit unabhängig von der Zeit und der Frequenz ν der angeschlossenen Wechselspannungsquelle [22].

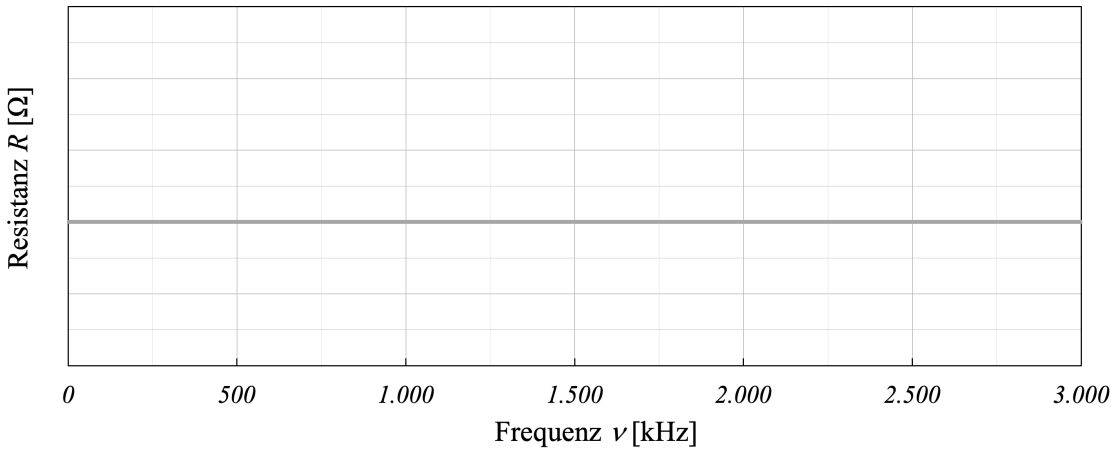


Abbildung 3.8: Verlauf des ohmschen Widerstandes (Resistanz) R bei einem Wechselstromnetzwerk mit einem idealen ohmschen Widerstand

Der ohmsche Widerstand kann als ein komplexer Widerstand angesehen werden, welcher jedoch nur aus einem Realteil $R = Z_R$ besteht. Im Gegensatz zu einer Spule oder einem Kondensator, verursacht der ohmsche Widerstand keinen Scheinwiderstand X_R. Daraus resultiert: $X_R = 0$. Da der ideale ohmsche Widerstand frequenzunabhängig ist (siehe Abbildung 3.8) und keinen Scheinwiderstand erzeugt, ist er für die Messung von elektromechanischen Impedanzen von geringerer Bedeutung.

Induktivität

Im Gegensatz zu einem idealen ohmschen Widerstand, erzeugt eine Induktivität (z. B. eine Spule) im Wechselstrombetrieb eine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung. Das dafür verantwortliche physikalische Phänomen ist die Selbstinduktion. Die Selbstinduktion ist nach der Lenzschen Regel der anliegenden stromtreibenden Wechselspannung entgegengerichtet und ist nach dem Faradayschen Induktionsgesetz

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3.9}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \tag{3.10}$$

dadurch begründet, dass sich bei einer zeitlichen Änderung des Stromes der magnetische Fluss Φ_m in einer Spule ändert. Anders formuliert besagt das Faraday-

schen Induktionsgesetz also, dass das Integral des elektrischen Feldes $\vec{E}$ um eine geschlossene Kurve (induzierte Spannung U_{ind}) gleich der negativen Änderungsrate des magnetischen Flusses durch eine beliebige, umschlossene Fläche $\vec{A}$ ist [24]. Die Stromstärke ist proportional zu dem von der Spule erzeugtem Magnetfeld $\vec{B}$. Daher folgt für den magnetischen Fluss:

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = \ LI, \tag{3.11}$$

wobei die Proportionalitätskonstante L mit der Maßeinheit [Henry] [H] auch Selbstinduktionskoeffizient oder (Selbst-) Induktivität genannt wird. $\vec{B}$ ist die magnetische Feldstärke und A die orientierte Fläche. Die Induktionsspannung ist definiert durch

$$U_{ind}\,(t) = -\dot{\Phi_m} = -L\dot{I}\ . \tag{3.12}$$

Die angelegte Eingangsspannung

$$U\,(t) = U_{_o} \cos\,(\omega t) \tag{3.13}$$

muss in einem geschlossenen Stromkreislauf zusammen mit der Induktionsspannung 0 ergeben. Daraus folgt die Beziehung

$$0 = U + U_{ind} \tag{3.14}$$

Durch das Umstellen der Gleichung 3.14 und dem anschließenden Einsetzen der Ausdrücke aus Gleichung 3.12 und Gleichung 3.13 erhält man:

$$\Longrightarrow U_0 \cos\,(\omega t) = L\dot{I} \tag{3.15}$$

Wird nun nach I umgestellt und anschließend das Integral gebildet, so erhält man die Beziehung

$$\Longrightarrow I\,(t) = \frac{U_0}{L} \int \cos\,(\omega t)\,dt = \frac{U_0}{\omega L} \sin\,(\omega t)\ \ . \tag{3.16}$$

Mit $I_0 = \frac{U_0}{\omega L}$ kann die Gleichung weiter vereinfacht werden zu:

$$\Longrightarrow I\,(t) = I_{_0} \sin\,(\omega t) \tag{3.17}$$

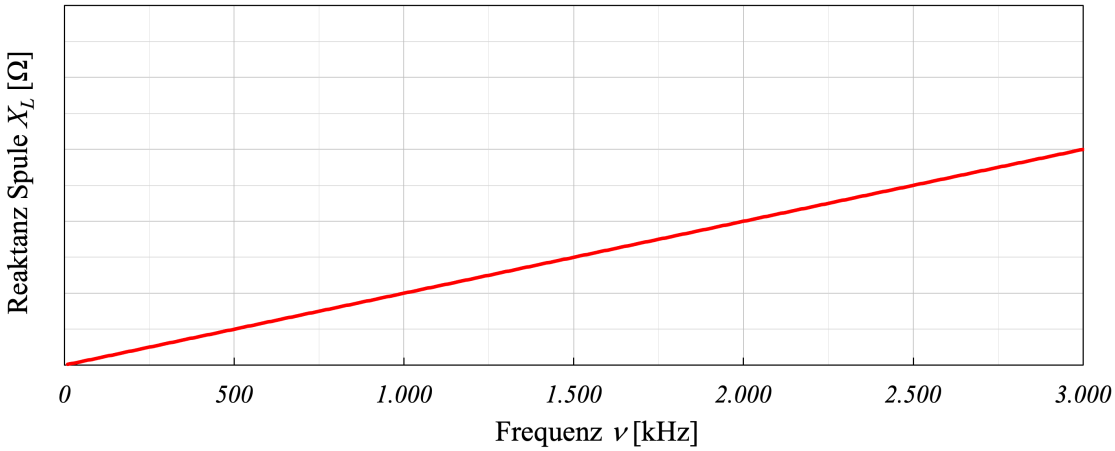


Abbildung 3.9: Verlauf des induktiven Blindwiderstandes X_L bei einem Wechselstromnetzwerk mit einer idealen Spule

Hier wird erkennbar, dass die Amplituden aus Spannung und Strom aufgrund einer Induktivität nicht mehr in Phase verlaufen. Der Wechselstrom wird durch die Induktivität um $\phi = 90°$ gegenüber der Wechselspannung verzögert.

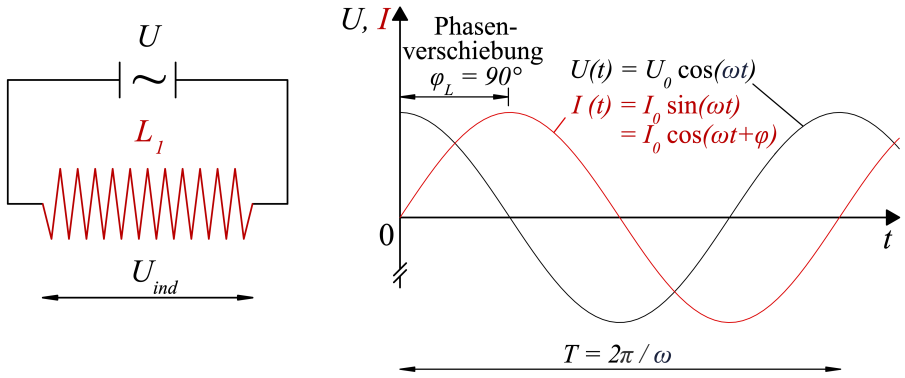


Abbildung 3.10: Wechselstromnetzwerk mit einer idealen Spule

Die Selbstinduktionsspannung verkleinert den Strom in der Spule und hat folglich die Wirkung wie eines Widerstandes im Stromkreis [22]. Der durch die Induktion resultierende induktive Widerstand X_L ist im Gegensatz zu dem ohmschen Widerstand frequenzabhängig. Der induktive Widerstand kann quantifiziert werden durch:

$$X_L = \omega L = 2\pi\nu L \tag{3.18}$$

Dabei hat der induktive Widerstand folgendes Grenzwertverhalten:

$$\omega \to 0 \implies X_L \to 0 \tag{3.19}$$
$$\omega \to \infty \implies X_L \to \infty \tag{3.20}$$

Es gilt also, je größer die Frequenz und die Induktivität der Spule, desto größer ist der induktive Widerstand X_L (Abbildung 3.9).

Der induktive Widerstand X_L ist das Produkt aus dem Selbstinduktionskoeffizient L und der Kreisfrequenz ω. Dieser Widerstand ist allerdings nur scheinbar durch die Behinderung des Stromanstieges vorhanden. Die Rede ist von einem Blindwiderstand. Wird die Situation in der komplexen Ebene betrachtet, so gilt für die Beziehung zwischen Spannung und Strom in der Spule:

$$\underline{U}\,(t) = L\dot{I} \tag{3.21}$$

Mit dem sinusförmigen Strom durch die Spule

$$\underline{I}\,(t) = Ie^{i\omega t} \tag{3.22}$$

ergibt sich durch Differenzieren eine Spannung

$$\underline{U}\,(t) = i\omega LIe^{i\omega t} = i\omega L\underline{I}\ . \tag{3.23}$$

Es wird ersichtlich, dass die komplexe Spannung dem komplexen Strom um $\phi = 90°$ vorausgeht (Abbildung 3.10). Die betragsmäßige Beziehung zwischen Spannung und Strom lässt sich daher wie nachfolgend darstellen:

$$\underline{U}\,(t) = I\omega L \tag{3.24}$$

Der komplexe, rein imaginäre Blindwiderstand der Spule ist

$$\underline{Z}_L = iX_L = i\omega L. \tag{3.25}$$

Durch die Induktivität eilt die Wechselspannung gegenüber dem Wechselstrom um $\phi = +90°$ voraus

Bei einer Induktion ist der imaginäre Teil des Blindwiderstandes in einem geschlossenen Stromkreislauf für die Phasenverschiebung verantwortlich.

Kapazität

Die Kapazität ist ein Maß für das Ladungsfassungsvermögen bei angelegter elektrischer Spannung [24] [42]. Ein allgemeines Beispiel für eine Kapazität im Stromkreis ist der elektrische Kondensator. Kondensatoren können an zwei entgegengesetzte Leiterflächen (Elektroden) elektrische Ladungen $+Q$ und $-Q$ getrennt voneinander speichern, wenn auf beiden Flächen eine Ladung aufgebracht wird. Diese physikalische Erscheinung wird auch Influenz genannt. Die Kapazität ist der Quotient aus der elektrischen Ladung und der Spannung

$$C = \frac{Q}{U} \tag{3.26}$$

und wird im SI- System in [Farad] [F] angegeben. Diese Beziehung gilt, da das elektrische Feld im Raum zwischen den Leiterflächen proportional zu der Ladung auf dem Leiter ist und die Spannung zwischen zwei Elektroden a und b

$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{3.27}$$

ebenfalls proportional zur Ladung ist. Für ein inhomogenes Feld kann die Kapazität (Gleichung 3.35) mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes bestimmt werden. Nach dem Gaußschen Gesetz ist der gesamte elektrische Fluss Φ_e durch eine Fläche definiert als:

$$\Phi_e = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \tag{3.28}$$

Weiterhin gilt, dass der durch die gaußsche Fläche hindurchtretende elektrische Fluss proportional zur eingeschlossenen Ladung Q ist [43]

$$\Phi_e = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \sum \vec{E} \cdot d\vec{A}, \tag{3.29}$$

wobei die eingeschlossene (freie) Ladung immer ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung sein muss [44].

$$Q = ne, \ n \in \mathbb{Z} \tag{3.30}$$

Quarks des Standardmodells besitzen zwar Ladungen von $\pm 1/3e$ oder $\pm 2/3e$, kommen aber nicht als freie Teilchen vor. Durch Gleichsetzen der Gleichung 3.28 und Gleichung 3.29 resultiert die 1. Maxwell-Gleichung bzw. der Satz von Gauß:

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \tag{3.31}$$

Durch Umstellen kann die in einer Fläche eingeschlossene Ladung quantifiziert werden:

$$Q = \varepsilon_0 \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}, \tag{3.32}$$

wobei die elektrische Ladung auch durch die elektrische Flussdichte $\vec{D}$ berechnet werden kann (mit ρ = Raumladungsdichte).

$$Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \oint_V \rho dV \tag{3.33}$$

Dabei ist die elektrische Flussdichte in einem linearen, isotropen Medium durch

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \tag{3.34}$$

definiert. Die Erhöhung der Kapazität eines Kondensators durch die Füllung mit einem Dielektrikum wird durch einen Faktor ε_r, der relativen Permittivität, ausgedrückt. Multipliziert mit der elektrischen Feldkonstante ε_0 ergibt sich die Permittivität ε. Die Kapazität eines inhomogenen Feldes kann nun mit der Gleichung 3.26, Gleichung 3.27, Gleichung 3.33 bzw. Gleichung 3.34 ausgedrückt werden:

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}}{\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s}} \tag{3.35}$$

Die durch eine Kapazität entstehende Phasenverschiebung kann auch in diesem Fall hergeleitet werden. Die Spannung ist der Quotient aus der Ladung und der Kapazität des Kondensators.

$$U = \frac{Q}{C} \tag{3.36}$$

Da die Stärke des elektrischen Stroms durch die zeitliche Änderung der elektrischen Ladung

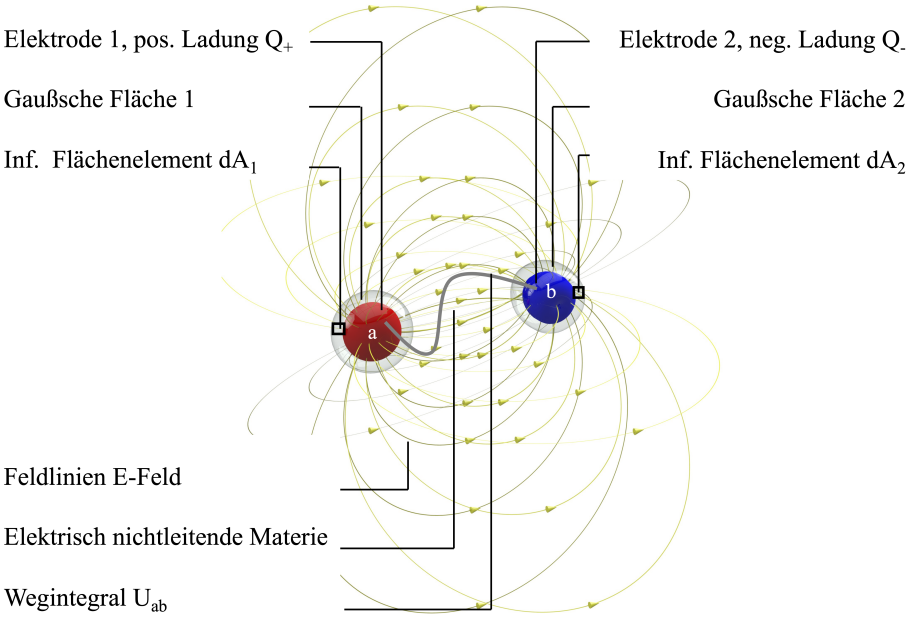


Abbildung 3.11: Kapazitätsbegriffe bei entgegengesetzt geladenen Leitern (Elektroden) in elektrisch nicht leitender Materie

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q} \tag{3.37}$$

definiert ist, gilt:

$$\dot{U} = \frac{1}{C}\dot{Q} = \frac{1}{C}I \tag{3.38}$$

Wird nun die Gleichung 3.7 in Gleichung 3.36 eingesetzt, nach der Zeit abgeleitet und nach I umgestellt resultiert:

$$I\,(t) = -\omega C U_0 \sin\,(\omega t) \tag{3.39}$$
$$I\,(t) = \omega C U_0 \cos(\omega t + 90). \tag{3.40}$$

Durch die Kapazität ist die Wechselspannung gegenüber dem Wechselstrom um $\phi = -90°$ verzögert.

Um eine Spannung zwischen den Elektroden eines Kondensators zu erzeugen, muss zuerst Strom fließen. Das Verhältnis zwischen Wechselstrom und Wechselspannung ist in der Abbildung 3.12 visualisiert.

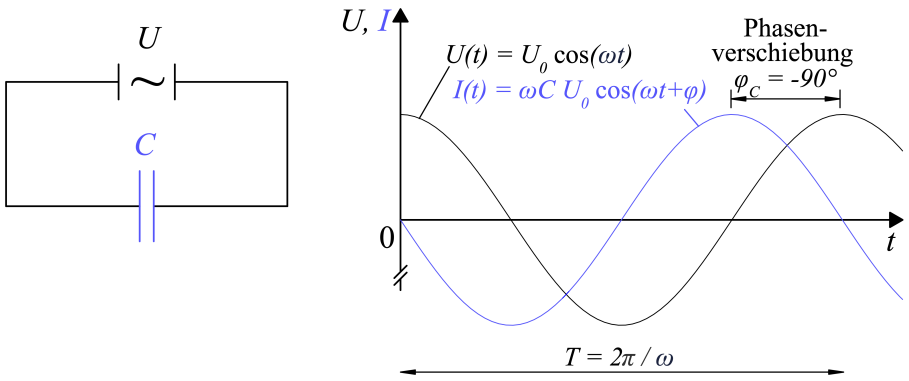


Abbildung 3.12: Wechselstromnetzwerk mit einem idealem Kondensator

Ähnlich wie bei der Spule im Wechselstromkreis, verursacht auch eine Kapazität einen Widerstand. Parallelen gibt es auch dahingehend, dass der kapazitive Widerstand X_C nur ein scheinbarer Widerstand, also ein Blindwiderstand ist.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} \tag{3.41}$$

Der komplexe Widerstand aus der Kapazität kann mit $I_0 = \omega C U_0$ wie nachfolgend ermittelt werden:

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = e^{-i\frac{\pi}{2}} \frac{U_0}{I_0} \tag{3.42}$$

$$\underline{Z}_C = -i\,\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{i\omega C} \tag{3.43}$$

Die Kapazität und die damit verbundenen komplexen Widerstände sind abhängig von der anliegenden Frequenz der Wechselspannung. Die Abhängigkeit wird auch hier durch die Betrachtung des Grenzwertverhaltens deutlicher. Dabei hat der kapazitive Widerstand folgendes Grenzwertverhalten:

$$\omega \to 0 \implies X_C \to \infty \tag{3.44}$$

$$\omega \to \infty \implies X_C \to 0 \tag{3.45}$$

Geht $\omega \to \infty$, so ist der Vorgang in einem Kondensator wie ein Kurzschluss anzusehen. Folglich gilt, je größer die Frequenz und die Kapazität des Kondensators, desto

kleiner ist der kapazitive Widerstand X_C. Dieses Verhalten ist in Abbildung 3.13 grafisch dargestellt.

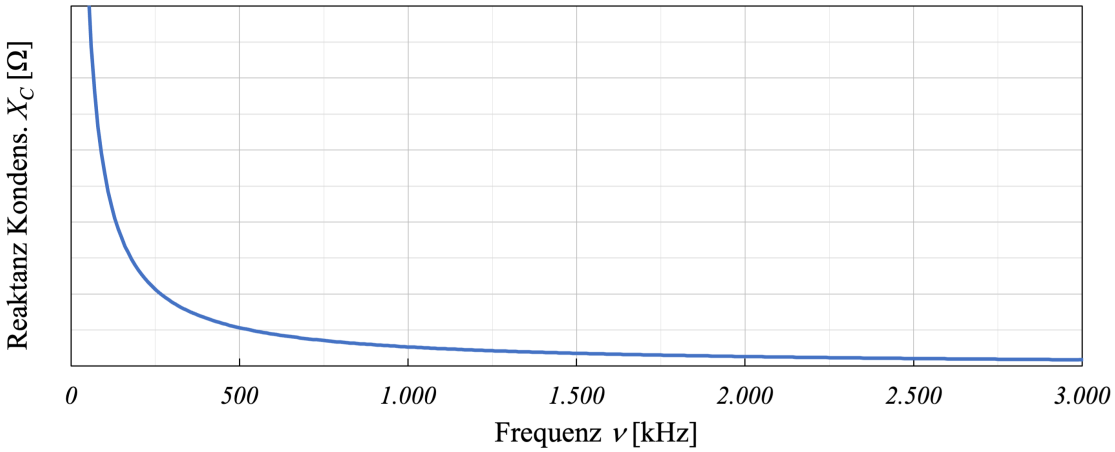


Abbildung 3.13: Verlauf des kapazitiven Blindwiderstandes X_C in einem Wechselstromnetzwerk mit einem idealen Kondensator

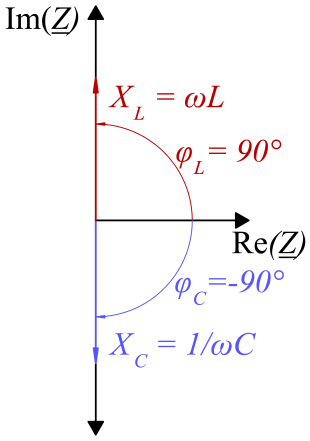


Abbildung 3.14: komplexe Darstellung des Widerstandes

Ein PWAS weist insbesondere kapazitive Eigenschaften auf, was sich im Verlauf der Arbeit noch zu Nutze gemacht wird. Die Abbildung 3.14 veranschaulicht nochmals die Phasenverschiebung, welche aus einer idealen Spule und einem idealem Kondensator entsteht.

3.1.3 Elektromagnetischer Schwingkreis

In den vorhergegangenen Absätzen ist die Entstehung von komplexen Widerständen und die daraus resultierende Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an

idealisierten Wechselstromnetzwerken verdeutlicht worden. Das heißt, dass ein elektrisches Netzwerk mit nur einem Widerstand betrachtet worden ist. Die Vereinfachung ist aus Gründen der Übersichtlichkeit bevorzugt worden, ist aber keine realitätsgetreue Abbildung gängiger elektrischer Netzwerke. Hier ist es oftmals so, dass die meisten Netzwerke eine Verschaltung mehrerer verschiedener Widerstände beinhalten. In einem mit Wechselstrom betriebenen Netzwerk ist die Phasenverschiebung bei nur einem angeschlossenen Bauteil (idealer Kondensator oder ideale Spule) genau $\phi = \pm 90°$. Dieses Verhältnis gilt bei realen Reihen- oder Parallelschaltungen nicht mehr. Da ein PWAS als eine Kombination aus einer Reihen- und Parallelschaltung angesehen werden kann (näheres in Unterabschnitt 3.2.4), wird im nachfolgenden die Entstehung der Kenngrößen in einem elektromagnetischen Schwingkreis aufgezeigt. Aus dem Betrieb eines Kondensators entsteht die elektrische Feldkomponente $\vec{E}(\vec{r})$, während die Entstehung des magnetischen Feldes $\vec{B}(\vec{r})$ primär auf die Spule zurückzuführen ist. Mit Hilfe einer geeigneten Verschaltung beider Komponenten können elektromagnetische Wellen erzeugt werden, welche nahezu überall wiederzufinden sind.
In einem elektromagnetischen Schwingkreis seien eine Spule, ein Kondensator sowie ein ohmscher Widerstand verbaut.

$$U_e = -U_{ind} + U_R + U_C \tag{3.46}$$

$$U_e = L\dot{I} + RI + \frac{Q}{C} \tag{3.47}$$

$$\dot{U}_e = L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I \tag{3.48}$$

Die allgemeine Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung (DGL) ist aus der allgemeinen Lösung der homogenen DGL und einer speziellen Lösung der inhomogenen DGL zusammengesetzt. Mit Hilfe des komplexen Ansatzes

$$\underline{U} = U_0 e^{i\omega t} \tag{3.49}$$

$$\underline{\dot{U}} = i\omega U \tag{3.50}$$

sowie

$$\underline{I} = I_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \tag{3.51}$$

$$\underline{\dot{I}} = i\omega \underline{I} \tag{3.52}$$

$$\ddot{\underline{I}} = -\omega^2 \underline{I} \tag{3.53}$$

Einsetzen und umstellen liefert:

$$i\omega \underline{U} = \underline{I}\left(-L\omega^2 + i\omega R + \frac{1}{C}\right) \tag{3.54}$$

$$\underline{U} = \underline{I}\left(iL\omega + R - \frac{i}{\omega C}\right) \tag{3.55}$$

$$\underline{U} = \underline{I}\left[R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] \tag{3.56}$$

$$\underline{U} = \underline{I}Z \tag{3.57}$$

Spannung ist demnach das Produkt aus der Stromstärke und dem komplexen Widerstand. Die Form erinnert an das ohmsche Gesetz bei makroskopischer Betrachtung ($U = IR$). Der komplexe Widerstand ist nichts anderes als die Summe aller Einzelimpedanzen und kann daher wie folgt ausgedrückt werden:

$$Z = R + Z_L + Z_C \tag{3.58}$$

Grundlegend werden zwei verschiedene Arten von Schaltungen unterschieden, welche auch bei der Modellierung des Ersatzmodels des PWAS verwendet wurden.

Zur Netzwerkanalyse und damit zur Bestimmung von Spannung- sowie Stromänderungen in einer Schaltung können die Kirchhoffschen Regeln angewendet werden. Die Kirchhoffschen Regeln sind in der Abbildung 3.15 dargestellt. Mit Hilfe der Knotenregel (erste Kirchhoffsche Regel) und der Maschenregel (zweite Kirchhoffsche Regel) können Spannung und Strom in elektrischen Netzwerken quantifiziert werden.

Knotenregel: Die Knotenregel besagt, dass die Summe der einlaufenden Ströme gleich der Summe der auslaufenden Ströme ist [32].

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \tag{3.59}$$

Maschenregel: Die Maschenregel besagt, dass in jedem geschlossenen Stromkreis die Summe der Quellenspannungen gleich der Summe aller Verbraucherspannungen ist [32].

$$\sum_{k=1}^{n} U_k = 0 \tag{3.60}$$

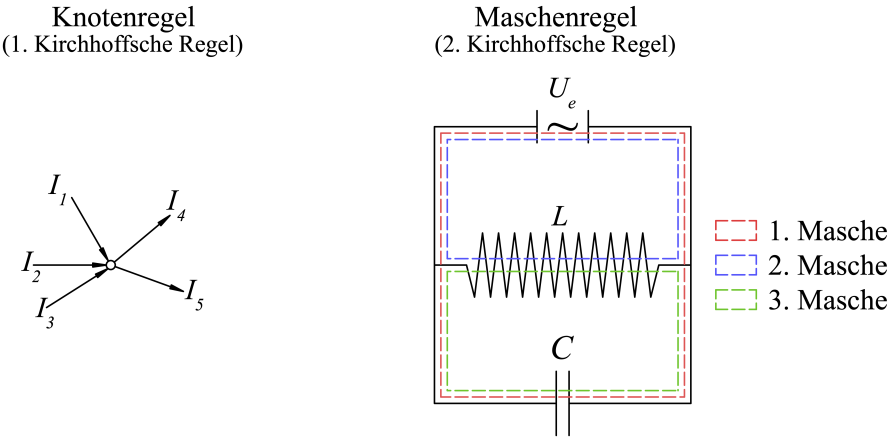


Abbildung 3.15: Kirchhoffsche Regeln

Die Kirchhoffschen Regeln werden im nachfolgenden dazu verwendet, um die Impedanzen in einer Reihen- und Parallelschaltung zu erfassen.

Reihenschaltung

Bei einer Reihenschaltung sind zwei oder mehr Bauelemente hintereinandergeschaltet. Die Abbildung 3.16 zeigt beispielhaft eine Schaltung aus einem ohmschen Widerstand R, einer Kapazität C sowie einer Induktivität L. Alle Bauelemente sind hintereinander, also in Reihe geschaltet. Die Reihenschaltung bildet zusammen mit der Parallelschaltung einer der wesentlichsten Grundschaltungen in der Elektrotechnik.

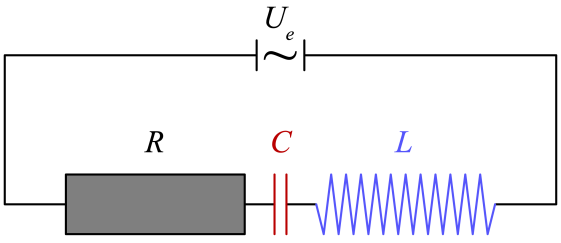


Abbildung 3.16: Ersatzschaltbild einer Reihenschaltung RLC

Sei $R := R_1;\ C := R_2;\ L := R_3$. Durch Anwendung der Maschenregel und Knotenregel gilt:

$$U = U_1 = U_2 = U_3 = (R_1 + R_2 + R_3)\, I = R_{ges} I \tag{3.61}$$

$$I = I_1 = I_2 = I_3 \tag{3.62}$$

Daraus resultiert:

$$R_{ges} = \sum_i R_i \tag{3.63}$$

Nun werden die komplexen Widerstände implementiert und es ergibt sich:

$$\underline{Z} = R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \tag{3.64}$$

Damit resultiert der Betrag von Z mit:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{3.65}$$

Anschließend kann die entstehende Phasenverschiebung berechnet werden.

$$\tan(\varphi) = \frac{\mathrm{Im}(\underline{Z})}{\mathrm{Re}(\underline{Z})} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{3.66}$$

Parallelschaltung

Das Gegenstück zur Reihenschaltung ist die Parallelschaltung (siehe Abbildung 3.17). Hier befinden sich die Bauelemente nicht mehr hintereinander, sondern parallel zueinander und die elektrische Leitung teilt sich dementsprechend auf. Es fließt also nicht mehr der gleiche elektrische Strom durch alle Widerstände.

Sei $R := R_1;\ C := R_2;\ L := R_3$. Durch Anwendung der Maschenregel und Knotenregel gilt:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) = \frac{U}{R_{ges}} \tag{3.67}$$

$$U = U_{12} = U_{34} \tag{3.68}$$

Daraus resultiert:

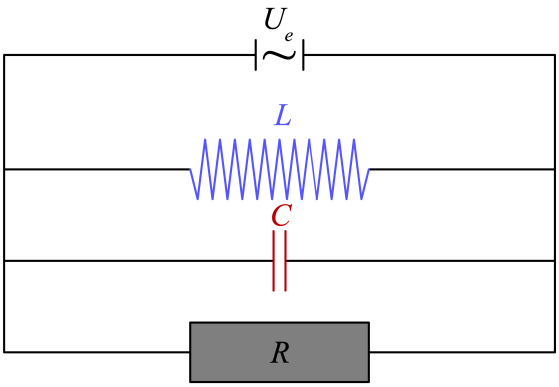


Abbildung 3.17: Ersatzschaltbild einer Parallelschaltung RLC

$$\frac{1}{R_{ges}} = \sum_i \frac{1}{R_i} \tag{3.69}$$

Nun werden wieder die komplexen Widerstände implementiert und es ergibt sich:

$$\underline{Z} = \left[\frac{1}{R} + i\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)\right]^{-1} \tag{3.70}$$

Damit ergibt sich der Betrag von Z mit:

$$|\underline{Z}| = \left[\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}\right]^{-1} \tag{3.71}$$

Resultierend daraus ergibt sich die entstehende Phasenverschiebung

$$\tan(\varphi) = \frac{\mathrm{Im}(\underline{Z})}{\mathrm{Re}(\underline{Z})} = R\left(-\frac{1}{\omega L} + \omega C\right) \tag{3.72}$$

Alternativ zu der Impedanz können auch weitere komplexe elektrotechnische Kenngrößen betrachtet werden.

3.1.4 Übersicht der komplexen elektrotechnischen Kenngrößen

Zur Übersicht sind nachfolgend einige wesentliche komplexe Größen der Elektrotechnik dargestellt, welche für die Auswertung von Bedeutung sind. Vereinfachend lassen sich die elektrotechnischen Kenngrößen in die Gruppen Widerstände und Leitwerte einordnen (Abbildung 3.18). Für die Einheiten der jeweilige Werte gilt:
Widerstände: [Ohm]= [Ω], Leitwerte: [Siemens]= [S]

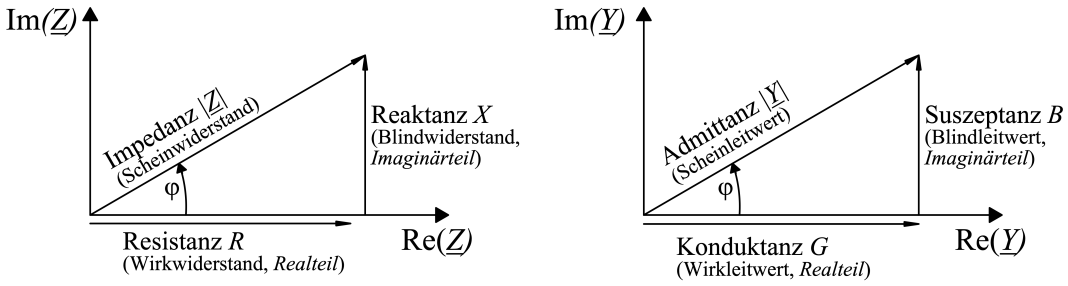


Abbildung 3.18: Widerstandsdreieck (links) und Leitwertdreieck (rechts) [4]

Impedanz $\underline{Z}$:
Die Impedanz ist der komplexwertige Widerstand in einem elektrischen Netzwerk und besteht aus einem Real- und Imaginärteil. Dabei wird der Realteil als Resistanz R und der Imaginärteil als Reaktanz X bezeichnet.

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + iX \tag{3.73}$$

Resistanz R:
In der komplexwertigen Wechselstromrechnung bezeichnet die Resistanz den Wirkwiderstand. Aus dem Wirkwiderstand resultiert keine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Reaktanz X:
Der Blindwiderstand wird auch als Reaktanz bezeichnet und kann im Gegensatz zu der Resistanz eine Phasenverschiebung hervorrufen. Der Betrag der Reaktanz wird von den Widerständen quantifiziert, welche aus einer Induktivität X_L und Kapazität X_C entstehen.

$$X = X_L + X_C \tag{3.74}$$

Admittanz $\underline{Y}$:
Die Admittanz ist der Kehrwert der Impedanz und ist ein Maß für die „Leichtigkeit“, mit welcher ein elektrischer Strom bei angelegter Spannung fließen kann. Analog zu der Impedanz, kann auch die Admittanz in einen Real- und Imaginärteil aufgeteilt werden.

$$\underline{Y} = G + iB = \frac{1}{\underline{Z}} \tag{3.75}$$

Konduktanz G:
Die Konduktanz ist der Realteil der Admittanz und kann durch

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} = \mathrm{Re}(\underline{Y}) \tag{3.76}$$

ermittelt werden.

Suszeptanz B:
Die Suszeptanz ist der Blindleitwert der Admittanz und ist durch

$$B = \frac{-X}{R^2 + X^2} = \mathrm{Im}(\underline{Y}) \tag{3.77}$$

definiert.

Analog zu der Reaktanz ist auch die Suszeptanz phasenverschoben.

3.2 Grundlagen der Piezotechnologie

Die Funktionsweise von verschiedenen Gegenständen basiert auf dem von Jacques und Pierre Curie [45] im Jahr 1880 entdeckten »Piezoeffekt«. Die Nutzung der Piezoelektrizität ist beispielsweise in Feuerzeugen, Lautsprechern, Kraftfahrzeugen und in vielen weiteren Gebrauchsgegenständen der heutigen Zeit wiederzufinden. Jacques und Pierre Curie entdeckten, dass bei mechanischer Verformung von Kristallen auf der Kristalloberfläche elektrische Ladungen entstehen [45]. Der Abschnitt 3.2 soll darüber Aufschluss geben, wie der Piezoeffekt entsteht, welche kristallografischen Voraussetzungen es gibt und welche temperaturabhängigen Parameter innerhalb der piezoelektrischen Struktur vorliegen. Es werden unter anderem die Entstehung eines elektrischen Dipolmomentes, die Polarisation in dielektrischen Medien sowie das Ersatzmodell eines PWAS thematisiert (Abbildung 3.19).
Ein einfaches Beispiel für das Auftreten des piezoelektrischen Effektes ist ein monokristalliner α-Quarzkristall. Der Quarzkristall besitzt eine tetragonale Struktur und kein Symmetriezentrum in Bezug auf die positiven und negativen Ionen (Abbildung 3.20). Vereinfachend formuliert, liegen der positive und negative Ladungsschwerpunkt der Ionen im Ruhezustand im Kristall übereinander. Durch eine gerichtete Krafteinwirkung auf die Struktur werden die Ladungsschwerpunkte relativ zueinander verschoben und ein polares Dipolmoment $\vec{p}$ bzw. ein elektrisches Feld $\vec{E}\,(\vec{r})$ entsteht. Jedoch weisen nicht nur monokristalline Quarzkristalle einen piezoelektrischen Effekt auf, sondern auch polykristalline Strukturen wie beispielsweise Keramiken (z. B. das für die Arbeit verwendete PZT). Dies gilt jedoch nur unter bestimmten Voraussetzungen. Daher muss für eine genauere Betrachtung zwischen den verschiedenen Materialien und den damit zusammenhängenden physikalischen Charakteristiken unterschieden werden. Prinzipiell lassen sich Dielektrika in drei Untergruppen unterteilen:

- Piezoelektrika
- Pyroelektrika
- Ferroelektrika

Bei der Verwendung von PZT ist die Unterscheidung zwischen Piezo- und Ferroelektrika von primärer Bedeutung. Alle Ferroelektrika sind sowohl pyro- als auch piezoelektrisch. Umgekehrt gilt dieser Zusammenhang jedoch nicht. Ferroelektrika weisen eine große Anzahl an physikalischen Effekten wie Piezoelektrizität [45], Pyroelektrizität [46], elektrokalorische [47], elektrooptische und katalytische Effekte [48] auf, weshalb sie Verwendung in vielen verschiedenen Anwendungsbereichen finden. Das hohe Interesse an der Anwendung beruht zudem darauf, dass ferroelektrische Keramiken in der Lage sind durch ein angelegtes elektrischen Feld große Dehnungen hervorzurufen. Dies geschieht aufgrund ihrer elektromechanischen Kopplung sowie

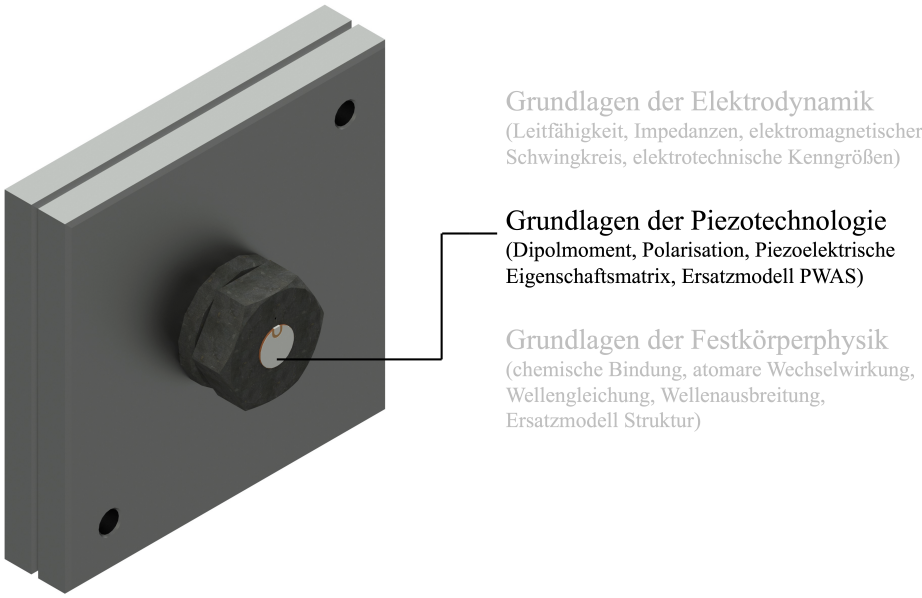


Abbildung 3.19: Themenkomplex „Grundlagen der Piezotechnologie“

der Fähigkeit, ihre Polarisation (Dipolstruktur auf atomarer Ebene) dauerhaft zu verändern [49].

Ein Quarzkristall ist ein gutes Beispiel für ein Material, welches piezoelektrisch, jedoch nicht ferroelektrisch ist. Die Kristallstruktur weist hier mehrere polare Achsen (Abbildung 3.20 rot gepunktete Linien) auf. Die für ferroelektrische Materialien charaktieristische spontane Polarisation ist somit nicht möglich. Als spontane Polarisation wird die leichte Versetzung zwischen den Ladungsschwerpunkten der Ionen auch ohne äußeres elektrisches Feld bezeichnet. Diese kann jedoch nur dann auftreten, wenn die Kristallstruktur eine polare Achse aufweist. Besitzt eine Substanz mehrere polare Achsen, so ist diese nicht ferroelektrisch oder pyroelektrisch sondern lediglich piezoelektrisch [50]. In polykristallinen Materialien tritt der piezoelektrische Effekt ebenfalls nur dann auf, wenn das System kein makroskopisches Inversionszentrum aufweist. Dies ist dann der Fall, wenn man von jedem Atom eines Moleküls eine gerade Linie durch das Molekülzentrum ziehen kann, und hinter dem Zentrum in gleichem Abstand auf ein äquivalentes Atom trifft. Zur besseren Erklärung soll die Struktur von PZT genauer betrachtet werden. PZT ist sowohl ein Ferroelektrikum als auch ein Piezoelektrikum und besitzt, wie die meisten kommerziell verwendeten Keramiken, eine Perowskit-Struktur [51]. Das Kristallsystem von PZT muss jedoch für unterschiedliche (thermische) Energiezustände unterschieden werden. Ein wichtiger materieller Kennwert ist hierfür die Curie-Temperatur T_C. Aufgrund ihrer Bedeutung ist die Angabe auch meistens in den Datenblättern von piezoelektrischen Materialien verzeichnet. Die Kenntnis der Curie-Temperatur ist daher so wichtig, da

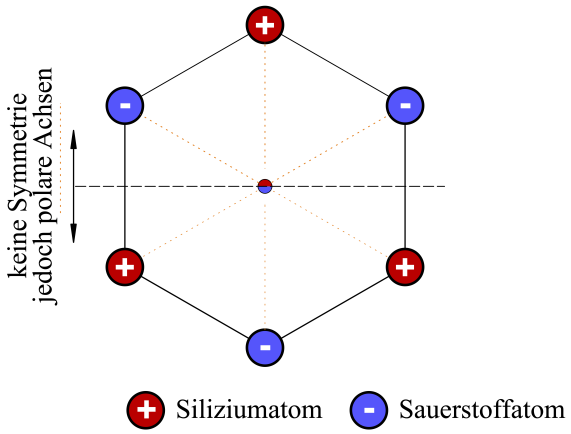


Abbildung 3.20: Schematische Darstellung eines α-Quarzkristalls

der piezoelektrische Effekt nur unterhalb dieser kritischen Temperatur auftritt. Die Curie-Temperatur kennzeichnet bei der kristallografischen Struktur der Perowskite einen Phasenübergang von einer hochsymmetrischen, kubischen Zelle zu einer niedrigsymmetrischen, tetraedrischen oder rhomboedrischen Zelle [52] [53] [54]. Wie in Abbildung 3.21 erkennbar ist, wird unterhalb von T_C aus dem kubisch flächenzentrierten Kristall ein tetragonales (oder ein rhomboedrisches) Kristallsystem. Beide Systeme sind ferroelektrisch und bilden die Grundlage des piezoelektrischen Effektes in polykristallinen Materialien. Aus der Abbildung 3.21 wird ersichtlich, dass sich einzelne Ionen (hier das Ti-Atom) aus der zentrosymmetrischen Position verschieben, weshalb es zu einer spontanen Polarisierung / Dehnung kommt [55]. Oberhalb der Curie-Temperatur geht die Struktur des Kristalls (von niedrigen T ausgehend) von einem ferroelektrischen in einen paraelektrischen Zustand über (Abbildung 3.21, mitte) [56]. Bei der Transformation von einer kubischen Elementarzelle in einer tetragonalen Konfiguration gibt es sechs mögliche Orientierungen, welche sich in der Ausrichtung der Polarisation und der Längsachse unterscheiden [57] [58]. Die sechs Minima für das Polarisationspotential rühren aus der Symmetrie der tetragonalen Einheitszelle [49]. In Abbildung 3.21 sind links jedoch bedingt durch die zweidimensionale Darstellung lediglich zwei Minima gezeichnet. Die Ausbildung eines rhomboedrischen oder tetragonalen Systems ist hierbei in Abhängigkeit des Zr/Ti – Verhältnisses sowie der Temperatur. Bei hohen Anteilen von Zirkonat überwiegt die rhomboedrische Phase, während bei titanreichen Werkstoffen die tetragonale Phase überwiegt [59]. Dieser Sachverhalt wird in der Abbildung 3.22 verdeutlicht.

Die Ausbildung eines rhomboedrischen oder tetragonalen Kristallsystems liegt darin begründet, dass sich bei geringer werdender thermischer Energie des Systems mindestens zwei „Potentialtöpfe“ neben dem Zentrum der Elementarzelle bilden (Abbildung 3.21, links). Da Materie bestrebt ist, einen möglichst energiearmen Zustand einzunehmen, wandert das sich zuvor im Zentrum befindliche Ti-Atom in das Po-

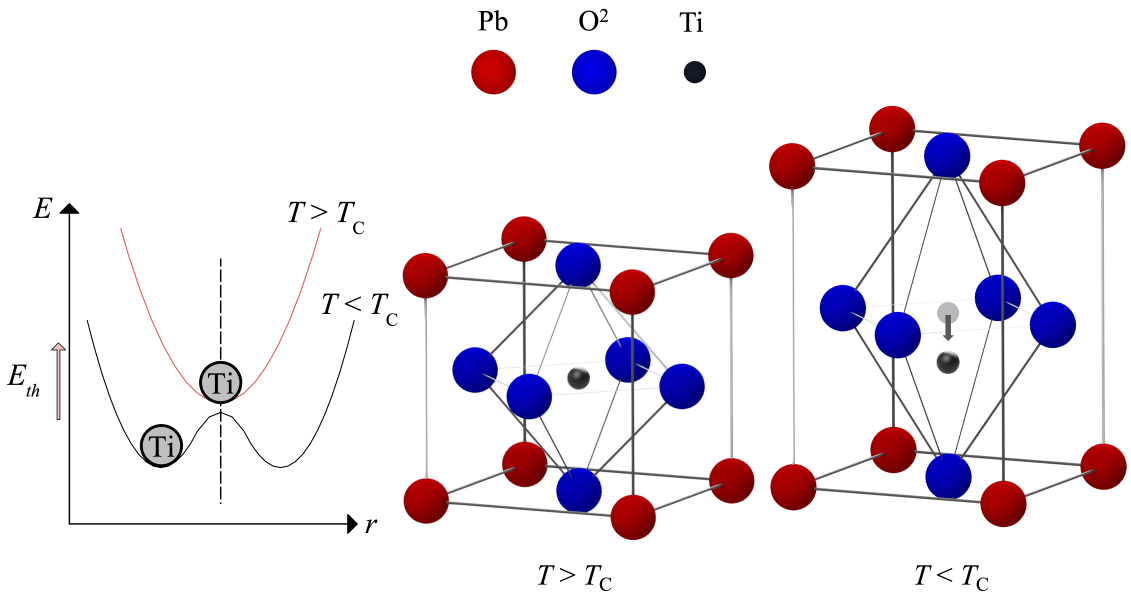


Abbildung 3.21: Schematische Kristallstruktur von PZT, Energiediagramm (links), kubisch flächenzentriertes System für $T < T_C$ (paraelektrisch, mitte), tetragonales System für $T < T_C$ (ferroelektrisch, rechts)

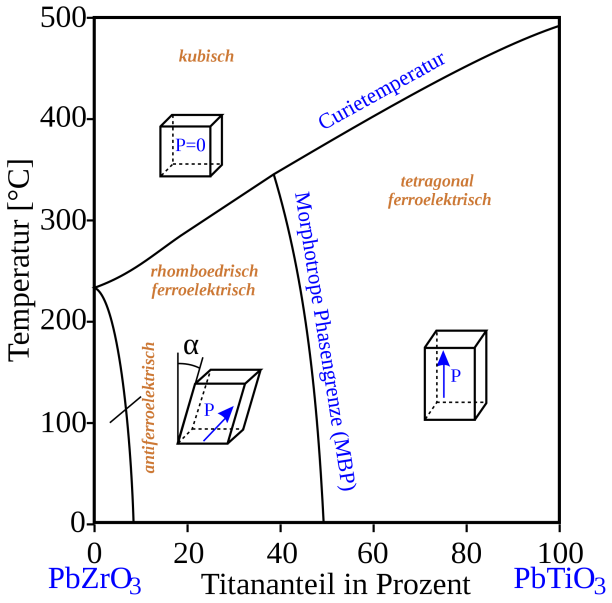


Abbildung 3.22: Phasendiagramm von PZT in Abhängigkeit von Temperatur und Mischverhältnis. P ist dabei der dielektrische Polarisationsvektor (spontane Polarisation) [60]

tentialminimum. Das hat eine spontane Polarisation zur Folge und ein permanenter elektrischer Dipol bildet sich aus. Durch die Wechselwirkung zwischen Dipolen vieler Ti-Oktaeder resultiert die Auslenkung benachbarter Elementarzellen in gleicher Richtung (Nahordnung). Einen Bereich parallelausgerichteter Dipole bezeichnet man auch als Domäne. Trotz der Bildung mikroskopischer Dipolmomente resultiert bei Summation kein makroskopisches Dipolmoment, da sich alle Dipolmomente durch die statistische Verteilung in der gesamten Struktur gegenseitig relativieren. Polykristalline Strukturen werden daher vor Verwendung durch eine große elektrische Spannung gepolt. Durch den großen Potentialunterschied richten sich alle Domänen parallel zueinander aus. Wird die Spannung entfernt, bleibt die parallele Ausrichtung der Dipolmomente weitestgehend erhalten, sodass eine remanente Dehnung sowie eine remanente Polung erhalten bleibt (Abbildung 3.23). Mehr zu der Entstehung des elektrischen Dipolmomentes in Unterabschnitt 3.2.1. Abbildung 3.24 zeigt schematisch die Hysterese der Polarisation eines Ferroelektrikums. Bei der erstmaligen Polung (Linie A-B) wird an dem Ferroelektrikums ein elektrisches Feld angelegt, welches größer ist als die Koerzitivfeldstärke E_c. Die Koerzitivfeldstärke liegt bei PZT im kV/mm Bereich und ist dem entsprechend sehr groß. Wird nach der Polarisation das elektrische Feld abgeschaltet, bleibt eine Dehnung sowie eine remanente Polarisation P_R zurück (Punkt C), (Abbildung 3.25). Bliebe das externe elektrische Feld unterhalb E_c, so wäre der Vorgang reversibel und die Polarisation sänke wieder gegen Null (Punkt A), wenn das elektrische Feld abgeschaltet würde. Für eine Umpolung (Strecke C-D) muss abermals die Koerzitivfeldstärke $-E_c$ überschritten werden. Das Ti-Atom wandert dadurch in die Nähe des gegenüberliegenden Potentialminimums (Punkt D). Nach Entfernen des elektrischen Feldes bleibt auch hier eine remanente Polarisation $-P_R$ zurück. Zu erwähnen ist jedoch, dass bei dem Umpolungsprozess das Ti-Atom nicht das Zentrum der Zelle durchläuft, sondern über eine flat-Zelle von der up-Zelle in eine down-Zelle übergeht [57]. Bei der Betrachtung der Prozesse im Anwendungsfall kann zwischen zwei Fällen unterschieden werden. Wird bei Verwendung die Koerzitivfeldstärke überschritten, ist häufig von einem Großsignalverhalten die Rede $\left(E \approx \frac{kV}{mm} > E_\mathrm{C}\right)$. In der vorliegen Arbeit wurden die PWAS jedoch nur mit einer sehr geringen Spannung betrieben, weshalb von einem Kleinsignalverhalten ausgegangen werden kann ($E \ll E_\mathrm{C}$). Im Betrieb fand daher keine Umpolung statt, sondern lediglich eine Oszillation des Ti-Atoms um das Potentialminimum herum (Abbildung 3.26). Der Bereich ist in Abbildung 3.24 durch eine rote Linie mit je einer Pfeilspitze an den Enden kenntlich gemacht.

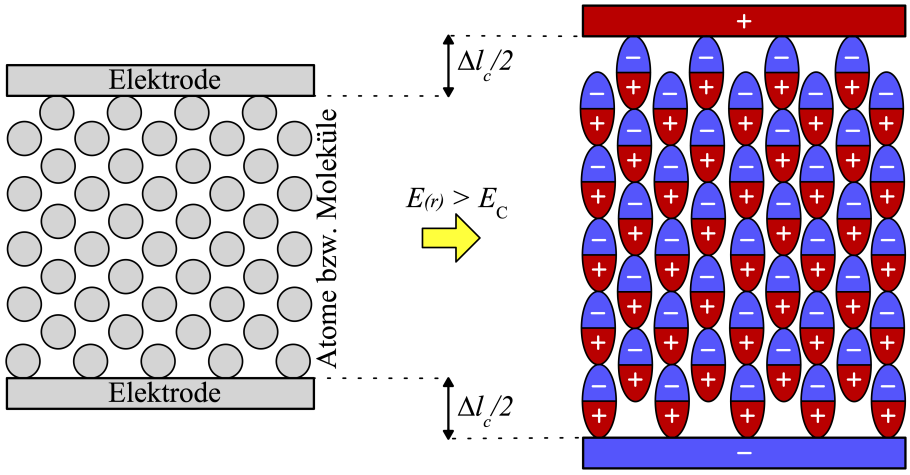


Abbildung 3.23: Schematische Darstellung der Polarisation bei elektrischen Feldern $E(r) > E_C$ (Strecke A-B in Abbildung 3.24)

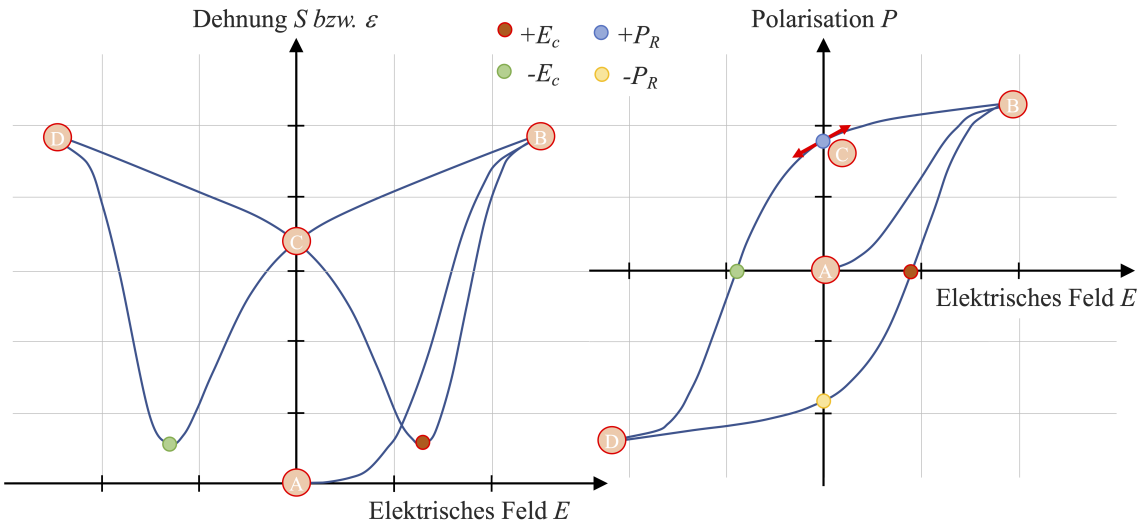


Abbildung 3.24: Schematische Darstellung der Schmetterlingshysterese (links) und Polarisationshysterese (rechts)

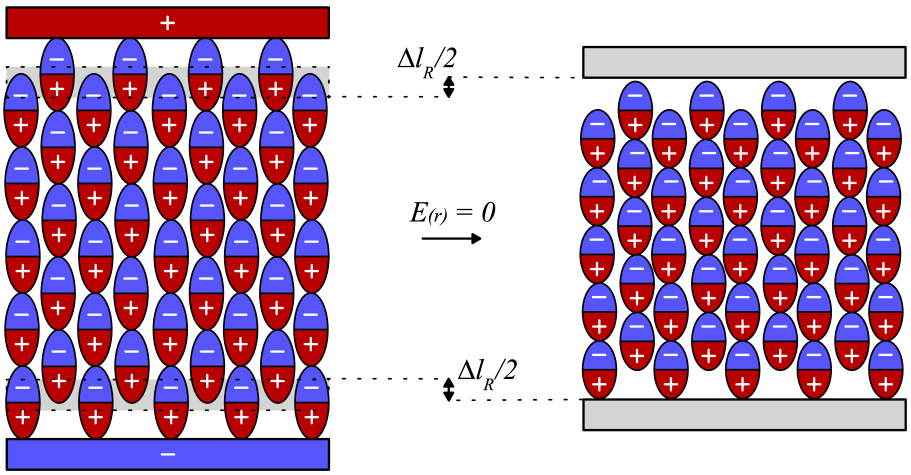


Abbildung 3.25: Schematische Darstellung der remanenten Dehnung / Polarisation nach Polung (Strecke B-C in Abbildung 3.24)

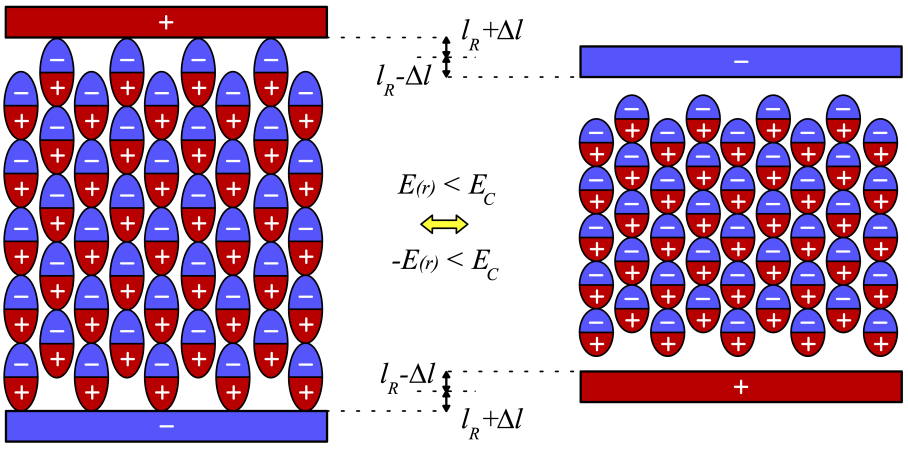


Abbildung 3.26: Schematische Darstellung des Kleinsignalverhaltes nach Polarisiation (Strecke mit rotem Doppelpfeil um den Punkt C in Abbildung 3.24)

3.2.1 Dipolmoment

Als Beispiel wird ein einzelner, monokristalliner α-Quarzkristall (SiO_2) herangezogen. Die Vereinfachung erlaubt eine übersichtliche Darstellung des piezoelektrischen Effektes und der Entstehung eines Dipolmomentes. Ein α-Quarzkristall besteht aus einem Siliciumatom (Si) und zwei Sauerstoffatomen (O) und weist durch seine Kristallstruktur piezoelektrische Eigenschaften auf. Obwohl die Atome durch die gleiche Anzahl von Protonen und Elektronen neutral erscheinen, werden sie bei einer Bindung zu Ionen. Atome streben bei einer Verbindung die Vollständigkeit ihrer Valenzschale durch Elektronen an (Oktettregel – i.d.R. acht Valenzelektronen). Je geringer die Hautgruppe des Atoms, also die Anzahl an Valenzelektronen, desto geringer ist die Ionisierungsenergie. Die Elektronen werden leichter bei einer Bindung abgegeben und von Atomen mit einer höherer Elektronegativität aufgenommen.

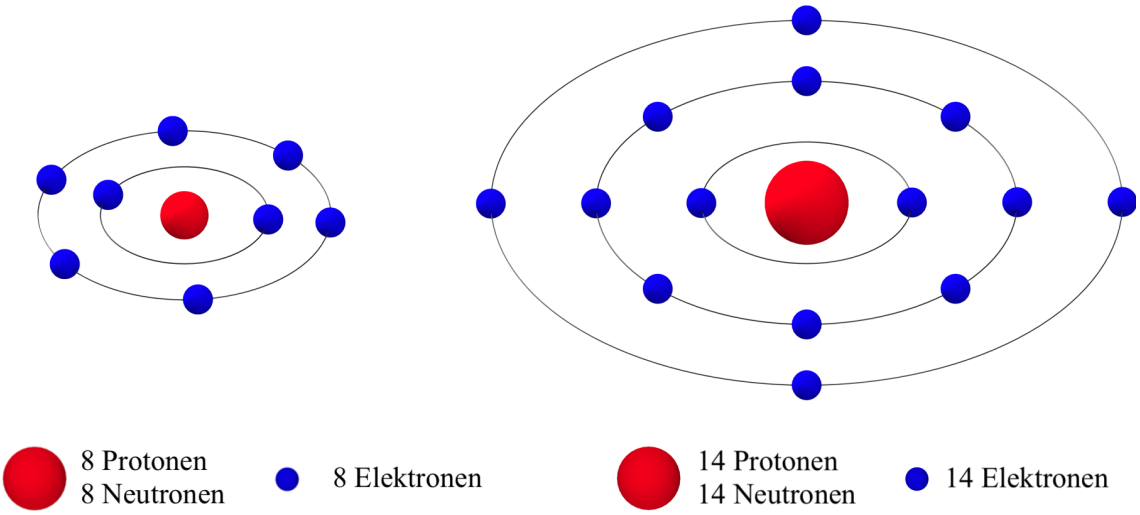


Abbildung 3.27: Nukleonen- und Elektronenzusammensetzung eines Silicium- und Sauerstoffatoms

Ein Siliciumatom befindet sich im Periodensystem in der Hauptgruppe 4 und hat vier Valenzelektronen. Um die Oktettregel zu erfüllen, fehlen noch weitere vier Elektronen. Das Sauerstoffatom hingegen besitzt sechs Außenelektronen und benötigt zwei weitere zur Vervollständigung der Außenbahn. Sauerstoff ist daher sehr elektronegativ. Beide Atome sind schematisch mit Hilfe des Bohrschen Atommodells in Abbildung 3.27 dargestellt. Wie in Abschnitt 3.1 gezeigt, befinden sich die Elektronen nicht auf konzentrisch verlaufenden Bahnen, sondern in Orbitalen. Durch die Atombindung zu Siliciumdioxid gewinnt das Sauerstoffatom einen Elektronenüberschuss und das Siliciumatom einen Protonenüberschuss. Das Sauerstoffatom erscheint negativ und das Siliciumatom dagegen positiv.

Durch die aus der Kraft F_x entstehende Polarisation resultiert eine messbare elektrische Spannung. Dieser physikalische Vorgang wird auch direkter piezoelektrischer Effekt genannt (Abbildung 3.28).

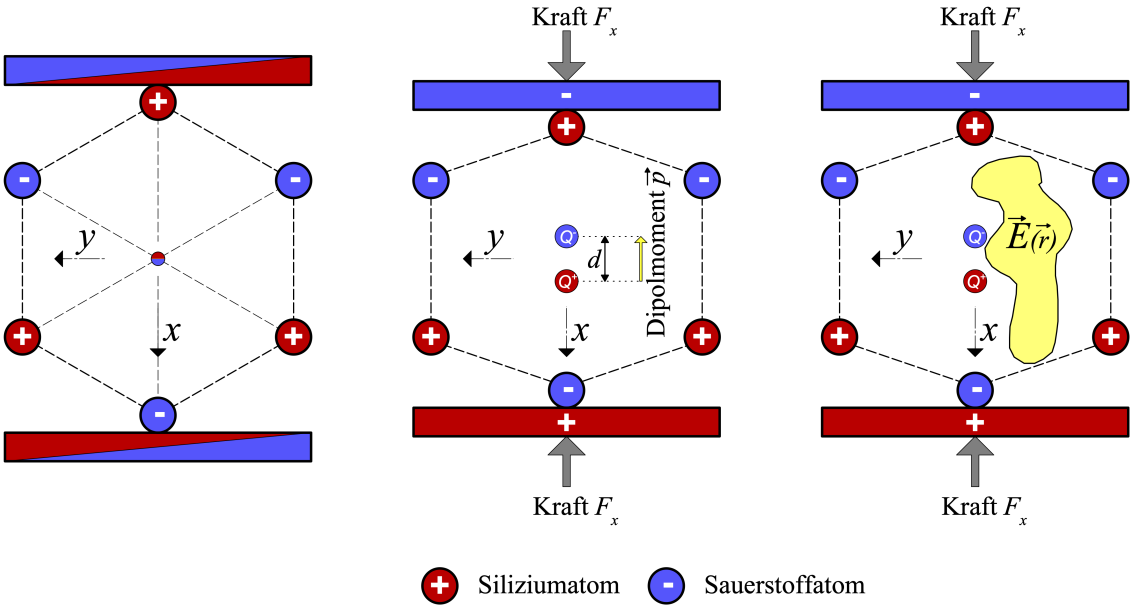


Abbildung 3.28: Direkter piezoelektrischer Effekt am Beispiel eines α - Quarzkristall (SiO_2) (zweidimensionale Darstellung) [4]

Der Effekt funktioniert aber auch in umgekehrter Reihenfolge. Durch das Anlegen eines elektrischen Feldes $\vec{E}\,(\vec{r})$ werden die Ladungsschwerpunkte Q^+ und $Q-$ relativ zueinander verschoben, wodurch eine mechanische Dehnung der Struktur resultiert. Dieser Effekt wird inverser oder reziproker piezoelektrischer Effekt genannt und wird unter anderem zur Erzeugung von Ultraschallwellen verwendet (Abbildung 3.29).

Im Nachfolgenden wird die Entstehung des elektrischen Feldes resultierend aus einem elektrischen Dipol in Anlehnung an [43] gezeigt. Wie in Abbildung 3.30 zu sehen ist, liegt der Punkt P auf der Achse des Dipols. In der Herleitung werden die beiden Ladungsschwerpunkte Q^+ und Q^- als Punktladungen angenommen. Zur Berechnung des elektrischen Feldes kann das Superpositionsprinzip angewendet werden.

$$E = E_{(+)} + E_{(-)} \tag{3.78}$$

Durch die Addition der elektrischen Felder ergibt sich:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q^+}{{r_+}^2} + \frac{Q^-}{{r_-}^2}\right) \tag{3.79}$$

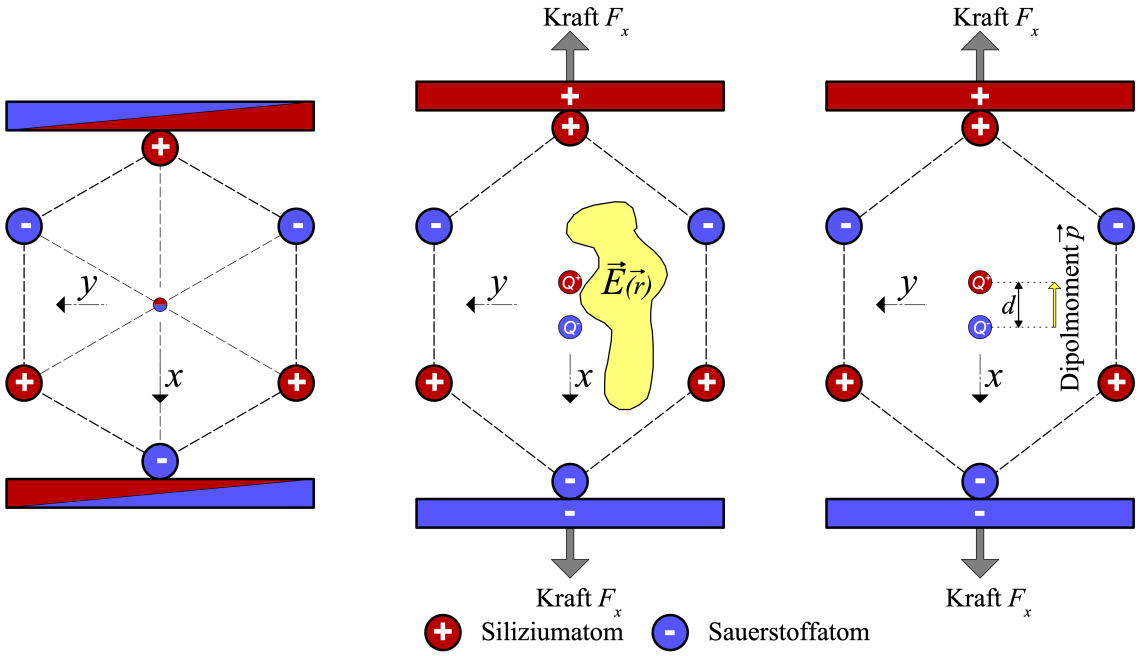


Abbildung 3.29: Inverser / reziproker piezoelektrischer Effekt am Beispiel eines α - Quarzkristall (SiO_2) (zweidimensionale Darstellung)

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(z-\frac{1}{2}d\right)^2}-\frac{1}{\left(z+\frac{1}{2}d\right)^2}\right] \tag{3.80}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{z^2\left(1-\frac{d}{2z}\right)^2}-\frac{1}{z^2\left(1+\frac{d}{2z}\right)^2}\right] \tag{3.81}$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left[\left(1-\frac{d}{2z}\right)^{-2}-\left(1+\frac{d}{2z}\right)^{-2}\right] \tag{3.82}$$

Zumeist ist jedoch nur das elektrische Feld in großer Entfernung zum Dipol von Interesse ($z \gg d$). Für das Fernfeld $\left(\frac{d}{2z} \ll 1\right)$ folgt mit

$$\left(1-\frac{d}{2z}\right)^{-2} \approx 1+\frac{d}{z} \tag{3.83}$$

schließlich

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\left[1+\frac{d}{z}-1+\frac{d}{z}\right] \tag{3.84}$$

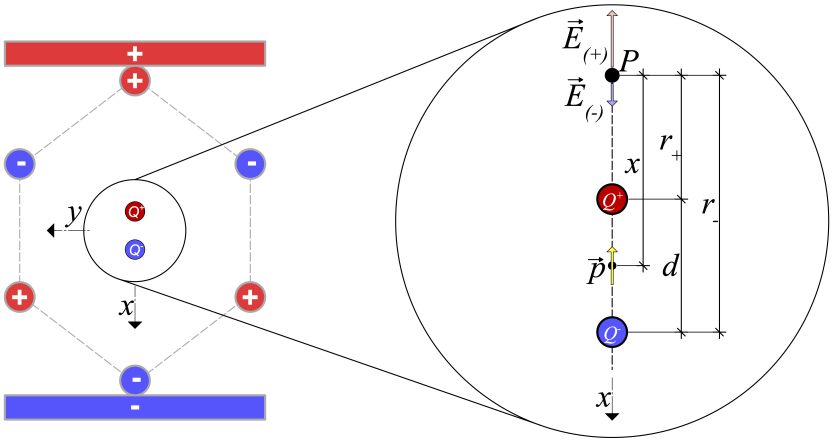


Abbildung 3.30: Herleitung des elektrischen Feldes eines elektrischen Dipols

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}\frac{2d}{z} \tag{3.85}$$

$$= \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Qd}{z^3} \tag{3.86}$$

Das Dipolmoment $\vec{p}$ ist charakterisiert als das Produkt aus dem Betrag der elektrischen Ladungen sowie deren Abstand zueinander. Mit

$$\vec{p} = Qd \cdot \vec{e}_l \tag{3.87}$$

resultiert

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p}{z^3} \tag{3.88}$$

Die Herleitung soll den Zusammenhang zwischen Polarisation, Dipolmoment und dem damit verbundenen elektrischen Feld verdeutlichen. Es ist erkennbar, dass durch mechanischen Druck auf die Gitterstruktur eine Verschiebung der Ladungsschwerpunkte Q^- und Q^+ resultiert. Das dadurch erzeugte Dipolmoment p verursacht ein elektrisches Feld (direkter piezoelektrische Effekt, Abbildung 3.28). Der inverse piezoelektrische Effekt entsteht durch Anlegen eines elektrischen Feldes, woraus ein Dipolmoment mit gleichzeitiger mechanischer Deformation der Gitterstruktur entsteht (Abbildung 3.29).

3.2.2 Polarisation in dielektrischen Medien

In einem Dielektrikum erzeugt ein (äußeres) elektrisches Feld eine Polarisation $\vec{P}$. Die Polarisation zeichnet sich dadurch aus, dass die atomaren oder molekularen Dipole in dem elektrischen Feld in Abhängigkeit der angelegten Frequenz ausgerichtet bzw. orientiert werden. Der Einfluss eines elektrischen Feldes auf einen Festkörper kann sehr komplex sein und hängt stark von den mit den spezifischen Materialeigenschaften verbundenen charakteristischen Längen- und Zeitskalen ab [50].

Prinzipiell gibt es 4 Polarisationsarten:

- Raumladungspolarisation (10^{-4} Hz $< \nu < 10^{-2}$ Hz)

  Für eine Raumladungspolarisation müssen freie Ladungsträger in räumlich begrenzten Bereichen vorhanden sein. Man spricht auch von einer inhomogenen Ladungsverteilung. Die Polarisationsvariante kann beispielsweise an Korngrenzen zwischen leitfähigen und isolierenden Körnern oder Domänengrenzen auftreten.

- Orientierungspolarisation ($\nu < 10^{10}$ Hz)

  Orientierungspolarisation tritt in einem Dielektrikum dann auf, wenn die Materie polare Moleküle aufweist, oder anderes ausgedrückt, wenn ein permanentes Dipolmoment vorhanden ist. Solche Moleküle findet man beispielsweise in Fluiden sowie Ferroelektrika (z. B. $BaTiO_3$ oder PZT). Durch das elektrische Feld werden die vorhandenen Dipole orientiert bzw. den Feldlinien (Abbildung 3.11 gelbe Linien) entlang ausgerichtet. Die Neuorientierung wird jedoch bei zunehmender thermischer Bewegung der Moleküle gestört, demnach ist die Orientierungspolarisation nicht nur frequenz- sondern auch temperaturabhängig.

- Ionenpolarisation (10^{11} Hz $< \nu < 10^{13}$ Hz)

  Hierbei bewirkt das elektrische Feld eine Verschiebung der negativen und positiven Ladungsschwerpunkte (vgl. Abbildung 3.29). In dem Kristall schwingen die negativ und positiv geladenen Ionen gegeneinander [50].

- Elektronenpolarisation (10^{14} Hz $< \nu < 10^{15}$ Hz)

  Bei der Elektronenpolarisation werden die elektrischen Ladungen der Teilchen (Protonen $+e$, Elektronen $-e$) gegeneinander verschoben. Dadurch entsteht eine Polarisation.

In der Realität findet oftmals eine Überlagerung vieler Polarisationsarten statt (Abbildung 3.31). Dadurch ergibt sich die gesamte elektrische Suszeptibilität aus der Summation der Einzelbeträge der Polarisationsarten [61]:

$$\chi_e = \chi_{Rl} + \chi_{or} + \chi_{ion} + \chi_{el} \tag{3.89}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_{Rl} + \chi_{or} + \chi_{ion} + \chi_{el} \tag{3.90}$$

Bei der Raumladungs- und Orientierungspolarisation handelt es sich um Relaxationsmechanismen, welche beide eine Temperaturabhängigkeit aufweisen. Elektronen- und Ionenpolarisation können als Verschiebungspolarisation zusammenfasst werden, sind weitestgehend temperaturunabhängig und liegen Resonanzphänomenen zugrunde [61]. Abbildung 3.31 zeigt die schematische Darstellung der Frequenzabhängigkeit der Permittivität eines polaren Kristalls. Hier wird ersichtlich, dass bei größer werdenden Frequenzen immer mehr Polarisationsarten ausfallen.

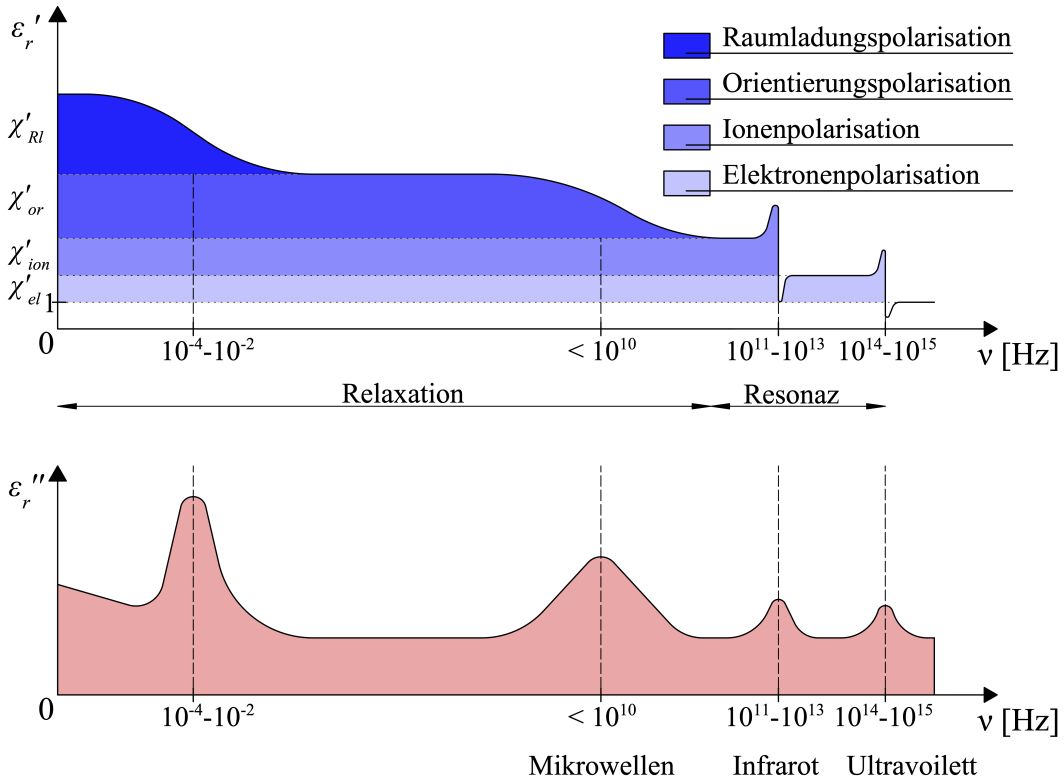


Abbildung 3.31: Schematische Darstellung der Frequenzabhängigkeit der Permittivität eines polaren Kristalls

Die Polarisation ist folglich frequenzabhängig. Dies liegt darin begründet, dass alle Polarisationsarten mit Umlagerungen auf atomarer Ebene verbunden sind. Diese Prozesse sind stark zeitabhängig. Ist die angelegte Frequenz zu hoch, können manche Polarisationsarten dem elektrischen Feld nicht mehr folgen. In den Grenzgebieten

verursacht der Ausfall hohe dielektrische Verluste δ und die elektromagnetische Feldenergie wird dadurch in Wärme umgewandelt (Vergleich: Mikrowellenherd / H_2O-Moleküle / Ausfall Orientierungspolarisation / Wärme). Die Permittivität besteht aus einem Realteil ε_r' und einem Imaginärteil ε_r'' und ist folglich eine komplexwertige Größe.

$$\underline{\varepsilon_r} = \varepsilon_r' + \varepsilon_r'' \tag{3.91}$$

Der Ausfall einer Polarisation ist gekennzeichnet durch hohe dielektrische Verluste. Der Imaginärteil ε_r'' der komplexen relativen Permittivität ist in den Grenzgebieten überdurchschnittlich hoch. In den oben aufgeführten Polarisationsarten ist das jeweilige Grenzgebiet in Abbildung 3.31 hinzugefügt. Dabei handelt es sich um eine ungefähre Angabe des Ausfalls, dessen genau Lage von den spezifischen Eigenschaften des betrachteten Festkörpers abhängt. Das Verhältnis zwischen dem Realteil und dem Imaginärteil der Permittivität ist ein wichtiges Maß für die Qualität eines PWAS. Oftmals wird in den Datenblättern ein Verlustfaktor

$$\tan(\delta) = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'} = \frac{1}{Q} \tag{3.92}$$

angegeben. Der Qualitätsfaktor Q definiert das Verhältnis von gespeicherter und verlorener Energie. Im Allgemeinen lässt sich feststellen, dass mit einer höheren Polarisation ein größerer Verlustfaktor einher geht.

In den vorherigen Kapiteln wurde erläutert, dass die Kapazität (des PWAS) einen wesentlichen Einfluss auf die elektromechanischen Impedanzspektren hat. Die Gleichung 3.35 zeigt den Zusammenhang zwischen Kapazität und Permittivität eines Dielektrikums. Darauf aufbauend wird im Nachfolgenden der Zusammenhang zwischen Polarisation, Kapazität und Permittivität verdeutlicht. Zur Veranschaulichung des Polarisationsprinzips ist in Abbildung 3.32 eine visualisierte Darstellung des Probekörpers und in Abbildung 3.33 eine schematische Darstellung der Polarisation gezeigt. Anmerkung: Die Darstellung in Abbildung 3.33 dient zur Veranschaulichung des Polarisationsprinzips und gibt nicht den bei dem Messvorgang tatsächlich vorgehenden Prozess wieder, da bereits zu Beginn der experimentellen Versuche eine remanente Polarisation innerhalb des PWAS vorlag (siehe Abschnitt 3.2). Die Abbildung 3.32 zeigt zwei PWAS, wovon eines am Schraubenkopf und eines am Schraubenende befestigt ist. Beide PWAS wurden in den Versuchen einzeln voneinander betrieben und angeregt. Die Abbildung 3.33 zeigt links der Symmetrieachse die Situationen des PWAS ohne angelegte elektrische Spannung und rechts der Achse mit angelegter elektrischer Spannung und der daraus resultierenden Polarisation des Dielektrikums zwischen den Elektroden.

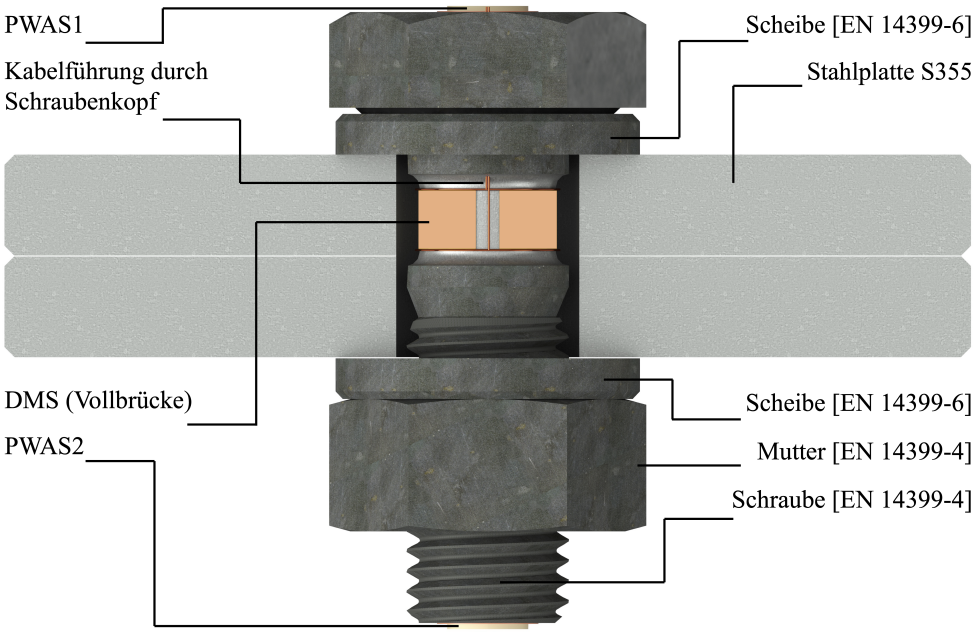


Abbildung 3.32: Visualisierung einer M16x50 HV-Garnitur mit halbseitig entfernter Platte

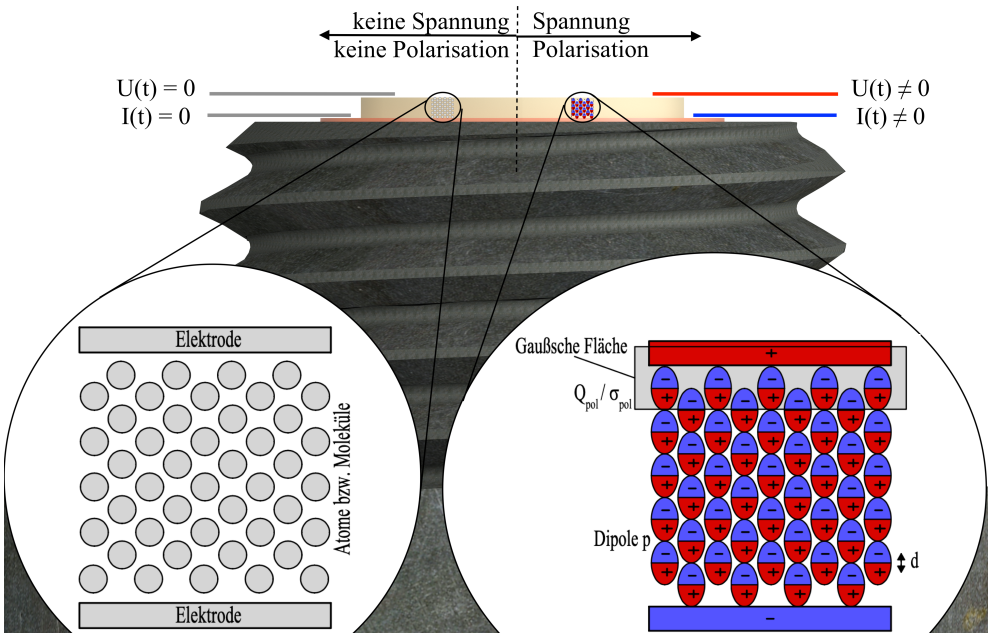


Abbildung 3.33: Polarisation und Entstehung von Dipolen in einem Dielektrikum durch ein äußeres elektrisches Feld

Die Wechselwirkung zwischen elektromagnetischen Feldern und Festkörper kann sowohl auf mikroskopischer als auch auf makroskopischer Ebene erfolgen [62]. Die Polarisation ist in Abhängigkeit des im Atom wirkenden elektrischen Feldes. Dieses lokale elektrische Feld E_{lok} ist das aktuelle Feld am Ort eines Atoms, das durch das resultierende Feld aller Dipole sowie ein äußeres Feld erzeugt wird [33]. Das lokale Feld setzt sich zusammen aus dem von außen angelegten elektrischen Feld E_a, dem durch die Polarisationsladungen auf der Oberfläche des Dielektrikums erzeugten Polarisationsfeldes E_p (Entelektrisierungsfeld), dem Lorentzfeld E_L sowie dem von der Symmetrie des Kristalls abhängigen Feldes E_i.

$$E_{lok} = E_a + E_p + E_L + E_i \tag{3.93}$$

Bei allen kubischen Gittern ist $E_i = 0$ [33]. Dies wäre beispielsweise bei $BaTiO_3$ oder PZT für $T > T_C$ der Fall (Abbildung 3.21, mitte). Die Polarisation $\vec{P}$ wird als die Vektorsumme aller Dipolmomente pro Volumeneinheit bezeichnet.

$$\vec{P} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{p}_i \tag{3.94}$$

Für den Fall, dass N Dipole $\vec{p}_i$ gleich orientiert sind, folgt mit

$$n = \frac{N}{V} \tag{3.95}$$

$$\vec{P} = \frac{1}{V} N \vec{p} \tag{3.96}$$

$$= n\vec{p} \tag{3.97}$$

$$= n\varepsilon_0 \alpha \vec{E}_{lok}, \tag{3.98}$$

wobei α die atomare Polarisierbarkeit und $\vec{p}$ das Dipolmoment aus Gleichung 3.87 kennzeichnet. Die Gleichung 3.98 ist die quantitative Beschreibung für die Polarisation auf mikroskopischer Ebene. Mit Hilfe der elektrischen Suszeptibilität χ_e kann der Zusammenhang zwischen der elektrischen Polarisierung eines Materials durch Anlegen eines elektrischen Feldes beschrieben werden. Dadurch wird Gleichung 3.98 mit

$$\chi_e = \frac{n\alpha}{\varepsilon_0} \tag{3.99}$$

zu der Beschreibung der Polarisation auf makroskopischer Ebene:

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}_{diel} \tag{3.100}$$

Durch die Polarisation entsteht an den Elektroden der PWAS eine Ladung Q_{pol}. Die Ladung erzeugt eine Oberflächenladungsdichte σ_{pol} (Abbildung 3.33):

$$\sigma_{pol} = \frac{Q_{pol}}{A} \tag{3.101}$$
$$= \frac{nqdA}{A} \tag{3.102}$$
$$= P \tag{3.103}$$

Mit Hilfe des Gaußschen Satzes kann das elektrische Feld an den Elektroden des PWAS berechnet werden.

$$\Phi_e = \frac{Q + Q_{pol}}{\varepsilon_0} \tag{3.104}$$
$$\oint \vec{E}_{diel} \cdot d\vec{A} = \frac{Q + Q_{pol}}{\varepsilon_0} \tag{3.105}$$
$$E_{diel} A = \frac{Q + Q_{pol}}{\varepsilon_0} \tag{3.106}$$
$$E_{diel} = \frac{Q + Q_{pol}}{A\varepsilon_0} \tag{3.107}$$
$$= \frac{\sigma + \sigma_{pol}}{\varepsilon_0} \tag{3.108}$$
$$= E_a - \frac{P}{\varepsilon_0} \tag{3.109}$$
$$= E_a - E_p \tag{3.110}$$

Es wird ersichtlich, dass durch die Oberflächenladungsdichte das elektrische Feld mit Dielektrikum um den Faktor $E_p = -\frac{P}{\varepsilon_0}$ geringer ist als im ursprünglichen Feld ohne Dielektrikum. Das Lorentzfeld ergibt sich nach [33] mit

$$|E_L(0)| = \frac{1}{3\pi\varepsilon_0} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \frac{P\cos(\vartheta)}{r^3} r\cos(\vartheta)\, r^2 \sin(\vartheta)\, d\vartheta d\varphi = \frac{1}{3\varepsilon_0} P \tag{3.111}$$

Nach Gleichung 3.93 kann damit das lokale elektrische Feld für homogene Körper mit kubischer Symmetrie quantifiziert werden:

$$E_{lok} = E_a - \frac{P}{\varepsilon_0} + \frac{1}{3\varepsilon_0}P = E_{Diel}\left(1 + \frac{\chi_e}{3}\right) \tag{3.112}$$

Nachdem der Zusammenhang zwischen dem lokalen elektrischen Feld und dem externen elektrischen Feld gezeigt wurde, wird nachfolgend der Zusammenhang zwischen der Permittivität, der Polarisation sowie dem Polarisationsfaktor erläutert. Zum Verständnis des Zusammenhangs kann die Polarisation auf mikroskopischer (Gleichung 3.98) und auf makroskopischer (Gleichung 3.100) Ebene gegenübergestellt werden:

$$n\alpha\vec{E}_{lok} = \chi_e\varepsilon_0\vec{E}_{diel} \tag{3.113}$$

Wird nach der elektrischen Suszeptibilität χ_e aufgelöst, resultiert:

$$\chi_e = \frac{n\alpha\vec{E}_{lok}}{\varepsilon_0\vec{E}_{diel}} \tag{3.114}$$

Mit Gleichung 3.110 und Gleichung 3.112 für $\vec{E}_{diel}$ und $\vec{E}_{lok}$ wird aus Gleichung 3.114

$$\chi_e = \frac{n\alpha\left(E_a - \frac{P}{\varepsilon_0} + \frac{1}{3\varepsilon_0}P\right)}{\varepsilon_0\left(E_a - \frac{P}{\varepsilon_0}\right)} \tag{3.115}$$

Weiterhin kann die elektrische Suszeptibilität durch den Polarisationsfaktor α ausgedrückt werden.

$$\chi_e = \frac{\alpha n}{\varepsilon_0 - \frac{\alpha n}{3}} \tag{3.116}$$

Der Zusammenhang zwischen der Permittivität und der elektrischen Suszeptibilität ist wie folgt gegeben. Es gilt

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e \tag{3.117}$$

und

$$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r \tag{3.118}$$

Durch Zusammenführung der Gleichung 3.117 und Gleichung 3.116 und Trennung der Parameter α und ε_r resultiert die Clausius-Mosotti-Relation [33].

$$\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} = \frac{\alpha n}{3\varepsilon_0} \tag{3.119}$$

Mit Hilfe dieser Beziehung kann aus der gemessenen dielektrischen Funktion eine Aussage über die Polarisierbarkeit der Gitteratome gewonnen werden. Darüber hinaus ist es möglich, aus dem bekannten äußeren elektrischen Feld das lokale elektrische Feld zu berechnen [50]. Im Weiteren soll ein kurzer komprimierter Überblick über die Entstehung der wesentlichsten Polarisationsarten erfolgen. Für einen umfassenden Überblick sei auf die Fachliteratur von [50], [62] und [42] verwiesen.

Elektronenpolarisation

Bei der Elektronenpolarisation resultiert die Polarisation daraus, dass die Elektronenwolken der Gitteratome in einem angelegten elektrischen Feld gegenüber dem positiv geladenen Atomkern aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt werden [50]. Wie später auch bei der Ionenpolarisation kann auch hier das Lorentzsche Oszillator-Modell herangezogen werden [63]. Es resultiert eine periodische Schwingung bedingt durch die relativ kleine Auslenkung und der linearen Rückstellkraft [33]. Es gilt, dass sich für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage jedes physikalische System wie ein harmonischer Oszillator verhält. Für kleine Auslenkungen aus der Ruhelage, kann die Energie E entwickelt werden:

$$E(x) = E(x_0) + \left.\frac{\partial E}{\partial x}\right|_{x_0} (x - x_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right|_{x_0} (x - x_0)^2 + ... \tag{3.120}$$

Der erste Term ist konstant und der zweite Term verschwindet im Minimum. Definiert man die Stelle $x_0 = 0$ so resultiert:

$$E(x) \approx E(0) + \left.\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right|_{x_0} x^2 \tag{3.121}$$

Damit ist die rücktreibende Kraft F wie folgt definiert.

$$F = -\frac{\partial E}{\partial x} = -\left.\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}\right|_0 x \tag{3.122}$$

Die rücktreibende Kraft ist damit proportional zur Auslenkung. Durch die Vereinfachung einer harmonischen Oszillation kann das System mit Hilfe des Lorentzschen Oszillator-Modells beschrieben werden:

$$m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + m\delta\frac{\partial x}{\partial t} + m\omega_0^2 x = -eE_0 e^{i\omega t} \tag{3.123}$$

Dabei ist $m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ die Trägheitskraft, $m\delta\frac{\partial x}{\partial t}$ die Reibungskraft, $m\omega_0^2 x$ die Federkraft, e die Elementarladung und $E_0 e^{i\omega t}$ das elektrische Feld. Die Gleichung 3.123 kann nach dem Weg umgeformt werden zu

$$x\,(t) = -\frac{eE_0 e^{-i\omega t}}{m\,({\omega_0}^2 - \omega^2) - i\delta\omega} \tag{3.124}$$

Da durch die Auslenkung x ein elektrisches Dipolmoment $p_{el} = -ex$ entsteht, kann die frequenzabhängige Polarisierbarkeit $\alpha_{el}(\omega)$ wie folgt geschrieben werden [50]:

$$\alpha_{el}(\omega) = \frac{e^2}{m}\frac{1}{{\omega_0}^2 - \omega^2 - i\delta\omega} \tag{3.125}$$

Für $n_V = N/V$ Atome pro Volumeneinheit resultiert die elektrische Polarisation:

$$P_{el} = n_V \varepsilon_0 \alpha_{el} E_{lok}(t) \tag{3.126}$$

Dies entspricht dem Inhalt von Gleichung 3.98, welche die mikroskopische Polarisation beschreibt.

Ionenpolarisation

Die Ionenpolarisation bildet zusammen mit der Elektronenpolarisation die gesamte Polarisation in einem Ionenkristall [33]. Bei der Ionenpolarisation werden in den Kristallen in einem angelegten elektrischen Feld die negativen und positiven Ladungsschwerpunkte relativ zueinander verschoben. Zur Berechnung der Permittivität kann wieder das Lorentzsche Oszillator-Modell zu Hilfe genommen werden:

$$\mu\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \mu\delta\frac{\partial x}{\partial t} + \mu{\omega_0}^2 u = qE_{lok} \tag{3.127}$$

Dabei ist μ die reduzierte Masse des Ionenpaares, x die relative Verschiebung zwischen den beiden Untergittern und δ die Dämpfung zur Berücksichtigung der endlichen Lebensdauer der optischen Phononen. Mit $E_{lok}(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ folgt die stationäre Lösung:

$$\underline{x}(t) = \frac{qE_0 e^{-i\omega t}}{\mu\left({\omega_0}^2 - \omega^2\right) - i\delta\omega} \tag{3.128}$$

Die frequenzabhängige Gesamtpolarisation in Ionenkristallen ergibt sich aus der Summe der elektrischen sowie der ionischen Polarisation [62]:

$$P(t) = P_{el} + P_{ion} \tag{3.129}$$
$$= n_V \varepsilon_0 \alpha_{el} E_{lok}(t) + nqx(t) \tag{3.130}$$

Orientierungspolarisation

Eine Orientierungspolarisation kann nur in Substanzen mit einem permanenten elektrischen Dipol stattfinden [64]. Die elektrischen Dipole sind im System unterschiedlich angeordnet und können durch Anlegen eines äußeren elektrischen Feldes orientiert werden [50]. Der Neuorientierung der vorhandenen Dipole können jedoch zwei Faktoren entgegenwirken, die Temperatur sowie die Dynamik der Orientierungsprozesse. Die Dynamik der Orientierungsprozesse wird in der Arbeit jedoch nicht behandelt.

Temperatur: Mit steigender Temperatur nimmt auch die Brownsche Molekularbewegung zu, da die Brownsche Bewegung eine direkte Evidenz dafür ist, dass Wärme die ungeordnete Bewegung der Atome ist [65]. Die zunehmende Bewegung hindert bzw. erschwert die Dipole an der parallelen Ausrichtung zum elektrischen Feld. Eine größere thermische Bewegung bewirkt also eine „beharrlichere“ Gleichverteilung der Dipolrichtungen. Eine Ausrichtung der Dipole durch ein äußeres elektrisches Feld wird dadurch zunehmend schwieriger. Das Problem kann folgendermaßen veranschaulicht werden: In einem Festkörper mit permanenten elektrischen Dipolen übt ein elektrisches Feld ein Drehmoment

$$\vec{D} = -\vec{p} \times \vec{E} \tag{3.131}$$

aus, welches versucht, die Dipole in Feldrichtung auszurichten [33]. Die Wechselwirkungsenergie ist die potenzielle Energie eines Dipols im elektrischen Feld:

$$E_{pot} = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE\cos(\vartheta), \tag{3.132}$$

wobei ϑ den Winkel zwischen Dipolmoment und elektrischem Feld beschreibt. Die Wahrscheinlichkeit, dass frei rotierende Dipole den Winkel ϑ einnehmen, ist durch die Boltzmann-Verteilung

$$e^{-\frac{E_{pot}}{k_B T}} = e^{-\frac{pE\cos(\vartheta)}{k_B T}} \tag{3.133}$$

gegeben. Der Mittelwert der Dipolkomponenten über alle Winkel ϑ ergibt sich durch:

$$\langle p_z \rangle = \frac{\int_0^\pi p\cos(\vartheta)\, e^{-\frac{pE\cos(\vartheta)}{k_B T}} \sin(\vartheta)\, d\vartheta}{\int_0^\pi e^{-\frac{pE\cos(\vartheta)}{k_B T}} \sin(\vartheta)\, d\vartheta} \tag{3.134}$$

$$= p\left[\coth\left(\frac{pE}{k_B T}\right) - \frac{k_B T}{pE}\right] \tag{3.135}$$

Die Berechnung der gemittelten makroskopischen Polarisation kann dann wie folgt ermittelt werden:

$$\langle P \rangle = n\langle p_z \rangle = np\left[\coth\left(\frac{pE}{k_B T}\right) - \frac{k_B T}{pE}\right] \tag{3.136}$$

Durch die Gleichung 3.136 wird ersichtlich, dass die Polarisation vom Verhältnis der potenziellen Energie des Dipols E_{pot} zu der thermischen Energie $E_{th} = k_B T$ abhängt. Bei großer Temperatur ($T \to \infty$) geht die Polarisation gegen 0, da durch die große thermische Energie alle Dipole gleichmäßig verteilt sind und auch gleichmäßig verteilt bleiben wollen. Ist das Verhältnis zwischen E_{pot} und E_{th} jedoch sehr klein, gilt die Langevin-Debye-Beziehung [50]:

$$P(T) = \frac{np^2 E}{3k_B T} \tag{3.137}$$

Mit Hilfe der Gleichung

$$P = \varepsilon_0 \chi_e E \tag{3.138}$$

kann die Gleichung 3.137 nach der elektrischen Suszeptibilität umgeformt werden.

$$\chi_{e,or}\left(T\right) = \frac{np^2}{3\varepsilon_0 k_\mathrm{B} T} \tag{3.139}$$

Die Gleichung 3.139 zeigt deutlich die Temperaturabhängigkeit der relativen Permittivität bei der Orientierungspolarisation. Dabei ist jedoch zu beachten, dass die Gleichung 3.139 im Allgemeinen nur für frei drehbare Moleküle gilt. Diese Konstellation ist beispielsweise in Fluiden der Fall. Der Temperaturverlauf der verbundenen Suszeptibilität entspricht dem Curie-Gesetz bei der Magnetisierung [62]. Es gibt jedoch auch Festkörper, bei denen sich die Moleküle umorientieren lassen. Hier kann die Permittivität für Zwei-Niveau-Systeme näherungsweise mit

$$\chi_{e,or}\left(T\right) = \frac{np^2}{\varepsilon_0 k_\mathrm{B} T} \tag{3.140}$$

angenommen werden [62]. Hier wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Dipole aufgrund ihrer Kristallstruktur und Gestalt lediglich zwei Gleichgewichtslagen einnehmen können, die einer Drehung um 180° entsprechen [62].

3.2.3 Piezoelektrische Eigenschaftsmatrix

Hinweis: In Unterabschnitt 3.2.3 wird in Abweichung zur restlichen Arbeit die Notation aus [66] verwendet (z. B. gilt $\sigma_m \equiv T$).

Die Piezoelektrizität ist eine Kreuzkopplung zwischen elastischen Größen (Spannung T und Dehnung S) sowie dielektrischen Größen (elektrische Flussdichte D und elektrisches Feld E). Im Nachfolgenden wird die Kopplung in piezoelektrischen Materialien mit Hilfe von linearen elektroelastischen konstitutiven Gleichungen erläutert. Nach der linearen Theorie der Piezoelektrizität [66] ist die Tensorbeziehung zur Identifizierung der Kopplung zwischen mechanischer Spannung, mechanischer Dehnung, elektrischem Feld und elektrischer Flussdichte gegeben als:

$$S_p = s_{pq}^E T_q + d_{pk} E_k \tag{3.141}$$

$$D_i = d_{iq} T_q + \varepsilon_{ik}^T E_k \tag{3.142}$$

Die Darstellung der oberen Beziehung erfolgt nach der Einstein‘schen Summenkonvention aus [67]; die Indizes bezeichnen die Richtung der Materialeigenschaft.
In Gleichung 3.141 und Gleichung 3.142 ist s_{pq}^E der Nachgiebigkeitstensor bei konstantem elektrischen Feld, T_q die mechanische Spannung in q-Richtung, d_{pk} bzw.

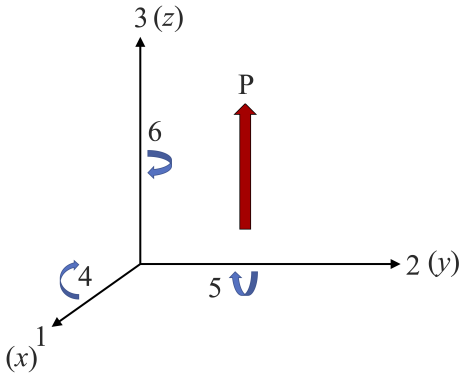


Abbildung 3.34: Orthogonales System zur Beschreibung der Eigenschaften einer polarisierten Piezokeramik

d_{iq} ein piezoelektrischer Dehnungskoeffizient, E_k das elektrische Feld in k-Richtung und ε_{ik}^T der Tensor der Permittivität unter konstanter Spannung. Die Beschreibung der Eigenschaften einer polarisierten Piezokeramik kann mit Hilfe eines orthogonalen Systems erfolgen (Abbildung 3.34). Die Tensorgrößen in Gleichung 3.141 sowie Gleichung 3.142 lassen sich dann aus Symmetriegründen reduzieren [68].
Für die mechanische Dehnung gilt [69]:

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{11}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{13}^E & s_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \cdot (s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{3.143}$$

Für die elektrische Flussdichte folgt [69]:

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{3.144}$$

Nach [70] können die piezoelektrischen Koeffizienten durch partielle Ableitungen

bestimmt werden. Im nachfolgenden wird der Zusammenhang einiger wichtiger piezoelektrischer Kenngrößen kurz erläutert.

Dielektrische Ladungskonstante d_{ij}
Die dielektrische Ladungskonstante ist ein Maß für den Einfluss der mechanischen Spannung auf die elektrische Flussdichte bei konstantem elektrischen Feld sowie den Einfluss des elektrischen Feldes auf die mechanische Dehnung bei konstanter mechanischer Spannung.

$$d_{ij} = \left(\frac{\partial S_i}{\partial E_j}\right)_{T=const} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial T_j}\right)_{E=const} \tag{3.145}$$

Elastische Nachgiebigkeit s_{ij}
Die elastische Nachgiebigkeit ist ein Maß für den Einfluss der mechanischen Spannung auf die mechanische Dehnung bei konstantem elektrischen Feld bzw. bei konstanter elektrischer Flussdichte.

$$s_{ij}^{E} = \left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j}\right)_{E=const} \tag{3.146}$$

$$s_{ij}^{D} = \left(\frac{\partial S_i}{\partial T_j}\right)_{D=const} \tag{3.147}$$

Spannungskonstante g_{ij}
Die Spannungskonstante ist ein Maß für den Einfluss der mechanischen Spannung auf das elektrische Feld bei konstanter elektrischer Flussdichte sowie den Einfluss der elektrischen Flussdichte auf die mechanische Dehnung bei konstanter mechanischer Spannung.

$$g_{ij} = \left(\frac{-\partial E_i}{\partial T_j}\right)_{D=const} = \left(\frac{\partial S_i}{\partial D_j}\right)_{T=const} \tag{3.148}$$

Oftmals wirkt der mechanische Druck sowie die mechanische Dehnung nur in eine Richtung, sodass sich die Matrizen weiter vereinfachen lassen. Der Longitudinaleffekt kann durch

$$\begin{bmatrix} S_3 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{33}^{E} & d_{33} \\ d_{33} & \varepsilon_{33}^{T} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_3 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{3.149}$$

beschrieben werden. Es wird ersichtlich, dass in diesem Fall die mechanische Belastung in Richtung der Polarisation erfolgt (3). Bei dem Transversaleffekt wirkt eine Kraft orthogonal zur Polarisationrichtung. Durch die Matrix

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11}^E & d_{31} \\ d_{31} & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1 \\ E_3 \end{bmatrix} \tag{3.150}$$

kann der Transversaleffekt abgebildet werden.

3.2.4 Ersatzmodell eines piezoelektrischen Wandlers

Um physikalische Vorgänge besser oder gar überhaupt beschreiben zu können, ist die Modellierung von Prozessen innerhalb von Strukturen durch Ersatzschaltbilder von Vorteil. Dadurch lässt sich ein Vorgang in einzelne Teilprozesse zerlegen, welche dann mit Parametern versehen werden, um in Kombination den Gesamtprozess möglichst genau abbilden zu können. Auch die Vorgänge in einem PWAS lassen sich mit Hilfe eines elektrischen Ersatzschaltbildes beschreiben. Wie in den vorherigen Kapiteln erwähnt, haben PWAS hohe kapazitive Eigenschaften und lassen sich, je nach Bauform, gut mit einem Plattenkondensator vergleichen. Die Analogie zum Plattenkondensator rührt daher, dass die beiden scheibenförmigen Elektroden des PWAS parallel zueinander ausgerichtet sind und sich im Zwischenraum ein Dielektrikum befindet.

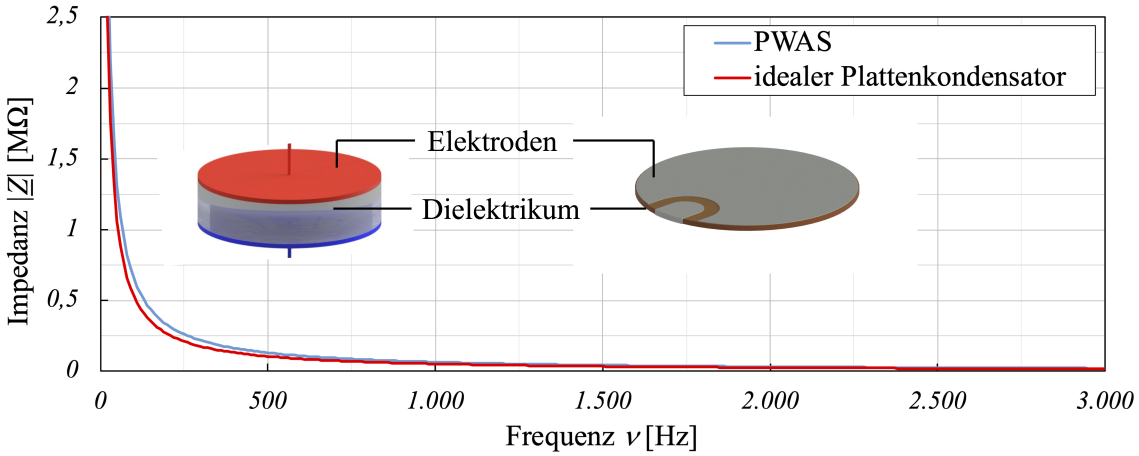


Abbildung 3.35: Grenzwertverhalten PWAS (numerische Simulation), Verhaltensanalogie zwischen PWAS und Kondensator

Abbildung 3.35 zeigt das Grenzwertverhalten eines PWAS sowie eines idealen Kondensators. Der Verlauf der Impedanz des idealen Kondensators ist mit den Gleichungen aus dem Kapitel der Elektrodynamik erstellt worden. Das Ergebnis der numerischen Simulation stammt aus der Berechnung eines PWAS Typ2 (siehe Unterabschnitt 6.1.1) mit den Materialkoeffizienten für PIC255 (siehe Anhang).
Die Kapazität des Dielektrikums wird im nachfolgenden Ersatzschaltbild durch den

Parallelwiderstand C_0 symbolisiert. Die in Reihe geschalteten Widerstände R_1, C_1 sowie L_1 stehen für den Resonanzwiderstand im elektrischen Schwingkreis, die dynamische Kapazität sowie die mechanisch schwingende Masse des Resonators.

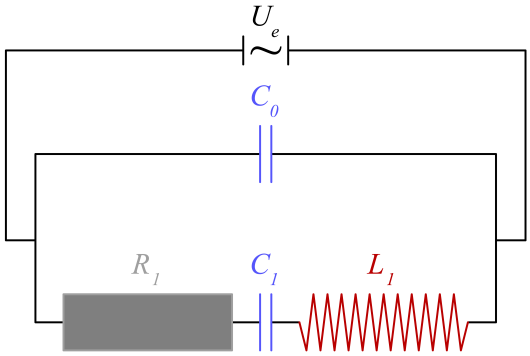


Abbildung 3.36: Ersatzschaltbild eines PWAS nach [71]

Mit Hilfe des Ersatzschaltbildes (Abbildung 3.36) nach [71] und den Gleichungen zur Beschreibung von elektromagnetischen Schwingkreisen können nun die Impedanzen sowie das Resonanzverhalten des PWAS hergeleitet werden.

Elektrische Impedanz

Aus dem Ersatzschaltbild ergibt sich zunächst eine Serienimpedanz, welche aus den Komponenten R_1, C_1 und L_1 besteht. In dem Ersatzschaltbild lassen sich gut die in Reihe geschalteten Widerstände mit der Gleichung 3.64 zusammenfassen:

$$\underline{Z}_{ser}(\omega) = R + i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C_1} \tag{3.151}$$

Für die Berechnung der Parallelimpedanz müssen alle in der Schaltung vorkommenden Komponenten berücksichtigt werden. Unter Zuhilfenahme des Inhaltes von Unterabschnitt 3.1.3 kann die Parallelimpedanz des Systems bestimmt werden:

$$\underline{Z}_{par}(\omega) = \frac{\underline{Z}_{ser}\frac{1}{i\omega C_0}}{\underline{Z}_{ser} + \frac{1}{i\omega C_0}} \tag{3.152}$$

Durch Einsetzen der Gleichung 3.151 in Gleichung 3.152 und ausmultiplizieren ergibt sich:

$$\underline{Z}_{par}(\omega) = \frac{\frac{L_1}{C_0} - \frac{1}{\omega^2 C_0 C_1} + R\frac{1}{i\omega C_0}}{i\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0}\right) + R} \tag{3.153}$$

Nach der konjugiert komplexen Erweiterung ergibt sich mit

$$\psi = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0} \tag{3.154}$$

der Term:

$$\underline{Z}_{par}(\omega) = \frac{\frac{RL_1}{C_0} - R\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1} + \frac{1}{\omega C_0}\psi\right) + i\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1}\psi - \frac{L_1}{C_0}\psi - R^2\frac{1}{\omega C_0}\right)}{R^2 + \psi^2} \tag{3.155}$$

Weiterhin können der Real- und Imaginärteil voneinander getrennt werden:

$$\mathrm{Re}\left(\underline{Z}_{par}\right) = \frac{R\left[\frac{L_1}{C_0} - \frac{1}{\omega C_0}\left(\frac{1}{\omega C_1} + \psi\right)\right]}{R^2 + \psi^2} \tag{3.156}$$

$$\mathrm{Im}\left(\underline{Z}_{par}\right) = \frac{\psi\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1} - \frac{L_1}{C_0}\right) - \frac{R^2}{\omega C_0}}{R^2 + \psi^2} \tag{3.157}$$

Die Gleichungen werden beispielsweise in Kapitel 6 sowie Kapitel 7 für analytische Berechnungen verwendet.

Resonanzverhalten

Der Verlauf des Impedanzspektrums eines einzelnen, angeregten PWAS wird im Wesentlichen von der Resonanz des Serien- und Parallelschwingkreises bestimmt. Beide Resonanzen sind im Verlauf deutlich erkennbar und charakterisieren damit nicht nur den Verlauf der Impedanz, sondern auch die Güte des Elementes. Aus der Gleichung 3.151 ergibt sich die Impedanz des Serienschwingkreises wie nachfolgend:

$$\underline{Z}_{ser} = i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C_1} \tag{3.158}$$

Hinweis: Der Widerstand R kann vernachlässigt werden, da dieser nicht von der Anregungsfrequenz ω abhängig ist.

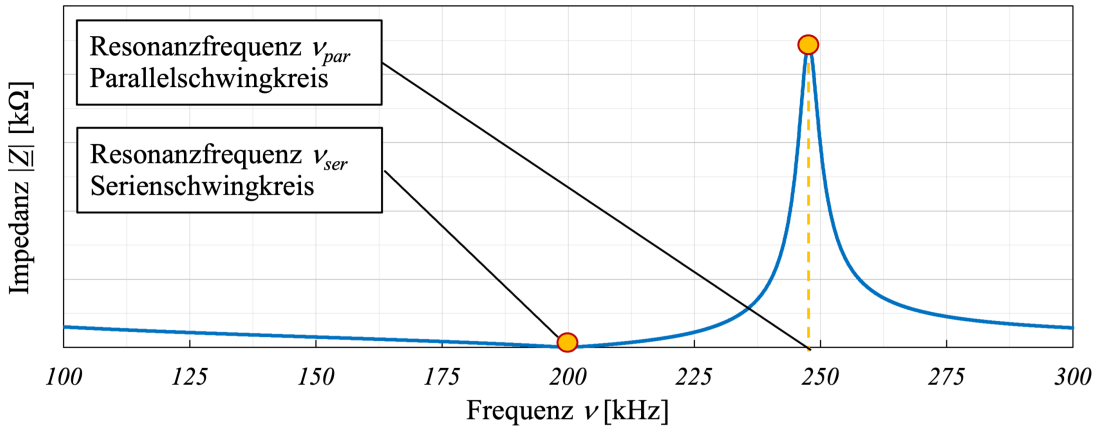


Abbildung 3.37: Kennzeichnung der Resonanz des Parallel- und Serienschwingkreises in dem Impedanzspektrum $\underline{|Z|}(\nu)$ eines PWAS

Bei Zusammensetzung der Gleichung 3.151 und Gleichung 3.152 ergibt sich nach Ausmultiplizieren sowie der komplex konjugierten Erweiterung:

$$\underline{Z}_{par} = \frac{\left(i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C_1}\right)\frac{1}{i\omega C_0}}{\left(i\omega L_1 + \frac{1}{i\omega C_1}\right) + \frac{1}{i\omega C_0}} \tag{3.159}$$

$$\underline{Z}_{par} = \frac{\left(\frac{\omega L_1}{\omega C_0} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_0}\right)}{i\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0}\right)} \tag{3.160}$$

$$\underline{Z}_{par} = i\left[\frac{\omega^2 C_1 L_1 - 1}{\omega\left(C_1 + C_0 - C_0\omega^2 C_1 L_1\right)}\right] \tag{3.161}$$

Bei einer Resonanz des Serienschwingkreises wird die Impedanz des Parallelschwingkreises sehr klein und geht gegen 0.

$$\underline{Z}_{par} \to 0 \tag{3.162}$$

Damit die Impedanz des Parallelschwingkreises 0 wird, muss in Gleichung 3.161 der Zähler 0 werden. Somit ergibt sich:

$$\omega^2 C_1 L_1 - 1 = 0 \tag{3.163}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{C_1 L_1} \tag{3.164}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{C_1 L_1}} \tag{3.165}$$

Damit ergibt sich die Resonanzfrequenz des Serienschwingkreises:

$$\nu_{ser} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 L_1}} \tag{3.166}$$

In Abbildung 3.37 ist die Lage der Resonanz des Serienschwingkreises in einem qualitativen Verlauf der Impedanz eines angeregten PWAS gekennzeichnet. Es wird deutlich, dass sich die Lage an dem Minimum der Impedanz befindet.

Bei der Resonanz des Parallelschwingkreises ist es genau umgekehrt. Hier wird die Impedanz des Parallelschwingkreises maximal. Es kann angenommen werden, dass

$$\underline{Z}_{par} \to \infty \tag{3.167}$$

geht. Dies ist dann der Fall, wenn der Nenner aus Gleichung 3.161 gegen 0 geht. Damit ergibt sich:

$$\omega \left(C_1 + C_0 - \omega^2 C_1 L_1 C_0\right) \to 0 \tag{3.168}$$

$$C_1 + C_0 = \omega^2 C_1 L_1 C_0 \tag{3.169}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{C_1 L_1}\left(\frac{C_1 + C_0}{C_0}\right) \tag{3.170}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 L_1}}\sqrt{\frac{C_1 + C_0}{C_0}} \tag{3.171}$$

$$\nu_{par} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 L_1}}\sqrt{1 + \frac{C_1}{C_0}} \tag{3.172}$$

$$= \nu_{ser}\sqrt{1 + \frac{C_1}{C_0}} \tag{3.173}$$

Wie angenommen, befindet sich die Resonanz des Parallelschwingkreises an einem Maximum der Impedanz (Abbildung 3.37). Die Resonanzen sind wichtige Charakteristiken im EMI-Spektrum eines PWAS.

3.3 Grundlagen der Festkörperphysik

Das dynamische Verhalten der periodisch angeregten Struktur ist für die Messung von elektromechanischen Impedanzspektren von besonderer Bedeutung. Dies ist darin begründet, dass das Schwingungsverhalten eine Aussage über den Strukturzustand geben kann bzw. geben soll. Für eine mögliche Aussage über den Zustand der Struktur ist das Zusammenspiel der in Abschnitt 3.1 und Abschnitt 3.2 erläuterten elektrotechnischen Kenngrößen des PWAS mit dem Schwingungsverhalten der Struktur essenziell. Der Abschnitt 3.3 beschäftigt sich daher unter anderem mit dem Schwingungsverhalten von Strukturen sowie deren charakterisierenden Eigenschaften. Darüber hinaus wird Bezug auf die chemischen Bindungsarten sowie die daraus entstehende atomare Wechselwirkung genommen, da sich daraus viele wichtige Eigenschaften von Festkörpern erläutern lassen. Eine Übersicht der in Abschnitt 3.3 behandelten Themen ist in Abbildung 3.38 gezeigt.

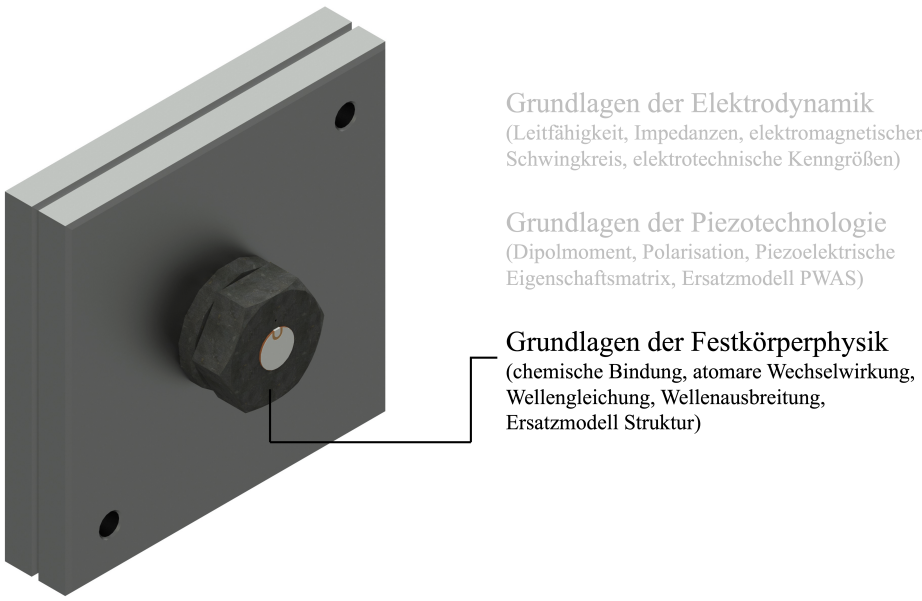


Abbildung 3.38: Themenkomplex „Grundlagen der Festkörperphysik“

Bei einer statischen Betrachtung befinden sich die Kräfte eines Systems stets im Gleichgewicht und sind zeitlich nicht veränderbar. Die Kräfte wirken immer konstant. In der Dynamik ist diese Relation nicht mehr gegeben. Kraft $f(t)$ und Weg $x(t)$ sind zeitabhängige Größen und zudem werkstoffabhängig miteinander gekoppelt [72]. Die Anregung eines Systems kann dabei auf unterschiedliche Arten erfolgen (Abbildung 3.39). Einen Überblick über die Einteilung von Schwingungen nach dem zeitlichen Verlauf ist in [73] zu finden. Eine der wichtigsten Bewegungsformen der Strukturdynamik ist die periodische Schwingung, da viele Prozesse mit

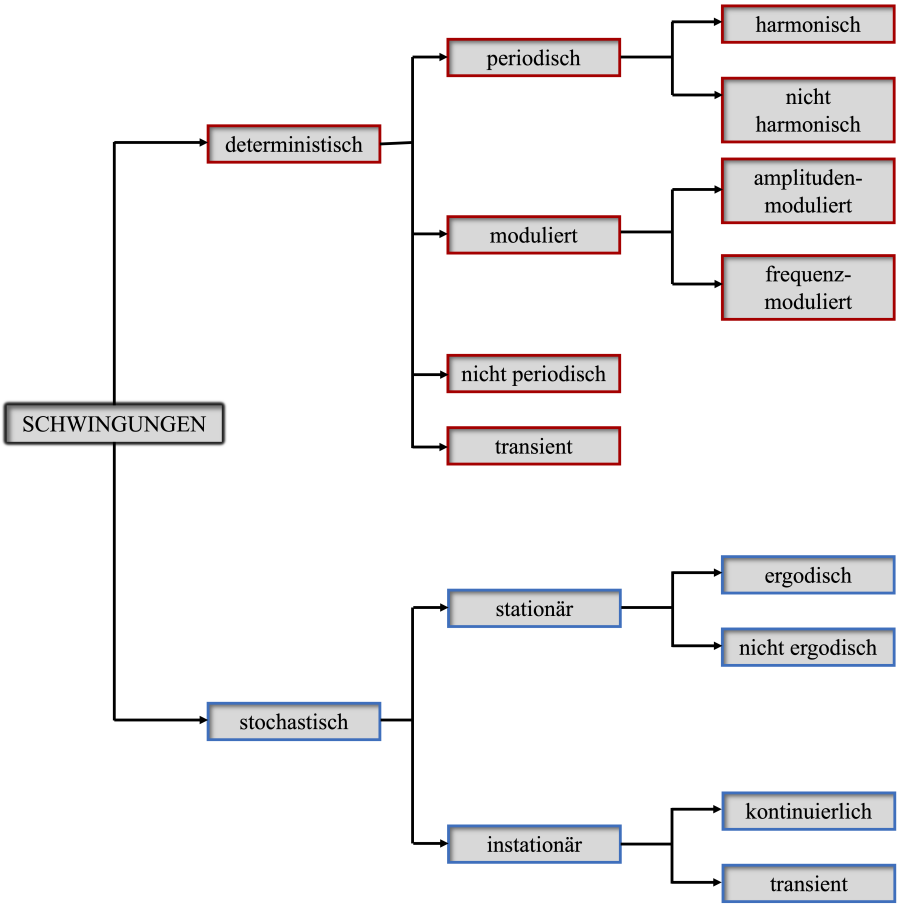


Abbildung 3.39: Bezeichnung der Schwingungen entsprechend ihrem Zeitverlauf nach [74]

regelmäßig wiederkehrenden Schwingungseigenschaften ablaufen [72]. Die Sinus- und Cosinus-Schwingung wird auch als harmonische Schwingung bezeichnet und ist eine Spezifikation der periodischen Schwingung [74]. Oftmals stimmt die Bewegung eines schwingenden Körpers mit der Projektion einer Kreisbewegung überein und kann mit einer Sinus- oder Cosinusfunktion beschrieben werden. Auch die Anregung des PWAS kann als »Frequenz-Sweep« bzw. »sinusoidal Sweep« beschrieben werden (Abbildung 3.40):

$$U(t) = \sin\left[2\pi(\nu_0 t + \frac{\nu_1 - \nu_0}{2T}t^2)\right], \tag{3.174}$$

wobei sich hier die Spannung innerhalb der Zeit T von der Frequenz ν_0 auf ν_1 ändert. Der angeregte Werkstoff ist wesentlich für das dynamische Verhalten der Struktur

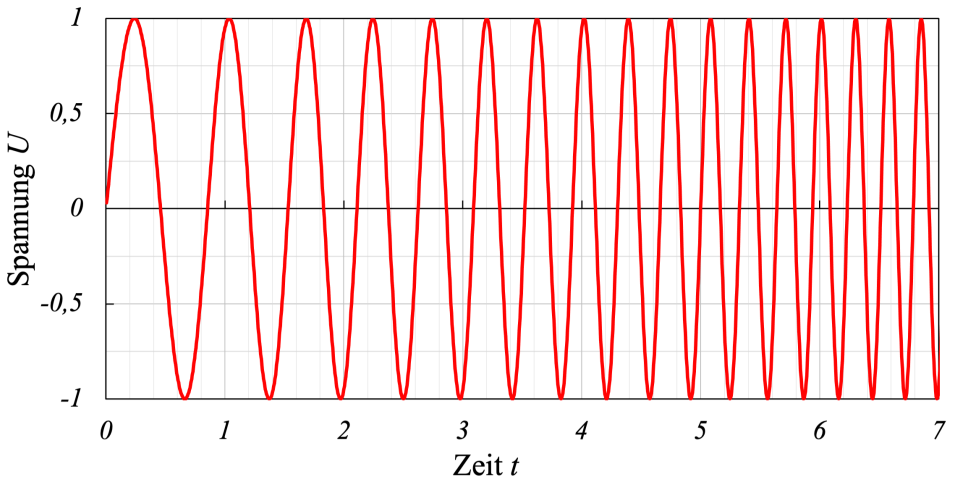


Abbildung 3.40: Beispiel eines Frequenz-Sweeps

verantwortlich [72]. Die Begründung dafür liefert ein Blick auf die chemische Bindung sowie die atomare Wechselwirkung, welche beide in den nachfolgenden Kapiteln thematisiert werden.

3.3.1 Chemische Bindung

Die chemische Bindung und im Besonderen die daraus resultierende atomare Wechselwirkung ist ein entscheidender Faktor bei der Ausbreitung mechanischer Schwingungen in Festkörpern. Sie liefert damit einen wesentlichen Beitrag bei der Bildung von elektromechanischen Impedanzspektren. Sowohl die Charakteristiken des piezoelektrischen Wandlers als auch die der überwachten Struktur sind im Wesentlichen dadurch definiert. Wenig verwunderlich ist es also, dass die Bindungsart und die atomare Wechselwirkung auf sehr viele, wenn nicht sogar auf alle Messmethoden einen erheblichen Einfluss nehmen. Auch wenn in der Natur Überlagerungen von verschiedenen Bindungsarten auftreten, gibt es häufig eine primäre Bindung, welche einen Festkörper im Wesentlichen charakterisiert. Die Bindungen lassen sich in 5 Arten unterteilen:

- Ionische Bindung (z. B. SiO_2, NaCl)

  Die ionische Bindung resultiert aus dem Zusammenschluss von positiven (Kationen) und negativen (Anionen) Ionen. Häufig erfolgt diese Art der Bindung aus zwei Elementen, wovon eines eine hohe Elektronenaffinität (z. B. Cl) aufweist und das andere eine geringe Ionisierungsenergie (z. B. Na) besitzt. Dadurch findet ein Elektronentransfer statt und die zuvor neutralen

Atome werden zu zwei Ionen [42]. Die Bindung resultiert aus der Coulomb-Wechselwirkung und solche Festkörper, welche eine ionische Bindung besitzen, erweisen sich als äußerst hart, spröde und haben zudem eine hohe Schmelz- und Siedetemperatur. Darüber hinaus sind Elemente mit einer ionischen Bindung Isolatoren, da die Elektronen stark lokalisiert sind.

- Kovalente Bindung (z. B. C, Si)

  Bei einer kovalenten Bindung erfolgt die Zusammenführung von Atomen mit Hybridorbitalen (vgl. Abbildung 3.3). Zwei Atome teilen sich nach der Verschmelzung ein Elektron, was einen energetisch günstigeren Zustand hervorruft. Je stärker diese Überlappung, desto stärker die Verbindung. Eine mögliche Hybridisierung ist beispielsweise die sp-Hybridisierung, sp^2-Hybridisierung oder sp^3-Hybridisierung. Ein Beispiel für eine sp^2-Hybridisierung ist Graphen. Kovalente Bindungen sind sehr hart und bedingt durch die ungleichmäßige Anordnung der Hybridorbitale stark gerichtet.

- metallische Bindung (z. B. Fe, Na)

  Vereinfachend formuliert bildet sich in einer metallischen Bindung ein Elektronengas, welches bereits kurz in Abschnitt 3.1 thematisiert wurde. Im Vergleich zur kovalenten Bindung teilen sich also nicht mehr zwei Atome ein Elektron, sondern die Elektronen können sich mehr oder weniger im gesamten Festkörper frei bewegen. Daraus lassen sich direkt viele Eigenschaften von metallischen Bindungen herleiten. Dadurch, dass sich die Elektronen gut im Festkörper bewegen können, sind solche Festkörper gute elektrische Leiter. Zudem ist die Bindung richtungsunabhängig, wodurch sich diverse isotrope Eigenschaften von Stahl erklären lassen. Darüber hinaus sind metallische Bindungen gut verformbar.

- Van-der-Waals-Bindung (z. B. He, Ar)

  Die Van-der-Waals-Bindung resultiert aus einem rein quantenphysikalischen Effekt. Im Vergleich zu den oben aufgeführten Bindungsarten ist diese Bindung sehr schwach und kommt häufig bei Edelgasen vor. Die Bindungskräfte lassen sich dabei mit Hilfe des Lennard-Jones-Potenzials beschreiben. Die Bindungskraft resultiert aus der Wechselwirkung zwischen Dipolen bzw. dem daraus entstehenden Dipolmoment, welches sich zwischen zwei Atomen ausbildet. Die Van-der-Waals-Bindung ist beispielsweise dafür verantwortlich, dass sich ein Gecko an der Decke fortbewegen kann.

- Wasserstoff-Bindung (z. B. Eis, DNA)

  Als letzte Bindung ist die Wasserstoff-Bindung zu nennen. Genau wie die van-der-Waals-Bindung ist auch diese Bindung im Vergleich zu den anderen Bindungsarten äußerst schwach. Trotzdem ist die Wasserstoff-Bindung unerläss-

lich. Wasserstoffbrücken bilden sich beispielsweise in der schraubenförmigen Doppelhelix der Desoxyribonukleinsäure (DNA).

In der Realität findet oftmals eine Überlagerung verschiedener Bindungsarten statt.

3.3.2 Atomare Wechselwirkung

Mit einem Blick in die Umgebung wird man feststellen, dass sich eine Vielzahl von verschiedenen Festkörpern in direkter Nähe befinden, deren Eigenschaften mutmaßlich teils große Unterschiede aufweisen. Adjektive zur Beschreibung von Festkörpern gibt es viele. Hart, spröde, weich, elektrisch isolierend, transparent und viele mehr. Die Ursache der charakterisierenden Eigenschaften findet sich nicht zuletzt in der atomaren Wechselwirkung. Es lässt sich leicht feststellen, dass Festkörper (im normalen Zustand) weder auseinander noch in sich zusammenfallen. Es muss also einen Zustand des Gleichgewichts geben, welcher dafür sorgt, dass Festkörper ihren Zusammenhalt bewahren. Materie besteht aus einer Fülle an Molekülen, diese wiederum bestehen aus Atomen. Elektronen und Nukleonen bilden ein Atom. Nukleonen bestehen aus Protonen und Neutronen, welche wiederum aus Quarks (Proton: 2 up-Quarks, 1 down-Quark; Neutron: 1 up-Quark, 2 down-Quarks) bestehen (Abbildung 3.41). Viele wesentliche mechanische und elektrische Eigenschaften von Festkörpern werden durch die atomare Wechselwirkung definiert. Daher wird sich im Nachfolgenden auf die Bindung zwischen Atomen konzentriert, da sich auf diese Weise auch die Temperaturabhängigkeit der mechanischen und elektrischen Parameter erklären lässt. Auch die Änderung der mechanischen Eigenschaften der Schraube resultierend aus einer Vorspannung lassen sich mit Hilfe der Wechselwirkung erklären. Die atomare Wechselwirkung wird definiert durch ein abstoßendes sowie ein anziehendes Potential. Durch die Überlagerung beider Potentiale ergibt sich ein Potentialminimum, wodurch sich ein Abstand zwischen zwei benachbarten Atomen einstellt. Dieser Abstand ist in nachfolgenden Abbildungen mit r_0 gekennzeichnet und liegt meist im Bereich von wenigen Ångström ($1\,\text{Å} = 10^{-10}\,\text{m}$). Ein möglicher Ausdruck für ein zwischenatomares Potential ist

$$U(r) = -\frac{A}{r^n} + \frac{B}{r^m} \tag{3.175}$$

mit $m > n$, sodass für kurze Abstände die abstoßende Kraft vorherrscht. Für die Bindung zwischen zwei Atomen sind primär die Valenzelektronen verantwortlich [42].

Elektronen sind Fermionen und unterliegen im Gegensatz zu Bosonen dem Pauli-Prinzip, welches für das abstoßende Potential verantwortlich ist. Das Pauli-Prinzip

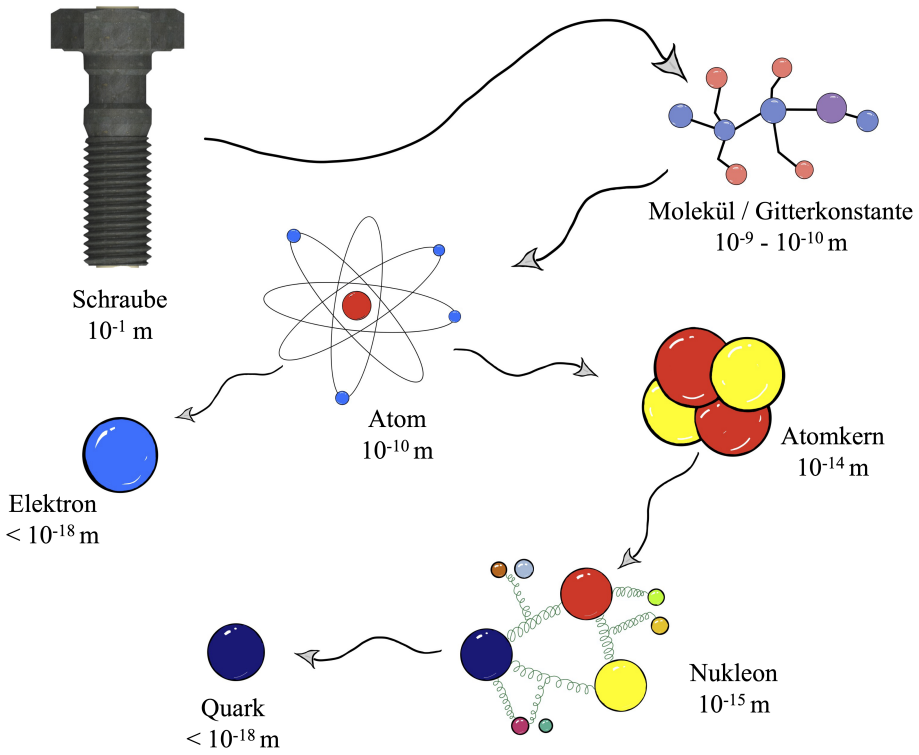


Abbildung 3.41: Aufbauschema von Materie

besagt, dass sich nicht mehr als zwei Elektronen in demselben Quantenzustand befinden dürfen. Dies ist auch der Grund dafür, dass sich nach dem Schalenmodell in der ersten Schale, welches allein aus einem Orbital besteht, nur zwei Elektronen befinden. Ein Elektron mit Spin up, eines mit Spin down. Wird der Abstand zwischen den Atomen zu gering, müssen sich die Wellenfunktionen so ändern, dass sie orthogonal zueinander sind. Die Orthogonalisierung kostet viel Energie, was zu einer starken Abstoßung führt [42]. Die anziehende Kraft resultiert aus der Art der chemischen Bindung und ist beispielsweise für eine ionische Bindung gut zu ermitteln, da diese aus dem Coulomb-Potential resultiert:

$$U\left(r\right)_{Bind,Ion} = \int_{r}^{\infty} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq}{r^2}dr \tag{3.176}$$

$$U\left(r\right)_{Bind,Ion} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{r} \tag{3.177}$$

Dabei ist q die elektrische Ladung und r der Abstand zwischen den Ionen. In Gleichung 3.177 ist die für das Coulomb-Potential typische $\frac{1}{r}$-Abhängigkeit erkennbar.

Bei der kovalenten und metallischen Bindung ist das anziehende Potential nicht mehr (so einfach) analytisch zu ermitteln. In der Abbildung 3.42 sind im oberen Diagramm verschiedene Verläufe für Potentiale mit beispielhaften Werten für die Gleichung 3.175 dargestellt. Der rot gestrichelte Verlauf symbolisiert das abstoßende Potential, der grün gestrichelte Verlauf das anziehende und die durchgezogene blaue Linie kennzeichnet die Überlagerung beider Potentiale. Hier ist zu sehen, dass sich bei der Überlagerung das im oberen Absatz angesprochene Potentialminimum ausbildet. In der praktischen Anwendung wird das atomare Bindungspotential häufig durch ein vereinfachendes Federmodell ersetzt, da es sich beispielsweise bei der Bemessung eines IPE Stahlträgers nur um verhältnismäßig kleine Dehnungen handelt, wenn dieser im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) belastet wird. Es handelt sich dabei um das »Hookesche Gesetz«. Es wird also davon ausgegangen, dass die einwirkende Kraft proportional zu der dadurch hervorgerufenen Verformung ist (linear-elastisches Verhalten). Das Federmodell ist in Abbildung 3.42 durch eine gelb gepunktete Line dargestellt. Mit Hilfe des Bindungspotentials lassen sich viele materielle Eigenschaften direkt und indirekt ableiten. Durch die erste partielle Ableitung des Bindungspotentials nach r resultiert die innere Wechselwirkungskraft $F_i(r)$ in $[N]$ nach Gleichung 3.178, welche auf die Atome wirkt. Wie in Abbildung 3.42 zu erkennen ist, ist die Kraft im Zustand des Gleichgewichts (Stelle r_0) gleich 0.

$$F_i\left(r\right) = -\frac{\partial U\left(r\right)}{\partial r} \tag{3.178}$$

Wird beispielsweise an einer Schraube gezogen, vergrößert sich der Abstand zwischen den Atomen ($r > r_0$) und es resultiert eine anziehende Kraft, welche die Atome wieder in den Gleichgewichtsabstand zurückführen will. Wird die Zugkraft an der Schraube weiterhin gesteigert, sodass die anziehende Kraft maximal wird, dann erreicht der Abstand zwischen den Atomen einen kritischen Punkt ($r = r_D$, D: Debonding). Bei weiterer Steigerung reißt die atomare Bindung und in der Schraube entsteht ein Riss. Dieser Sachverhalt lässt sich gut verdeutlichen, wenn nur der überlagerte Verlauf der inneren Wechselwirkungskraft betrachtet und mit dem qualitativen Verlauf eines Spannungs-Dehnungs-Diagramms verglichen wird. Das Spannungs-Dehnungsdiagramm entstammt aus einem Zugversuch an einem M22 Gewindebolzen (Stahl - S355) und ist in der Abbildung 3.43 abgebildet. Bei dem Verlauf des Federmodells sowie der Überlagerung handelt es sich um die Verläufe, welche bereits in Abbildung 3.42 in dem mittleren Diagramm zu sehen sind. Für die Abbildung 3.43 wurden die beiden Verläufe jedoch um die x-Achse gespiegelt, sodass eine bessere Vergleichbarkeit mit dem qualitativen Spannungs-Dehnungs-Verlauf möglich ist.

Die Analogie ist erkennbar, wobei die Verläufe selbstverständlich nicht exakt übereinander verlaufen. Das müssen sie aber auch nicht, um erkennbar zu machen,

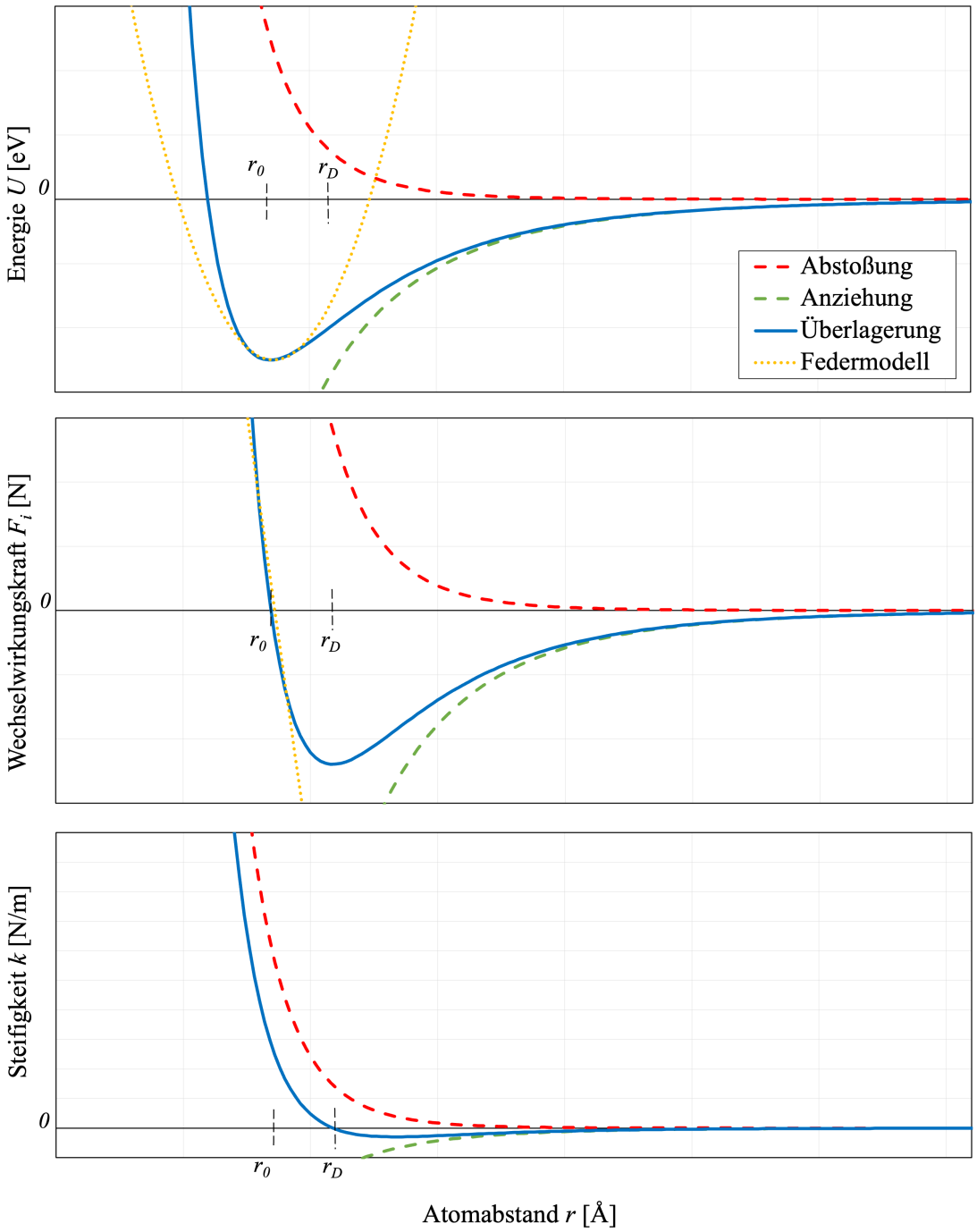


Abbildung 3.42: Schematische Darstellung der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen (Potential $U(r)$, innere Wechselwirkungskraft $F_i(r)$ und Steifigkeit $k(r)$)

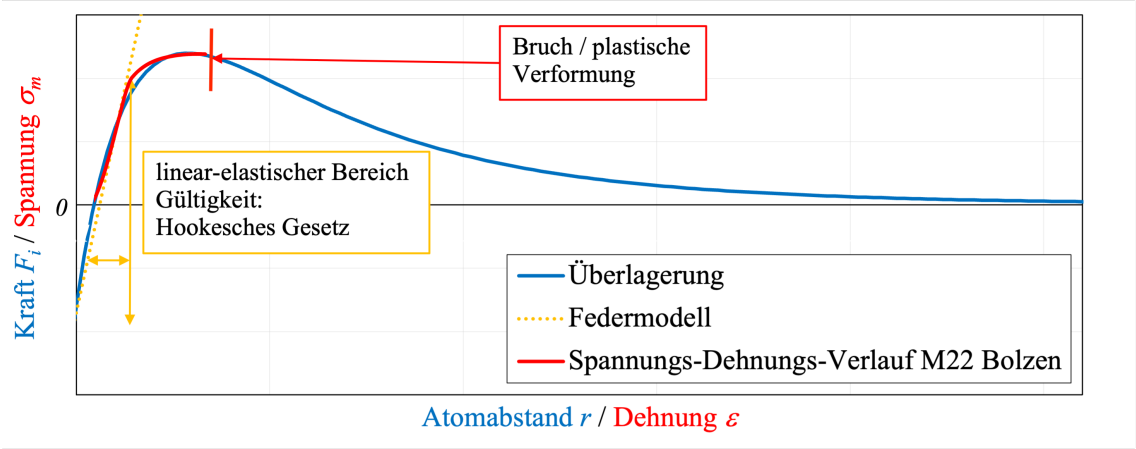


Abbildung 3.43: Verlauf der inneren Wechselwirkungskraft F_i (Überlagerung, Federmodell) sowie des qualitativen Spannungs-Dehnungsverlauf eines M22 Bolzen resultierend aus einer axialen Zugbeanspruchung in Längsrichtung des Bolzens

dass der Verlauf der inneren Wechselwirkungskraft sehr stark dem qualitativen Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines M22 Gewindebolzens (wahre Dehnung) unter Zugbelastung ähnelt. Der Spannungs-Dehnungs-Verlauf wurde hierfür experimentell mit Hilfe einer elektromechanischen Zug- und Druckprüfmaschine (statisch) in dem Baustofflabor der Universität Siegen bestimmt. Das Beispiel soll verdeutlichen, wie Bindungspotential, innere Wechselwirkungskraft, Steifigkeit und Elastizitätsmodul miteinander gekoppelt sind. Durch die zweite partielle Ableitung des Bindungspotentials nach r resultiert die Steifigkeit $k(r)$ in $[N/m]$.

$$k\left(r\right) = \frac{\partial^2 U\left(r\right)}{\partial r^2} \tag{3.179}$$

Der Verlauf der Steifigkeit ist in Abbildung 3.42 in dem unteren Diagramm dargestellt. Für das Federmodell ist hier kein Verlauf möglich, da die Federsteifigkeit konstant ist. Die Steifigkeit einer Bindung steht also in direktem Verhältnis zu der Kraft, welche bei Auslenkung auf die Atome wirkt. In der Praxis wird jedoch eher anstatt der Steifigkeit k der Elastizitätsmodul $E(r)$ in $[N/m^2]$ verwendet. Der Elastizitätsmodul resultiert, wenn die Steifigkeit durch r_0 dividiert wird.

$$E\left(r\right) = \frac{1}{r_0}\frac{\partial^2 U\left(r\right)}{\partial r^2} \tag{3.180}$$

Dies bedeutet also, dass der Elastizitätsmodul, welcher in der Technik von essenzieller Bedeutung ist, von dem Bindungspotential abhängig ist. Darüber hinaus ist klar, dass der Elastizitätsmodul in Abhängigkeit des zwischenatomaren Abstandes ist. Das ist im vorliegenden Fall besonders interessant, da der zwischenatomare Abstand durch die Aufbringung einer Vorspannkraft partiell gesteigert wird (im Zugbereich). Der Elastizitätsmodul bestimmt auch im Wesentlichen die Ausbreitung von Wellen, oder um es auf den Ursprung zurückzuführen, das Bindungspotential bestimmt vornehmlich die Ausbreitung von mechanischen Wellen in Festkörpern. Wie das Elastizitätsmodul mit der Wellenausbreitung zusammenhängt, wird in dem nachfolgenden Kapitel erläutert.

3.3.3 Wellengleichung

Wellen spielen in unserem Alltag eine wichtige Rolle und begegnen uns immer und überall, auch, wenn wir die Wellen nicht immer direkt als solche wahrnehmen. Die Charakteristiken der Welle entscheiden dabei, ob wir beispielsweise einen Ton als harmonisch wahrnehmen, welchen Radiosender wir empfangen oder ob wir eine Farbe als rot oder blau wahrnehmen. Der Gedanke liegt daher nicht allzu fern, wenn man annimmt, dass durch die Wellenausbreitung in der Struktur ebenfalls Informationen übermittelt werden können. Von den drei grundlegenden Arten von Wellen,

- Mechanische Wellen (z. B. Schwingung in Festkörpern, quantisierte Phononen),
- Elektromagnetische Wellen (z. B. Radiowellen, quantisierte Photonen),
- Materiewellen (De-Broglie-Wellen),

beschäftigt sich dieser Unterabschnitt 3.3.3 mit den mechanischen Wellen, da diese im vorliegenden Fall von primärer Bedeutung sind. Mechanische Wellen benötigen zur Ausbreitung ein Medium und unterstehen den Newtonschen Gesetzen. Sie transportieren Informationen und Energie in einem System mit gekoppelten Oszillatoren, jedoch ohne den Transport von Materie. Eine Welle kann sich als Longitudinalwelle oder Transversalwelle ausbreiten. Bei den Transversalwellen oszillieren die Teilchen orthogonal zur Ausbreitungsrichtung, bei den Longitudinalwellen, auch Kompressionswellen genannt, ist die Oszillation parallel zur Ausbreitungsrichtung. Wie später gezeigt wird, können sich Transversalwellen nur in Medien ausbreiten, die eine Schubsteifigkeit besitzen; sie sind zudem überwiegend langsamer als Longitudinalwellen.

Die Beschreibung einer Welle kann mit Hilfe der »D'Alembert-Gleichung« erfolgen und ist eine Funktion des Ortes x und der Zeit t:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.181}$$

Die Gleichung 3.181 gilt jedoch nur für eine eindimensionale Wellenausbreitung. Durch die Verwendung des Laplace-Operators

$$\triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \tag{3.182}$$

resultiert die Wellengleichung für drei Dimensionen.

$$\triangle \vec{u} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \tag{3.183}$$

Es wird ersichtlich, dass eine Funktion eine Welle darstellt, wenn ihre zweite Ableitung nach dem Ort proportional zu ihrer zweiten Ableitung nach der Zeit ist. Für eine Herleitung der Wellengleichung sei beispielsweise auf die Literatur [31] [24], [75] oder [43] verwiesen.

Nach der Beschreibung von Wellen wird anschließend die Wellenausbreitung in Festkörpern betrachtet.

3.3.4 Wellenausbreitung in Festkörpern

Für die Messung von elektromechanischen Impedanzspektren ist zwangläufig eine Welleneinleitung in die zu untersuchende Struktur notwendig. Die Messung bzw. die zeitliche Entwicklung der Welle ist bei dieser Methode nur von sekundärer Bedeutung. Die Methoden unterscheidet sich dadurch von anderen Methoden wie beispielsweise der Ultraschall- oder Guided Waves Methode. Jedoch ist die Wellenausbreitung auch bei der EMI Messmethode wichtig, um Resonanzen der Struktur anzuregen, welche dann mittels PWAS erfasst werden können. Die Welleneinleitung geschieht mit Hilfe des an die Struktur gekoppelten PWAS, welcher sich in Abhängigkeit der angelegten Wechselstromfrequenz deformiert und somit die Energie an die Struktur weiterleitet (Abbildung 3.29 inverser piezoelektrischen Effekt).

Nach der ersten allgemeinen Betrachtung einer Welle und deren Funktion ist bei der vorliegenden Messmethodik interessant, wie sich eine Welle im Festkörper ausbreitet. Dabei ist es jedoch schwierig vorauszusagen, wie sich eine Welle in einem

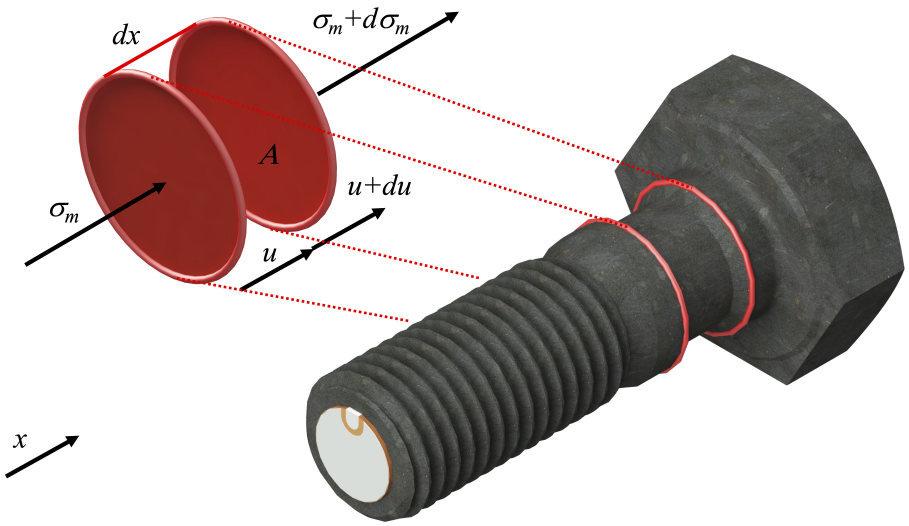


Abbildung 3.44: Herleitung der Wellengleichung in Festkörpern

dreidimensionalen Körper genau fortbewegt, da die Ausbreitung von sehr vielen Parameter abhängig ist. Dazu gehört beispielsweise die generelle Dispersion des Mediums, Brechung und Beugung an Rändern der Geometrie oder Inhomogenität sowie konstruktive oder destruktive Interferenz(en) von Wellen innerhalb der Materie.

Für eine bessere Vorstellung über die Verbreitung von (longitudinal verlaufenden) Wellen in stabähnlichen Festkörpern, kann die Abbildung 3.44 zu Hilfe genommen werden. Passend zur Thematik ist dort eine Schraube mit einem (vergrößerten) infinitesimalen Volumenelement abgebildet, in dem sich die Welle fortbewegt. Die Herleitung erfolgt in Anlehnung an [31]. Die Teilchen in einer konstanten Fläche x besitzen die Schwingungsamplitude u. Teilchen in einer um dx entfernten Fläche $x + dx = const$ haben die Schwingungsamplitude

$$u + du = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx. \tag{3.184}$$

Die Schwingung ändert die Dicke dx des Volumenelementes $dV = Adx$ um $\frac{\partial u}{\partial x} dx$. Unter Zuhilfenahme des »Hookeschen Gesetzes« folgt aus der Verformung eine elastische Spannung σ_m:

$$\sigma_m = \varepsilon E_m \tag{3.185}$$

$$= \frac{\frac{\partial u}{\partial x} dx}{dx} E_m \tag{3.186}$$

$$= \frac{\partial u}{\partial x} E_m \tag{3.187}$$

Bei Betrachtung eines infinitesimal dünnen Volumenelements dV wirkt dann eine infinitesimale gesamte Kraft dF:

$$dF = A d\sigma_m \tag{3.188}$$

$$= A \frac{\partial \sigma_m}{\partial x} dx \tag{3.189}$$

$$= A \left[\frac{\partial}{\partial x} E_m \frac{\partial u}{\partial x} \right] dx \tag{3.190}$$

$$= A E_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \tag{3.191}$$

Unter Zuhilfenahme des 2. Newtonschen Axioms ($F = ma$) lässt sich erkennen, dass die Kraft zu einer Beschleunigung des Massenelementes dm führt:

$$dF = dm \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.192}$$

$$= \rho dV \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.193}$$

$$= \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.194}$$

Durch Gleichsetzen von Gleichung 3.191 und Gleichung 3.194 folgt:

$$A E_m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx = \rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.195}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E_m}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{3.196}$$

Daraus folgt die Wellengeschwindigkeit für longitudinale Wellen in stabähnlichen, isotropen Festkörpern:

$$v_L = \sqrt{\frac{E_m}{\rho}} \tag{3.197}$$

Analog zu der Bestimmung der Geschwindigkeit von longitudinalen Wellen lässt sich auch die Geschwindigkeit von transversalen Schwerwellen bestimmen. Hier ist jedoch nicht der Elastizitätsmodul die rücktreibende Kraft, sondern der Schubmodul G.

$$v_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \tag{3.198}$$

Da der Schubmodul in den meisten Fällen geringer ist als der Elastizitätsmodul, sind longitudinale Wellen schneller als Scherwellen (nachfolgend beispielhaft für Stahl).

$$v_L = \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^{11} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{7875 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} = 5164 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Der Schubmodul G kann mit Hilfe des Elastizitätsmoduls E_m und der Poissonzahl ν wie nachfolgend bestimmt werden:

$$G = \frac{E_m}{2\,(1+\nu)} = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{2\,(1+0,3)} = 8,08 \cdot 10^{10} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \tag{3.199}$$

Dadurch ergibt sich die Wellengeschwindigkeit einer transversalen Welle in Stahl:

$$v_T = \sqrt{\frac{8,08 \cdot 10^{10} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{7875 \ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}} = 3203 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{3.200}$$

Folglich ist die Ausbreitung einer transversalen Welle in Stahl um den Faktor $\sqrt{\frac{1}{2(1+0,3)}}$ geringer als die einer longitudinalen Welle. *Hinweis*: Im allgemeinen Fall (d.h. nicht im Spezialfall des stabähnlichen Festkörpers) hängt die Wellengeschwindigkeit in Festkörpern neben dem Elastizitätsmodul auch von der Poissonzahl ab [76].

Zur Visualisierung der Wellenausbreitung in einem Festkörper soll das nachfolgende Beispiel (numerische Simulation) dienen: Die Abbildung 3.45 zeigt unter anderem einen Versuchsaufbau, bei dem eine 6 m breite und circa 1,43 m hohe Stahlplatte mit Hilfe eines PWAS (Sender) zum Schwingen angeregt wird. Die Detektoren D1,

D2 und D3 (ebenfalls PWAS), detektieren die angekommenen Wellen. Sowohl die Detektoren als auch der Sensor sind in Längsrichtung der PWAS gepolt (Nord-Süd-Richtung). Dieser Versuchsaufbau wurde bewusst gewählt, da hier die Charakteristiken der Wellenarten gut zu erkennen sind. Die Abbildung 3.45 zeigt weiterhin die Ausbreitung der Wellen innerhalb der Stahlplatte zu verschiedenen Zeitpunkten. Es ist gut erkennbar, dass sich sowohl Raumwellen als auch Oberflächenwellen ausbreiten. Innerhalb der Abbildung 3.45 sind die jeweiligen Wellen durch Zahlen gekennzeichnet.

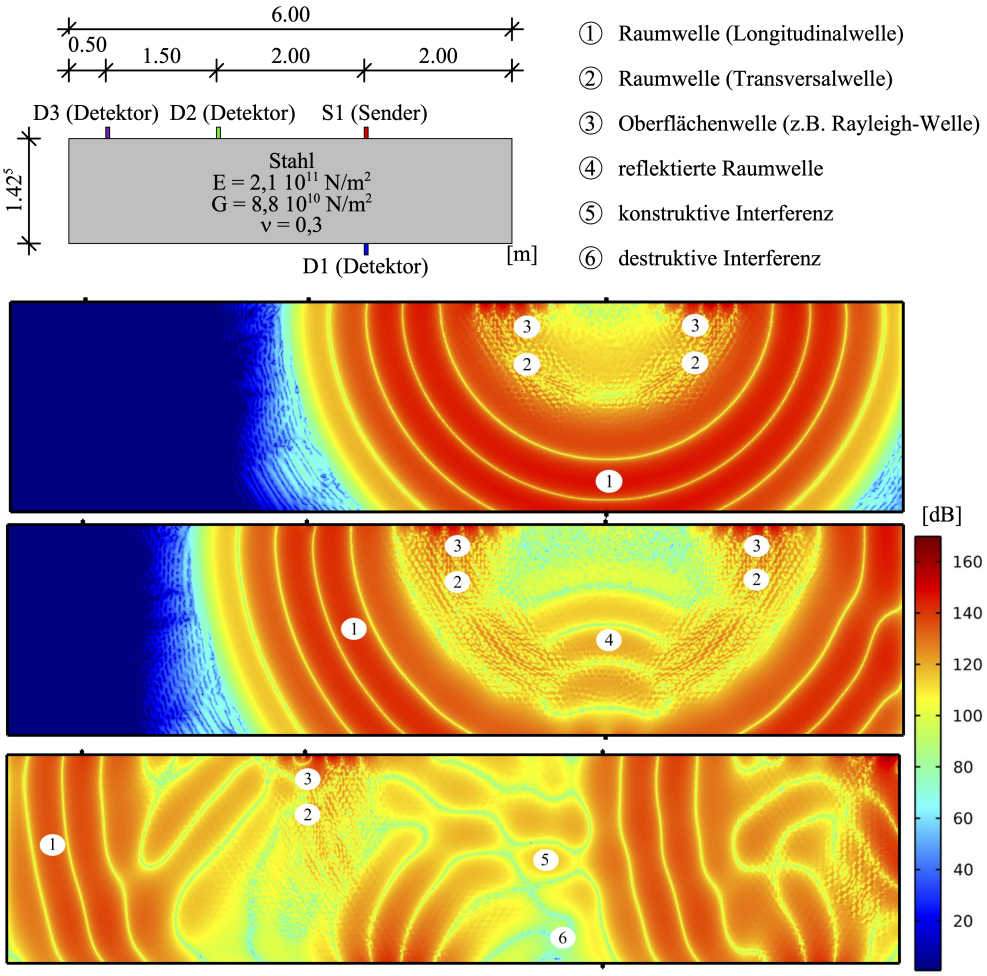


Abbildung 3.45: (v. oben n. unten) Zeichnung des Probekörpers, Wellendruck in dB bei $t_{L,D1} = 0,32\,\text{ms}$, bei $t_{L,D2} = 0,435\,\text{ms}$ sowie bei $t_{L,D3} = 0,725\,\text{ms}$

Um die aus der Wellengleichung hergeleiteten Wellengeschwindigkeiten zu überprüfen, wurden die Zeiten zwischen den ankommenden Wellen der einzelnen Detektoren bzw. des Senders ausgewertet. Die Abbildung 3.46 zeigt den zeitlichen Verlauf der Spannung für die einzelnen PWAS. Aus dem $U(t)$-Verlauf lassen sich nicht nur Rück-

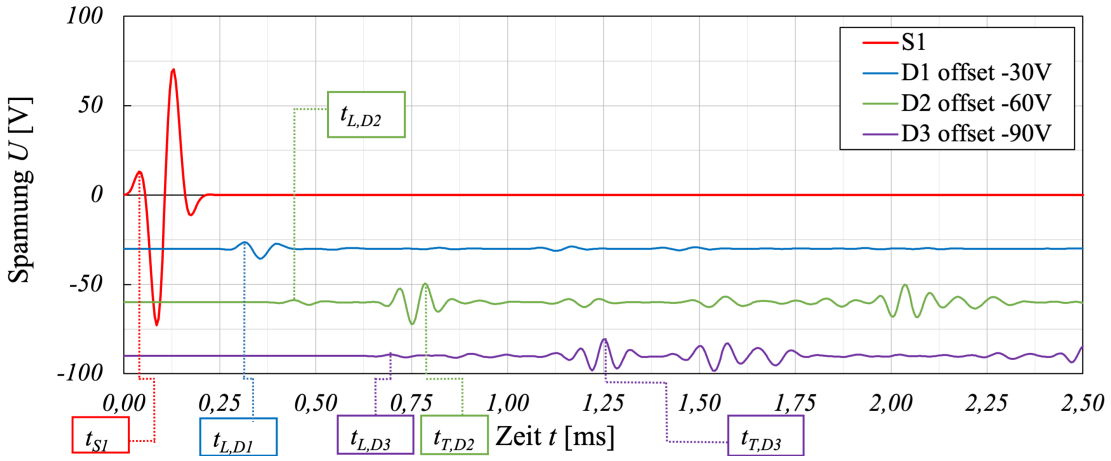


Abbildung 3.46: Spannungs-Zeit-Diagramm $U(t)$ des Senders S1 sowie der Detektoren D1, D2 und D3

schlüsse auf die Wellengeschwindigkeit ableiten, sondern auch über die Energien, welche in Polungsrichtung der Detektoren übertragen werden. Als Beispiel für die Energieübertragung soll der $U(t)$-Verlauf des Detektors D2 dienen (Abbildung 3.46, grün). Zu dem Zeitpunkt $t_{L,D2}$, an dem die longitudinale Welle am Detektor D2 eintrifft, ist die Spannungsamplitude im Vergleich zu der Amplitude bei Ankunft der Transversalwelle ($t_{T,D2}$) relativ gering. In dem vorliegenden Beispiel relativiert die Richtung der oszillierenden Atome der Transversalwelle (Nord-Süd) die potentiell höher Energie der Longitudinalwelle ($v_L > v_T$). Diese Beobachtung lässt sich auf alle $U(t)$-Verläufe der Abbildung 3.46 transferieren. Auch die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Wellenarten können mit dem vorliegenden Versuchsaufbau bestimmt werden:

$$v_{S1-D1} = \frac{x}{(t_{L,D1} - t_{S1})} = \frac{1,425\ \text{m}}{(0,32\ \text{ms} - 0,04\ \text{ms})} = 5089\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx v_L = 5164\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{D2-D3,1} = \frac{x}{(t_{L,D3} - t_{L,D2})} = \frac{1,5\ \text{m}}{(0,725\ \text{ms} - 0,435\ \text{ms})} = 5172\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx v_L$$

$$v_{D2-D3,2} = \frac{x}{(t_{T,D3} - t_{T,D2})} = \frac{1,5\ \text{m}}{(1,25\ \text{ms} - 0,79\ \text{ms})} = 3261\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx v_T = 3203\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Es wird erkennbar, dass die hergeleitete Wellengleichung und die daraus resultierenden Wellengeschwindigkeiten für Longitudinalwellen und Transversalwellen mit denen des numerischen Modells übereinstimmen. Wellen verlaufen zumeist jedoch nicht ungehindert durch Festkörper. Gerade in sehr kleinen Körpern (z. B. Schrauben) werden die Wellen schnell gebrochen, reflektiert oder es kommt zu Interferen-

zen. Die Überlagerung der Wellenamplituden kann dabei konstruktiv oder destruktiv sein. Dies ist möglich, da sich jede Welle unabhängig von anderen Wellen bewegt und sich deren Auslenkungen vektoriell addieren lassen:

$$\vec{u}\left(\vec{r},t\right) = \vec{u}_1\left(\vec{r},t\right) + \vec{u}_2\left(\vec{r},t\right) \tag{3.201}$$

Bedingt durch die Kohärenz der mechanischen Wellen kann es innerhalb der Materie zu konstruktiven oder destruktiven Interferenzen kommen. Das soll anhand eines einfachen Beispiels verdeutlicht werden. Es sei eine Welle u_1

$$u_1 = u_0 \cos\left(kx - \omega t\right) \tag{3.202}$$

und die Welle u_2 mit einer Phasendifferenz

$$u_2 = u_0 \cos\left(kx - \omega t + \phi\right) \tag{3.203}$$

mit der Phasendifferenz $\phi = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$ und dem Gangunterschied $\Delta = n\lambda$. Bei der Addition beider Wellen ergibt sich:

$$u = 2u_0 \cos\left(\frac{1}{2}\phi\right) \cos\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right) \tag{3.204}$$

Eine konstruktive Interferenz wird erreicht durch $\phi = 0$ und ergibt

$$u = 2u_0 \cos\left(kx - \omega t\right) \tag{3.205}$$

Eine destruktive Interferenz zeigt sich, wenn $\phi = \pi$ und ergibt

$$u = 0 \tag{3.206}$$

Das Prinzip von Interferenzen wird sich auch häufig bei technischen Anwendungen zu Nutze gemacht (z. B. Noise Canceling Köpfhörer). Auch bei der Messung von EMI kommt es innerhalb der zu überwachenden Struktur zur Überlagerung von Wellen, welche jedoch nicht direkt in den Spektren ersichtlich sind.

3.3.5 Ersatzmodell der angeregten Struktur

Zur Untersuchung des Schwingungsverhaltens lassen sich Strukturen in mechanische Ersatzmodelle umwandeln. Die Struktur kann dabei mit Hilfe von verschiedenen Komponenten, wie beispielsweise Steifigkeit k, Dämpfung δ und Masse m beschrieben werden. Im Nachfolgenden zeigt die Abbildung 3.47 die Konvertierung der Struktur in ein mechanisches Ersatzbild. Im vorliegenden Beispiel einer angeregten Schraube handelt es sich um ein gedämpftes System mit erzwungener Schwingung $F(t)$. Die sinusförmige Schwingungsinitiierung (Abbildung 3.40) erfolgt durch das an der Oberfläche applizierte PWAS, bedingt durch die Klebschicht ist die Kopplung zwischen Schraube und PWAS nicht verlustfrei. Trotz der hohen Steifigkeit der Klebschicht wirkt diese bei Anregung im System dämpfend. Die mechanische Impedanz wird nicht im Detail besprochen. Vielmehr soll aufgezeigt werden, welche Parameter mit in die mechanische Impedanz eingehen.

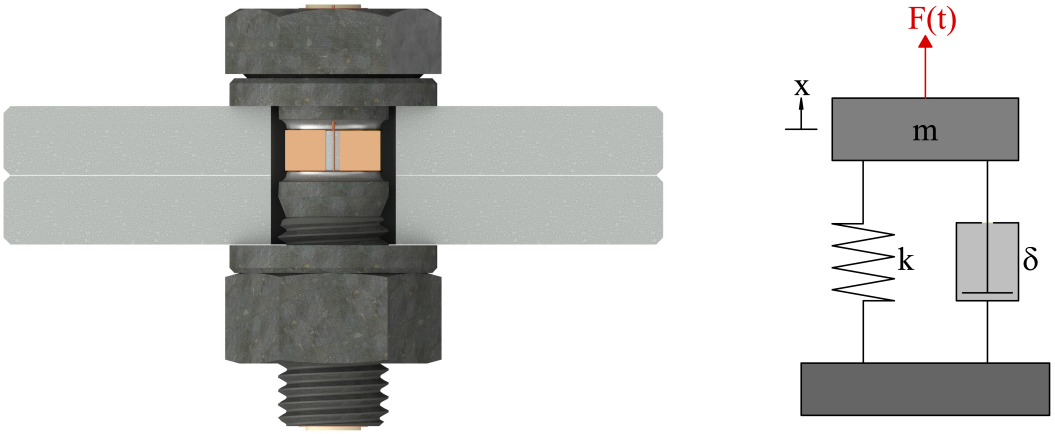


Abbildung 3.47: Metallische Struktur (links), mechanisches Ersatzbild der Struktur (erzwungene gedämpfte Schwingung (rechts))

Die eingeleitet Schwingung wird von der Materie durch die Struktur als elastische longitudinale und transversale Welle geleitet. Die Schwingungsenergie wird bei angekoppelten Massenpunkten als Welle in der Struktur verbreitet und bringt die Materie zum oszillieren. Dabei interagieren die Wellen mit den geometrischen und physikalischen Eigenschaften des Gefüges. Aus einer Änderung der Werkstoffkennwerte (z. B. durch Temperatur) oder der Geometrie (z. B. durch Vorspannung) resultiert eine Veränderung der Wellenausbreitung und demnach auch eine veränderte Schwingung der Struktur.

Mechanische Impedanz

Die mechanische Impedanz Z_m ist eine wichtige Größe bei der zugrunde liegenden Messmethode. Sie beschreibt den Widerstand einer Struktur, welcher der Ausbreitung mechanischer Wellen entgegengesetzt wird. Die mechanische Impedanz ist somit das Verhältnis zwischen einer anregenden Kraft F und der daraus resultierenden Welle mit der Schwinggeschwindigkeit v [77] [78].

$$\underline{Z_m} = \frac{\underline{F}}{\underline{v}} \tag{3.207}$$

Dabei ist v die Schwinggeschwindigkeit der Oberfläche an der Stelle und Richtung, an der die verursachende Kraft F wirkt. Weiterhin gilt:

$$F = f_0 m \tag{3.208}$$

wobei f_0 für die externe Anregung und m für die Masse steht. Die Schwinggeschwindigkeit ist definiert als:

$$\underline{v}\left(\omega_e\right) = \frac{f_0 \omega_e}{2\omega_e \left(\frac{\delta}{2m}\right) + i\left(\omega_e^2 - {\omega_0}^2\right)} \tag{3.209}$$

Die Gleichung 3.208 und Gleichung 3.209 kann in die Gleichung 3.207 eingesetzt werden. Nach Umformen ergibt sich:

$$\underline{Z_m}\left(\omega_e\right) = \delta + i\frac{\left(\omega_e^2 - {\omega_0}^2\right)}{\omega_e} m \tag{3.210}$$

Die mechanische Impedanz der erzwungenen Schwingung hängt nach Gleichung 3.210 von der

- Masse m,
- der Dämpfung δ,
- der Frequenz der Erregerschwingung ω_e und
- der Eigenfrequenz ω_0 des erregten Systems ab.

Bei der EMI-Methode ist es jedoch so, dass die mechanische Impedanz nicht direkt, sondern indirekt durch komplexe elektrotechnische Kenngrößen erfasst wird.

Erzwungene Schwingung und Resonanz

Wenn ein auf der Schraube appliziertes PWAS mit Hilfe des inversen piezoelektrischen Effektes zum Schwingen angeregt wird, überträgt sich die Schwingung auf die Schraube. Die Fe- und C-Atome werden aus ihrer Ruhelage ausgelenkt und somit zum Schwingen gezwungen. Die anziehenden bzw. abstoßenden Potentiale bewirken durch die resultierenden Rückstellkräfte, dass die Atome nach der Anregung wieder in ihre Ursprungslage zurückgelenkt werden. Dieser Zusammenhang wurde in Unterabschnitt 3.3.2 erläutert. Dieses Kapitel soll auf makroskopischer Ebene das Schwingungsverhalten einer Struktur bei einer erzwungenen Schwingung verdeutlichen. Wird Materie durch eine äußere Kraft in ihrer Resonanzfrequenz angeregt, so wird die Auslenkung der angeregten Struktur maximal. Dies gilt für Nukleonen, Atome, Moleküle, einen Holzbalken oder auch eine gesamte Brücke. Steifigkeit, Masse und weitere systeminhärente Parameter bestimmen hierbei die Lage der Eigenfrequenz(en). Wird eine Struktur durch eine äußere periodische Kraft $F_e = \frac{F_0}{m} \cos(\omega_e t)$ mit beliebiger Anregungskreisfrequenz ω_e in Schwingung gehalten, so kann die Bewegungsgleichung mit Hilfe einer inhomogenen DGL zweiter Ordnung beschrieben werden (Herleitung in Anlehnung an [31]).

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + {\omega_0}^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\omega_e t) \tag{3.211}$$

Die Eigenfrequenz ist definiert als:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.212}$$

Dabei ist k die Steifigkeit und m die Masse der angeregten Struktur. $x_h(t)$ ist die allgemeine Lösung der homogenen DGL und $x_{inh}(t)$ eine spezielle Lösung der inhomogenen DGL. Die allgemeine Lösung setzt sich aus beiden Teilen zusammen:

$$x(t) = x_h(t) + x_{inh}(t) \tag{3.213}$$

Bekannt ist, dass nach langer Zeit, also nach dem Einschwingvorgang, die homogene Lösung gegen Null geht. Das bedeutet, dass nach dem Einschwingvorgang der Oszillator der Anregungsfrequenz folgen wird. Betrachtet wird daher im Nachfolgenden nur der Ansatz der inhomogenen Lösung.

$$x_{inh}(t) = A\cos(\omega_e t + \phi) \tag{3.214}$$

Mit Hilfe des komplexen Ansatzes

$$e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x) \tag{3.215}$$

kann die Gleichung vereinfacht werden zu:

$$x_{inh}(t) = Ae^{i(\omega_e t+\phi)} = Ae^{i\phi}e^{i\omega_e t} = \underline{B}e^{i\omega_e t} \tag{3.216}$$

Wird dieser Ansatz nun in die Gleichung 3.211 eingepflegt, so wird daraus

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + {\omega_0}^2 x = \frac{F_0}{m}e^{i\omega_e t} \tag{3.217}$$

Durch Einsetzen des komplexen Ansatzes der Gleichung 3.216 in Gleichung 3.217 erhält man durch Umformen:

$$\underline{B} = \frac{F_0}{m}\frac{1}{{\omega_0}^2 - {\omega_e}^2 + i2\delta\omega_e} \tag{3.218}$$

Schließlich folgt nach [31] mit $\underline{B}$ als komplexer Koeffizient $\underline{B} = |B|\,e^{i\phi}$:

$$|B| = \frac{F_0}{m}\frac{1}{\sqrt{\left({\omega_0}^2 - {\omega_e}^2\right)^2 + (2\delta\omega_e)^2}} \tag{3.219}$$

und

$$\tan(\phi) = \frac{\text{Im } B}{\text{Re } B} = -\frac{2\delta\omega_e}{({\omega_0}^2 - {\omega_e}^2)}. \tag{3.220}$$

Geht die Dämpfung $\delta \to 0$, so läuft die Amplitude $|B|$ für $\omega_e = \omega_0$ gegen Unendlich (Resonanzkatastrophe). Im Allgemeinen wird die Amplitude $|B|$ als Funktion der Anregungsfrequenz genau dann maximal, wenn $\frac{\partial|B|}{\partial\omega_e} = 0$. Die Resonanzfrequenz ω_{res} einer erzwungenen gedämpften Schwingung ist

$$\omega_{res} = \sqrt{{\omega_0}^2 - 2\delta^2} \tag{3.221}$$

Die Amplitude der erzwungenen Schwingung hängt von der

- Amplitude $K = \frac{F_0}{m}$ der äußeren Kraft,

- der Dämpfung δ,
- von der Frequenz ω_e der Erregerschwingung
- und der Eigenfrequenz ω_0 des erregten Systems ab.

Die Abbildung 3.48 zeigt eine erzwungene Schwingung für einen unbestimmten Frequenzbereich bei unterschiedlichen Dämpfungen. Es ist erkennbar, dass die Amplitude bei der Anregungsfrequenz in der Nähe der Eigenfrequenz ($\omega_e/\omega_0 = 1$) maximal wird. Dieses Phänomen wird auch Resonanz genannt. Solche Erscheinungen können bei allen gekoppelten Schwingungssystemen vorkommen und haben ein breites Anwendungsfeld [24]. Ebenfalls erkennbar ist, dass die Amplitude bei zunehmender Dämpfung δ gemindert wird und sich die Halbwertsbreite $\Delta\omega$ verbreitert.

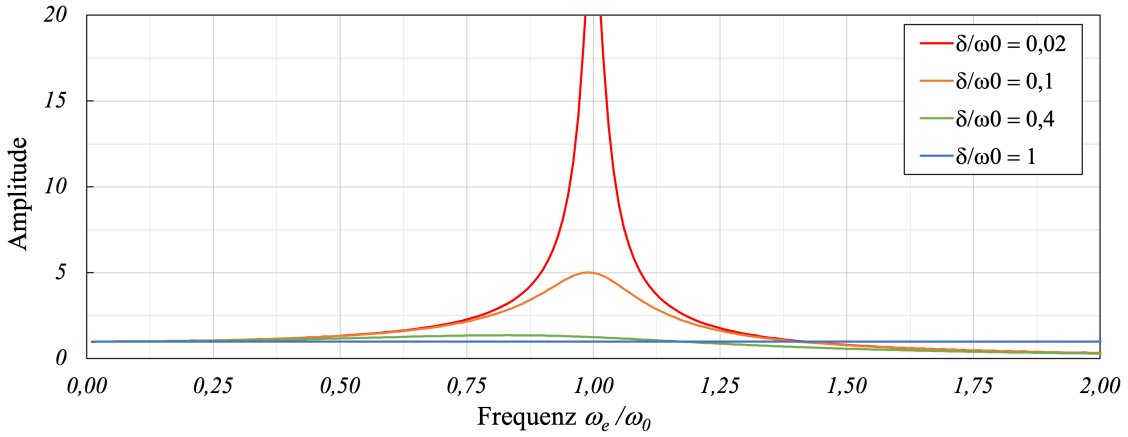


Abbildung 3.48: Resonanzkurve einer erzwungenen Schwingung für unterschiedliche Dämpfungen

In Kapitel 3 wurden wesentliche physikalische Grundlagen und Phänomene zur Messung von elektromechanischen Impedanzspektren behandelt und erklärt. Dafür wurde anfänglich die Entstehung von komplexen elektrotechnischen Kenngrößen durch unterschiedliche Bauelemente in einem mit Wechselstrom betriebenen Netzwerk behandelt. Besonderer Bedeutung wurde dabei der Kapazität zugesprochen, da diese für die vorliegende Messmethode von großer Relevanz ist. Der Grund dafür wurde unter anderem in Abschnitt 3.2 behandelt. Darüber hinaus wurden die Entstehung des piezoelektrischen Effekts sowie die wesentlichen Polarisierungsarten thematisiert. Eines der Kerngebiete bildete der Bereich der Festkörperphysik, wo der direkte Zusammenhang zwischen atomarer Wechselwirkung, Bindungspotential, innerer Wechselwirkungskraft sowie Steifigkeit hergeleitet wurde. Die wesentliche Essenz aus diesem Kapitel ist, dass durch diese Parameter das Schwingungsverhalten eines Festkörpers direkt bestimmt wird, und damit auch unweigerlich die Bildung von elektromechanischen Impedanzspektren. Die in dem Kapitel 3 aufgezeigten Herleitungen

und Zusammenhänge bilden die Grundlage für Diskussionen und Überlegungen in der weiterführenden Arbeit, denn darauf aufbauend wird in dem nachfolgenden Kapitel 4 der Einfluss der Temperatur sowie der Vorspannkraft auf die Bildung von elektromechanischen Impedanzspektren erläutert.

4 Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft auf EMI

Es gibt eine Vielzahl von Einflüssen, die Auswirkungen auf den Verlauf der elektromechanischen Impedanzspektren haben. Einige davon sind erwünscht, wie beispielweise der Einfluss der Vorspannkraft, manche wiederum sind unerwünscht und müssen bei der Auswertung berücksichtigt werden. Dies trifft insbesondere auf die Einflussnahme der Temperatur auf die Spektren zu. Die unterschiedliche Entwicklung der Spektren zwischen einzelnen Messungen soll darüber Aufschluss geben, ob ein Vorspannkraftverlust in einer Schraube vorliegt oder nicht. Bei der Bewertung der Spektren ist es demnach wichtig zu wissen, welchen Effekt die Umgebungs- und Probentemperatur auf die Entwicklung der Spektren hat. Wesentliche Grundlagen der Messmethode sind bereits in Kapitel 3 beschrieben worden. In den nachfolgenden Unterkapiteln wird dargestellt, welchen Einfluss die Temperatur und die Vorspannkraft auf die EMI-Spektren hat. Das erfolgt unter anderem unter Betrachtung der Veränderungen auf atomarer Ebene, da sich beispielsweise durch die chemische Bindung sowie dem einhergehenden Bindungspotential viele mechanische und elektrische Parameter charakterisieren lassen. Weiterhin sind die nachfolgenden Kapitel nochmals in die einzelnen Komponenten der HV-Garnituren gegliedert (PWAS, Klemmpaket, Kabel). Dies liegt darin begründet, dass es sich um verschiedene Materialien mit unterschiedlichen temperatur- und/oder vorspannkraftabhängigen Parametern handelt. Damit ist es möglich, jede Komponente im System gezielt zu betrachten.

4.1 Temperatur

Die absolute Temperatur eines Körpers ist ein Indikator für die mittlere kinetische Energie $\langle E_{kin} \rangle$ seiner Teilchen [24]. Je höher $\langle E_{kin} \rangle$ ist, desto wärmer ist der Körper. Die Temperatur ist allgegenwärtig und selbst am absoluten Nullpunkt

$$T_0 = 0 \text{ K} = -273,15°\text{C} \tag{4.1}$$

gibt es eine Oszillation von Atomen, was in der Physik auch als Quantenfluktuation bezeichnet wird [79]. Das Verhalten im Niedrigtemperaturbereich lässt sich gut

mit Hilfe des Debye-Modells beschreiben. Da jedoch im Zusammenhang mit dieser Arbeit keine Messungen mit Probentemperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunkts durchgeführt wurden, ist das Debye-Modell keine notwendige Basis für die durchgeführten Untersuchung des Materialverhaltens bei Raumtemperatur. Stattdessen kann das Dulong-Petit-Gesetz [80] herangezogen werden.

Die mittlere kinetische Energie eines Körpers hat einen wesentlichen Einfluss auf dessen physikalische Parameter. Dies lässt sich an zwei Beispielen verdeutlichen:

- Kalk-Natron-Silikatglas (Fensterglas) ist bei Raumtemperatur elektrisch nichtleitend, bei $T > 200$ °C elektrisch leitend
- Stahl ist bei Raumtemperatur fest, bei 2000 °C flüssig

Es ist daher auch nicht verwunderlich, dass Studien gezeigt haben, dass die Probentemperatur einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf die Entwicklung der Impedanzspektren hat [4].

Nach der klassischen statistischen Thermodynamik ist die mittlere kinetische Energie für einen dreidimensionalen Oszillator mit $f = 6$ Freiheitsgraden durch

$$\langle E_{kin} \rangle = \frac{f}{2} k_\mathrm{B} T \tag{4.2}$$

$$= 3 k_\mathrm{B} T \tag{4.3}$$

definiert [81]. Das Ergebnis wird auch als Dulong-Petit-Gesetz bezeichnet. Durch Gleichung 4.2 wird ersichtlich, dass die Temperatur T direkt in die Berechnung von $\langle E_{kin} \rangle$ eingeht ($T \sim \langle E_{kin} \rangle$).

4.1.1 Einfluss auf das Piezoelement

Die Auswertung der elektrotechnischen Kenngrößen resultierend aus dem Betrieb eines PWAS ist grundlegend für die Strukturüberwachung mit Hilfe von EMI-Spektren. Daher ist es wichtig zu untersuchen, welchen Einfluss die Temperatur auf die elektrotechnischen Kenngrößen hat. In den vorherigen Kapiteln ist bereits die Temperaturabhängigkeit von piezoelektrischen Materialien beschrieben worden, was im Nachfolgenden nochmals zusammengefasst und teilweise vertieft wird. Die Erfassung des quantitativen Einflusses der Temperatur auf die Kapazität des PWAS ist bedingt durch die tetragonale Ausbildung der Einheitszelle äußerst komplex, da es sich in diesem Fall um ein nichtlineares Dielektrikum handelt. Oberhalb der Curie-Temperatur

(Paraelektrikum, lineares Dielektrikum) lässt sich die elektrische Suszeptibilität (und damit die Kapazität) mit Hilfe des Curie-Weiss-Gesetz beschreiben.

$$\chi_e(T) = \frac{C_p}{T - \theta} \tag{4.4}$$

In der Gleichung 4.4 ist C_p die paraelektrische Curie-Konstante und θ die paraelektrische Curie-Temperatur. Unterhalb von T_C hängt χ_e von vielen Faktoren ab. Das temperaturabhängige Verhalten von dielektrischen Medien wurde schon häufiger in Veröffentlichungen thematisiert. Beispielsweise geht aus [82], [83] sowie [84] hervor, dass die Kapazität bzw. Permittivität mit zunehmender Temperatur ansteigt. Die Gründe dafür blieben jedoch oftmals unerwähnt. In den nachfolgenden Abschnitten wird auf Basis der Fachliteratur [50] die Landau-Devonshire-Theorie erläutert, mit welcher der Übergang der paraelektrischen zur ferroelektrischen Phase beschrieben werden kann. Hier wird insbesondere auf die Entwicklung der Polarisation bei unterschiedlichen Temperaturen eingegangen. Darauf aufbauend wird verdeutlicht, wie die Polarisation mit weiteren piezoelektrischen Parametern (z. B. Kapazität, elektrisches Feld, mechanische Dehnung) zusammenhängt.

Landau-Devonshire-Theorie

Die von Devonshire [85] [86] [87] entwickelte phänomenologische thermodynamische Theorie der Ferroelektrizität beschreibt den Übergang der ungeordneten paraelektrischen Phase in die geordnete ferroelektrische Phase. Bei der Beschreibung des Phasenübergangs wird von einer freien Energie

$$F = U - TS \tag{4.5}$$

ausgegangen, welche auch als Helmholtzsche Freie Energie bezeichnet wird. In Gleichung 4.5 ist U die innere Energie, S die Entropie und T die Temperatur eines Körpers. Mit Hilfe von

$$dU = TdS - pdV - VP_s \cdot dE \tag{4.6}$$

resultiert das totale Differential der freien Energie zu:

$$dF = -SdT - pdV - VP_s \cdot dE \tag{4.7}$$

Bei der Betrachtung eines isotherm-isochoren Prozesses ($dT = 0, dV = 0$) gelten

$$P_{s,i} = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial F}{\partial E_i}\right)_{V,T} \tag{4.8}$$

sowie

$$\chi_{ij} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\frac{\partial P_{s,i}}{\partial E_i}\right)_{V,T} = -\frac{1}{\varepsilon_0 V}\left(\frac{\partial^2 F}{\partial E_i \partial E_j}\right)_{V,T}. \tag{4.9}$$

Da der Ordnungsparameter P_s (spontane Polarisation) in der Nähe des Phasenübergangs sehr klein ist, kann die freie Energiedichte $f = F/V$ in eine Potenzreihe von P entwickelt werden:

$$f(P_s, T, E) = -E \cdot P_s + a_0 + \frac{1}{2}a_2 P_s^2 + \frac{1}{4}a_4 P_s^4 + \frac{1}{6}a_6 P_s^6 + ... \tag{4.10}$$

Terme mit ungeraden Exponenten können aus Gründen der Symmetrie entfallen. Der thermische Gleichgewichtswert von P_s ist durch das Minimum von $f(P_s)$ definiert. An diesem Minimum entspricht der Wert von f der Helmholtzschen freien Energiedichte. Daraus resultiert, dass die Gleichgewichtspolarisation in einem elektrischen Feld an die Bedingung

$$\left.\frac{\partial f}{\partial P_s}\right|_{T,E=const} = 0 = -E + a_2 P_s + a_4 P_s^3 + a_6 P_s^5 \tag{4.11}$$

gekoppelt ist. Unter Vernachlässigung von Depolarisationseffekten folgt für den Erhalt eines ferroelektrischen Zustandes mit endlicher spontaner Polarisation, dass der Koeffizient a_2 bei endlicher Temperatur T_0 sein Vorzeichen wechselt:

$$a_2 = \gamma\,(T - T_0) \tag{4.12}$$

In Gleichung 4.12 ist γ eine positive Konstante und T_0 ist kleiner oder gleich der Übergangstemperatur. Thermodynamisch wird nach der Ehrenfest-Klassifikation zwischen Phasenübergängen erster und höherer Ordnung unterschieden [50]. Ändern sich die ersten Ableitungen der thermodynamischen Potentiale (z. B. nach Temperatur oder elektrischem Feld) sprunghaft am Punkt des Phasenübergangs, so ist von einem Phasenübergang 1. Ordnung die Rede. Bei dem Übergang von der paraelektrischen in eine ferroelektrische Phase bedeutet das, dass sich die spontane Polarisation sprunghaft ändert. Bei dem Phasenübergang 2. Ordnung hingegen ändert sich die spontane Polarisation am Umwandlungspunkt kontinuierlich.

Phasenübergang 1. Ordnung
Für den Fall $a_4 < 0$ und $E = 0$ folgt aus der Gleichung 4.11:

$$\gamma\,(T - T_0)\,P_s - |a_4|P_s^3 + a_6 P_s^5 = 0 \tag{4.13}$$

Das bedeutet, dass entweder $P_s = 0$ oder

$$\gamma\,(T - T_0) - |a_4|P_s^2 + a_6 P_s^4 = 0 \tag{4.14}$$

ist. Weiterhin muss die freie Energie des paraelektrischen und des ferroelektrischen Zustandes für $T = T_\mathrm{C}$ gleich groß sein. Daraus resultiert, dass der Wert von F für $P_s = 0$ und der Wert des Minimums von F gleich sein müssen. Dies ist auch in Abbildung 4.1 ersichtlich.

Phasenübergang 2. Ordnung
Für den Fall $a_4 > 0$ und $E = 0$ folgt

$$\gamma\,(T - T_0)\,P_s + a_4 P_s^3 = 0 \tag{4.15}$$

Die Gleichung kann mit $P_s = 0$ oder $P_s^2 = (\frac{\gamma}{a_4})(T_0 - T)$ erfüllt werden. Da jedoch γ und a_4 positiv sind, ist für $T \geq T_0$ nur $P_s = 0$ als reelle Lösung möglich. T_0 kann daher mit der Curie-Temperatur T_C identifiziert werden. Für $T < T_0$ gilt daher

$$|P_s| = \sqrt{\frac{\gamma}{a_4}}\sqrt{T_0 - T} \tag{4.16}$$

Die Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf der freien Energie als Funktion des Ordnungsparameters P_s für verschiedene Temperaturen nach [50]. Es wird ersichtlich, dass für $T > T_\mathrm{C}$ das globale Minimum bei $P_s = 0$ liegt. Es liegt also ein paraelekrischer Zustand vor. Für den Fall $T = T_\mathrm{C}$ besitzt die freie Energie ein Minimum bei $P_s = 0$ und einen endlichen Wert von P_s. Wird das System weiter abgekühlt ($T < T_\mathrm{C}$), dann liegt das globale Minimum bei einem endlichen Wert von P_s. Dieser Zustand wird als ferroelektrisch bezeichnet.

Temperaturabhängige Polarisation

Aus der Landau-Devonshire-Theorie geht hervor, dass die (spontane) Polarisation mit zunehmender Temperatur abnimmt. Dieser Sachverhalt ist auch in Abbildung 4.1 ersichtlich. Im Nachfolgenden wird thematisiert, welchen Einfluss die (temperaturabhängige) Polarisation auf piezoelektrische Kenngrößen hat.

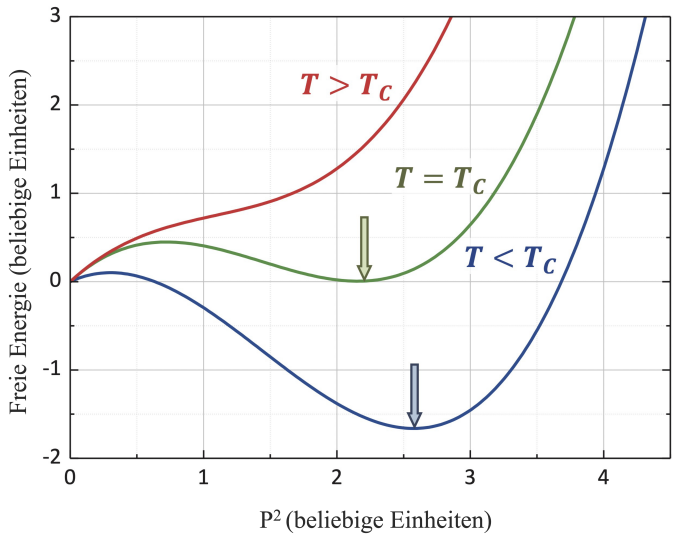


Abbildung 4.1: Freie Energie als Funktion des Quadrats der spontanen Polarisation für einen Phasenübergang 1. Ordnung. Für $T > T_C$ liegt nur ein globales Minimum bei $P = 0$ vor. Für $T = T_C$ liegen zwei Minima mit verschwindendem und endlichem P beim gleichem Wert der freien Energie vor. Für $T < T_C$ liegt das globale Minimum bei endlichem P (nach [50])

In [49] wurde ein Kontinuumsmodell für ferroelektrische Keramiken bei endlicher Temperatur vorgestellt, das auf einem temperaturabhängigen Landau-Devonshire-Potential und einer temperaturabhängigen stochastischen Allen-Cahn-Gleichung für die Entwicklung der Gesamtpolarisation beruht. Hier wurde gezeigt, dass das temperaturabhängige Landau-Devonshire-Potential eine genaue Vorhersage der spontanen Polarisation, des Koerzitivfeldes und der piezoelektrischen und dielektrischen Konstanten über einen breiten Temperaturbereich in Übereinstimmung mit experimentellen Daten für PZT liefert. Die Abbildung 4.2 zeigt den Einfluss der Temperatur aus [49] auf das Polarisationspotenzial $\psi_{pol}(P,T)$ (links) und das entsprechende elektrische Feld $E(P,T)$ (rechts) für einen Eindomänen-Einkristall und ein elektrisches Feld parallel zur Polarisation. Es zeigt sich, dass die (spontane) Polarisation mit zunehmender Temperatur geringer wird, was die Theorie aus Unterabschnitt 4.1.1 bestätigt. In Abbildung 4.2 ist auch zu erkennen, dass das Koerzitivfeld mit zunehmender Temperatur geringer wird (gestrichelte Linie). Es wird also ein geringeres Feld für den Umpolungsvorgang benötigt. Daraus resultiert eine schmalere Hysterese bei höheren Temperaturen, was in Abbildung 4.3 (rechts) zu erkennen ist.

Wie in Unterabschnitt 3.2.3 erläutert, ist die Piezoelektrizität eine Kreuzkopplung zwischen elastischen und dielektrischen Größen. Dadurch hat die Temperatur nicht nur einen Einfluss auf die Polarisation und das elektrische Feld, sondern auch auf die mechanische Dehnung. In Abbildung 4.3 (links) ist der qualitative Dehnungsverlauf

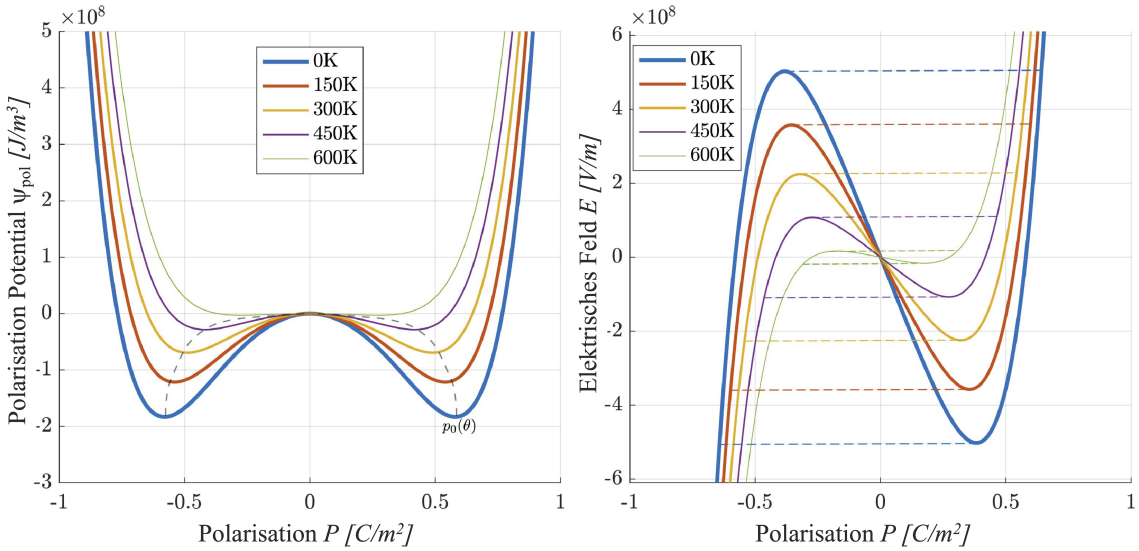


Abbildung 4.2: Einfluss der Temperatur nach [49]) auf das Polarisationspotenzial $\psi_{pol}(P,T)$ (links) und das entsprechende elektrische Feld $E(P,T)$ (elektrisches Feld parallel zur Polarisation; rechts)

(S bzw. ε) gegen das angelegte elektrische Feld als klassische Schmetterlingskurve aufgetragen. Analog zur Polarisationshysterese führt eine Temperaturerhöhung zu einer Abnahme des elektrischen Feldes während des Umpolungsvorgangs. Außerdem ist eine Abnahme der Dehnungsgröße aus der Polarisationsumkehr mit zunehmender Temperatur zu erkennen. Aus der bipolaren Schalthysterese und den Schmetterlingskurven lassen sich Kleinsignaleigenschaften wie die relative Permittivität bestimmen [49] [70].

$$\varepsilon^{S}_{r,ii} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial E_i}\right)_{\varepsilon=const} \tag{4.17}$$

$$\varepsilon^{T}_{r,ii} = \left(\frac{\partial D_i}{\partial E_i}\right)_{\sigma_m=const} \tag{4.18}$$

Die Permittivität ε_r hat nach Gleichung 3.35 einen direkten Einfluss auf die Kapazität eines Mediums und kann als die Steigung der Polarisationshysterese bei elektrischem Feld $E = 0$ verstanden werden [49]. Die Polarisationshysterese ist in Abbildung 4.3 (rechts) zu erkennen.

Hier wird ersichtlich, dass die Steigung mit zunehmender Temperatur zunimmt, woraus folgt, dass die Permittivität ebenfalls steigt. In Abbildung 4.4 ist der Einfluss des temperaturabhängigen Polarisationspotentials auf Kleinsignaleigenschaften

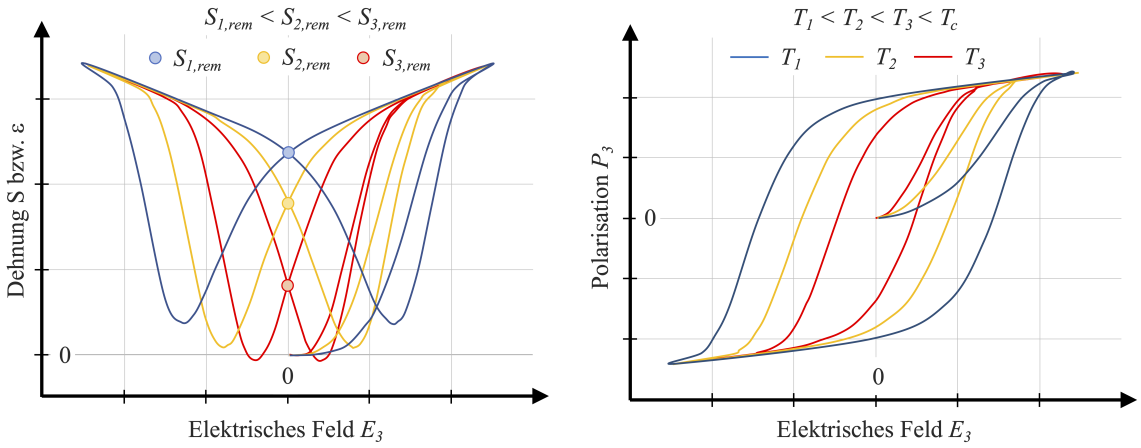


Abbildung 4.3: Qualitativer Einfluss des temperaturabhängigen Polarisationspotentials auf die bipolare Zyklenhysterese (rechts) und auf die laterale Dehnung S bzw. ε (links) für drei verschiedene Temperaturniveaus (in Anlehnung an [57]).

wie die piezoelektrischen Konstanten d_{31}, d_{33} (links) und die relative Permittivität $\varepsilon_{r,33}$ (rechts) abgebildet. Für den Einfluss der Temperatur auf ein Dielektrikum im ferroelektrischen Zustand ($T < T_c$) gilt im Allgemeinen:

$$T \uparrow \Rightarrow |\psi_{pol}| \downarrow \tag{4.19}$$

$$T \uparrow \Rightarrow |E| \downarrow \tag{4.20}$$

$$T \uparrow \Rightarrow \varepsilon_{r,ij} \uparrow \tag{4.21}$$

Die Erkenntnis der Zunahme der Permittivität bei steigender Temperatur ist im weiteren Verlauf der Arbeit besonders wichtig.

Nachdem in dem vorherigen Abschnitt der Zusammenhang zwischen der Temperatur, dem Polarisationspotential sowie den damit zusammenhängenden piezoelektrischen Kenngrößen erörtert wurde, wird im Nachfolgenden hergeleitet, welchen Einfluss eine Steigerung / Minderung der Kapazität auf die EMI-Spektren hat. Hierbei muss zwischen zwei verschiedenen Fällen unterschieden werden. Für die Impedanz gilt:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{4.22}$$

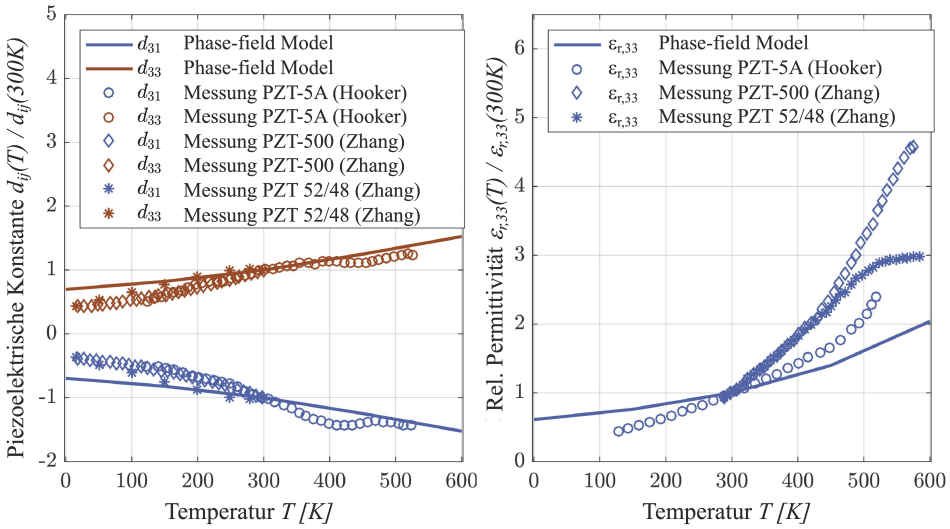


Abbildung 4.4: Einfluss des temperaturabhängigen Polarisationspotentials auf piezoelektrischen Konstanten d_{31}, d_{33} (links) und $\varepsilon_{r,33}$ (rechts). Die Piezo-/Dielektrizitätskonstanten sind in Bezug auf ihren entsprechenden Wert bei 300 K normiert (nach [49]).

Der gesamte Blindwiderstand X besteht aus den Komponenten der Induktivität X_L und sowie der Kapazität X_C:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} \tag{4.23}$$

Daraus ergeben sich zwei relevante Fälle, welche in Abbildung 4.5 dargestellt sind (Vernachlässigung von $X_L = X_C$):

1. Fall $X_L > X_C$

$$T \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |X_C| \uparrow \Rightarrow |X| \downarrow \Rightarrow |\underline{Z}| \downarrow \tag{4.24}$$

2. Fall $X_L < X_C$

$$T \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |X_C| \uparrow \Rightarrow |X| \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow \tag{4.25}$$

Bei den in der Arbeit verwendeten PWAS gilt $X_L \ll X_C$. Daraus resultiert, dass sich die Impedanz bei Erhöhung der Temperatur verringert. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Um diese Überlegung zu untermauern, wurde mit Hilfe der Gleichung 3.35, Gleichung 3.41, Gleichung 3.90 sowie Gleichung 3.117 aus dem Kapitel 3 das Impedanzspektrum für den Frequenzbereich 50 kHz – 200 kHz analytisch ermittelt (Abbildung 4.6). Hier ist zu erkennen, dass die Impedanz für die höchste Temperatur

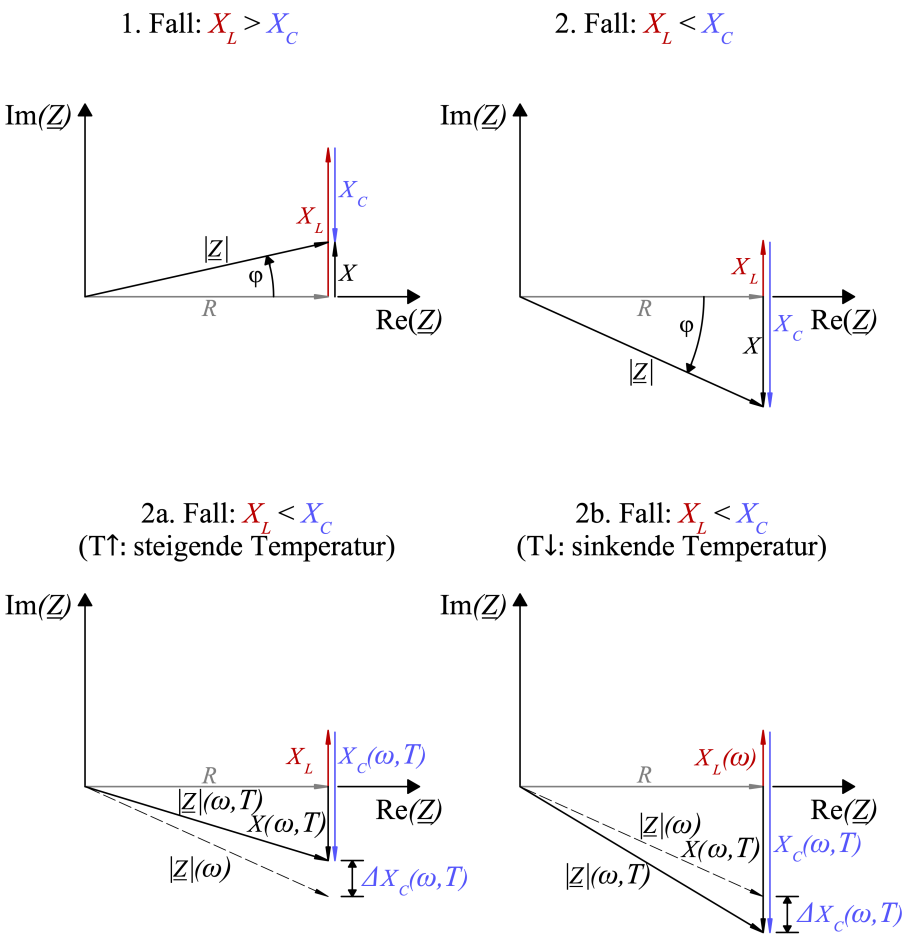


Abbildung 4.5: Fallunterscheidung für den Einfluss von Temperatur auf elektrische Impedanzen (obere Reihe), qualitative Entwicklung der elektrischen Impedanz für steigende (2a) und sinkende (2b) Temperaturen für den Fall $X_L < X_C$ (untere Reihe)

(20 °C) durchgehend geringer ist als bei -20°C, was sich durch die Zunahme der Permittivität / Kapazität bei steigender Temperatur erklären lässt.
Erinnerung:

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega \mathbf{C}}\right)^2}$$

Durch die numerischen und experimentellen Untersuchungen wird diese Entwicklung der Spektren bestätigt.

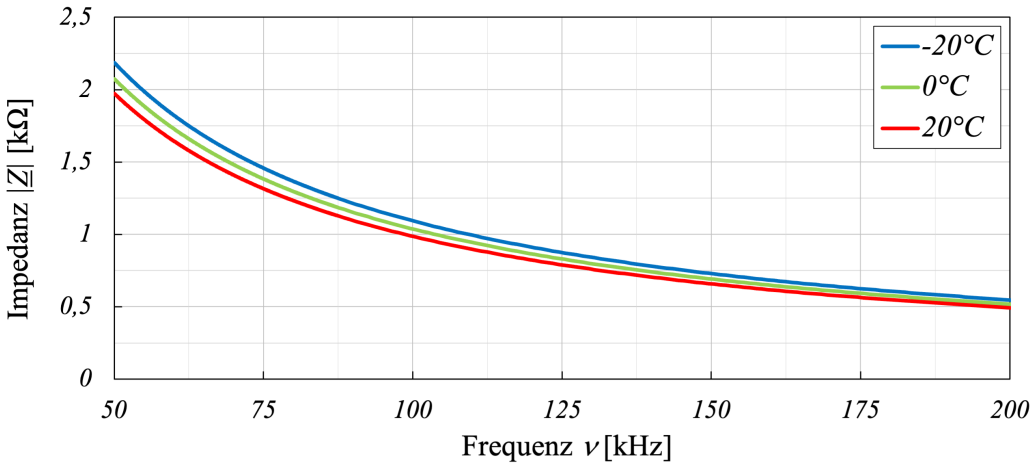


Abbildung 4.6: Analytisch ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|(\nu, T)$ für verschiedene Temperaturen (beispielhaft)

4.1.2 Einfluss auf die gekoppelte Struktur

Die Temperatur hat jedoch nicht nur einen Einfluss auf die elektrischen Kenngrößen des PWAS, sondern auch auf das mechanische und elektrische Verhalten der metallischen Struktur, wobei hier zu beachten ist, dass das elektrische Verhalten keine Bewandtnis für die Messmethode hat, da kein Transport von elektrischer Ladung in der (überwachten) Struktur stattfindet. Dies liegt darin begründet, dass die Struktur des PWAS elektrisch entkoppelt ist. Für die Messmethode ist aber das mechanische Verhalten bei unterschiedlichen Temperaturen von Bedeutung. Wie in Abbildung 3.42 veranschaulicht, ist der Abstand der Atome im Ruhezustand durch die Lage des Potentialminimums definiert. Äußere Einwirkungen, wie beispielsweise die Erhöhung der mittleren kinetischen Energie, können den relativen Abstand zwischen den Atomen beeinflussen und ändern. Je höher die mittlere kinetische Energie des Systems, desto größer sind die Amplituden der atomaren Oszillation. Die Amplituden sind in Abbildung 4.7 schematisch im oberen Diagramm durch die transparenten roten Punkte kenntlich gemacht. Mit Blick auf die Abbildung 4.7 könnte man davon ausgehen, dass sich die gemittelte Oszillation ausgleicht und der atomare Abstand unverändert bleibt. Bedingt durch die Asymmetrie des „Potentialtopfes“ ist das jedoch nicht der Fall. Aus der hinzugefügten Wärme resultiert eine gesteigerte Oszillation der Atome, wodurch sich der gemittelte zwischenatomare Abstand vergrößert. Die gemittelte Verschiebung ist in den drei Diagrammen jeweils durch den roten Punkt dargestellt. Eine Erwärmung des Festkörpers hat demnach eine Vergrößerung des (gemittelten) atomaren Abstandes zur Folge und der Körper dehnt sich aus. In der Konstruktion ist dieses Materialverhalten oftmals ein Problem, da je nach Lagerung Zwangsschnittgrößen entstehen können. In dieser Arbeit stellt das allerdings keine Problematik dar. Viel eher ist die Veränderung des Schwingungs-

verhaltens des Festkörpers von Belang, da die Schwingung direkt in die Messgrößen einfließt. Für erste Überlegungen, wie sich die Temperatur auf das Schwingverhalten auswirken könnte, ist ein Blick auf die beiden unteren Diagramme in Abbildung 4.7 lohnend. Hier wird erkennbar, dass sich die Erhöhung der Temperatur nicht nur auf die innere Wechselwirkungskraft, sondern auch auf die Steifigkeit auswirkt. Wie in der Gleichung 3.212 ersichtlich, geht die Steifigkeit direkt in die Bildung der Eigenmoden und der Resonanz ein. Da Steifigkeit und Elastizitätsmodul direkt miteinander verknüpft sind (siehe Gleichung 3.180), soll nachfolgend betrachtet werden, welche Auswirkungen die Änderung des Elastizitätsmoduls auf die Messungen hat. In Gleichung 3.196 wurde gezeigt, dass der Elastizitätsmodul direkt in die Wellenausbreitung mit eingeht. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der mechanischen Welle variiert im Festkörper. Dabei gilt, je größer der Elastizitätsmodul ist, desto schneller breitet sich die Welle im Medium aus. Leider ist eine direkte Quantifizierung des Elastizitätsmoduls durch die Gleichungen auf Basis der atomaren Wechselwirkung sehr schwierig bzw. gar nicht möglich.

Das hat den Hintergrund, dass die dafür notwendigen Parameter, jedoch insbesondere die Komponente der attraktiven Kraft in metallischen Verbindungen, nicht exakt ermittelt werden können. Trotzdem kann die Bindungskraft mit Hilfe der experimentell bestimmten Schmelztemperatur verdeutlicht werden. Ist die Schmelztemperatur eines Stoffes erreicht, kann davon ausgegangen werden, dass die Bindung zwischen den einzelnen Atomen weitestgehend gelöst ist. Daraus resultiert, dass sich die Atome frei im Fluid bewegen können. Um diesen Zustand zu erreichen, muss der zwischenatomare Abstand r_D überschritten werden. Das kann beispielsweise mit Hilfe von zugeführter Wärme hervorgerufen werden. In diesem Fall bedeutet das, dass

$$U_0 \approx \langle E \rangle_{kin} \tag{4.26}$$

sein muss. Bei der Überlegung wird davon ausgegangen, dass die Bindung ausschließlich durch thermische Energie gelöst wird. Grundannahme bei vielen Überlegungen ist die Betrachtung eines perfekten Kristalls. In der Realität gibt es allerdings immer Abweichungen von dem perfekten Kristall. Die Abweichungen resultieren aus einer Vielzahl an Defekten wie beispielsweise Leerstellen, Versetzungen, Stapelfehler oder ähnliches. Interessanterweise sind es gerade die Defekte, welche die Eigenschaften von Stoffen charakterisieren. Für den vorliegen Fall bedeutet das, dass die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls nur abgeschätzt werden kann. Das kann mit Hilfe der nachfolgenden Gleichung erfolgen [88].

$$E_m(T) \approx E_m(0\mathrm{K}) \left(1 - 0,5\frac{T}{T_m}\right) \text{ für } T < 0,5T_m, T \text{ in Kelvin} \tag{4.27}$$

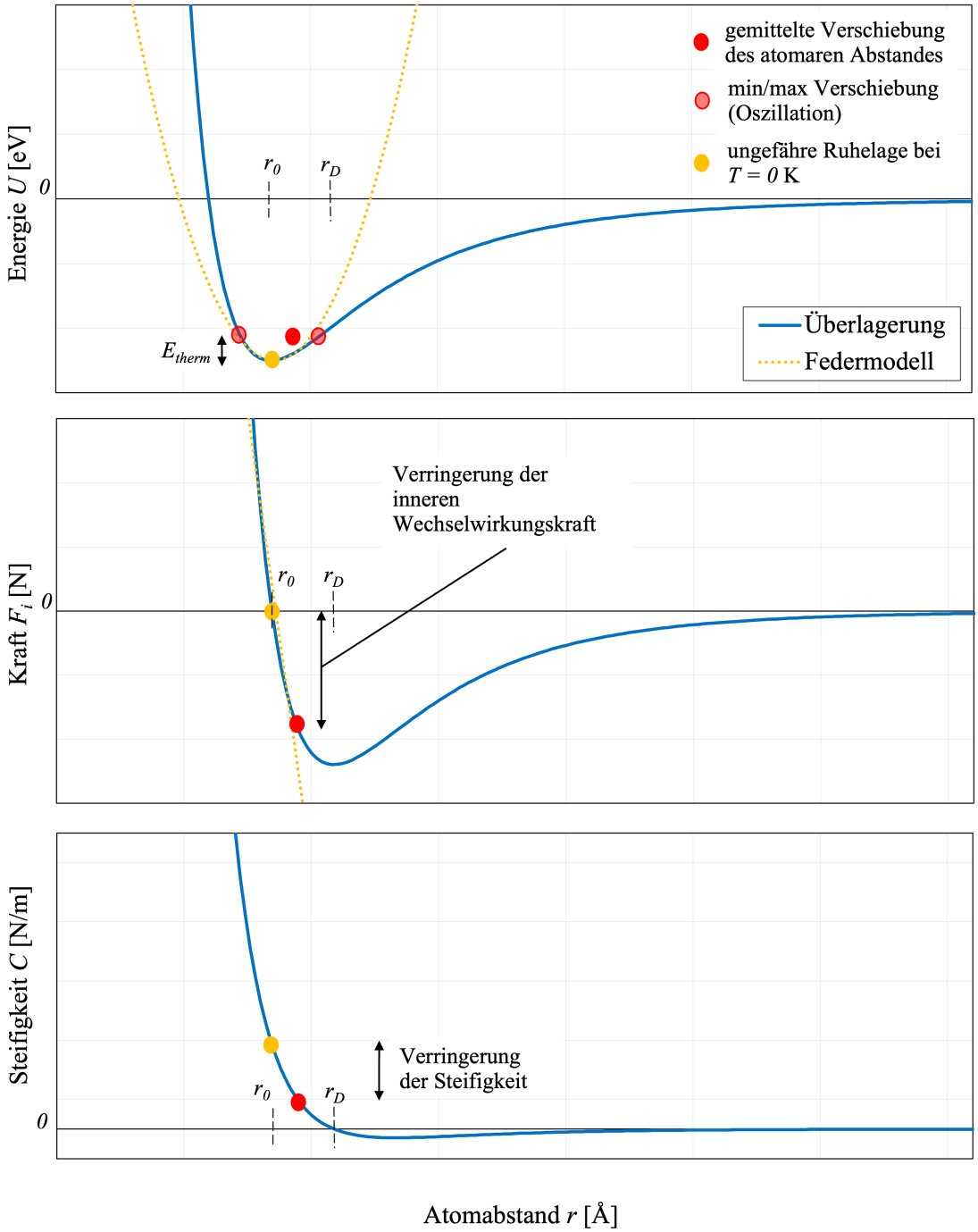


Abbildung 4.7: Änderung der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen aufgrund von thermischer Energie im Festkörper

Für Stahl und eine Temperaturdifferenz $\Delta T \approx 70$ K ergibt sich ein Differenz des Elastizitätsmoduls $\Delta E_m \approx 500 \frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{cm}^2}$. Es wird deutlich, dass der Elastizitätsmodul mit steigender mittlerer kinetischer Energie abnimmt, was den Inhalt der Abbildung 4.7 bekräftigt. Daraus resultiert beispielsweise, dass sich die Longitudinalwelle bei 50 °C um circa 60 m/s langsamer in Stahl ausbreitet als bei -20 °C. Weiterhin ist eine Verschiebung der Resonanzen im EMI-Spektrum zu erwarten. Beide Effekte sind in den experimentellen (Kapitel 5) sowie numerischen (Kapitel 6) Befunden zu erkennen.

Es sei erwähnt, dass die Temperatur neben den genannten Effekten auch einen Einfluss auf die mechanische Verbindung zwischen PWAS und Struktur (z. B. Klebstoff) hat, was jedoch im weiteren Verlauf der Arbeit nicht weiter thematisiert wird.

4.1.3 Einfluss auf das Verbindungskabel

Veränderungen von elektrischen Widerständen schlagen sich direkt auf die elektrotechnischen Kenngrößen nieder. Bekanntermaßen vergrößert sich der elektrische Widerstand eines elektrischen Leiters bei einer Temperaturerhöhung. Dies kann mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes und der mikroskopischen Betrachtung der elektrischen Leitfähigkeit erläutert werden.

$$U = RI \tag{4.28}$$

Der Strom ist definiert als der Fluss des Stromdichtevektors $j\left(\vec{r}\right)$ durch eine Fläche A [24].

$$I = \int_A j\left(\vec{r}\right) dA \tag{4.29}$$

Dabei kann die Stromdichte als Multiplikation der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma_e\left(\vec{r}\right)$ und des elektrischen Feldes definiert werden:

$$j\left(\vec{r}\right) = \sigma_e\left(\vec{r}\right) E\left(\vec{r}\right) \tag{4.30}$$

Aus der Betrachtung der Driftgeschwindigkeit, mit der sich Elektronen in einem elektrischen Leiter bewegen, resultiert die Drude-Formel (Gleichung 4.31). Diese quantifiziert die spezifische elektrische Leitfähigkeit unter Berücksichtigung der Relaxation τ von Elektronen. Die Relaxation bezeichnet die mittlere Zeit zwischen zwei Stößen von Elektronen und einem Hindernis.

$$\sigma_e = \frac{n_e e^2 \tau}{m} \tag{4.31}$$

In der Gleichung 4.31 ist $n_e = \frac{N}{V}$ die Elektronendichte, m die Masse der Elektronen und e die Elektronenladung. Die temperaturabhängige Komponente in der Gleichung 4.31 ist die mittlere Stoßzeit τ, welche stark von den Streuprozessen der Elektronen abhängig ist. Streuprozesse resultieren aus den unterschiedlichsten Gründen:

- Streuung an Defekten (z. B. Fremdatome)
- Streuung an Phononen
- Streuung an der Probenoberfläche

Bei sehr tiefen Temperaturen stehen keine Phononen für Streuprozesse zur Verfügung, sodass hauptsächlich die Streuung an Defekten übrigbleibt. Die Wahrscheinlichkeit pro Zeit für Stöße von Elektronen ergibt sich mit

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_{ph}} \tag{4.32}$$

Das Verhältnis von Temperatur und elektrischer Leitfähigkeit im Metall kann durch das »Wiedemann-Franzsche Gesetz« beschrieben werden [42]

$$\frac{\pi^2}{3}\frac{k_\mathrm{B}^2}{e^2}T = \frac{\kappa}{\sigma_e} = LT, \tag{4.33}$$

wobei κ die thermische Leitfähigkeit und L die Proportionalitätskonstante ist. Nach der elektrischen Leitfähigkeit umgestellt ergibt sich:

$$\sigma_e = \frac{3\kappa}{T}\left(\frac{e}{\pi k_\mathrm{B}}\right)^2 \tag{4.34}$$

Durch Gleichung 4.34 wird ersichtlich, dass die elektrische Leitfähigkeit mit zunehmender Temperatur abnimmt. Auch wenn im für die Arbeit verwendeten Versuchsaufbau die Veränderung der elektrotechnischen Kenngrößen resultierend aus dem temperaturabhängigen Widerstand der Kabel eher von theoretischem Belang ist, sollte dieser Zusammenhang nicht unerwähnt bleiben. Es ist durchaus denkbar, dass der Effekt an Relevanz gewinnt, wenn sowohl der Temperaturunterschied ΔT als auch die der Temperatur ausgesetzten Kabellänge größer wird.

4.2 Vorspannung

Genau wie die Temperatur hat auch die Vorspannung einen wesentlichen Einfluss auf die elektromechanischen Impedanzspektren. Der Unterschied besteht jedoch darin, dass dieser Effekt hier erwünscht ist, um eine Reduktion der Vorspannung zu erfassen. Analog zu der Überlegung, wie sich die Temperatur auf die Spektren auswirken kann, wird hier ebenfalls eine mögliche Erklärung auf atomarer Ebene gesucht. Wie sich die Vorspannung auf das PWAS und die gekoppelte Struktur auswirkt, soll in den nachfolgenden Absätzen erläutert werden.

4.2.1 Einfluss auf die gekoppelte Struktur

Bei den Schrauben handelt es sich um hochfeste Schrauben nach DIN EN 14399 mit einer Streckgrenze von $f_y = 900\ \mathrm{N/mm^2}$. Demzufolge ist das Verhältnis zwischen planmäßig aufgebrachter Vorspannkraft und Querschnittsfläche sehr hoch. Die hohe Steckgrenze ermöglicht nach DIN EN 1090-2 eine maximal zulässige Vorspannkraft bei der M16er-Serie von $F_{p,C} = 110\,\mathrm{kN}$ und bei der M20er-Serie von $F_{p,C} = 172\,\mathrm{kN}$. Bedingt aus der großen Spannung im Querschnitt resultiert nach Gleichung 4.35 eine große Dehnung:

$$\sigma_m = E_m \varepsilon \tag{4.35}$$

Die Abbildung 4.8 zeigt die Dehnung ε_{33} (Dehnung Längsachse Schraube) einer M16x50 (links) sowie einer M20x65 (rechts) HV-Garnitur. Die Querschnitte sind jeweils in zwei Teile aufgeteilt, von denen eine Hälfte die Stauchung (Druck) und die andere Hälfte die Streckung (Zug) in der HV-Garnitur widerspiegelt. Das ermöglicht einen guten Überblick über die Druck- und Zugzonenverteilung im Querschnitt bei maximaler Vorspannkraft $F_{p,C}$. Zusätzlich zum Dehnungszustand in Längsrichtung der Schraube ist in Abbildung 4.9 die Dehnung quer zur Schraubenlängsachse (y-Richtung) gezeigt. Hier wird ersichtlich, dass das PWAS1 am Schraubenkopf gestaucht wird, wenn eine Vorspannung in der HV-Garnitur vorliegt. Dieses Verhalten wird im späteren Teil der Arbeit noch von entscheidender Bedeutung.

Die hohe Belastung wirkt sich auch auf den Abstand der Atome aus. Da in der Schraube überwiegend eine Zugbelastung vorliegt, wird die Schraube in erster Linie gestreckt. Die Abstände der Atome werden demnach vergrößert (Abbildung 4.10). Die Wechselwirkung zwischen Vorspannkraft und atomarer Bindung ist schematisch in der Abbildung 4.10 dargestellt. Im oberen Diagramm ist die innere Wechselwirkungskraft und der atomare Abstand aufgetragen. Wird das Federmodell zur Verdeutlichung genommen, werden die „Federn“ zwischen den Atomen bei einer extern

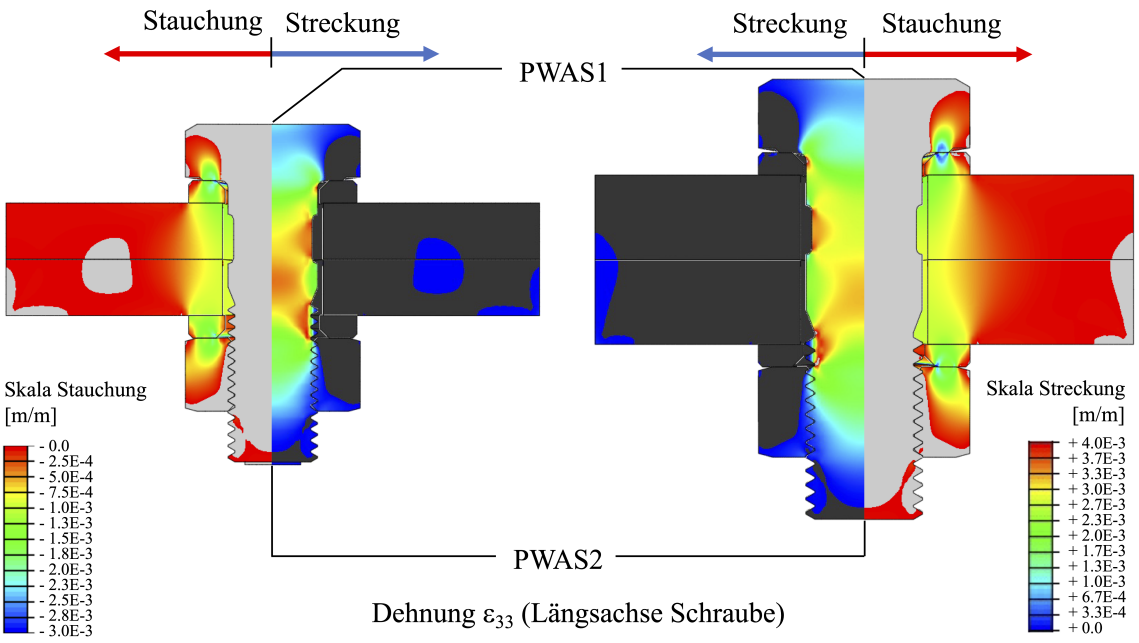


Abbildung 4.8: Dehnungsverteilung ε_{33} (Längsrichtung Schraube) einer M16x50 HV-Garnitur bei $F_{p,C} = 110\,\text{kN}$ (links) sowie M20x65 HV-Garnitur bei $F_{p,C} = 172\,\text{kN}$ (rechts)

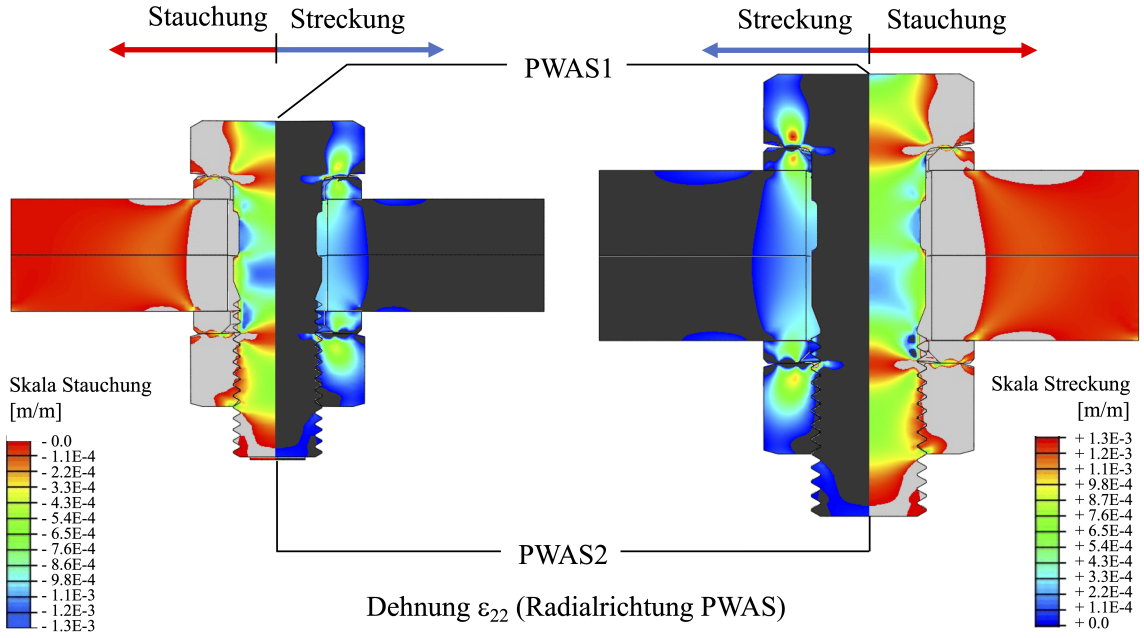


Abbildung 4.9: Dehnungsverteilung ε_{22} (Radialrichtung PWAS) einer M16x50 HV-Garnitur bei $F_{p,C} = 110\,\text{kN}$ (links) sowie M20x65 HV-Garnitur bei $F_{p,C} = 172\,\text{kN}$ (rechts)

aufgebrachten Druckkraft gestaucht und der Abstand der Atome verringert sich. In dem Diagramm ist diese Situation durch die Verschiebung des gelben Punktes zum grünen Punkt dargestellt. Der gelbe Punkt soll die eigentliche Ruhelage der Atome ohne Einfluss von Temperatur und Vorspannkraft symbolisieren. Wird hingegen eine Zugkraft aufgebracht, verhält sich die Materie annähernd gegenläufig. Im vorliegenden Fall wird die Schraube demnach gestreckt, was sich sehr leicht experimentell nachweisen lässt. Durch die betragsmäßige Erhöhung der inneren Wechselwirkungskraft resultiert eine Veränderung in der Steifigkeit. Das untere Diagramm in Abbildung 4.10 zeigt, dass sich die Steifigkeit bei einer Zugkraft reduziert, während das System bei einer Druckkraft steifer wird. Durch die Aufbringung einer Vorspannkraft ist folglich auch eine Verschiebung der Resonanzen zu erwarten.

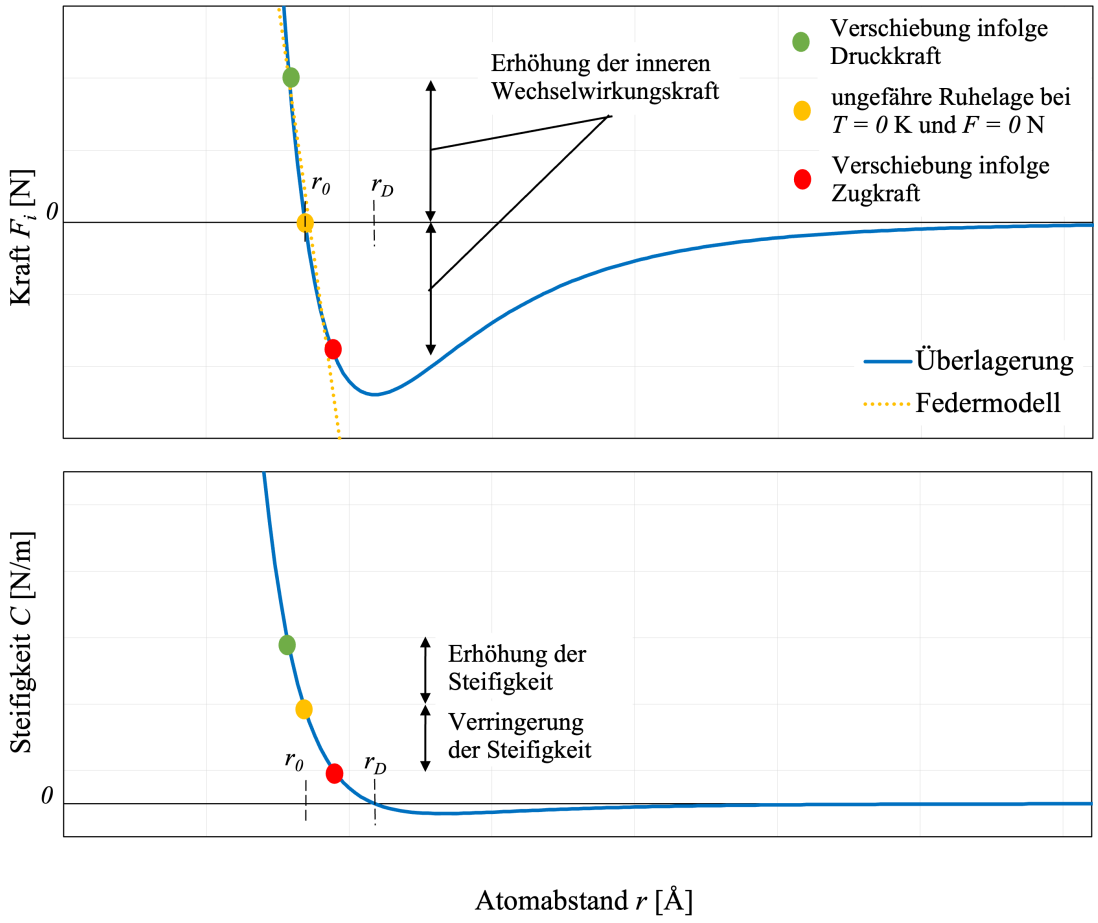


Abbildung 4.10: Änderung der Wechselwirkung zwischen zwei Atomen aufgrund einer Vorspannung im Festkörper

Durch die Aufbringung und Steigerung der Vorspannkraft resultiert eine größere Flächenpressung zwischen den einzelnen HV-Komponenten. Dies hat zur Folge,

dass sich das Schwingungsverhalten der Struktur ebenfalls ändert, da sich durch die weitläufigere Anregung der Struktur eine größere anregbare Masse ergibt. Zusätzlich ergibt sich eine Änderung der Schwingung durch die veränderte Steifigkeit der Struktur, was die Quantifizierung der Kontinuumsschwingungen recht komplex erscheinen lässt. Aus [89] geht jedoch hervor, dass eine konstante Zugkraft aufgrund des streckenden Einflusses eine Erhöhung der Eigenfrequenzen zur Folge hat. Hier wird jedoch von einer konstanten Zugkraft ausgegangen, was bei einer vorgespannten HV-Garnitur jedoch nicht der Fall ist. Trotzdem wird sich herausstellen, dass sich die Resonanzen aufgrund einer Vorspannung in höhere Frequenzbereiche bewegen. Es zeigt sich allerdings auch, dass eine Vorspannung nicht nur eine Verschiebung der Resonanzen nach sich zieht, sondern auch eine erhebliche Rotation des gesamten EMI-Spektrums. Wie später gezeigt wird, resultiert diese Charakteristik aus den veränderlichen Spannungs- bzw. Dehnungsverhältnissen bedingt durch variierende Vorspannkräfte. Von besonderer Bedeutung ist der Bereich, an dem das PWAS appliziert ist. Aus der Abbildung 4.9 wird ersichtlich, dass im Bereich des PWAS1 eine deutliche Stauchung in Radialrichtung des PWAS zu vernehmen ist, während PWAS2 auch im vorgespannten Zustand annähernd spannungs- bzw. dehnungsfrei bleibt.

4.2.2 Einfluss auf das Piezoelement

Durch die annähernd schubsteife Verbindung zwischen PWAS und Struktur wirkt sich die Vorspannung der Schraube auch auf das Verhalten des PWAS aus. Hier muss zwischen zwei Situationen unterschieden werden:

1. Befestigung PWAS, Vorspannen der Schraube
2. Vorspannen der Schraube, Befestigung PWAS

Im ersten Fall wird das PWAS mit der Schraube vorgespannt. Der Dehnungszustand im Bereich des PWAS bewirkt demnach ebenfalls einen Dehnungszustand im PWAS. Wie bereits in Abschnitt 3.2 gezeigt, ist die Piezoelektrizität eine Kreuzkopplung zwischen elastischen sowie elektrischen Größen. Es kann daher davon ausgegangen werden, dass eine Dehnung des PWAS einen Einfluss auf elektrische Größen nach sich zieht. Im zweiten Fall wird das PWAS erst nach dem Vorspannen an der Struktur befestigt. Es wird daher keine Dehnung vor dem Betrieb in dem PWAS hervorgerufen. Trotzdem sollte sich (bei geeigneter Applizierung) ein Verlust der Vorspannkraft in den EMI-Spektren bemerkbar machen, da sich durch eine Reduktion der Vorspannung der Dehnungszustand in der Schraube und folglich in dem gekoppelten PWAS ändert. Die im Rahmen der Arbeit durchgeführte Untersuchung basiert auf der Situation 1. Weiterführende Überlegungen können aber durchaus auf die Situation 2 abstrahiert werden.

Wie erwähnt, wird das PWAS durch die Aufbringung einer Vorspannkraft bereits im Vorfeld einer Dehnung unterzogen. Das hat zur Folge, dass sich auch ohne eine externe elektrische Spannungsquelle die Polarisation innerhalb des Dielektrikums verändert. Die Polarisation bzw. die (gesamte) elektrische Ladung im Bereich der Elektroden wird durch zwei Effekte hervorgerufen. Zum einen resultiert die elektrische Ladung aus der angelegten Spannung Q_U (freie elektrische Ladung in den Elektroden) und zum anderen aus einer durch eine Kraft hervorgerufenen Polarisation und die dadurch gekoppelte Ladung Q_{σ_m} (gebundene elektrische Ladung an den Elektroden im Dielektrikum, Abbildung 3.33). Die gesamte elektrische Ladung ergibt sich demnach wie folgt:

$$Q_{ges} = Q_{\sigma_m} + Q_U \tag{4.36}$$

Mit Hilfe der in Unterabschnitt 3.2.3 thematisierten Gleichungen kann die Polarisation aus einer externen (einaxialen) Kraft bestimmt werden

$$P = d_{33}\sigma_m, \tag{4.37}$$

wobei P für die Polarisation, d_{33} für die piezoelektrische Konstante in Polarisationsrichtung und σ_m für die mechanische Spannung steht. Die Polarisation ist das Verhältnis von elektrischer Ladung zur Fläche.

$$P = \frac{Q}{A} \tag{4.38}$$

Im vorliegenden Fall kann vereinfachend für die mechanische Normalspannung

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \tag{4.39}$$

angenommen werden. Dadurch kann die elektrische Ladung resultierend aus einer externen mechanischen Kraft bestimmt werden:

$$Q = d_{33}\sigma_m A \tag{4.40}$$

Weiterhin ergibt sich aus der Kondensatorgleichung:

$$Q_U = CU \tag{4.41}$$

Damit ergibt sich die gesamte elektrische Ladung als:

$$Q = d_{33}\sigma_m A + Q_U \tag{4.42}$$

Dass die Gleichungen für einen idealisierten Zustand (statischer Betrieb, einaxialer Spannungszustand) verwendbar sind, zeigen analytische Berechnungen in Kapitel 7. Auch eigene numerische Berechnungen verdeutlichen, dass eine mechanische Spannung einen sichtlichen Einfluss auf die Polarisation aufweist. In Abbildung 4.11 ist erkennbar, dass die Polarisation bei einer Zugkraft ($+\sigma_{m,z}$) größer und bei einer Druckkraft ($-\sigma_{m,z}$) kleiner wird. Es wird vermutet, dass die Dipole durch eine Zugkraft weiter auseinandergezogen werden, sodass sowohl die maximale negative als auch die maximale positive Polarisation zunimmt. Im Gegensatz zu der später folgenden experimentellen und numerischen Untersuchung handelt es sich im vorliegenden Fall um einen annähernd stationären Zustand mit einaxialer Spannung und einer freien Schwingung des PWAS. Die Abbildung 4.11 (numerische Untersuchung) soll ausschließlich die Beziehung zwischen mechanischer Spannung und Polarisation im Großsignalbereich verdeutlichen.

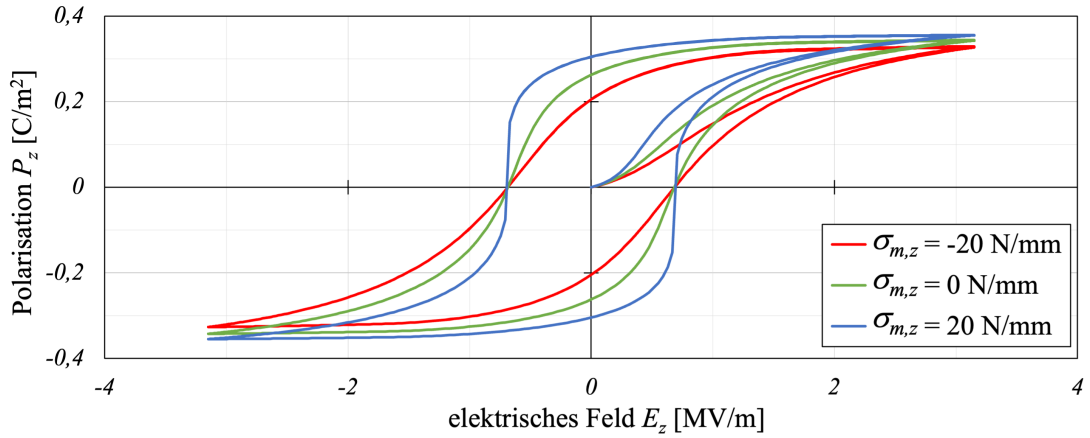


Abbildung 4.11: Ausbildung der Hysteresekurve $P_z(E_z, \sigma_{m,z})$ bei unterschiedlichen Spannungszuständen ($-\sigma_{m,z} \rightarrow$ Druck, $+\sigma_{m,z} \rightarrow$ Zug)

In den Experimenten lag ein dreiaxialer Spannungszustand sowie ein dynamischer Betrieb des PWAS vor. Zudem war das PWAS an der Struktur befestigt, sodass keine freie Schwingung möglich war. Daraus ergab sich eine Situation, auf welche im Nachfolgenden kurz eingegangen wird. Wie in Abbildung 4.8 und Abbildung 4.9 ersichtlich, wird der Bereich innerhalb des PWAS1 teils sehr stark gestaucht. Durch die Zugkraft in der Schraube (Kraftrichtung in Längsrichtung der Schraube) wird das PWAS1 in Richtung des Schwerpunktes des Klemmpaketes gezogen. Daraus resultiert eine Querdehnung in der Schraube, weshalb sich der unmittelbare Bereich am PWAS1 zusammenzieht. Durch die Stauchung, welche in Abbildung 4.9 zu erkennen ist, resultieren Druckkräfte hin zur Schraubenlängsachse. Aus der Abbildung 4.10

folgt, dass die Steifigkeit orthogonal zur Längsachse der Schraube größer wird. Das hat zur Folge, dass die radiale Ausdehnung des PWAS1 im dynamischen Betrieb bei zunehmender Vorspannkraft vermehrt behindert wird. Da eigene numerische Untersuchungen gezeigt haben, dass die Ausdehnung des PWAS primär in Radialrichtung verläuft, ist der oben aufgeführte Effekt von besonderer Bedeutung. Später wird sich zeigen, dass die Dämpfung der radialen Schwingung des PWAS resultierend aus der vorgespannten Struktur dafür verantwortlich ist, dass sich eine Rotation im Spektrum einstellt.

Globaler Input

Global betrachtet bewirkt eine Vorspannung der Schraube eine Verschiebung der Resonanz(en) der angeregten Struktur. Dies geht aus verschiedenen Gleichungen aus den vorherigen Kapiteln hervor. Denn aus der Vorspannung resultiert eine Änderung des atomaren Abstandes, woraus wiederum eine Veränderung der Steifigkeit bzw. der Elastizität resultiert. Wie in Abschnitt 3.3 gezeigt, geht der Elastizitätsmodul unter anderem in die Dämpfung, die Lage der Eigenmoden und die Wellenausbreitung mit ein. Daher ändert sich bei Variation der Vorspannung die Lage der Resonanz(en) (Verschiebung Eigenmode) sowie die Höhe der Amplitude(n) (Dämpfung) im Impedanzspektrum. Diese Überlegung wird in den nachfolgenden Kapitel 5 und Kapitel 6 bestätigt (siehe beispielsweise: Abbildung 5.10). Der »globale Input« auf das PWAS hat also einen »lokalen Effekt« auf das EMI-Spektrum in Form von Resonanzverschiebung und Dämpfung der Amplituden.

Lokaler Input

Weiterhin resultiert aus der Vorspannung eine Streckung oder Stauchung des PWAS (je nach Lage der Montage). Es kommt also darauf an, wo das PWAS an der Struktur appliziert ist. Liegt eine Stauchung vor (PWAS1, Schraubenkopf), dann wird das PWAS durch die Kopplung an der Struktur durch den Anziehvorgang ebenfalls im Vorhinein gestaucht. Der Effekt ist in direkter Abhängigkeit des Ortes, wo das PWAS appliziert wird. Der Effekt wird daher als lokal bezeichnet. Durch die zunehmende Stauchung des PWAS1 bei steigender Vorspannkraft resultiert eine zunehmende Behinderung der radialen Schwingung. Das hat zur Folge, dass die Dehnung des PWAS in Radialrichtung mit zunehmender Vorspannkraft geringer wird, weshalb die elektrische Ladung bei den Elektroden geringer wird. Da die elektrische Ladung nach Gleichung 3.26 proportional zur Kapazität ist, verringert sich die Kapazität ebenfalls. Dadurch lässt sich folgender Zusammenhang feststellen:

$$F \uparrow \Rightarrow Q \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |X_C| \uparrow \Rightarrow |X| \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow \tag{4.43}$$

Es zeigt sich, dass eine Erhöhung der Vorspannkraft F einen ähnlichen Effekt auf EMI-Spektren hat, wie eine Verminderung der Temperatur.

5 Experimentelle Untersuchung

Experimente sind in der Naturwissenschaft zum Verständnis von physikalischen Erscheinungen essenziell. Sie ermöglichen dem Beobachter die unbeeinflussbaren Naturerscheinungen mit einem kontrollierbaren und beliebig oft unter definierten Bedingungen wiederholbaren Vorgang zu untersuchen. Einer der ersten Experimentatoren war *Galilei (1564-1642)*, der versuchte, physikalische Hypothesen durch gezielte Experimente zu untermauern [31]. Ein ähnliches Ziel verfolgt auch der Inhalt dieses Kapitels. Hier sollen die Überlegungen und Gleichungen, welche mit Hilfe der theoretischen Grundlagen getroffen und hergeleitet wurden, überprüft und gefestigt werden. Darüber hinaus sollten auf Basis der experimentellen Befunde die numerischen Modelle kalibriert und weiterentwickelt werden. Um bestimmte Verhaltensmuster der elektromechanischen Impedanzspektren besser den einzelnen Komponenten zuordnen zu können, wurden sowohl Experimente an einzelnen PWAS als auch an vollständig zusammengesetzten HV-Garnituren durchgeführt. Das Kapitel 5 ist in zwei Themenkomplexe unterteilt. Der erste Komplex beschäftigt sich mit den Ergebnissen aus den Experimenten mit einzelnen PWAS. Durch die gewonnen experimentellen Befunde können die elektrotechnischen Parameter des PWAS für die numerische Untersuchung gut angepasst werden, da zusätzliche Einflüsse aus der gekoppelten Struktur vollständig ausgeblendet wurden. Die Experimente umfassen zwei verschieden Ausführungstypen von PWAS, welche sich hauptsächlich in der Ausführung der Elektroden unterscheiden. Zusätzlich zu der Variation der Ausführungsart wurde als weitere veränderliche Größe die Probentemperatur eingeführt. Hier konnte die Abhängigkeit der elektrodynamischen Parameter von der Temperatur beobachtet werden. Im nächsten Schritt wurden Versuche an vorgespannten HV-Garnituren durchgeführt. Die Messungen an den HV-Garnituren erfolgten unter verschiedenen definierten und mittels DMS kontrollierten Vorspannkraftniveaus bei variierenden Probentemperaturen.

5.1 Piezoelektrische Wandler

In den ersten experimentellen Versuchen wurde das Verhalten von einzelnen PWAS untersucht, da diese essentieller Bestandteil bei der Messung von EMI sind. Sowohl

bei den Experimenten als auch bei den numerischen Versuchen wurden zwei verschiedene Ausführungstypen betrachtet und untersucht. Das hatte den Vorteil, dass erworbene Erkenntnisse aus dem Kapitel 3 überprüft werden konnten.

5.1.1 Vergleich der Ausführungstypen

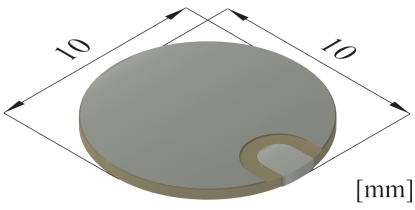
Die beiden nachfolgend aufgeführten, untersuchten Typen unterscheiden sich primär in der Ausführung der Elektroden. Die Elektroden sind in beiden Ausführungsvarianten aus Ag (Silber) gefertigt und lassen sich gut in Abbildung 5.1 von dem etwas dunklerem PZT unterscheiden. Die Verwendung von Ag rührt daher, dass Ag ein hervorragender elektrischer Leiter ist. In Abbildung 5.1 ist zu sehen, dass Typ1 (links) mit einem Umkontakt ausgeführt ist. Das ermöglicht eine einfachere Befestigung an einer anzuregenden Struktur, da die Elektrode auf die Oberseite des PWAS geführt ist. Dadurch ist eine Verkabelung deutlich einfacher durchzuführen. Zwischen der unteren Elektrode des PWAS und der Struktur befindet sich noch eine elektrisch isolierende Schicht, sodass die Elektrode von der Struktur elektrisch entkoppelt ist. Die elektrische Entkopplung kann dabei beispielsweise mit Hilfe einer dünnen Schicht Polyvinylchlorid (Druckerfolie) erfolgen. In Abbildung 5.2 sind die Spezifikationen der beiden Typen aufgelistet. Sowohl Typ1 als auch Typ2 sind 0,5 mm dick, haben einen Außendurchmesser von 10 mm und bestehen aus modifiziertem PZT (Abschnitt 3.2). In Abbildung 5.2 sind weiterhin die wesentlichen Geometrie- und Materialparameter ersichtlich. Durch die gewonnenen Erkenntnisse aus den vorherigen Kapiteln lässt sich bereits im Vorhinein vermuten, dass sich bei Typ1 aufgrund der nicht axialsymmetrischen Ausführung der Elektroden ein inhomogenes elektrisches Feld ausbildet, welches im Vergleich zur Ausführung des Typ2 zu einer geringeren Polarisierung des Dielektrikum führen könnte. Diese Thematik wird in Unterabschnitt 6.1.1 nochmals aufgegriffen, da hier mit Hilfe von numerischer Simulation das elektrische Feld visualisiert werden konnte.

Abbildung 5.1: Fotographie eines PWAS Typ1 (links); PWAS Typ2 (rechts)

Die Abbildung 5.3 zeigt das experimentell ermittelte Konduktanz- $G(\nu)$ sowie Suszeptanzspektrum $B(\nu)$ des PWAS Typ1 und PWAS Typ2 bei Raumtemperatur.

Es ist erkennbar, dass die Amplituden des PWAS Typ1 geringfügig kleiner ausfallen, als die des PWAS Typ2. Für diese Entwicklung gibt es verschiedene Ursachen. Zuerst einmal ist die Geometrie beider Ausführungsvarianten verschieden, wodurch auch das Schwingverhalten unterschiedlich ist. Das wird zusätzlich dadurch begünstigt, dass der Umkontakt das PWAS Typ1 das Dielektrikum einseitig umfasst. Die Schwingung ist somit nicht vollständig symmetrisch. Numerische Analysen der Verformung (δ_x, δ_z) belegen die leichte Behinderung der Verformung in x- und z-Richtung im Bereich des Umkontakts (Abbildung 6.3, Abbildung 6.5). In Abbildung 5.3 ist weiterhin erkennbar, dass sowohl im Konduktanz- als auch Suszeptanzspektrum des Typ1 eine leichte Beule bei circa 210 kHz vorhanden ist. Es wird vermutet, dass diese Entwicklung aus dem Umkontakt sowie der damit einhergehenden Lötverbindung einhergeht. Bei Typ1 liegen beide Lötverbindungen auf einer Seite des PWAS. Je steifer die Lötverbindung, desto mehr wird die radiale Auslenkung (δ_x) des PWAS Typ1 durch die beiden Lötverbindungen behindert. In Unterabschnitt 6.2.3 ist später ersichtlich, dass die radiale Auslenkung des PWAS in direkter Abhängigkeit des Reaktanz- bzw. Suszeptanspektrums ist. Aus anfänglich (misslungenen) Versuchen die Kabel mit den PWAS zu verlöten, resultierte ein oftmals viel zu ausgeprägter Lötstützpunkt. Das hatte zur Folge, dass die Beule im Typ1-Verlauf im Extremfall genauso ausgeprägt war, wie die eigentliche Resonanz des Serienschwingkreises bei 200 kHz. Dabei konnte festgestellt werden, dass eine deutlicherer Beule mit einer gleichzeitigen Erhöhung der Dämpfung der Amplitude der Serienresonanz einherging. Dieser Effekt konnte bei Typ2 fast gar nicht beobachtet werden, da sich hier die Lötstützpunkte an zwei verschiedenen Seiten des PWAS befanden und die radiale Schwingung nicht merklich behindert wurde.

Typ1
Hersteller: PI Ceramic GmbH
Bezeichnung: PRYY+0226
Außendurchmesser: 10 mm
Dicke: 0,5 mm
Piezoelektrisches Material: PIC255
Besonderheit: Umkontakt



Typ2
Hersteller: PI Ceramic GmbH
Bezeichnung: PRYY+0110
Außendurchmesser: 10 mm
Dicke: 0,5 mm
Piezoelektrisches Material: PIC255
Besonderheit: -

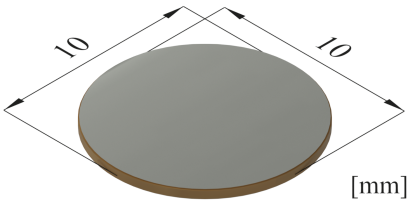


Abbildung 5.2: Merkmale PWAS Typ1 (links); PWAS Typ2 (rechts)

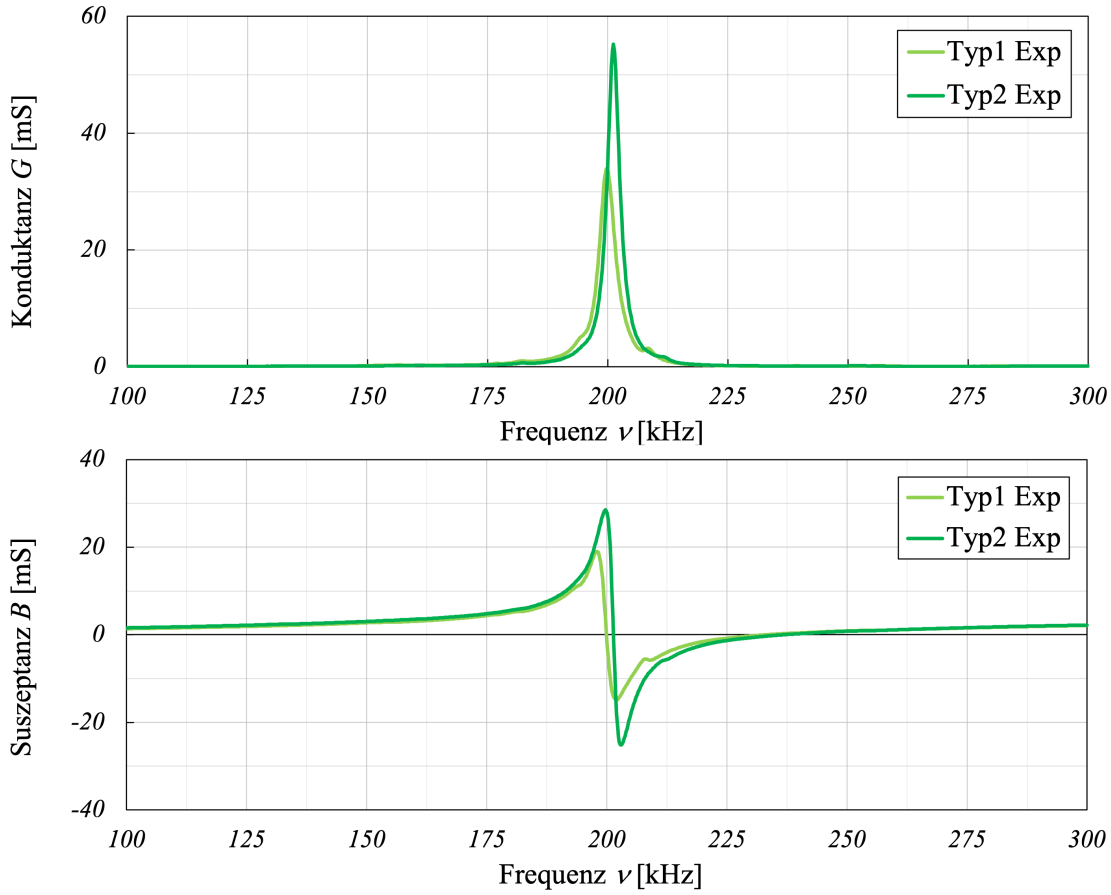


Abbildung 5.3: Experimentell ermitteltes Konduktanz- $G(\nu)$ sowie Suszeptanzspektrum $B(\nu)$ des PWAS Typ1 und des PWAS Typ2

Auch wurde festgestellt, dass eine leichte Verschiebung der Resonanzen des Parallelschwingkreises durch verschiedene Anschlüsse (BNC Stecker, Bananenstecker) hervorgerufen werden kann. Auch unterschiedliche Kabellängen können zu einer leichten Verschiebung der Resonanz beitragen. Das liegt unter anderem darin begründet, dass durch Verbindungen (Stecker, Lötverbindung, Kabel etc.) weiter elektrische Widerstände (reale sowie imaginäre) in das Netzwerk implementiert werden. Beispielsweise besitzt das für die Versuche verwendete Kabel RG178 eine Kapazität von 95 pF/m. An dieser Stelle sei jedoch erwähnt, dass diese Effekte in den Versuchen mit Schrauben / HV-Garnituren (also bei praktischer Anwendung) keinerlei Bewandtnis haben, da die Effekte aus der Kopplung mit der Struktur um ein Vielfaches größer sind als die oben aufgeführten Auswirkungen.

5.1.2 Verhalten bei variierenden Temperaturen

Um das Verhalten der elektrotechnischen Parameter bei unterschiedlichen Temperaturen zu überprüfen, wurden die PWAS vor der Messung erhitzt bzw. abgekühlt. Die Temperatur wurde dabei so lange aufrechterhalten, dass die Proben die gewünschte Temperatur hatten und keinen Temperaturgradienten mehr aufwiesen. Die Temperatur wurde während der Messung gehalten ($T = const$). Aus Unterabschnitt 4.1.1 geht hervor, dass eine Verringerung der Temperatur und die damit verbundene Verringerung der Kapazität einen Anstieg des Impedanzspektrums nach sich zieht. Es war also zu erwarten:

$$|\underline{Z}|\,(\nu_{par}, 20°\mathrm{C}) < |\underline{Z}|\,(\nu_{par}, -15°\mathrm{C}) \tag{5.1}$$

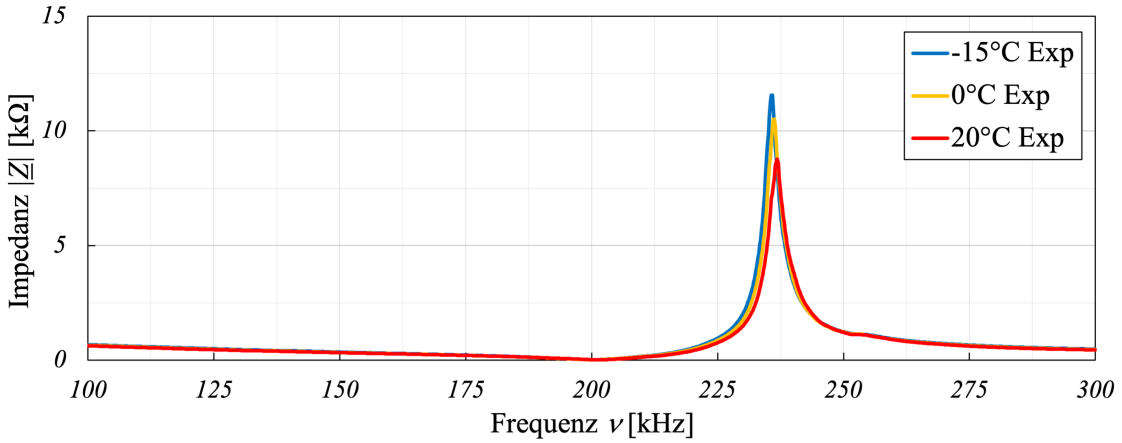


Abbildung 5.4: Experimentell ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|\,(\nu, T)$

Die Abbildung 5.4 zeigt das Impedanzspektrum des PWAS Typ2 bei verschiedenen Temperaturen. Es ist ersichtlich, dass die Amplitude des Parallelschwingkreises (ca. 235 kHz) mit steigender Temperatur geringer wird. Das heißt, dass die Impedanz im Resonanzfall abnimmt. Generell liegt das Niveau des Impedanzspektrums im betrachteten Frequenzbereich bei 20°C niedriger als bei -15°C, was jedoch aufgrund der Skalierung nicht direkt ersichtlich ist. Weiterhin ist bei Verringerung der Temperatur eine leichte Verschiebung der Resonanz zu niedrigeren Frequenzen zu beobachten.

5.2 HV-Garnitur

Ein wichtiger Bestandteil der Arbeit waren die Versuche an HV-Garnituren. Die Garnituren wurden nicht nur vorgespannt, sondern auch mit Hilfe einer Klimakam-

Abbildung 5.5: Präparierte M16x50 Schraube mit Zugentlastung (hellgrün) sowie am Schraubenschaft angebrachte DMS

mer verschiedenen Temperaturen ausgesetzt, sodass auch hier das Verhalten der Spektren bei unterschiedlichen Temperaturen untersucht werden konnte. Zur Ermittlung bzw. Überprüfung der tatsächlichen Vorspannkraft in der Schraube wurden die Schrauben mit DMS bestückt. So konnte die tatsächliche Vorspannkraft den Impedanzspektren zugeordnet werden. Für einen umfassenden Überblick über die Spannungsverhältnisse in der Schraube wurden pro Schraube zwei DMS in Längs- und zwei DMS in Querrichtung angebracht. Mit Hilfe der Vollbrücke konnte eine direkte Temperaturkompensation erfolgen.

Die Untersuchung umfasste vier verschiedene HV-Garnituren nach DIN EN 14399 mit den nachfolgenden Schraubenreihen:

- M16x50
- M16x80
- M20x65
- M20x95

Die Schrauben unterschieden sich sowohl in ihrem Querschnitt (M16, M20) als auch in ihrer Länge (50 mm, 65 mm, 80 mm und 95 mm). Dadurch war es möglich, das Verhalten der Impedanzspektren bei unterschiedlichen Bedingungen zu untersuchen. Die Abbildung 5.5 zeigt eine mit DMS bestückte M16x50 Schraube. Zur Zugentlastung der Kabel wurde auf dem Schraubenkopf eine zusätzliche Konstruktion angebracht. Für jede einzelne Schraubenreihe wurden vier Probekörper angefertigt, wodurch sich insgesamt 16 HV-Garnituren ergaben. Alle verwendeten Schrauben sowie

Tabelle 5.1: Übersicht der verschiedenen HV-Garnituren

Schraube 10.9	Klemmlänge [mm]	$\Sigma t/d_s$ [-]	Geometrie Klemmpaket t_{s2} x 95 mm x 95 mm
M16er	27	1,69	2 x 9,5
	57	3,56	2 x 24,5
M20er	37	1,85	2 x 14,5
	67	3,35	2 x 29,5

die Garnituren selbst wurden nach DIN EN 14399 ausgewählt und konfiguriert. Die unterschiedlichen Garnituren sind in der nachfolgenden Tabelle 5.1 abgebildet. Weiterhin wurden CAD-Zeichnungen aller Garnituren (Probekörper) angefertigt wie in Abbildung 5.6 dargestellt. Eine Zeile beinhaltet jeweils eine Ansicht und eine Draufsicht einer Garnitur. Die Zeichnungen enthalten neben wesentlichen Maßen auch eine Übersicht über die Positionierung der Messtechnik. Mit Hilfe der verschiedenen Abmessungen bzw. $\sum t/d_s$-Verhältnisse der Klemmpakete war es möglich, die Entwicklung der Spektren bei unterschiedlichen Gegebenheiten zu beobachten.

5.2.1 Versuchsablauf und Versuchsaufbau

Im Rahmen der Experimente an den HV-Garnituren (welche im Projekt IGF-Nr.20844 N von Frau Anna-Lena Dreisbach durchgeführt wurden) wurden für jedes der fünf Temperaturniveaus -20°C, -10°C, 0°C, 10°C, 20°C Messungen bei unterschiedlichen Vorspanngraden durchgeführt. Die Messungen erfolgten an Vorspanngraden mit (0 %, 10 %, 50 %, 80 %, 100 %) $\cdot F_{p,C}$. Die experimentellen Versuche erfolgten nach folgenden Ablauf:

1. Zusammensetzen der Klemmpakete, Einsetzen der Schrauben, handfestes Andrehen der Mutter
2. Vorspannen der Schrauben auf $n \cdot F_{p,C}$
3. Einheitliche Erwärmung von Schraube und Klemmpaket auf gewünschte Temperatur
4. Ermittlung und Überprüfung der Vorspannkräfte in den Schrauben, ggf. erneutes Anziehen der Schrauben
5. Ermittlung des EMI-Spektrums unter T°C und einem Vorspannkraftniveau von $n \cdot F_{p,C}$.

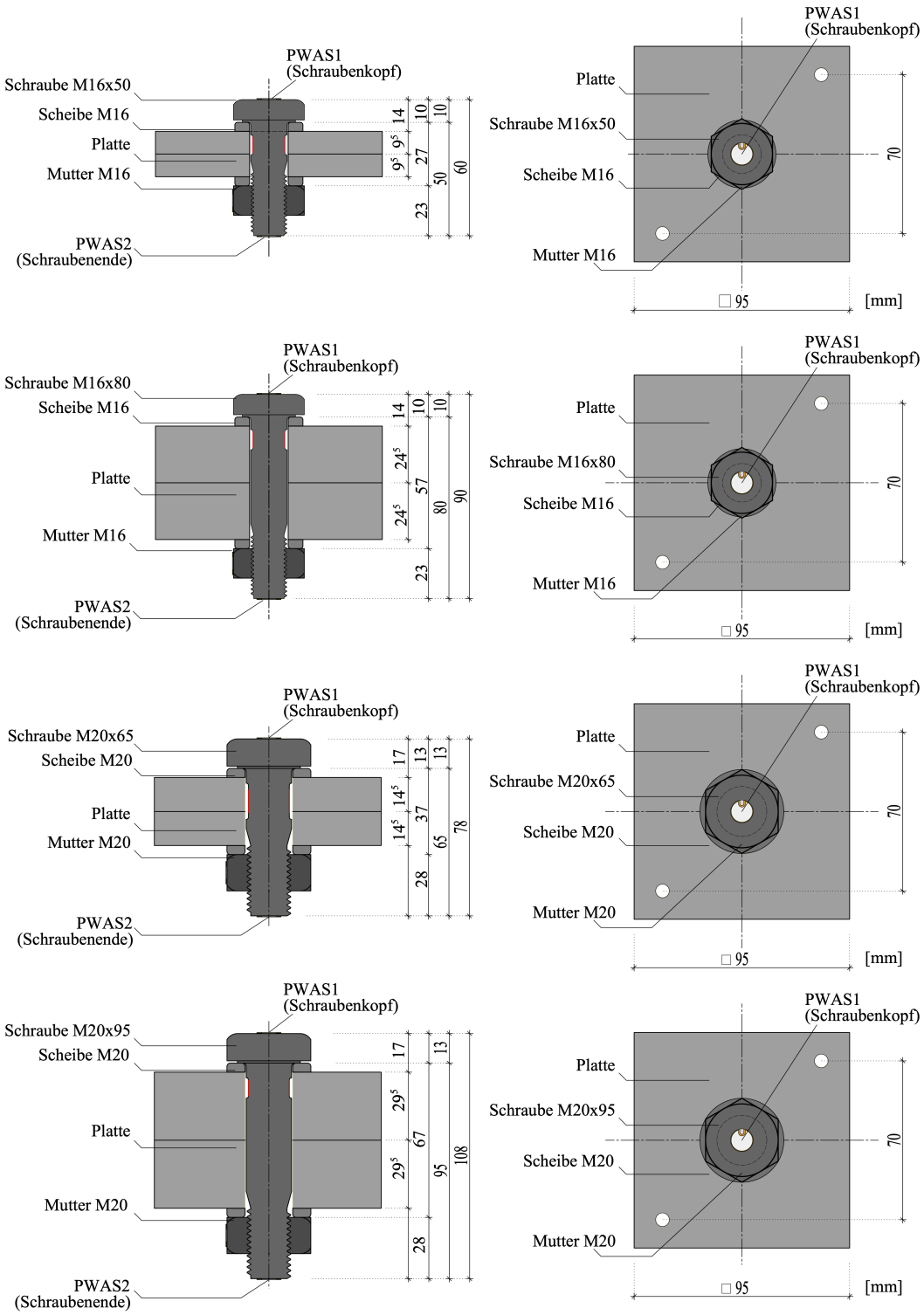


Abbildung 5.6: Schnitte und Ansichten der untersuchten HV-Garituren nach DIN EN 14399; M16x50 (erste Zeile), M16x65 (zweite Zeile), M20x65 (dritte Zeile), M20x95 (vierte Zeile)

Die Schrauben wurden mit Hilfe eines Drehmomentschlüssels auf die gewünschte Vorspannkraft gebracht. Die mit Hilfe der DMS ermittelte tatsächlich aufgebrachte Vorspannkraft wurde fortlaufend mit dem Programm Catman AP der Firma Hottinger Brüel & Kjaer GmbH visualisiert und galt während des gesamten Anzugs- und Messprozesses als Richtwert für die Vorspannkraft. In Abbildung 5.7 ist beispielhaft die M16x50 HV-Garnitur visualisiert. Um mehrere Proben gleichzeitig zu klimatisieren, wurde eine Konstruktion zur Lagerung der Proben angefertigt. Die Lagerung war dabei so konzipiert, dass sie möglichst resistent gegenüber veränderlichen Temperaturen war. Darüber hinaus war es wichtig, dass die Proben bei der Messung von umliegenden Strukturen entkoppelt waren. Die Entkopplung wurde mit Hilfe einer mehrschichtigen Dämmschicht aus Polyethylen realisiert. Der Versuchsaufbau ist in der nachfolgenden Abbildung 5.8 zu erkennen. Die Konstruktion bot Platz für insgesamt fünf Probekörper. Dadurch war es möglich, alle Probekörper (16 Stück) gleichzeitig in der Klimakammer zu klimatisieren und die Messungen bei gleichen Bedingungen durchzuführen. In den nachfolgenden Abschnitten werden die Ergebnisse der experimentellen Temperatur- und Vorspannkraftversuche dargestellt. Vorab sei erwähnt, dass die Darstellung der Ergebnisse auf das Wesentliche reduziert wurde. Die Art der selektiven Ergebnisdarstellung war möglich, da das qualitative Verhalten der Spektren über alle Versuchsreihen hinweg ähnlich war. Weiterhin werden nicht alle ermittelten Spektren von Temperaturen oder Vorspannkraftniveaus dargestellt, da ein annähernd lineares Verhalten vorliegt und die zu zeigenden Effekte so besser zu erkennen sind. Weiterhin war die Auswertung der Spektren nicht auf eine elektrotechnische Kenngröße reduziert, sondern es wurden alle Kenngrößen untersucht und ausgewertet, sodass letztendlich die Kenngrößen zur Darstellung ausgewählt wurden, welche die physikalischen Effekte am besten darstellen.

5.2.2 Verhalten bei variierenden Temperaturen

Hinweis: Die in der Arbeit dargestellten EMI-Spektren resultieren aus der Auswertung des PWAS1 (Schraubenkopf), da hier die Effekte deutlicher hervorkommen. Lediglich in Abbildung 5.11 ist eine Auswertung des PWAS2 (Schraubenende) dargestellt. Eine Begründung, weshalb sich das PWAS1 für eine Bewertung der Vorspannkraft in der HV-Garnitur besser eignet als das PWAS2 ist in Abschnitt 4.2 zu finden.

Aus Abschnitt 4.1 ist bereits zu entnehmen, dass die Temperatur einen deutlichen Einfluss auf die EMI-Spektren haben muss. In Abbildung 5.9 ist das experimentell ermittelte Impedanz- $|\underline{Z}|\,(\nu, T)$ Reaktanz- $X(\nu, T)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, T)$ einer M16x50 HV-Garnitur für die Temperaturen 20 °C, 0 °C sowie -20 °C abgebildet. Abgesehen von den ausgeprägten Resonanzen bei circa 72,5 kHz (20 °C), 73 kHz

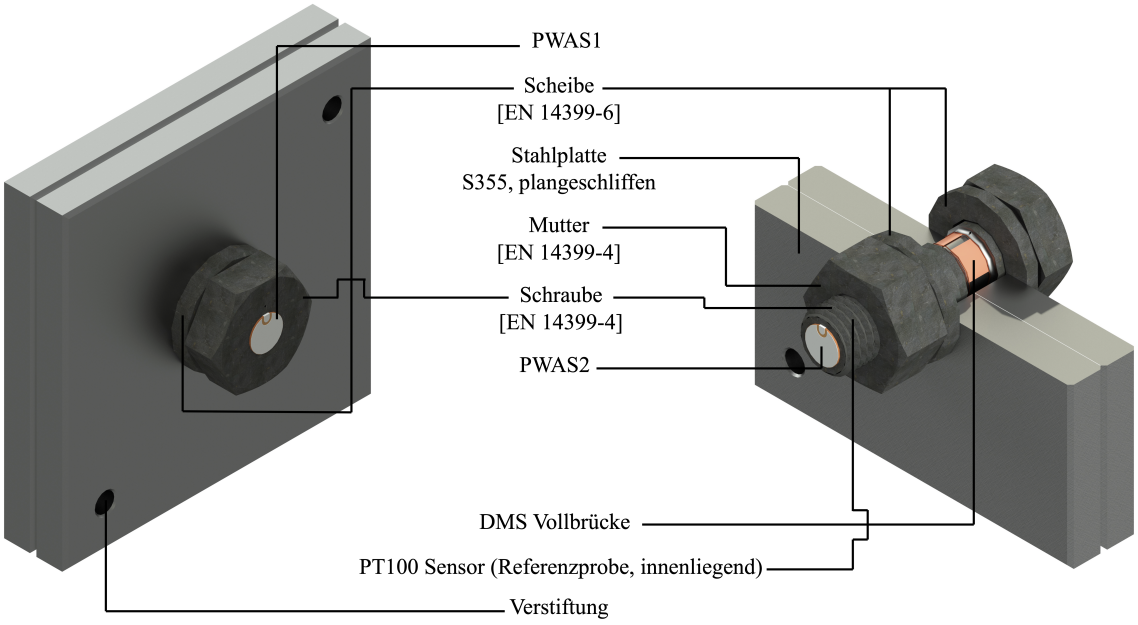


Abbildung 5.7: Visualisierung eines Probekörpers mit angebrachter Messtechnik am Beispiel der Versuchsreihe M16x50

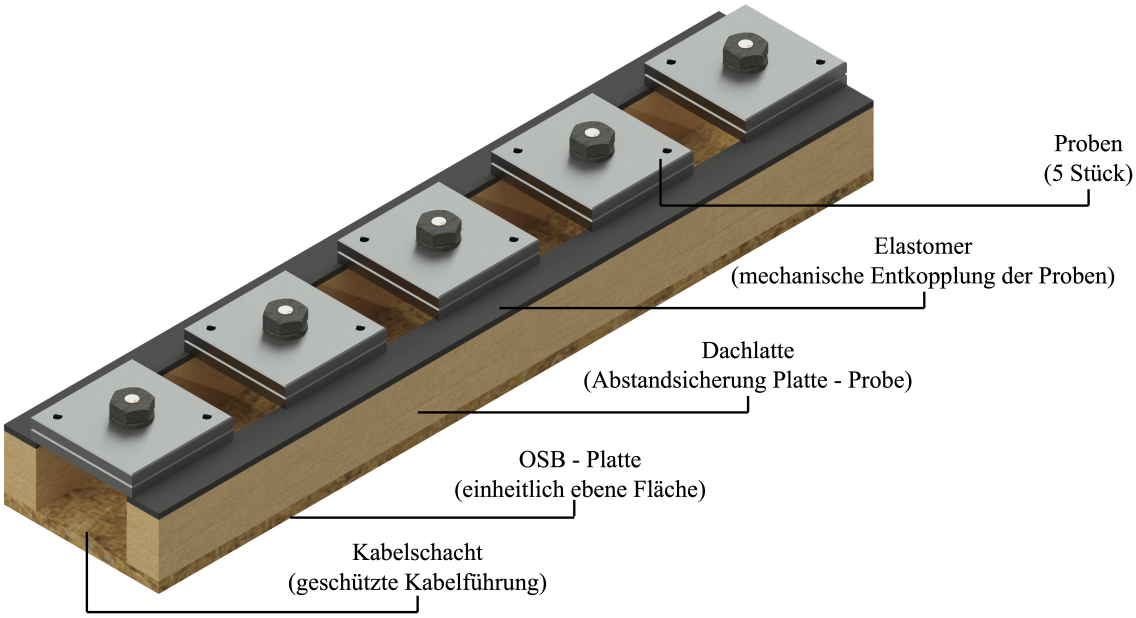


Abbildung 5.8: Lagerung der Probekörper während der Versuchsdurchführung

(0 °C) und 73,5 kHz (-20 °C) ähnelt der qualitative Verlauf sehr stark dem analytisch ermittelten Verlauf aus der Abbildung 4.6. Im Verlauf des Spektrums oberhalb von 100 kHz sind noch weitere Resonanzen zu erkennen, deren Amplituden jedoch deutlich geringer ausfallen. Es lässt sich feststellen, dass der qualitative Verlauf der Spektren für die unterschiedlichen Temperaturen annähernd gleich ist, wobei eine leichte Rotation der Spektren bei variierenden Temperaturen zu erkennen ist. Weiterhin ist zu erkennen, dass sich die Resonanzen bei zunehmender Temperatur in niedrigere Frequenzbereiche begeben, was bereits im Vorfeld erwartet wurde. Darüber hinaus ist zu beobachten, dass das Impedanzspektrum bei -20 °C ein höheres Niveau in dem betrachteten Frequenzbereich aufweist als das Spektrum bei 20 °C. Das entspricht der im Vorhinein angestellten Herleitung aus Abschnitt 4.1. Mit Hilfe der Gleichungen aus dem Unterabschnitt 3.1.2 ist aus dem abgebildeten Spektrum abzuleiten, dass die Impedanz im Wesentlichen von der Kapazität definiert wird, da der Verlauf der Reaktanz nahezu der inverse Verlauf der Impedanz ist. Die negativen Werte im $X\,(\nu, T)$-Verlauf folgen aus der Gleichung 3.64 und Gleichung 3.70, wo der kapazitive Widerstand mit negativem Vorzeichen in die Berechnung von $\underline{Z}$ eingeht. Aus den Verläufen zwischen den Temperaturen geht zudem hervor, dass der Betrag des Abstandes der Impedanz bzw. Reaktanz mit zunehmender Frequenz geringer wird. Dieses Verhalten kann mit Gleichung 3.41 begründet werden. Der kapazitive Widerstand ist der Kehrwert des Produktes aus der Frequenz sowie der Kapazität. Der Einfluss der Kapazität auf den kapazitiven Widerstand verringert sich mit zunehmender Frequenz, da sich die Kapazität nicht im gleichen Maß einer höheren Frequenz steigert. Im Grenzfall

$$\lim_{\omega \to \infty} \frac{1}{\omega C} \tag{5.2}$$

geht die Funktion gegen null, unabhängig des Betrags von C. Dies ist mathematisch sehr vereinfacht, jedoch im vorliegenden Fall zielführend, um zu verdeutlichen, dass die Kapazität bei zunehmender Frequenz ihren Beitrag zur Bildung des kapazitiven Widerstandes verringert. Dies erklärt die leichte Rotation der Spektren, welche im Suszeptanzspektrum (Abbildung 5.9 unten) deutlich besser zu erkennen ist. Bei dem Verlauf von $|\underline{Z}|\,(\nu, T)$ ist ein hyperbelförmiger Abfall der Impedanz bei zunehmender Frequenz zu erkennen. Dies ist damit zu erklären, dass

$$|\underline{Z}| \sim \frac{1}{\omega} \tag{5.3}$$

ist (Anteil aus ωL sowie R vernachlässigbar). Dadurch erhält der Verlauf des Impedanzspektrums den charakteristischen $1/x$- Verlauf, was jedoch durch den begrenzt visualisierten Frequenzbereich ($50\,\text{kHz} \leq \nu \leq 200\,\text{kHz}$) nicht direkt ersichtlich ist.

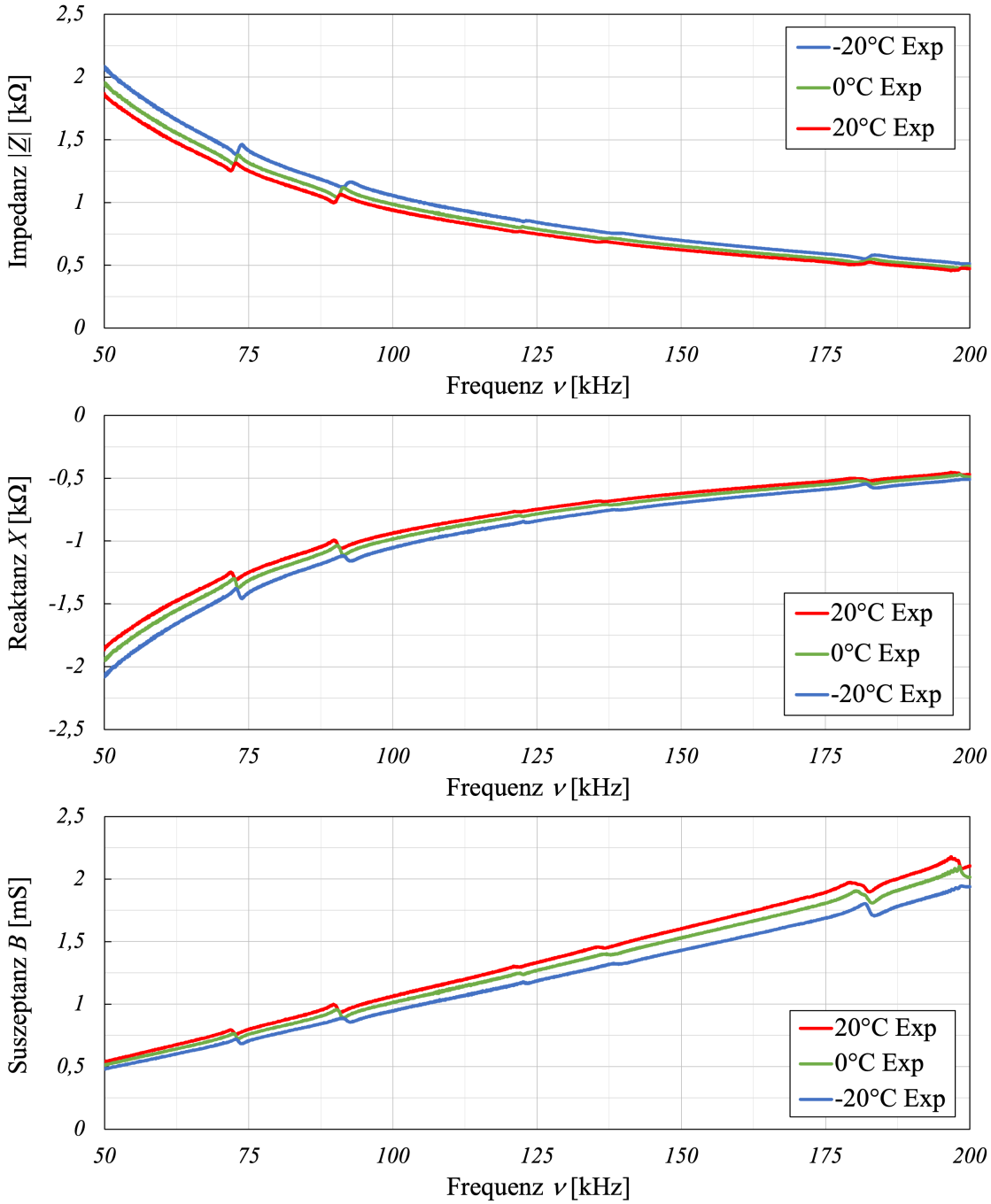


Abbildung 5.9: Experimentell ermitteltes Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, T)$ Reaktanz- $X(\nu, T)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, T)$ bei variierender Probentemperatur am Beispiel einer M16x50 HV-Garnitur

Deutlicher wird dieser Sachverhalt in Abbildung 3.35. Innerhalb des Suszeptanzspektrums ist der Sachverhalt genau umgekehrt, da die Leitwerte $(\underline{Y}, G, B)$ die Kehrwerte der Widerstandswerte $(\underline{Z}, R, X)$ sind (siehe Unterabschnitt 3.1.4). Dadurch entfällt die $1/x$-Abhängigkeit und der Verlauf ist durch

$$B \sim \omega \tag{5.4}$$

annähernd gerade. Die Lage der Resonanzfrequenz sowie die leichte Rotation bleibt in allen Spektren gleich. Das Beispiel zeigt jedoch auch, dass die Kapazität selbst eine weitaus größere Temperaturabhängigkeit als Frequenzabhängigkeit besitzt. In den Grenzgebieten der einzelnen Polarisationsarten aus Abbildung 3.31 könnte sich dieser Sachverhalt jedoch ändern. Aus der Abbildung 5.9 ist also zu entnehmen, dass sich die Lage der Resonanzen mit zunehmender Temperatur verringern. Dieser Zusammenhang ist durch Gleichungen aus dem Kapitel 3 bzw. Abschnitt 4.1 zu erklären. Bei der Erhöhung der mittleren kinetischen Energie verringert sich nach Abbildung 4.7 die innere Wechselwirkungskraft sowie die Steifigkeit. Durch die direkte Abhängigkeit zwischen der Steifigkeit und dem Elastizitätsmodul nach Gleichung 3.179 resultiert nach Gleichung 3.212 sowie Gleichung 3.221 eine Resonanzverschiebung in niedrigere Frequenzbereiche, wenn die Probentemperatur erhöht und damit der Elastizitätsmodul verringert wird. Die Entwicklung der Spektren ist nach den Kenntnissen aus Kapitel 3 und Kapitel 4 plausibel und darüber hinaus gut zu erklären.

5.2.3 Verhalten bei variierenden Vorspannkraftniveaus

Ein wesentlicher Schritt in den Experimenten war die Messung an vorgespannten HV-Garnituren. Dadurch, dass zuvor Experimente an nicht vorgespannten HV-Garnituren durchgeführt wurden, konnten die Effekte aus Temperatur und Vorspannung selektiert und getrennt voneinander untersucht werden. Im späteren Verlauf der Arbeit wird ersichtlich, dass die Selektion notwendig war, da die Veränderung der Spektren durch Variation der Vorspannkraft und der Temperatur ähnlich sind (Rotation bzw. Steigung). Die Tabelle 5.2 zeigt eine Übersicht der Vorspannkraftniveaus der einzelnen HV-Garnituren. Die hellgrün hinterlegten Zeilen sind die Vorspannkraftniveaus, welche im Verlauf der Arbeit visualisiert und diskutiert werden.

Abbildung 5.10 zeigt das experimentell ermittelte Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, 20, F)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, 20, F)$ bei 20°C und variierenden Vorspannkraftniveaus am Beispiel einer M16x50 HV-Garnitur. Ähnlich wie bei den Temperaturversuchen, können zwei bzw. drei Muster aus den Spektren selektiert werden. Auch hier verschieben sich die Resonanzen, jedoch diesmal nicht aufgrund der unterschiedlichen Temperaturniveaus, sondern aufgrund von unterschiedlichen Steifigkeitsverhältnissen im

Tabelle 5.2: Übersicht der Vorspannkraftniveaus der einzelnen HV-Garnituren

Vorspannkraft $n \cdot F_{p,C}$ -	M16x50 / M16x80 [kN]	M20x65 / M20x95 [kN]
n=1,0 (100%)	110	172
n=0,9 (90%)	99	155
n=0,8 (80%)	88	138
n=0,5 (50%)	55	86
n=0,1 (10%)	11	17
n=0 (0%)	0	0

Bereich des PWAS. Die unterschiedliche Steifigkeit ist durch Abbildung 4.10, Gleichung 3.178, Gleichung 3.179 und Gleichung 3.180 zu erklären. Durch die Vorspannung wird die Schraube im Bereich des PWAS1 teilweise gestaucht (Abbildung 4.8) und die Steifigkeit $k\,(r)$ nimmt orthogonal zur Längsachse der Schraube nach Abbildung 4.10 zu. Nach Gleichung 3.212 wird dadurch die Eigenmode in einen höheren Frequenzbereich verschoben.

Dieser Effekt ist auch in Abbildung 5.10 zu erkennen. Im Gegensatz dazu nimmt allerdings auch die „schwingfähige“ Masse zu, wenn die zuerst lose Schraube per Vorspannung mit dem Klemmpaket „verbunden“ wird. Problematischerweise ist der Sachverhalt nicht ganz so einfach darzustellen, da die Voraussage der Schwingung von komplexen Strukturen unter Vorspannung schwierig ist, zumal hier keine vollständig monolithische Verbindung vorliegt, da die Flächen der sich berührenden Komponenten ausschließlich mit Druckkraft zusammengehalten werden. Der Wellenübergang ist folglich auch nur sehr schwer zu determinieren. Ein wesentliches Merkmal im Impedanz- sowie Suszeptanspektrum ist die durch eine Vorspannung herbeigeführte Rotation. Diese ist in Abbildung 5.10 in beiden Spektren gut zu erkennen. Eine Reduktion der Vorspannung macht sich sowohl im Impedanz- als auch im Suszeptanzspektrum durch eine Rotation gegen den Uhrzeigersinn bemerkbar (Drehpunkte: $|\underline{Z}| : \nu \to \infty$; $B : \nu \to 0$). Das Verhalten ist mit Hilfe der Erkenntnisse aus Unterabschnitt 4.2.2 sehr gut zu erklären, denn durch die Steigerung der Vorspannkraft wird das PWAS am Schraubenkopf zunehmend gestaucht (siehe Abbildung 4.8 und Abbildung 4.9). Das hat zur Folge, dass die radiale Auslenkung durch die wachsende lokale Steifigkeit orthogonal zur Längsachse der Schraube zunehmend gedämpft wird. Daraus resultiert wiederum eine Abnahme der elektrischen Ladung und der Kapazität, wodurch die Impedanz ansteigt. Für den Vergleich ist in Abbildung 5.11 das Impedanzspektrum des PWAS2 abgebildet. Aus Abbildung 4.8 und Abbildung 4.9 geht hervor, dass im Bereich des PWAS2 keine bzw. eine vernachlässigbare Dehnung ε_{22} aus der Vorspannung resultiert.

Wie erwartet, ist in Abbildung 5.11 keine Rotation der Spektren bei variierender

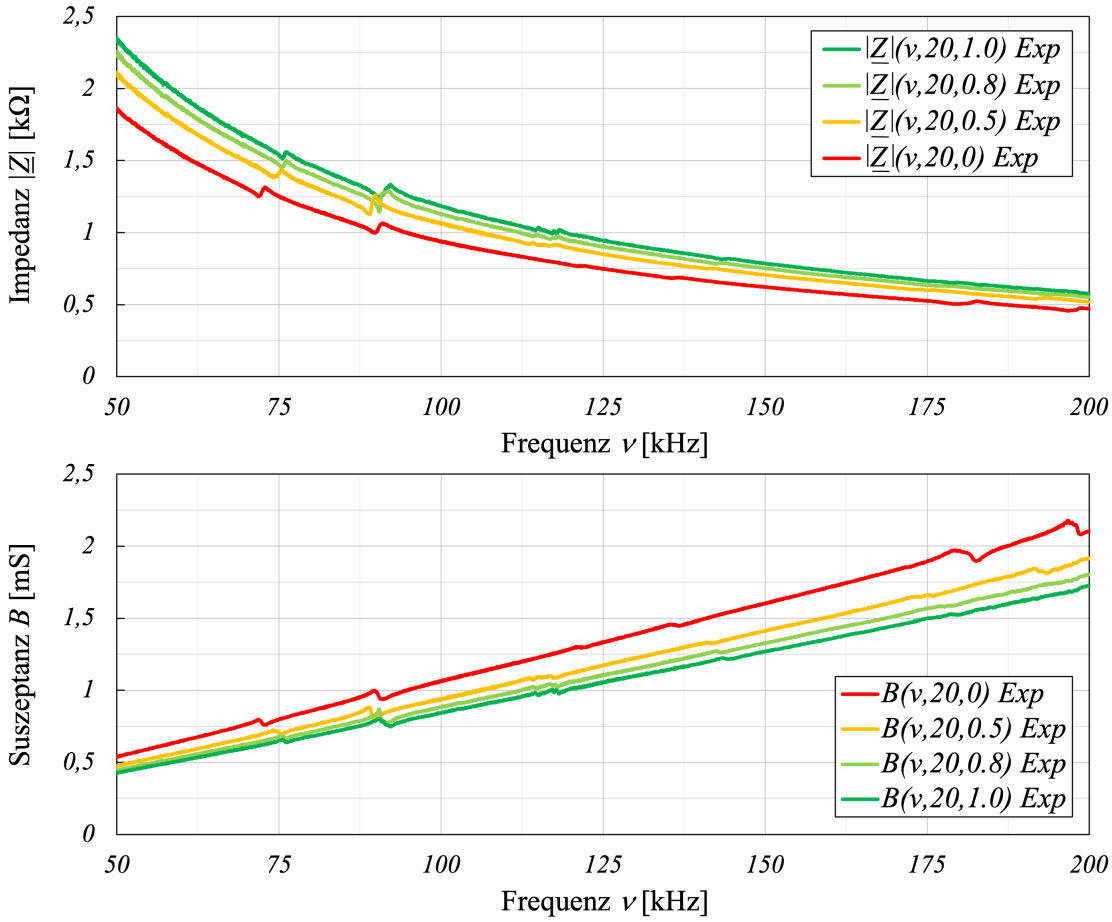


Abbildung 5.10: Experimentell ermitteltes Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, 20, F)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, 20, F)$ bei variierenden Vorspannkraftniveaus (M16x50 HV-Garnitur)

Vorspannkraft zu erkennen. Die Erklärung dafür wird in Kapitel 6 geliefert, da sich der Sachverhalt mit Hilfe der numerischen Simulation besser visualisieren lässt. In den Bereichen der Resonanz ist weiterhin zu erkennen, dass die Amplituden der Resonanzen geringer werden. Der Grund dafür wird ebenfalls im nächsten Kapitel 6 erläutert.

Die Abbildung 5.12 zeigt das experimentell ermittelte Impedanzspektrum $|\underline{Z}|(\nu, T, F)$ bei variierenden Probentemperaturen und Vorspannkraftniveaus am Beispiel einer M16x50 HV-Garnitur für den Frequenzbereich zwischen 50 kHz und 200 kHz. Die Spektren für die Probentemperaturen 20°C sind rot dargestellt, die für -20°C blau. Bei der Visualisierung der Vorspanngrade gilt, je prägnanter die Linie, desto höher die Vorspannkraft. Dementsprechend repräsentiert die rote durchgezogene Linie den Verlauf des jeweiligen Spektrums bei 20°C und voller Vorspannkraft. Hier wird

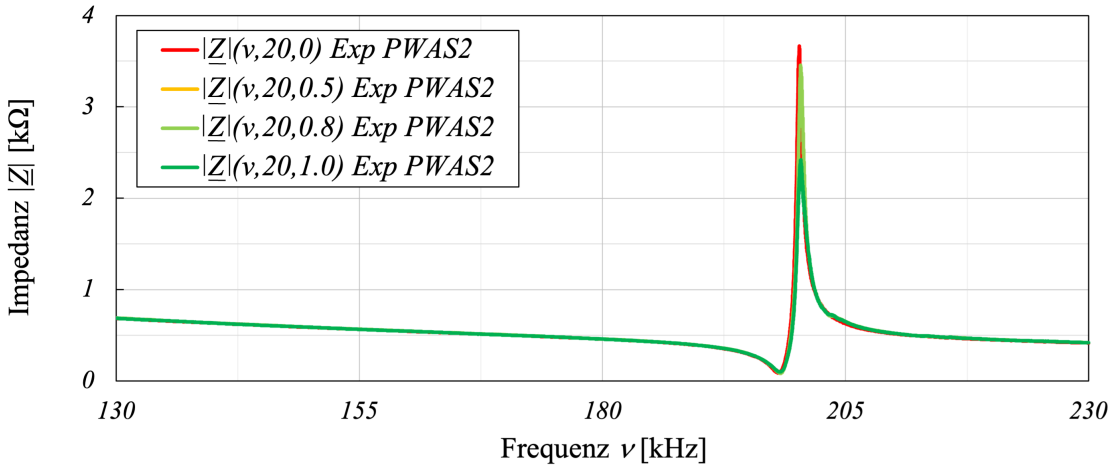


Abbildung 5.11: Experimentell ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|\,(\nu, 20, F)$ bei variierenden Vorspannkraftniveaus (M16x80 HV-Garnitur, PWAS2)

nochmals ersichtlich, dass die Effekte aus Vorspannung und Temperatur durchaus ähnlich sind, was die Unterscheidung der Spektren ohne Kennzeichnung oder ohne zusätzliche Informationen schwierig macht. Für eine objektive Aussage über das Vorspannkraftniveau sollte daher bei der Auswertung eine Temperaturkompensation erfolgen. Ein Effekt, welcher allerdings nur bei Variation der Vorspannkraft auftritt, ist die veränderte Ausbildung der Amplitude im Resonanzbereich. Die Gründe dafür werden im nachfolgenden Kapitel 6 erläutert.

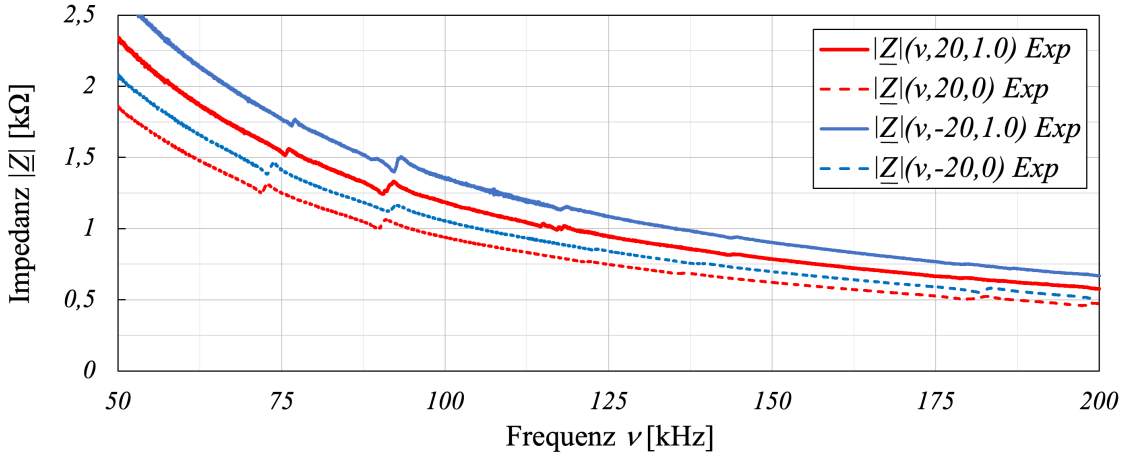


Abbildung 5.12: Experimentell ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|\,(\nu, T, F)$ bei variierenden Probentemperaturen und Vorspannkraftniveaus am Beispiel einer M16x50 HV-Garnitur

6 Numerische Untersuchung

Um Vermutungen oder entwickelte Theorien zu überprüfen ist ein validiertes numerisches Modell äußerst hilfreich. Hier lassen sich Parameter verändern und Formeln implementieren, die aus vorausgegangen Überlegungen und Annahmen entstanden sind. In den vorherigen Kapiteln sind solche Theorien über das Verhalten von EMI-Spektren unter variierenden Temperaturen und Vorspannkräften entwickelt worden. Die nachfolgende numerische Untersuchung dient dazu diese Annahmen zu überprüfen und das Verständnis über die Messmethode zu festigen. Das Kapitel 6 ist in drei Themenkomplexe gegliedert. Um Verhaltensmuster bzw. die Einflüsse auf die verschiedenen elektrotechnischen und mechanischen Parameter besser unterscheiden zu können, wurde als erstes abermals ein einzelnes PWAS betrachtet. Dadurch konnten die elektrotechnischen Parameter des PWAS gut angepasst werden, da zusätzliche Einflüsse aus der gekoppelten Struktur vollständig ausgeblendet worden sind. Der nächste Schritt umfasste die Betrachtung der Kopplung von PWAS und Schraube. Da die elektrotechnischen Parameter des PWAS im vorherigen Schritt angepasst und mit experimentellen Befunden validiert wurden, konnten nun die mechanischen Parameter der Schraube sowie die Verbindung zwischen PWAS und Schraube modelliert werden. Als letztes wurde eine vorgespannte HV-Garnitur betrachtet.

Software:
Die in dem Kapitel 6 durchgeführten numerischen Simulationen wurden mit dem Programm COMSOL Multiphysics durchgeführt. Das Programm ermöglicht die Simulation von multiphysikalischen Prozessen, die mit Hilfe von Differentialgleichungen beschrieben werden können. Wie bereits in Unterabschnitt 3.2.3 beschrieben und gezeigt wurde, muss bei der Simulation von PWAS und des damit verbundenen piezoelektrischen Effekts, die Kreuzkopplung verschiedener elektrischer sowie mechanischer Parameter berücksichtigt werden. Die Simulationssoftware ist modular aufgebaut, wobei für die numerische Simulation zusätzlich zu dem Basispaket *COMSOL Multiphysics* [90] auch die Pakete *Structural Mechanics Module* [91] sowie das *MEMS Module* [92] zur Anwendung kamen.

Vorgehen:
Für die Simulation wurden alle Komponenten der HV-Garnitur sowie die PWAS abgebildet. Die Kopplung (Klebschicht) zwischen PWAS und Struktur wurde als dünne elastische Schicht mit Hilfe einer Federkonstante pro Flächeneinheit beschrieben. Die

Dämpfung der angeregten Struktur wurde über eine Rayleigh-Dämpfung berücksichtigt. Als Kontaktbedingung zwischen den einzelnen HV-Komponenten (Schraube-Scheibe, Scheibe-Platte, Platte-Scheibe, Scheibe-Mutter sowie Mutter-Schraube) hat sich im vorliegendem Fall die Kontinuität als hinreichend genau erwiesen, weshalb auf eine detailliertere Modellierung der Kontaktflächen (z. B. Setzen oder Rückstände von Schmierstoffen auf Kontaktflächen) verzichtet wurde. Die Simulation der HV-Garnitur erfolgte in zwei Schritten: Zur Aufbringung der Vorspannkraft wurde zunächst ein Step Bolzenvorspannung unter Berücksichtigung von geometrischen Nichtlinearitäten durchgeführt. Auf Basis dessen erfolgte eine Vorspannungsanalyse im Frequenzbereich, für die mechanische sowie elektrotechnische Antworten des Systems über einen Frequenzbereich erfasst werden konnten. Bei der Simulation der einzelnen PWAS sowie der Schrauben war der erste Step nicht notwendig, da dort im Vorhinein keine Vorspannkraft aufgebracht werden musste. Die Schrittweite der Frequenz von 0,01 kHz bis 0,05 kHz erwies sich nach vorheriger Überprüfung als ausreichend genau, um die Amplituden in den Resonanzbereichen den experimentellen Befunden entsprechend abzubilden.
Für die Simulation der Wellenausbreitung (z. B. Unterabschnitt 6.2.1) wurde eine Analyse im Zeitbereich durchgeführt. Ein vorheriger stationärer Step war hier nicht notwendig, da nur die Wellenausbreitung in einzelnen Schrauben simuliert wurde. Die Schrittweite der Zeit betrug im Median 75 ns.

6.1 Piezoelektrische Wandler

In diesem Abschnitt 6.1 werden die Ergebnisse aus der numerischen Simulation der PWAS aufgeführt. Um Verhaltensweisen der PWAS zu untersuchen, wurden auch hier zwei verschiedene Ausführungen der PWAS untersucht.

6.1.1 Vergleich der Ausführungstypen

Analog zu den in Unterabschnitt 5.1.1 durchgeführten Versuchen, umfasste auch die numerische Simulation zwei verschiedene Ausführungstypen. Die Ergebnisse der Berechnung sind in der Abbildung 6.1 dargestellt. Die Notation und Kennzeichnung von ausgewerteten Parametern ist in Abbildung 6.2 zu finden. Wie bei den experimentellen Befunden in Unterabschnitt 5.1.1 ist auch hier erkennbar, dass sowohl bei der Konduktanz als auch bei der Suszeptanz die Amplitude im Resonanzbereich des Serienschwingkreises (ca. 200 kHz, Abbildung 3.37) bei Typ2 geringfügig größer ist als bei Typ1 (ein Vergleich mit den experimentellen Befunden erfolgt im weiteren Verlauf des Kapitels).

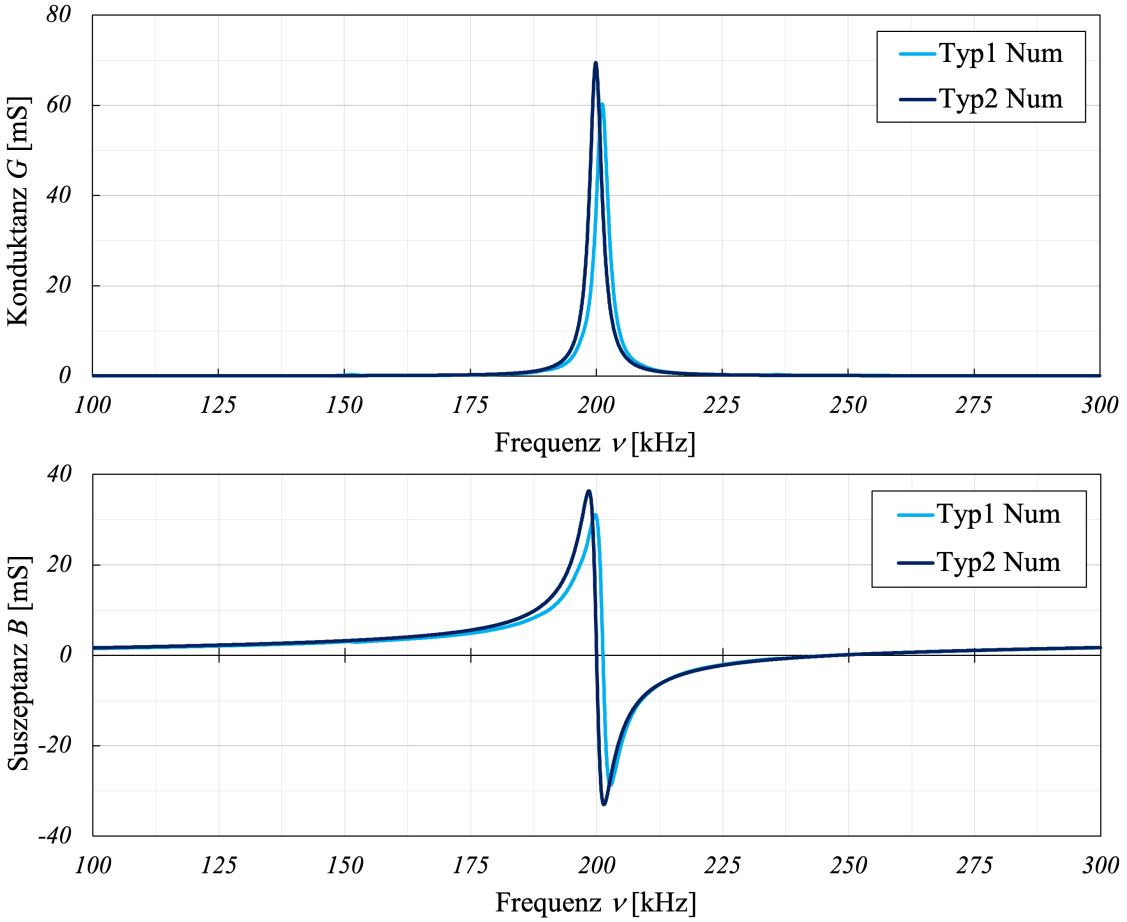


Abbildung 6.1: Numerisch ermitteltes Konduktanz- $G(\nu)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu)$ des PWAS Typ1 und des PWAS Typ2

Diese Entwicklung lässt sich mit Hilfe der Abbildung 6.3, Abbildung 6.4, Abbildung 6.5, Abbildung 6.6 sowie dem Inhalt von Unterabschnitt 6.2.3 erklären. In Unterabschnitt 6.2.3 wird gezeigt, wie die Verformung des PWAS mit den elektrotechnischen Kenngrößen zusammenhängt. Zum jetzigen Zeitpunkt ist zuerst einmal entscheidend zu erkennen, dass die Verformung am Rand des PWAS Typ1 im Bereich des Umkontaktes geringfügig geringer ist als bei Typ2 an derselben Stelle. Dies gilt nach Abbildung 6.3 im Vergleich zu Abbildung 6.4 sowohl für die Verformung δ_z (Dickenrichtung) als auch nach Abbildung 6.5 im Vergleich mit Abbildung 6.6 für die Verformung δ_x (Radialrichtung; Notation nach Abbildung 6.2). Die Verformung δ_z ist am Pkt1b (**unterer** Rand Elektrode) bei Typ1 circa 0,3 nm (orange) und bei Typ2 circa 0,5 nm (rot). Auch bei der Verformung δ_x ist die Auslenkung des Typ2 am Pkt1b um circa 2 nm größer als bei Typ1. Welche Auswirkung dies auf die EMI-Spektren hat, wird in Unterabschnitt 6.2.3 gezeigt.

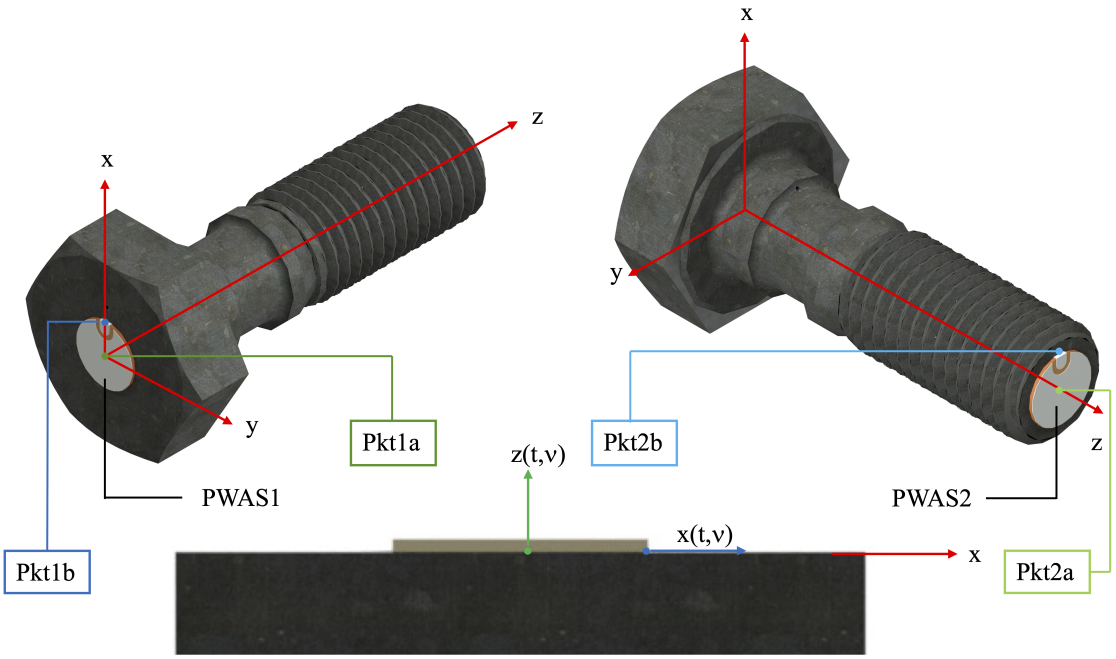


Abbildung 6.2: Notation und Kennzeichnung von ausgewerteten Parametern am Beispiel der M16x50 Schraube mit eingefrästem Schraubenschaft

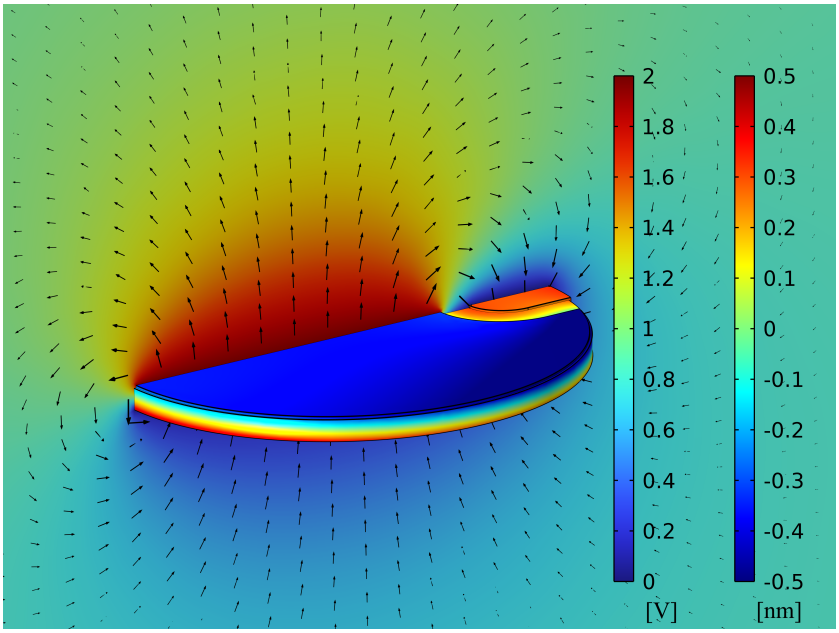


Abbildung 6.3: Elektrisches Feld $E(\vec{r})$ (schwarze Pfeile, logarithmische Darstellung, qualitativ), elektrische Spannung U (farbliche Darstellung Querschnitt), Verformung δ_z (farbliche Darstellung Piezooberfläche) für PWAS Typ1

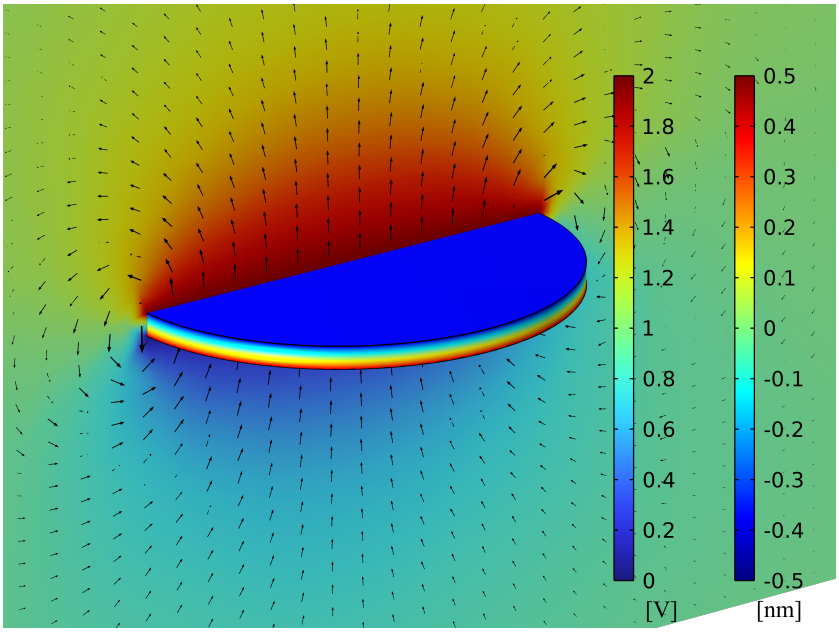


Abbildung 6.4: Elektrisches Feld $E(\vec{r})$ (schwarze Pfeile, logarithmische Darstellung, qualitativ), elektrische Spannung U (farbliche Darstellung Querschnitt), Verformung δ_z (farbliche Darstellung Piezooberfläche) für PWAS Typ2

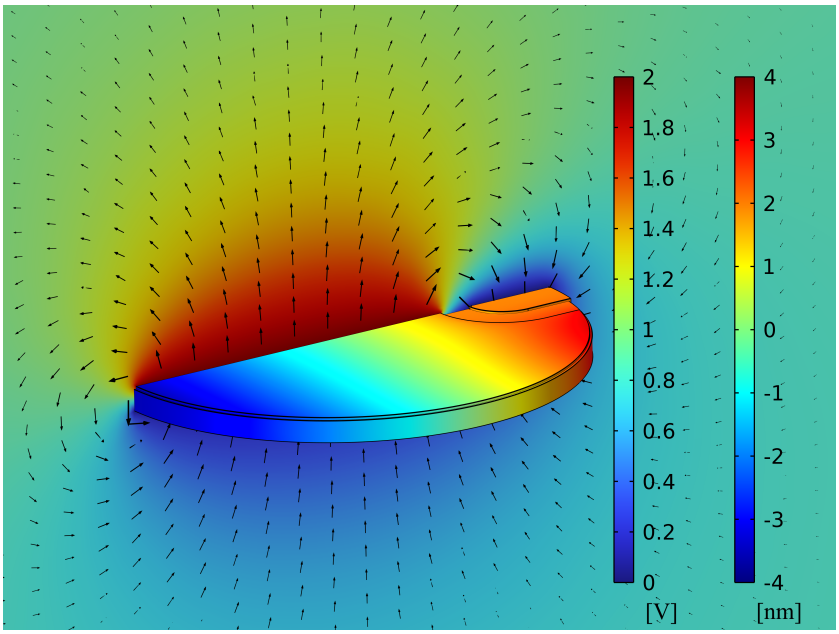


Abbildung 6.5: Elektrisches Feld $E(\vec{r})$ (schwarze Pfeile, logarithmische Darstellung, qualitativ), elektrische Spannung U (farbliche Darstellung Querschnitt), Verformung δ_x (farbliche Darstellung Piezooberfläche) für PWAS Typ1

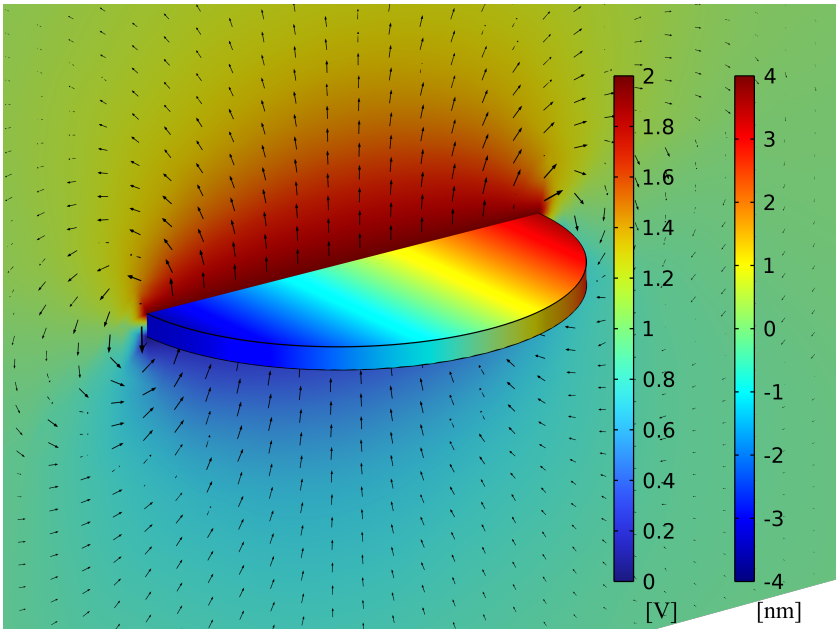


Abbildung 6.6: Elektrisches Feld $E(\vec{r})$ (schwarze Pfeile, logarithmische Darstellung, qualitativ), elektrische Spannung U (farbliche Darstellung Querschnitt), Verformung δ_x (farbliche Darstellung Piezooberfläche) für PWAS Typ2

Weiterhin ist in den vier oben genannten Abbildungen erkennbar, dass das elektrische Feld zwischen den Elektroden (obere und untere Elektrode) bei Typ2 annähernd homogen ist, während das Feld bei Typ1 durch die Ausführung des Umkontaktes nur eine partielle Homogenität aufweist. Das Dielektrikum zwischen dem oberen Teil der Elektrode mit Umkontakt und dem parallel dazu liegenden unteren Teil der Elektrode wird nur sehr gering polarisiert, da beide Seiten der Elektrode die gleiche Polarität aufweisen (blau). Wie in Abschnitt 3.2 erwähnt, richten sich die elektrischen Dipole entlang der elektrischen Feldlinen aus (Feldlinien siehe Abbildung 3.11). Die Feldlinien gehen von der positiven Elektrode (in den genannten Abbildungen rot) zu der negativen Elektrode (blau). Da im oben beschriebenen Fall beide Elektroden zwischen dem Dielektrikum negativ sind, ist die elektrische Feldstärke dementsprechend gering. Bedingt jedoch durch die Feldlinien der oberen Elektrode ohne Umkontakt, kommt es trotzdem zu einer leichten Polarisierung des Dielektrikums im Bereich des Umkontaktes. Wie in Abschnitt 3.2 gezeigt, resultiert (im Normalfall) aus einer größeren Polarisation des Dielektrikums auch eine größere Ausdehnung. Daher ist die Auslenkung des Typ1 im Bereich des Umkontaktes geringer als die Auslenkung des Typ2.

Die Abbildung 6.7 zeigt den Vergleich des experimentell sowie numerisch bestimmten Konduktanz- und Suszeptanzspektrums eines PWAS für den Frequenzbereich von 100 kHz bis 300 kHz. Es zeigt sich, dass das experimentell und numerisch be-

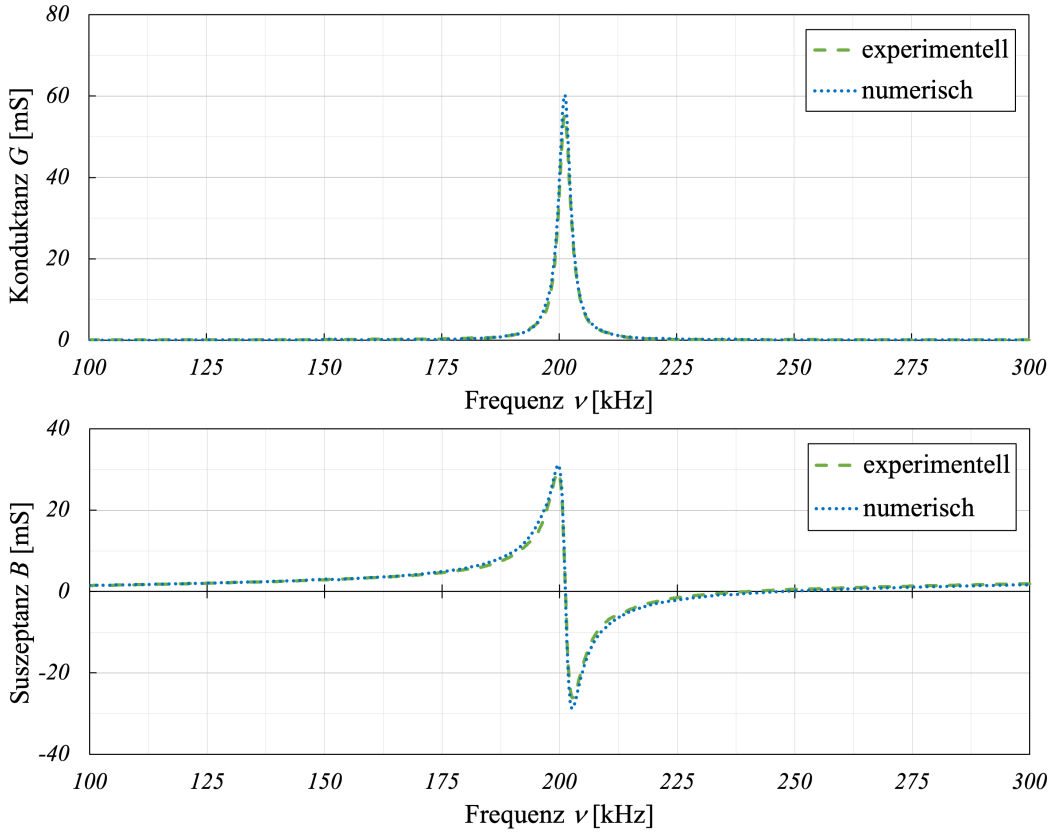


Abbildung 6.7: Numerisch und experimentell ermitteltes Konduktanz- $G(\nu)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu)$

stimmte Spektrum sehr gut übereinstimmt. Das war die Grundlage für weiterführende Berechnungen an Schrauben und an HV-Garnituren. Abschließend ist noch zu erwähnen, dass für die weiterführende numerische Simulation der Typ2 verwendet worden ist, da sich nach eingehender Untersuchung herausgestellt hat, dass die Ausführung des PWAS im Fall einer Applizierung auf einer Struktur keinen, bzw. einen vernachlässigbaren Einfluss auf die EMI-Spektren hat. Da die Simulation mit der Ausführung des Typ1s aufgrund der komplexen Ausführung deutlich länger dauert, wurden die nachfolgenden Berechnungen ausschließlich mit Typ2 durchgeführt.

6.1.2 Zusammenhang elektrodynamische Kenngrößen

In Unterabschnitt 6.1.2 soll der Zusammenhang zwischen wesentlichen elektrodynamischen Kenngrößen erläutert werden. Der Inhalt ist demnach ein wichtiger Bestandteil der Arbeit. Betrachtet wurde die Polarität P_z, die elektrische Ladung Q, die Impedanz $|\underline{Z}|$ die Suszeptanz B sowie die radiale Auslenkung des Pkt1b. Alle

Größen sind in Abbildung 6.8 erkennbar. Zuallererst wird der Zusammenhang zwischen der Polarität (in z-Richtung, Polungsrichtung) und der elektrischen Ladung betrachtet. Es ist erkennbar, dass der Verlauf der Polarität (gelb gestichelte Line) qualitativ dem Verlauf der elektrischen Ladung (rot gestrichelte Line) entspricht. Es kann festgehalten werden, dass ein großer Betrag der Polarisation einen großen Betrag der elektrischen Ladung herbeiführt. Dabei muss allerdings beachtet werden, dass die Polarität innerhalb des Dielektrikum im Normalfall nicht homogen verteilt ist. Eine inhomogene Verteilung resultiert beispielsweise aus Druck- und Zugzonen (Biegung) innerhalb des Dielektrikums. In diesem einfachen Fall liegt jedoch eine annähernd homogene Polarisation in z-Richtung vor. Weiterhin ist erkennbar, dass beide Verläufe qualitativ sowohl dem Verlauf der Suszeptanz als auch dem Verlauf der radialen Auslenkung des PWAS entsprechen. Die radiale Auslenkung des PWAS hat folglich einen wesentlichen Einfluss auf die Polarität, auf die elektrische Ladung und auf die Suszeptanz. Zur besseren Vorstellung sind drei Zustände in Unterabschnitt 6.1.2 definiert worden, welche die Verläufe bei verschiedenen Anregungsfrequenzen zeigen. Innerhalb der ersten Zone (Punkt 1, $\nu \lessapprox 200\,kHz$) ist die radiale Auslenkung des PWAS positiv, was zu dem Zustand 1 führt (Abbildung 6.8 links unten).

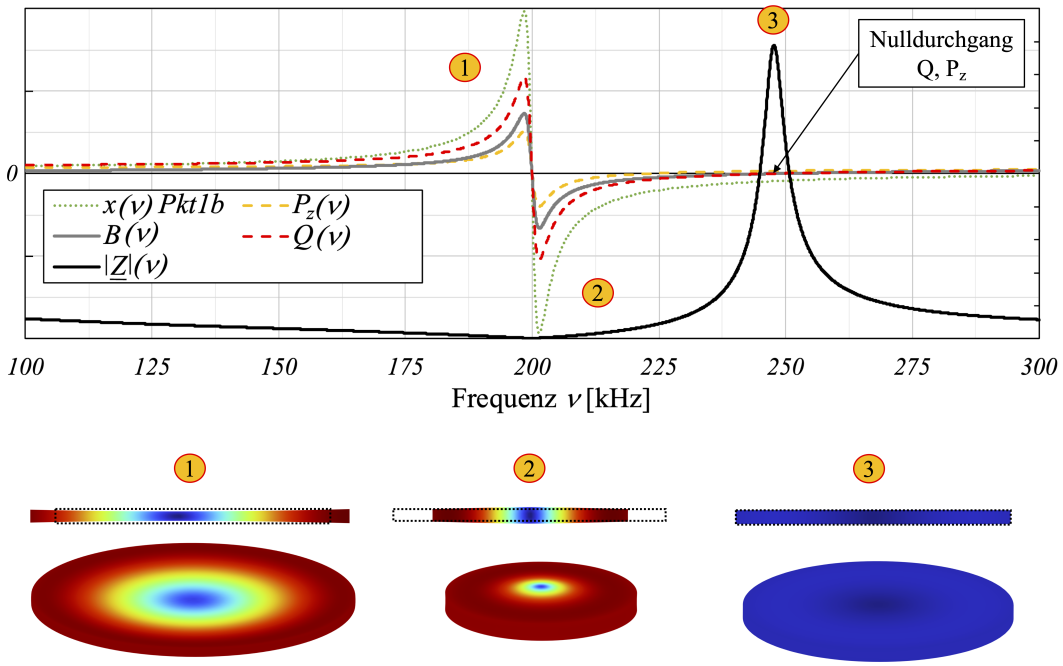


Abbildung 6.8: Zusammenhang von ausgewählten elektrodynamischen Kenngrößen im Resonanzbereich des PWAS Typ2

Im Bereich der Resonanzfrequenz des Serienschwingkreises zieht sich das PWAS schlagartig zusammen ($+\delta_z \rightarrow -\delta_z$) und verursacht so eine maximale negative elek-

trische Ladung (Punkt 2, $200\,kHz \lessapprox \nu \lessapprox 245\,kHz$), wobei hier noch darauf hinzuweisen ist, dass die Kapazität, welche durch Gleichung 3.26 in einem direkten Zusammenhang mit der elektrischen Ladung steht, niemals negativ sein kann. Für das Verständnis des Zusammenhangs der hier betrachteten Kenngrößen ist im besonderen der Betrag der elektrischen Ladung und nicht das Vorzeichen von Bedeutung. Es wird beobachtet, dass eine hohe radiale Auslenkung einen großen Betrag der elektrischen Ladung nach sich zieht. Für die Auswirkung auf die Impedanz wird hier nochmals ersichtlich, dass der Betrag der elektrischen Ladung und nicht das Vorzeichen von Bedeutung ist - eine für die Messmethode sehr wichtige Erkenntnis. Wird der Betrag der elektrischen Ladung maximal, so resultiert daraus ein (lokales) Minimum im Impedanzspektrum. Geht die elektrische Ladung gegen Null (Punkt 3), so resultiert ein lokales Maximum im Spektrum der Impedanz. Diese Entwicklung ist durch die Abbildung 4.5 plausibel zu erklären. Hinweis: Bei der numerischen Simulation im Bereich des Kleinsignalverhaltens wurde die tatsächliche remanente Polarisation P_R des Ferroelektrikums nicht berücksichtigt, da hier lediglich die relative Veränderung von Bedeutung ist. Es wurde demnach folgender Zusammenhang beobachtet:

$$|\delta_x| \uparrow \Rightarrow |Q| \uparrow \Rightarrow C \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \downarrow$$

Für den umgekehrten Fall gilt:

$$|\delta_x| \downarrow \Rightarrow |Q| \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow$$

Dieser Zusammenhang wurde für ein frei schwingendes PWAS mit den Parametern aus Abbildung 5.2 beobachtet. Es wird jedoch davon ausgegangen, dass die Erkenntnis für alle Radialschwinger gilt. Die Erkenntnisse aus der Beobachtung werden in Unterabschnitt 6.2.3 auf eine komplexere Problemstellung angewendet. Hier wird der Zusammenhang zwischen der Kinematik der Struktur sowie den elektrodynamischen Kenngrößen am Beispiel einer angeregten M16x50 Schraube hergestellt.

6.2 Schrauben

Im nächsten Schritt wurde das Verhalten von einzelnen, losen Schrauben unter mechanischer Anregung simuliert. In der Abbildung 6.2 sind verschiedene Punkte am Beispiel einer M16x50 Schraube gekennzeichnet, welche in der Simulation untersucht worden sind. Grundsätzlich wurde zwischen PWAS1 und PWAS2 unterschieden. PWAS1 befand sich auf der Oberfläche des Schraubenkopfes, während PWAS2

parallel zu PWAS1 an der Unterseite der Schraube appliziert war. Durch diese Anordnung war es möglich, die simulierte Wellenausbreitung innerhalb der Schraube zu erfassen. Durch PWAS1 eingeleitete Ultraschallwellen konnten mit Hilfe von PWAS2 detektiert werden (Pitch-Catch-Methode, siehe Abbildung 2.2). Innerhalb der piezoelektrischen Struktur wurden zwei unterschiedliche Punkte überwacht, welche in Abbildung 6.2 als Punkte a und b gekennzeichnet sind (beispielsweise Pkt1**a**, Pkt2**b**). Bei Punkt a handelt es sich um den auf der Axialachse (sowohl von PWAS als auch Schraube) liegenden Kontaktpunkt zwischen PWAS und Schraube. Punkt b liegt auf der gleichen x-y-Ebene wie Punkt a desselben PWAS, befindet sich jedoch auf der Außenseite des PWAS. Durch die Auswertung dieser zwei Punkte war es möglich, das gekoppelte Verhalten zwischen PWAS und Struktur sowie die daraus resultierenden EMI-Spektren besser zu verstehen. Während Punkt a primär für die Überwachung der Einleitung von Longitudinalwellen verwendet wurde, konnte Punkt b für die Einleitung von Transversalwellen genutzt werden. Bei beiden Punkten wurde das Verhalten im Zeit- und Frequenzbereich betrachtet. Das ermöglichte die Untersuchung der Wellenausbreitung in der gekoppelten Struktur (Zeitbereich) und die Betrachtung der Resonanz der angeregten Struktur (Frequenzbereich).

6.2.1 Wellenausbreitung

Im Nachfolgenden wird die Wellenausbreitung thematisiert. Die Betrachtung erfolgt also im Zeitbereich. Die Anregungsfrequenz ν blieb konstant und wurde auf 270 kHz festgelegt, da hier im Vergleich zu anderen Frequenzen viel Energie in das gekoppelte System eingeleitet wurde. Um die Menge an Diagrammen möglichst überschaubar zu halten, werden nur zwei Schraubentypen dargestellt. Oftmals handelt es sich hierbei um den kleinsten (M16x50) und um den größten (M20x95) Schraubentyp.

Wie in den theoretischen Grundlagen gezeigt wurde, spielen die Gitterstruktur sowie die Bindungsenergie und die daraus resultierenden rücktreibenden Kräfte eine entscheidende Rolle bei der Wellenausbreitung. Das an der gekoppelten Struktur applizierte PWAS ist möglichst steif mit der Struktur verbunden. Durch das Anlegen einer Wechselspannung auf die Elektroden des PWAS (Abschnitt 3.1) entsteht mit Hilfe des Piezoelektrischen Effektes (Abschnitt 3.2) eine Schwingung, welche sich in die gekoppelte Struktur (in diesem Fall die Schraube) überträgt. Durch die Anregung entstehen in der gekoppelten Struktur quantisierte Gitterschwingungen (Phononen), welche sich anschließend im Festkörper ausbreiten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit hängt dabei von der chemischen Bindung und der daraus resultierenden Bindungsenergie der Atome ab. Weiterhin wurde in Abschnitt 4.1 gezeigt, das die Ausbreitung der Wellen innerhalb des Festkörpers von der mittleren kinetischen Energie der angeregten Struktur abhängt. Die Wellen / Phononen breiten sich vorwiegend longitudinal oder transversal im Festkörper aus. Die Welle kann bei

der Ausbreitung beispielsweise an Trennflächen zwischen zwei Medien reflektiert, gebrochen oder gebeugt werden.

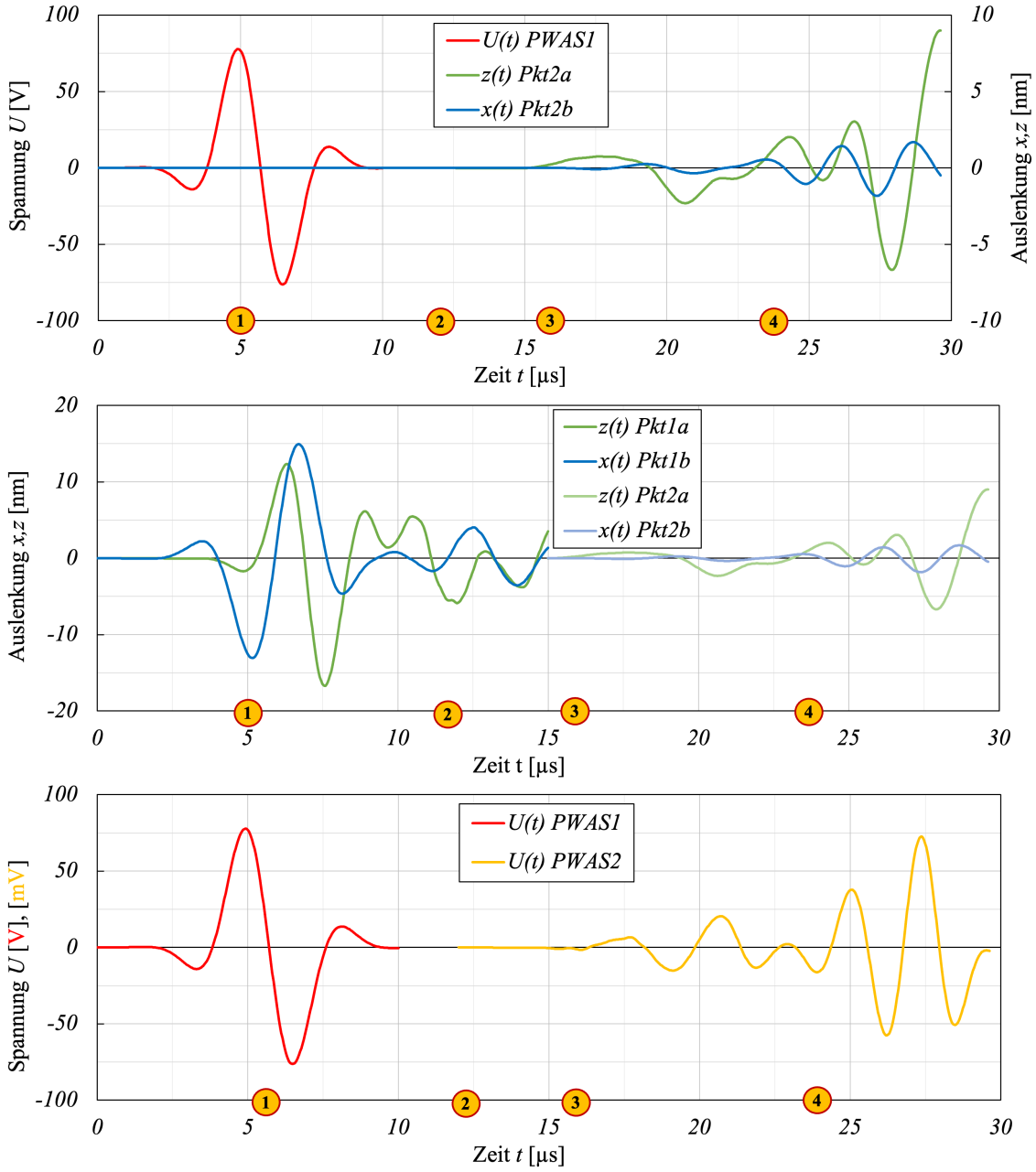


Abbildung 6.9: Kopplung zwischen elektrischen Spannung U und mechanischer Schwingung einer angeregten M16x50 Schraube bei Raumtemperatur

Trifft eine Welle auf die Grenzfläche zwischen Ausbreitungsmedium und PWAS, so gibt die Welle einen Teil ihrer Energie in das PWAS ab. Durch die resultierende

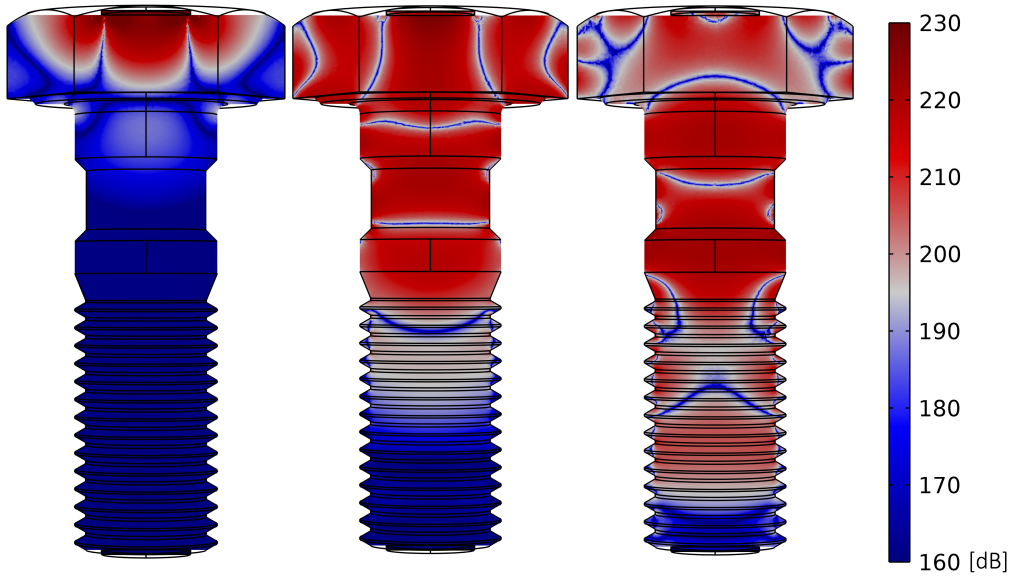


Abbildung 6.10: Visualisierung der Wellenausbreitung in einer mechanisch angeregten M16x50 Schraube bei t_1=5 μs, t_2=12,5 μs, t_3=16,5 μs bei Raumtemperatur

Verformung des PWAS entsteht ein Dipolmoment und eine messbare Spannung auf den Elektroden (Abschnitt 3.2, direkter piezoelektrischer Effekt).

In Abbildung 6.9 und Abbildung 6.10 ist die Wellenausbreitung in einer angeregten M16x50 Schraube veranschaulicht. In Abbildung 6.9 sind verschiedene Diagramme abgebildet, welche die Wellenausbreitung in der Schraube beschreiben und verdeutlichen. Im oberen Diagramm ist sowohl die zeitlich veränderliche Spannung $U(t)$ des PWAS1 also auch die zeitlich veränderliche Auslenkung $x(t)$ sowie $z(t)$ des PWAS2 abgebildet. Die Spannung bezieht sich auf die **nicht** mit der Struktur gekoppelte Elektrode. Die x-Achse umfasst den Zeitbereich von 0 µs bis 30 µs. Weiterhin sind auf der x-Achse die Zeitpunkte numerisch markiert, für welche die Wellenausbreitung in Abbildung 6.10 dargestellt ist. Der Zeitpunkt t_1 (in Diagrammen als 1 erkenntlich) ist der Zeitpunkt, an dem die erste große Spannungsamplitude bzw. die erste große Deformation des PWAS zu verzeichnen ist. Dieser Zeitpunkt ist bei circa 5 µs. Der Zeitpunkt t_2 ist so gewählt, dass sich die erste longitudinale Wellenfront in etwa in der Mitte der Schraube befindet. Der Zeitpunkt t_3 ist die Zeit, an dem die erste (longitudinale) Welle auf das PWAS2 auftrifft. Der letzte Zeitpunkt t_4 ist zeitlich durch die Ankunft der Transversalwelle am PWAS2 definiert. Die Stelle t_1 ist bei allen Schraubentypen gleich, da die Frequenz der aufgebrachten Wechselspannung fortlaufend gleich war. Die Zeitpunkte t_2, t_3 und t_4 sind bei jedem Schraubentyp verschieden, da sich die Längen der Schrauben unterscheiden.

Im oberen Diagramm wird zunächst die radiale Auslenkung des PWAS2 $x(t)$ und die Auslenkung in Dickenrichtung $z(t)$ betrachtet. Es wird erkennbar, dass die erste Auslenkung bei etwa 16,5 µs in z-Richtung zu verzeichnen ist. Damit ergibt sich für die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit:

$$v_{L,M16x50} = \frac{l_{M16x50}}{(t_3 - t_1)} = \frac{60 \text{ mm}}{16,5 \text{ µs } - 5 \text{ µs}} = 5217 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Dieses Ergebnis stimmt mit der in Unterabschnitt 3.3.4 ermittelten longitudinalen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit überein. Die Atome an Punkt 2a oszillieren annähernd um den Nullpunkt und deren Amplituden vergrößern sich bei fortschreitender Zeitdauer. Augenscheinlich ist zu erkennen, dass die Auslenkung in z-Richtung größer ist als die Auslenkung in x-Richtung. Neben geometrischen Aspekten lässt sich vermuten, dass die Ursache dafür darin liegt, dass die Energie bzw. der Impuls $p = vs$ (klassisch) bzw. $p = \frac{h}{\lambda}$ (quantenmechanisch) größer ist als bei einer Transversalwelle. Die klare Detektion der Transversalwelle gestaltet sich schwieriger, da sich bei Ankunft dieser Welle bereits konstruktive und destruktive Interferenzen gebildet haben. Diese können beispielsweise aufgrund von Reflexionen der vorangegangenen Longitudinalwelle entstehen, welche bereits vor Ankunft der Transversalwelle am PWAS2 für eine Oszillation in Radialrichtung sorgen. Trotzdem kann eine erste nennenswerte radiale Auslenkung bei circa 23,5 µs vermutet werden. Die Vermutung basiert auf dem Beginn einer scheinbar harmonischen Oszillation der Atome. Für die Geschwindigkeit der Transversalwelle ergibt sich demnach:

$$v_{T,M16x50} = \frac{l_{M16x50}}{(t_4 - t_1)} = \frac{60 \text{ mm}}{23,5 \text{ µs } - 5 \text{ µs}} = 3243 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Das Ergebnis zeigt, dass auch die Geschwindigkeit der T-Welle mit der in Unterabschnitt 3.3.4 ermittelten transversalen Wellenausbreitungsgeschwindigkeit übereinstimmt.

Das mittlere Diagramm in Abbildung 6.9 zeigt anstatt des sinusförmigen Spannungsverlaufs am PWAS1 die Auslenkungen in x-, sowie z- Richtung des Pkt1. Mit Hilfe dieses Diagramms kann die Welleneinleitung durch das PWAS besser nachvollzogen werden. Es wird ersichtlich, dass die radiale Auslenkung der Spannungsamplitude folgt, während die Auslenkung in Dickenrichtung etwas zurückbleibt. Es wird vermutet, dass sich diese Beobachtung durch die Kopplung von elektrischer Spannung, elektrischer Ladung sowie der radialen Auslenkung erklären lässt, denn in Abbildung 6.8 wurde gezeigt, dass mit zunehmender elektrischer Ladung eine zunehmende radiale Auslenkung des PWAS einhergeht. Die (freie) elektrische Ladung auf den Elektroden wird maßgeblich von der angelegten Spannung definiert. Die

Beobachtung aus Abbildung 6.9 ist daher plausibel und durch die Befunde aus Abbildung 6.8 gut zu erklären. Bei der Betrachtung des $x(t)$-Verlaufs an Pkt1a wird nochmals deutlich, wie sich das PWAS bei der Polarisierung des Dielektrikums verhält. Das PWAS ist in z-Richtung (Dickenrichtung) polarisiert. Wird ein Überschuss an negativer Ladung an der der Luft zugewandten Elektrode hervorgerufen (im Diagramm als negative Spannung gekennzeichnet), dann wird das PWAS gestreckt. Das zeigt, dass das Dielektrikum im PWAS so gepolt ist, dass der Überschuss an positiver Ladung der Dipole zu der der Luft zugewandten Elektrode zeigt (Vergleich Abbildung 3.26). Die positive Ladung des Dielektrikums wird bei negativer Spannung zur nicht mit der Struktur gekoppelten Elektrode angezogen. Das PWAS wird dadurch in Richtung der Polung (z-Richtung) verlängert und in Radialrichtung (x-Richtung) gestaucht ($V_{PWAS} \approx const$). Nach der Notation in Abbildung 6.2 ist das gleichbedeutend mit einer negativen Auslenkung in x-Richtung. Wechselt die Spannung bzw. die Elektrode die Polarität ($- \Rightarrow +$), dann wird das PWAS gestaucht, da die Polarisation durch den Überschuss an positiver Ladung der Dipole an der angrenzenden positiv geladenen Elektrode gemindert wird.

Weiterhin ist erkennbar, dass die Oszillation am PWAS1 nach Abschaltung der Spannung nicht schlagartig aufhört, sondern weiterhin Bestand hat. Das lässt sich mit dem ersten Newtonschen Axiom (Trägheitsprinzip) erklären, welches besagt, dass ein Körper seine Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung so lange beibehält, bis er durch eine äußere Kraft gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern [93]. Die Kraft, welche die Oszillation des Atoms an dem Punkt1b stoppt, ist die rücktreibende Kraft bzw. die Bindungsenergie der Atome. Die Bindungsenergie ist also unter anderem für die Dämpfung im Festkörper verantwortlich. Die Auswirkungen einer Dämpfung bei struktureller Anregung sind in Unterabschnitt 3.3.5 erläutert.

Das untere Diagramm in Abbildung 6.9 zeigt die Spannungen am PWAS1 und am PWAS2. Wie bereits erklärt, resultiert bedingt durch den direkten piezoelektrischen Effekt eine Spannung infolge einer Deformation des PWAS2. Die erste ersichtliche Spannung am PWAS2 ist bereits kurz nach dem Auftreffen der ersten Longitudinalwelle zu verzeichnen. Die Spannung ist jedoch zwischen ca. 17 μs und ca. 24 μs mit ungefähr 20 mV sehr gering. Erst nach Ankunft der Transversalwelle vergrößert sich im betrachteten Zeitraum die Spannung zwischen den Elektroden auf circa. 75 mV. Je nach Rahmenbedingungen ist es möglich, wenn nicht sogar wahrscheinlich, dass sich die Spannung nach weiterer Zeitdauer vergrößert. Dies wird jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Erwähnenswert ist jedoch, dass die Spannung am PWAS2 (mV) durch diverse Verluste viel geringer ist als die Spannung am PWAS1 (V).

Als visuelle Ergänzung für die Diagramme in Abbildung 6.9 ist in der Abbildung 6.10 die Wellenausbreitung in einer M16x50 Schraube für drei Zeitpunkte dargestellt. Die Schnittführung liegt entlang der z-Achse der Schraube. Die Zeitpunkte wurden so

gewählt, dass ein vollständiger Wellenzyklus erfasst wurde. Die Zeitpunkte umfassen also die Welleneinleitung (Zeitpunkt t_1), Wellenausbreitung (Zeitpunkt t_2) und Wellendetektion (Zeitpunkt t_3). Für eine didaktisch bessere Darstellung ist die farbliche Entwicklung der Wellenausbreitung in Abbildung 6.10 logarithmisch abgebildet.

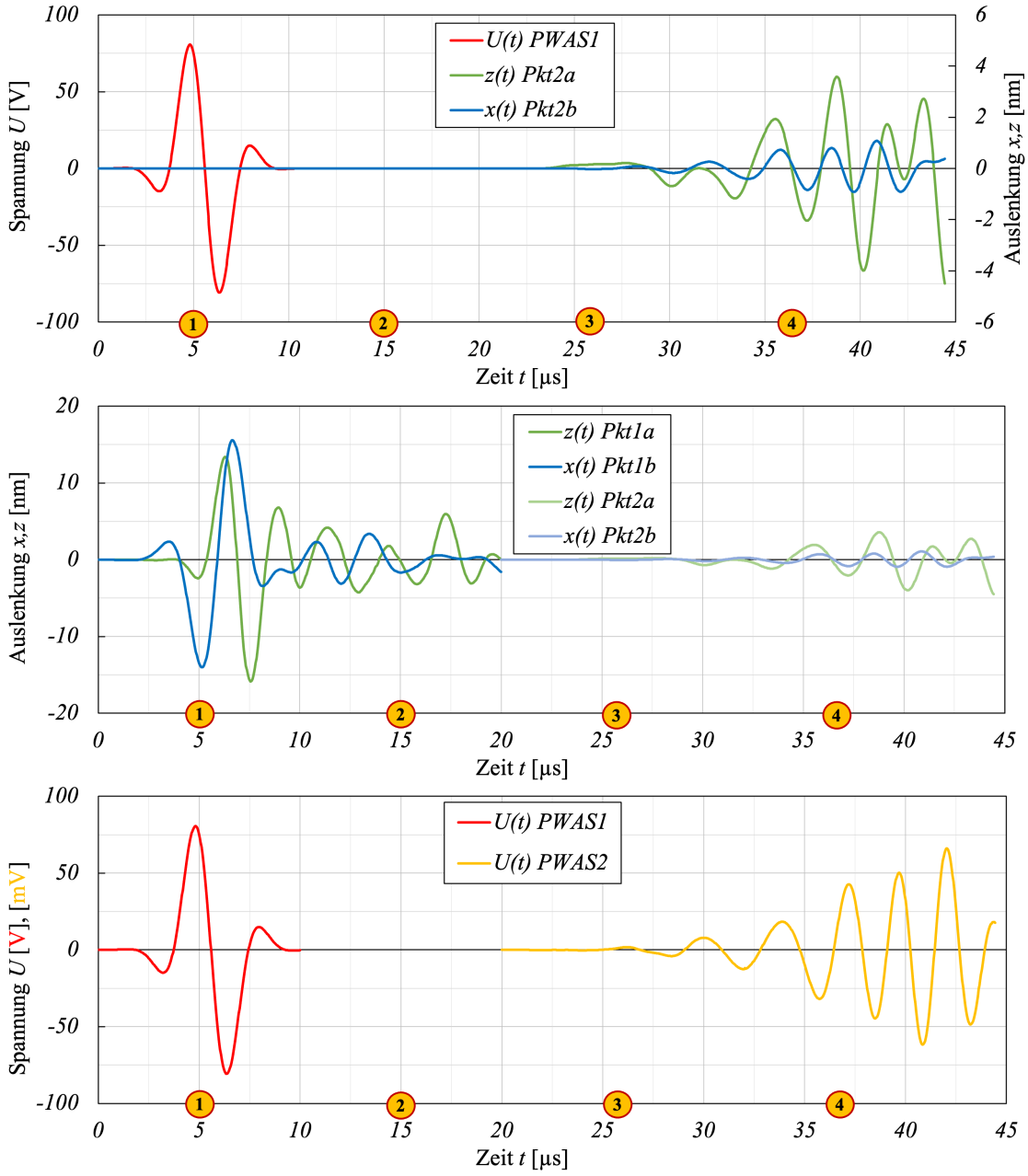


Abbildung 6.11: Kopplung zwischen elektrischen Spannung U und mechanischer Schwingung einer angeregten M20x95 Schraube bei Raumtemperatur

Analog zu der Wellenausbreitung in einer M16x50 Schraube ist in der Abbildung 6.11 die Wellenausbreitung in einer M20x95 Schraube dargestellt. Die Art der Darstellung ist dabei unverändert. Was sich jedoch ändert, sind die Auslenkungen $x(t)$ und $z(t)$. Dies ist darin begründet, dass die Welle länger benötigt, um sich von dem PWAS1 zu dem PWAS2 zu bewegen. Auch hier können die Geschwindigkeit der Longitudinalwelle und der Transversalwelle berechnet werden:

$$v_{L,M20x95} = \frac{l_{M20x95}}{(t_3 - t_1)} = \frac{108 \text{ mm}}{26,5 \text{ µs} - 5 \text{ µs}} = 5142 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{T,M20x95} = \frac{l_{M20x95}}{(t_4 - t_1)} = \frac{108 \text{ mm}}{37 \text{ µs} - 5 \text{ µs}} = 3375 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Zudem ist erkennbar, dass die Amplituden der Schwingung bei der M20x95 Schraube im direkten Vergleich geringer sind als bei der M16x50 Schraube, was beispielsweise durch höhere mechanische Verluste begründet werden könnte.

Es lässt sich feststellen, dass sich die Wellenausbreitung in Schrauben mit Hilfe der numerischen Simulation gut abbilden lässt. Weiterhin kann festgehalten werden, dass sich die aus der Simulation gewonnenen Erkenntnisse sehr gut mit Hilfe der zuvor beschriebenen theoretischen Grundlagen zur Wellenausbreitung in Festkörpern erklären lassen.

6.2.2 Schwingungsverhalten EMI

Dieser Absatz behandelt das Schwingungsverhalten von einzelnen Schrauben, welche in einem definierten Frequenzband angeregt wurden. Wie in dem Unterabschnitt 3.2.4 sowie Unterabschnitt 3.3.5 gezeigt, ist die Auslenkung größer, wenn die Anregungsfrequenz in der Nähe der Resonanzfrequenz liegt.

Dieses Verhalten wird nun im nachfolgenden mit Hilfe der numerischen Berechnung simuliert und überprüft. In Abbildung 6.12 ist das Impedanzspektrum für die M16er Serie sowie für die M20er Serie darstellt. Der abgebildete Frequenzbereich ist 50 kHz bis 200 kHz und liegt demnach im hochfrequenten Kilohertzbereich. Das liegt darin begründet, dass sich oftmals kleine Veränderungen in der Struktur (Mikrorisse, Vorspannung o.ä.) erst im hochfrequenten Bereich abzeichnen [4]. Darüber hinaus sind Messungen im hochfrequenten Bereich nicht so anfällig gegenüber (schwingungsaussendenden) Einflüssen, welche meist niederfrequente Schwingungen emittieren. Auf der Abbildung 6.12 ist erkennbar, wo die Resonanzen der M16x50 sowie der M16x80 Schrauben liegen. Im betrachteten Frequenzbereich liegt die erste Resonanz bei etwa 73 kHz für die M16x50 Schraube und bei circa 76 kHz für die M16x80 Schraube.

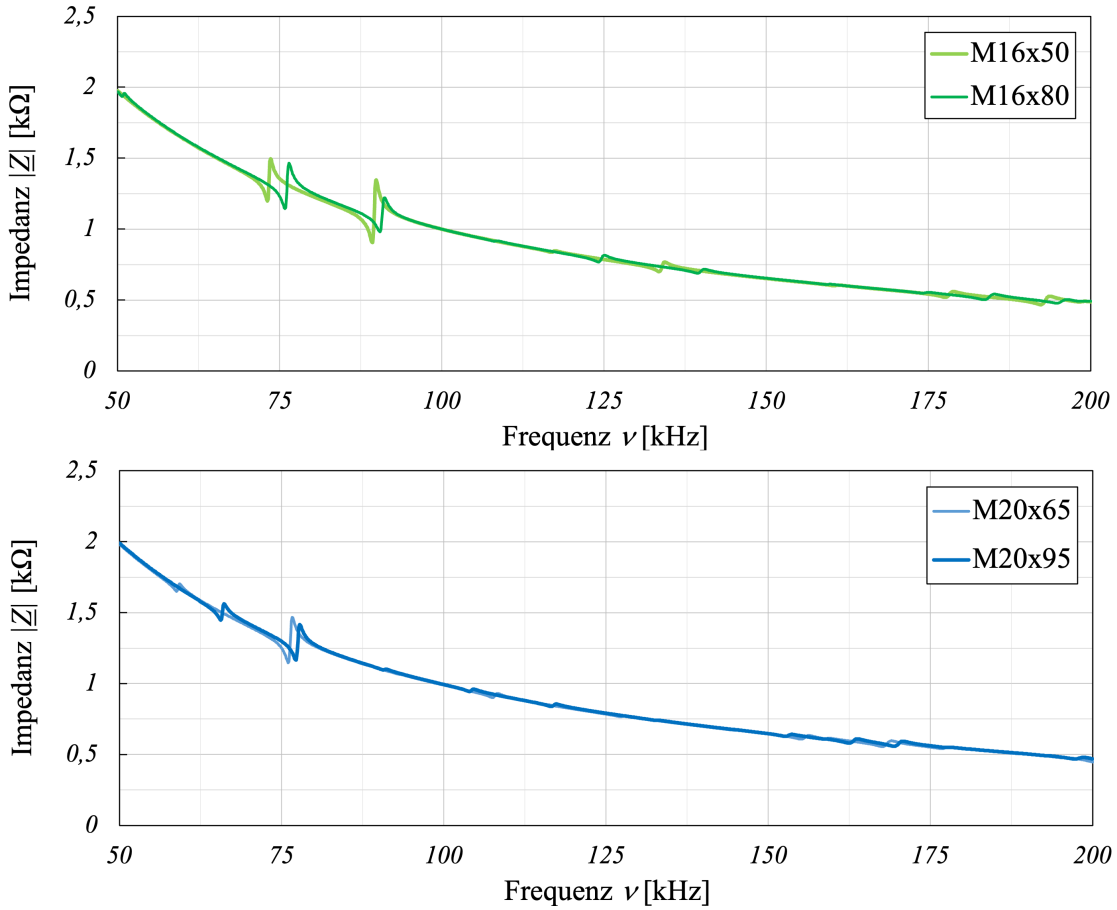


Abbildung 6.12: Numerisch ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|(\nu)$ der M16er und M20er Schraubenserie bei Raumtemperatur

6.2.3 Kopplung Kinematik der Struktur und Impedanzspektren

Ein wichtiger Schritt zum Verständnis der Messmethode ist die Kopplung der mechanischen und elektrotechnischen Kenngrößen, wo aus den mechanischen und elektrischen Impedanzen die elektromechanischen Impedanzen werden. Um die Kopplung beider Parameter zu verstehen, ist eine numerische Simulation vorteilhaft, da hier einzelne mechanische und elektrotechnische Parameter selektiert und analysiert werden können. Oftmals ist die experimentelle Analyse einzelner Punkte technisch nur sehr schwierig oder sogar gar nicht möglich. In der Abbildung 6.13 sind verschiedene Diagramme abgebildet, welche sowohl die Kinematik des Punktes Pkt1b einer M16x50 Schraube (Abbildung 6.2) als auch die dazugehörige elektrische Ladung Q anhand einer Resonanzsequenz aufzeigt.

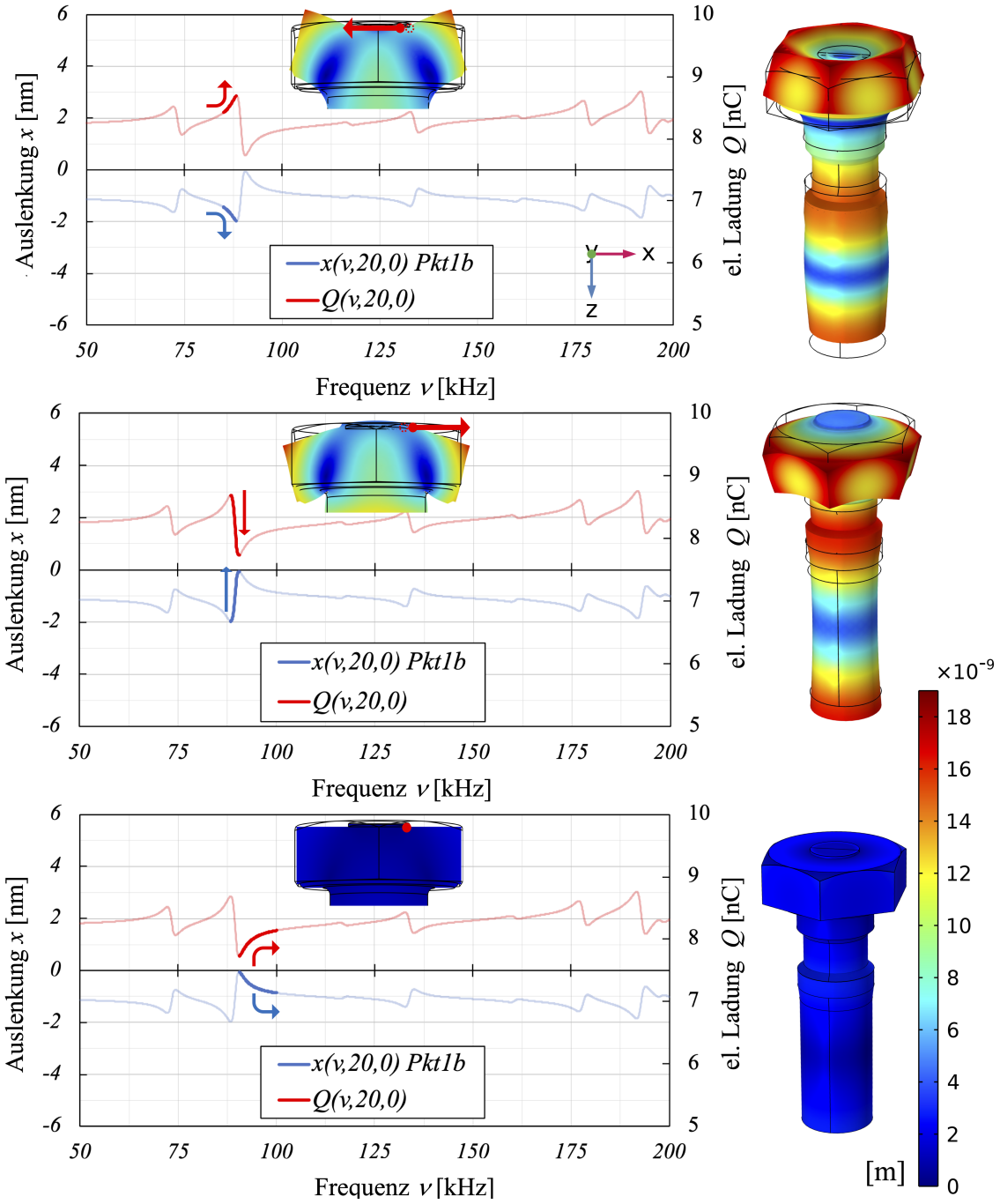


Abbildung 6.13: Entwicklung der radialen Auslenkung $x(\nu)$ an der Stelle Pkt1b am Beispiel einer M16x50 Schraube

Durch die prägnanten Amplituden bei circa. 74 kHz, 88 kHz und 6 weitere in dem danach folgenden Frequenzbereich sind die Resonanzfrequenzen gut erkennbar. Be-

trachtet wird mit Hilfe der Abbildung 6.13 zunächst die Abfolge der Auslenkung im Resonanzfall am Beispiel der zweiten Amplitude. Die Abfolge ist für jede der gezeigten Amplituden analog. Im oberen Diagramm lässt sich erkennen, dass sich die Schraube zu Beginn des Resonanzfalls zusammenzieht, was mit Hilfe des roten Pfeils sowie der Abbildung der Mode verdeutlicht wird. Die zur betrachteten Verformung dazugehörige Mode ist rechts neben dem jeweiligen Diagramm zu sehen. Durch das Zusammenziehen wird der Pkt1b leicht in Richtung des Kreismittelpunktes geschoben. Bedingt durch die Konvention (Abbildung 6.2) resultiert eine negative Auslenkung. Das mittlere Diagramm zeigt die Auslenkung bei der Frequenz, wo der Resonanzfall eintritt. Es ist erkennbar, dass die Schraube schlagartig eine pilzförmige Struktur annimmt. Dementsprechend resultiert eine Auslenkung des Punktes Pkt1b in positiver Richtung, was der Pfeil im mittleren Diagramm kenntlich macht. Gegen Ende des Resonanzfalls geht die Struktur wieder annähernd in ihre Ausgangslage zurück (Diagramm unten). Dabei ist allerdings zu beachten, dass auch in der Ausgangslage eine leichte radiale Auslenkung zum Mittelpunkt des PWAS vorhanden ist (negatives δ_x). Weiterhin ist in der Abbildung 6.13 erkennbar, dass mit einer radialen Auslenkung des PWAS eine Änderung der elektrischen Ladung Q einhergeht (Abbildung 6.13, roter Verlauf). Der Zusammenhang dafür wurde in Abbildung 6.8 verdeutlicht.

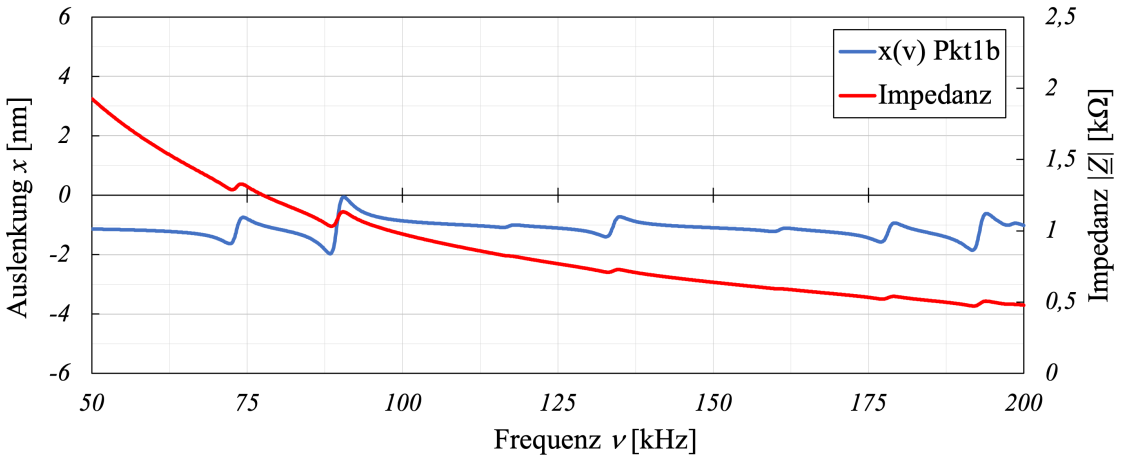


Abbildung 6.14: Zusammenhang der radialen Auslenkung $x(\nu)$ an der Stelle Pkt1b und des Impedanzspektrums $|\underline{Z}|\,(\nu)$ am Beispiel einer M16x50 Schraube

Nachdem die Kinematik an einem bestimmten Punkt der Schraube im Wesentlichen aufgezeigt wurde, wird nachfolgend mit Hilfe der Abbildung 6.14 das dazugehörige Impedanzspektrum diskutiert. Hier zeigt die linke y-Achse die bereits zuvor gesehene Auslenkung $x\,(\nu)$ am Pkt1b und die rechte y-Achse das dazugehörige Impedanz-Spektrum für den Frequenzbereich 50 kHz bis 200 kHz. Der hyperbelförmige Verlauf der Impedanz ($1/x$- Abhängigkeit) ist auch hier wieder zu erkennen. Wichtig ist jedoch nicht der Bereich zwischen den Resonanzen, sondern der Bereich bei den

Resonanzen. Hier wird der direkte Zusammenhang zwischen der radialen Auslenkung des PWAS sowie des Impedanzspektrums ersichtlich. Geht die Auslenkung des PWAS gegen Null, erreicht die Impedanz ein lokales Maximum, da die elektrische Ladung gegen Null geht. Dehnt sich das PWAS schlagartig aus und entfernt sich dabei von der Nulllinie der Auslenkung, dann wird die elektrische Ladung maximal, was sich im Impedanzspektrum durch ein lokales Minimum widerspiegelt. Der Ablauf ist demnach wie folgt:

$$|\delta_x| \uparrow \Rightarrow Q \uparrow \Rightarrow C \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \downarrow$$

Für den umgekehrten Fall gilt:

$$|\delta_x| \downarrow \Rightarrow Q \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow$$

Hier wurde ein wichtiger Zusammenhang zwischen der radialen Auslenkung des PWAS sowie der Bildung der Spektren aufgezeigt. Dieser Zusammenhang ist probenübergreifend und gilt für alle Resonanzen für den untersuchten Frequenzbereich. Die Verläufe der Realteile der Widerstands- und Leitwerte (Resistanz R, Konduktanz G) haben qualitativ den gleichen Verlauf und unterscheiden sich bereits rein optisch sehr von den anderen 4 elektrotechnischen Kenngrößen. Die Werte befinden sich fast kontinuierlichen kurz oberhalb der Nulllinie und schnellen im Resonanzfall deutlich herauf. Dabei nehmen die Werte ausschließlich positive Werte an. Die quadratisch gemittelte Bewegung des untersuchten Punktes Pkt1b spiegelt rein qualitativ sehr gut den Verlauf der Resistanz sowie der Konduktanz wieder. Dies wird in Abbildung 6.15 verdeutlicht. Sowohl der Verlauf der elektrischen Kenngröße als auch der Verlauf der quadratischen gemittelten Bewegung des Punktes Pkt1b befinden sich durchgehend im positiven Bereich und weisen im Resonanzfall einen plötzlichen Ausschlag auf. Mit Hilfe der numerischen Simulation konnte die Kopplung zwischen den mechanischen Parametern der überwachten Struktur sowie den elektrotechnischen Kenngrößen sehr gut hergestellt werden.

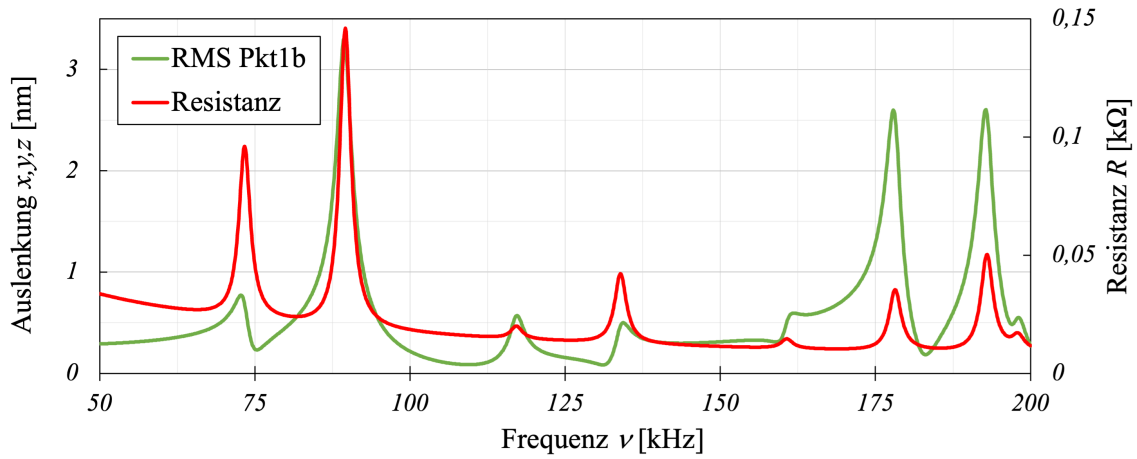


Abbildung 6.15: Zusammenhang der RMS-Verschiebung an der Stelle Pkt1b und des Konduktanzspektrums $G(\nu)$ am Beispiel einer M16x50 Schraube

6.2.4 Verhalten bei variierenden Probentemperaturen

Analog zu den experimentellen Versuchen wurde auch bei der numerischen Berechnung das Verhalten der Spektren bei unterschiedlichen Probentemperaturen untersucht.

EMI

Um das Verhalten der Spektren bei unterschiedlichen Temperaturen zu simulieren, wurden zunächst alle für die Berechnung wichtigen temperaturabhängigen Parameter extrahiert und zusammengefasst. Mit Hilfe der in den Kapitel 3 und Kapitel 4 erworbenen Kenntnisse konnten dann die zunächst temperaturunabhängigen Parameter durch temperaturabhängige Funktionen ersetzt werden. Die Modifizierung wurde dabei sowohl für elektrotechnische Parameter des PWAS als auch für mechanische Kennwerte der zu überwachenden Struktur vorgenommen.

Die Abbildung 6.16 zeigt den Vergleich des experimentell sowie numerisch ermittelten Impedanzspektrums bei variierenden Probentemperaturen am Beispiel einer M16x80 Schraube. Der gepunktete Verlauf repräsentiert das numerisch ermittelte Spektrum, während die Volllinie das experimentell ermittelte Spektrum widerspiegelt. Es ist zu erkennen, dass die Verläufe nahezu vollständig übereinander liegen. Das bedeutet, dass die Parameter in der numerischen Berechnung gut an die experimentellen Bedingungen angepasst worden sind. Das generelle Verhalten der Spektren wurde bereits im vorherigen Kapitel ausführlich analysiert. Daher wird im Nachfolgenden auf eine Wiederholung verzichtet.

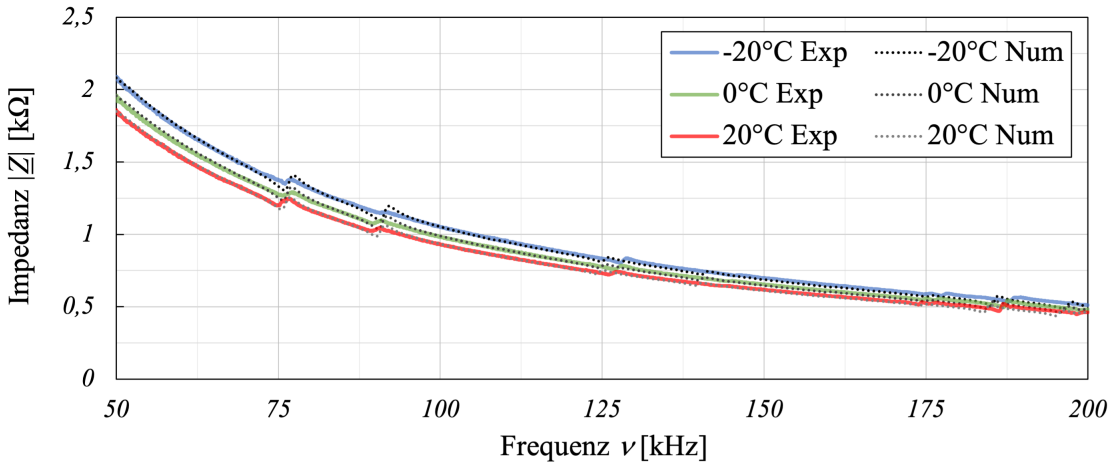


Abbildung 6.16: Experimentell und numerisch ermitteltes Impedanz-$|\underline{Z}|(\nu, T, 0)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, T, 0)$ bei 0% $F_{p,C}$ und variierender Probentemperatur am Beispiel einer M16x80 HV-Garnitur

Wellenausbreitung

Zu den bereits in Abbildung 6.9 und Abbildung 6.11 gezeigten Diagrammen für die Wellenausbreitung in einer M16x50 und M20x95 Schraube bei konstanter Temperatur, werden analog nachfolgend die Diagramme Abbildung 6.17 sowie Abbildung 6.18 für die Wellenausbreitung bei unterschiedlichen Temperaturen gezeigt. Um die Darstellung übersichtlicher zu gestalten, werden die numerisch ermittelten Daten für die Temperaturen -20°C sowie 20°C dargestellt. Bereits aus dem ersten Diagramm in Abbildung 6.17 sind wichtige Informationen zu entnehmen. Im linken Teil des Diagramms (bei ca. 6 µs) zeigt sich bei 20°C eine größere Amplitude als bei –20°C. Das liegt daran, dass Steifigkeit sowie der Elastizitätsmodul (siehe Gleichung 3.179 und Gleichung 3.180) bei größer werdender Temperatur geringer werden. Das wiederum hat zur Folge, dass bei gleicher Kraft eine größere Verformung hervorgerufen wird, was die größere Auslenkung erklärt.

Aus den Diagrammen ist jedoch noch eine weitere Information zu entnehmen, denn die Amplituden werden bei steigender Temperatur nicht nur größer, sondern sie verschieben sich auch auf der Zeitachse nach rechts. Das bedeutet, dass die Wellengeschwindigkeit bei zunehmender Temperatur geringer wird. Diese Entwicklung war bereits im Vorfeld zu erwarten und deckt sich mit den in Abschnitt 4.1 hergeleiteten Gleichungen und Erkenntnissen. Interessant ist, dass dieser Effekt bereits bei einem Temperaturunterschied von 40 K und einer sehr kurzen Entfernung (M16x50 Länge 6 cm, Abbildung 5.6) ersichtlich ist. Ein wenig deutlicher ist die Verschiebung bei der M20x95 Schraube zu erkennen, da diese mit 10,8 cm noch ein wenig länger ist als die M16x50 Schraube.

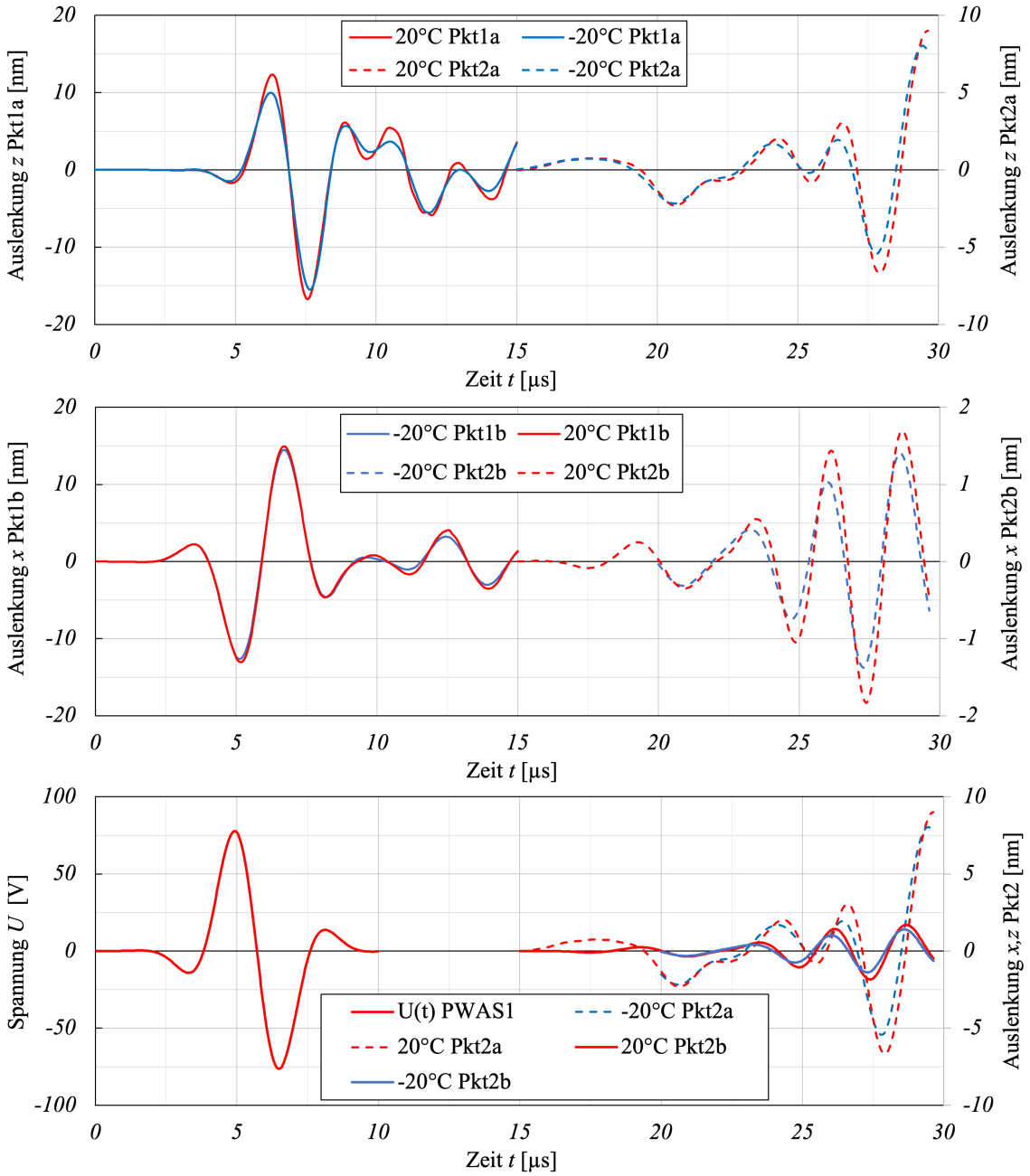


Abbildung 6.17: Entwicklung der mechanischen Schwingung bei einer M16x50 Schraube unter variierenden Probentemperaturen

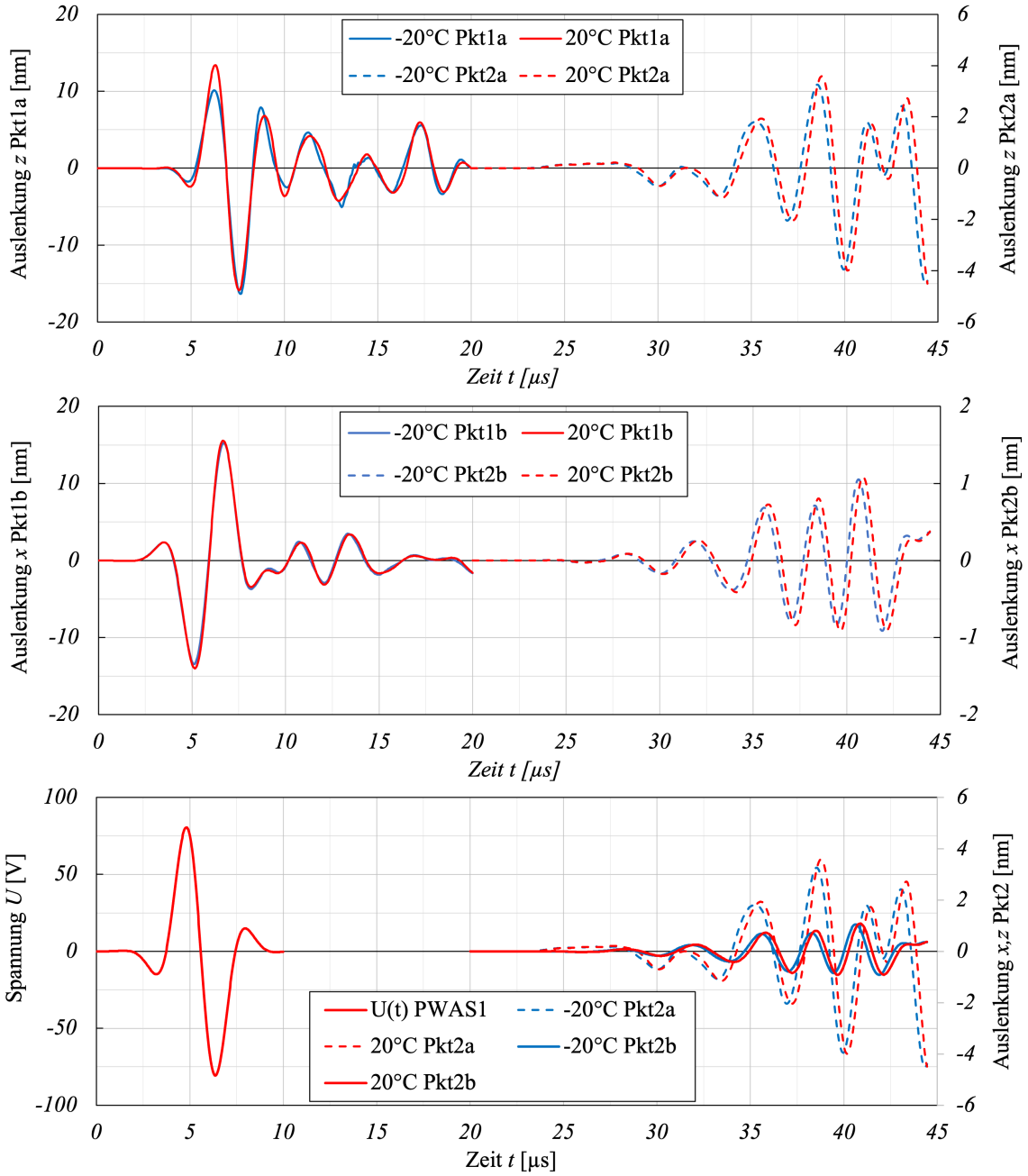


Abbildung 6.18: Entwicklung der mechanischen Schwingung bei einer M20x95 Schraube unter variierenden Probentemperaturen

Für die Temperaturversuche an Schrauben lässt sich damit feststellen, dass

$$T \uparrow \Rightarrow |A| \uparrow$$

sowie

$$T \uparrow \Rightarrow [v_L, v_T] \downarrow .$$

Die gewonnenen Erkenntnisse lassen sich vollends mit den Gleichungen aus Kapitel 3 und Kapitel 4 erklären.

6.3 HV-Garnituren

Zunächst einmal musste die vollständige HV-Garnitur in ein FE-Modell transferiert werden. Dafür wurden einige der Komponenten (Schraube, Mutter, Scheibe) aus einer CAD-Datenbank geladen und anschließend weiterbearbeitet. Das Gewinde wurde nach [94] für die jeweiligen Gewindetypen M16 und M20 mit Hilfe von AutoCAD 2022 eigenständig erstellt. Individuelle Teile wie Platten wurden ebenfalls gezeichnet und später in AutoCAD 2022 als HV-Garnitur zusammengesetzt. Für die Untersuchung wurden verschiedene Konvergenzstudien durchgeführt, um ein Ergebnis aus den numerischen Simulationen zu erhalten, welches die Realität bestmöglich abbildet und zugleich die geringste Simulationszeit benötigt. Es wurden unter anderem Konvergenzstudien zur Netzgröße der einzelnen HV-Komponenten, der notwendigen Abtastrate innerhalb des Frequenz-Sweeps (EMI-Messungen) sowie der zeitlichen Abtastrate bei der Wellenausbreitung durchgeführt. All dies war wichtig, um die Dauer der Berechnung zu reduzieren. Trotz allem haben einzelne Berechnungen teilweise bis zu einem vollen Monat gedauert.

Die Abbildung 6.19 zeigt die Überführung des M16x50 Probekörpers in ein FE-Modell. Zu erkennen ist auch die Relation zwischen der Netzweite und der Größe der HV-Garnitur. Die numerische Simulation der HV-Garnituren beschränkte sich auf die EMI-Messungen, da hier der Fokus der Arbeit lag und weitere Analysen im Zeitbereich die gewonnen Erkenntnisse aus dem vorherigen Unterabschnitt 6.2.1 nicht wesentlich erweitert hätten.

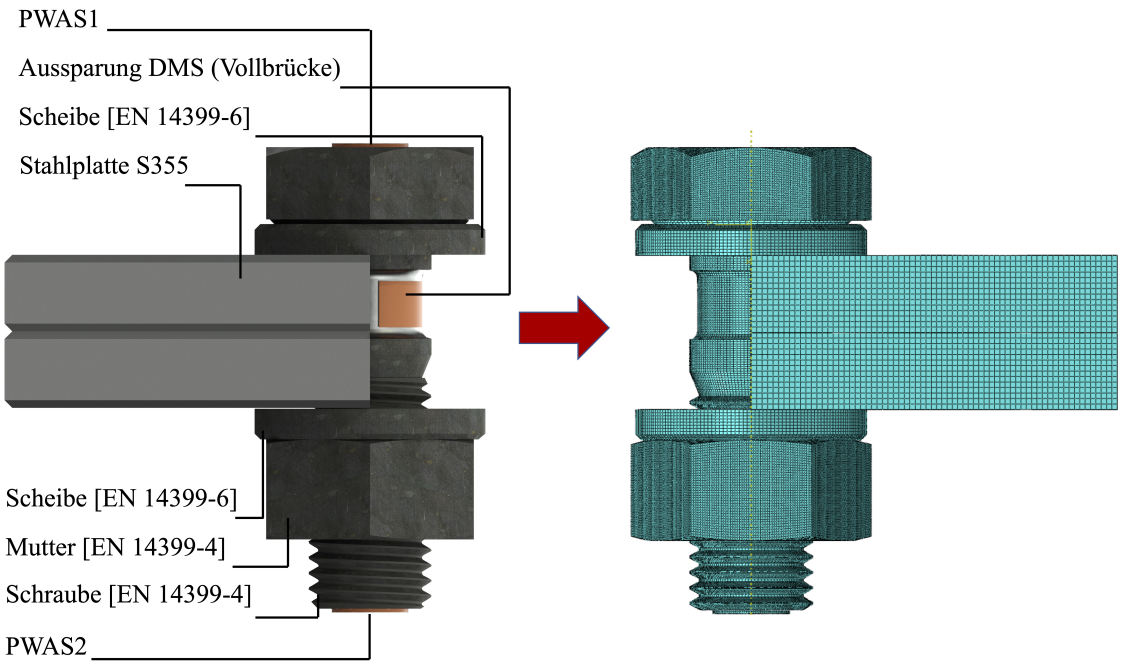


Abbildung 6.19: Überführung des Probekörpers in ein FE-Modell am Beispiel einer M16x50 HV-Garnitur

6.3.1 Verhalten bei variierenden Probentemperaturen

Die numerische Simulation der HV-Garnituren bei variierenden Probentemperaturen ist analog zu der Simulation der einzelnen Schrauben. Im Nachfolgenden sind ausgewählte Ergebnisse aus der Simulation dargestellt. Es wird gezeigt, dass das Verhalten der EMI-Spektren bei der Messung an HV-Garnituren sehr ähnlich den Ergebnissen aus den Experimenten ist. In Abbildung 6.20 ist das numerisch ermittelte Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, T, 1.0)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, T, 1.0)$ bei 100% $F_{p,C}$ und variierender Probentemperatur am Beispiel einer M16x80 HV-Garnitur gezeigt. Auch hier ist erkennbar, dass das Impedanzspektrum im betrachteten Bereich bei höher werdender Temperatur ein niedrigeres Niveau aufweist als bei niedriger Temperatur. Im Suszeptanzspektrum ist dies aus bekannten Gründen wieder umgekehrt. Das zeigt, dass das Verhalten der Spektren resultierend aus einer variierenden Probentemperatur unabhängig von der vorliegenden Vorspannkraft ist.

Nachfolgend sollen die Erkenntnisse aus Unterabschnitt 4.1.1 mit Hilfe der numerischen Simulation verdeutlicht werden. Hier wurde gezeigt, dass die Kapazität bzw. die Permittivität mit zunehmender Temperatur ebenfalls steigt. Nach Gleichung 3.26 und bei konstanter elektrischer Spannung hat das zur Folge, dass die elektrische Ladung ansteigt. Die Abbildung 6.21 zeigt die Veränderung der elektrischen Ladung $Q(\nu, T, 0)$ bei variierenden Temperaturen am Beispiel einer M16x50 HV Garnitur.

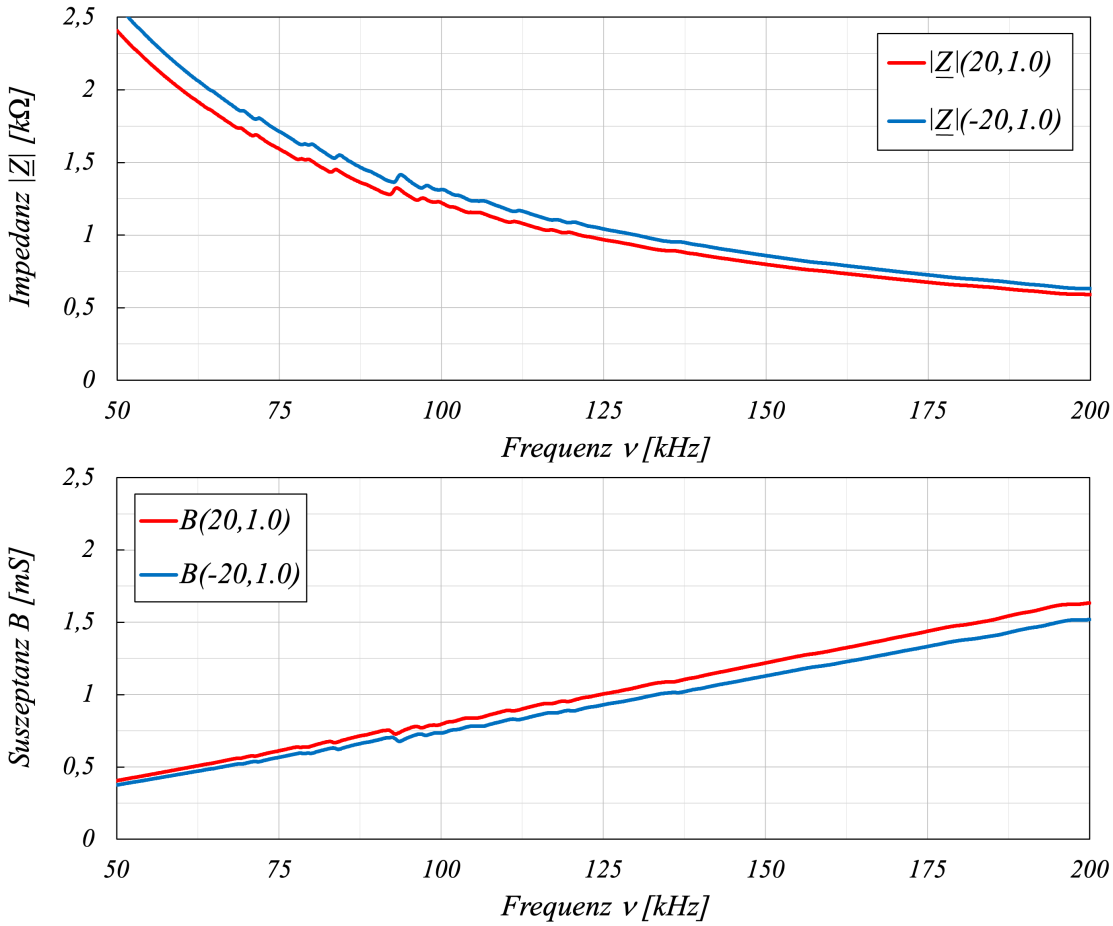


Abbildung 6.20: Numerisch ermitteltes Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, T, 1.0)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, T, 1.0)$ bei 100% $F_{p,C}$ und variierender Probentemperatur am Beispiel einer M16x80 HV-Garnitur

Hier wird deutlich, dass das Niveau der elektrischen Ladung bei 20°C höher liegt als bei -20°C. Weiterhin ist erkennbar, dass sich die drei Verläufe ansonsten qualitativ nicht bzw. nicht merklich unterscheiden. Hier ist nochmals deutlich erkennbar, dass die Temperatur einen wesentlichen Einfluss auf die elektrische Ladung sowie auf die Kapazität des Dielektrikums hat. In Abbildung 6.22 ist der Zusammenhang zwischen der Polarisation in z-Richtung und der elektrischen Ladung dargestellt. Hier wird ersichtlich, dass elektrische Ladung ansteigt, wenn die Polarisation ebenfalls ansteigt. Dies kann dadurch begründet werden, dass sich durch die Polarisation des Dielektrikums (gebundene) Ladungen an den Elektroden bilden, was zu einem Anstieg der elektrischen Ladung führt.

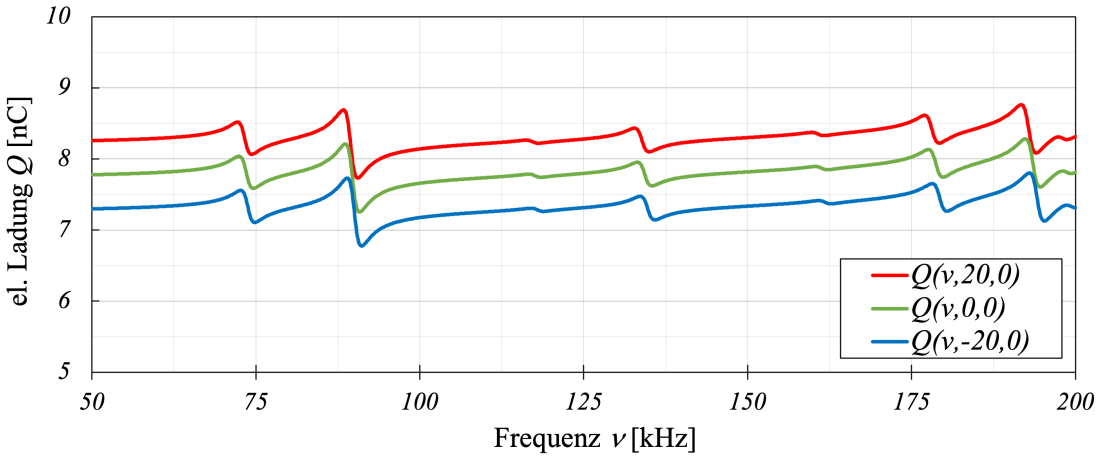


Abbildung 6.21: Veränderung der elektrischen Ladung $Q(\nu, T, 0)$ bei variierenden Temperaturen einer M16x50 HV Garnitur

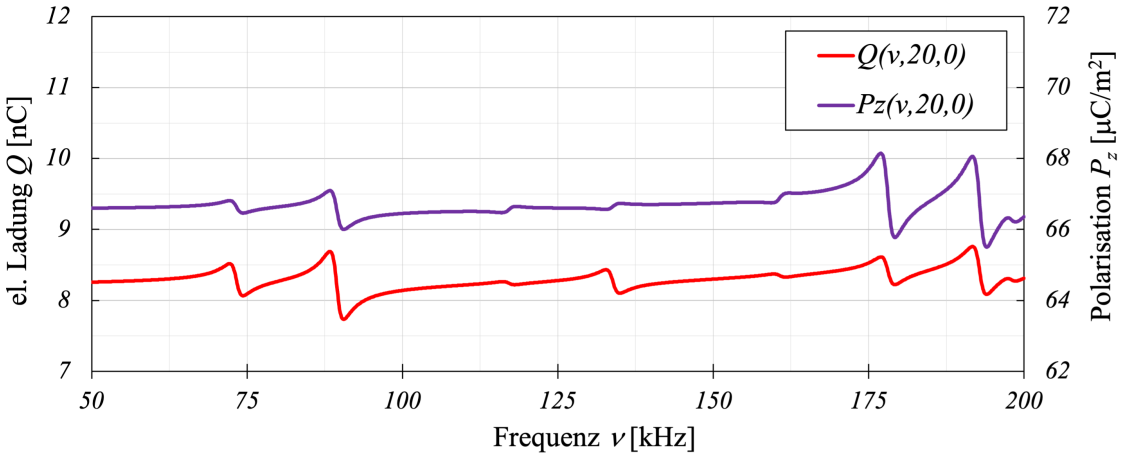


Abbildung 6.22: Zusammenhang zwischen Polarisation P_z und elektrischer Ladung Q

6.3.2 Verhalten bei variierenden Vorspannkraftniveaus

Die Reduktion bzw. Dämpfung der Amplitude im Resonanzbereich bei zunehmender Vorspannkraft war einer der experimentellen Befunde in Unterabschnitt 5.2.3. In der numerischen Simulation konnte dieses Verhalten reproduziert werden. Das belegt der Inhalt der Abbildung 6.23. Auch hier sind die Amplituden in den Bereichen der Resonanz bei steigender Vorspannkraft zunehmend gedämpft. Gut sichtbar ist dieser Effekt zwischen dem Spektrum mit 0 % Vorspannung und allen weiteren Spektren. Der Effekt ist sowohl im Impedanz- als auch im Suszeptanzspektrum zu

erkennen. Mit Hilfe der numerischen Simulation ist es nun möglich, dieses Verhalten zu erklären. Wie in Unterabschnitt 6.2.3 herausgefunden wurde, gibt es eine direkte Beziehung zwischen der Bewegung des PWAS und den EMI-Spektren. Dabei gilt, je größer die Amplituden der Auslenkung, desto größer ist auch die Amplitude der Resonanz.

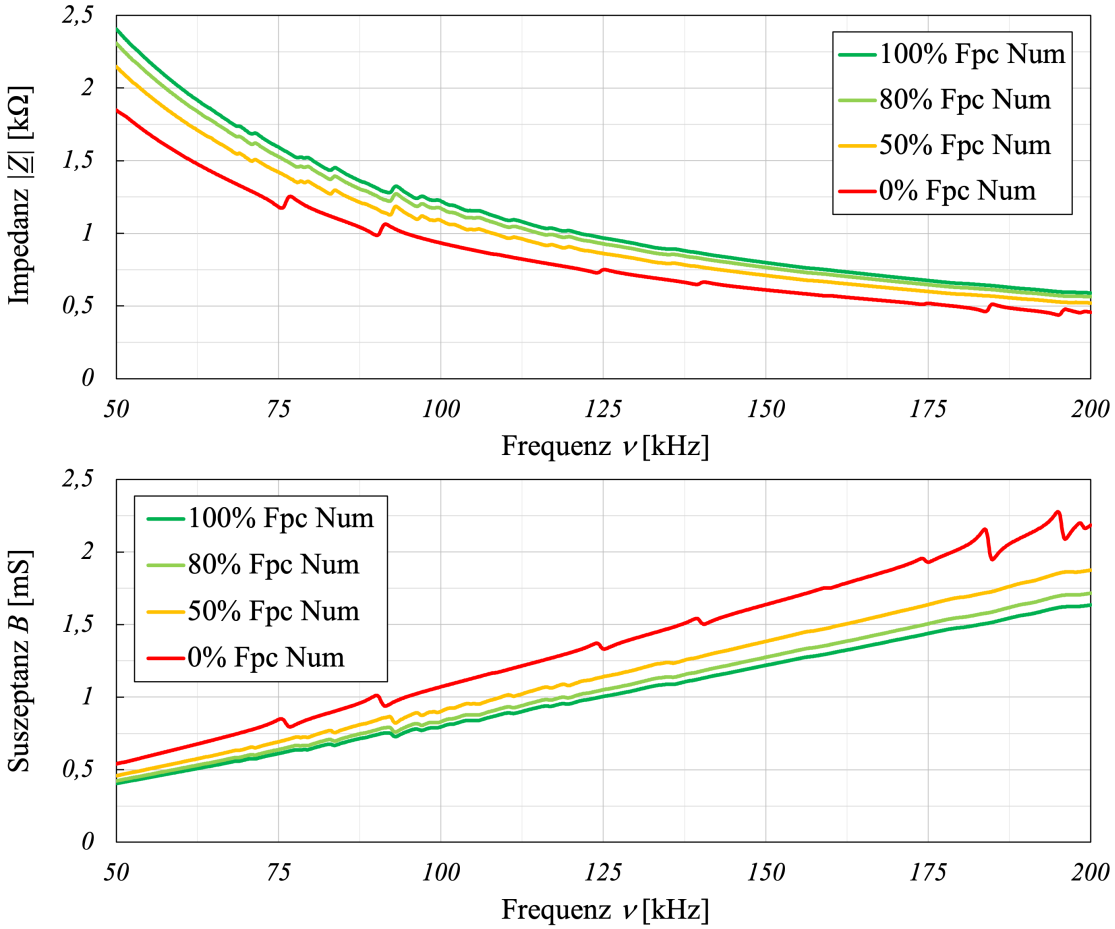


Abbildung 6.23: Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, 20, F)$ und Suszeptanzspektrum $B(\nu, 20, F)$ bei variierenden Vorspannkraftniveaus und Raumtemperatur am Beispiel einer M16x80 HV-Garnitur

In Abbildung 6.24 ist oben rechts ein Schnitt einer losen M16x50 HV-Garnitur abgebildet und oben links die Eigenmode bei circa 74 kHz. Im Vergleich dazu ist ebenfalls in Abbildung 6.24 eine vorgespannte M16x50 HV-Garnitur zu erkennen, bei der die Bewegungsmöglichkeit der Schraube im Resonanzbereich durch die Vorspannung ebenfalls abgebildet ist (oben links). Es wird ersichtlich, dass mit zunehmender Vorspannung die Bewegungsmöglichkeit der Schraube eingeschränkt wird. Dies erklärt die stark gedämpften Amplituden im Resonanzbereich bei erhöhter Vorspannkraft.

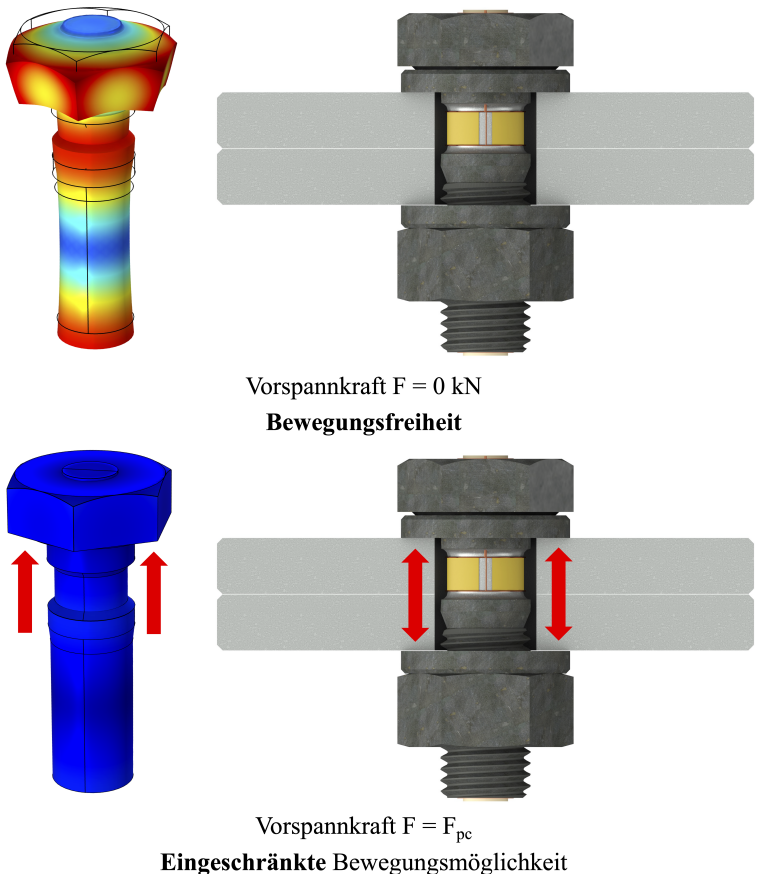


Abbildung 6.24: Schematische Darstellung der Bewegung im Frequenzbereich der Resonanz bei einer nicht vorgespannten (oben) sowie einer vorgespannten (unten) M16x50 HV-Garnitur

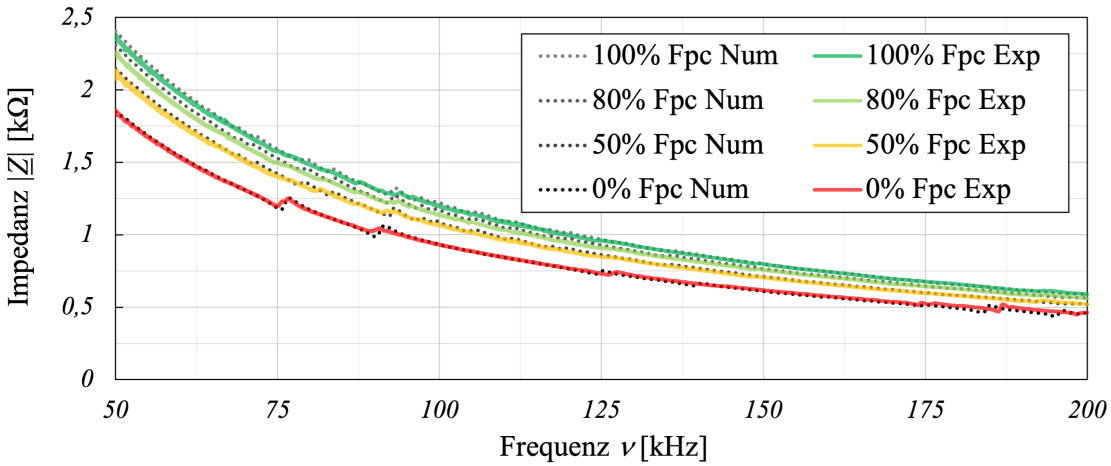


Abbildung 6.25: Vergleich des experimentell sowie numerisch ermittelten Impedanzspektrums $|\underline{Z}|(\nu, 20, F)$ bei variierenden Vorspannkraftniveaus am Beispiel einer M16x80 HV-Garnitur

Für eine Überwachung der Vorspannkraft, sollte das PWAS dort appliziert werden, wo der Unterschied der Bewegungsamplitude des PWAS zwischen dem vorgespannten Zustand und dem nicht vorgespannten Zustand am größten ist. Die zur Detektion von Vorspannkraftverlusten wesentliche Bewegungsrichtung hängt von dem verwendeten PWAS-Typ ab (Radialschwinger, Dickenschwinger,...). Im vorliegenden Fall ist die Auslenkung in Radialrichtung des PWAS die Bewegungsrichtung, welche die prägnantesten Auswirkungen auf die EMI-Spektren nach sich zieht (Abbildung 6.8). Daher eignet sich im vorliegenden Fall das PWAS1 (Schraubenkopf) zur Detektion von Vorspannkraftverlusten deutlich besser als das PWAS2.

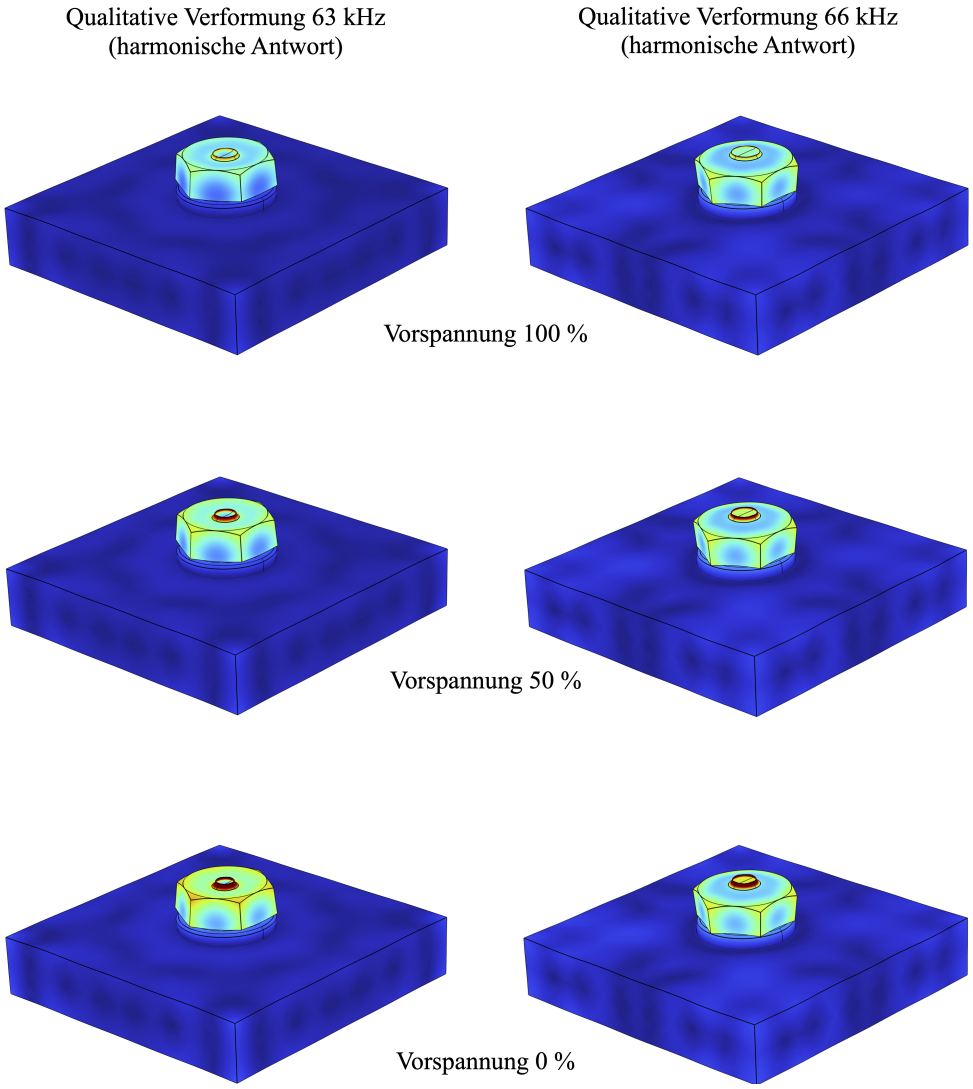


Abbildung 6.26: Qualitative Verformungsfigur im Frequenzbereich von 63 kHz / 66 kHz bei unterschiedlichen Vorspanngraden (M16x50 HV Garnitur, konstante Skalierung der Verformung)

Zur Überprüfung des numerischen Modells ist wieder der direkte Vergleich zwischen numerischen und experimentell ermittelten Spektren erforderlich. Für den Vergleich ist in Abbildung 6.25 das experimentell sowie numerisch ermittelte Impedanzspektrum einer M16x80 HV-Garitur bei variierenden Vorspannkraftniveaus gezeigt. Hier zeigt sich deutlich, dass das Ergebnis aus der numerischen Simulation sehr gut mit dem Ergebnis aus den Experimenten übereinstimmt.

Um den Zusammenhang zwischen der Vorspannkraft und den mechanischen sowie elektrotechnischen Parametern der Struktur bzw. des PWAS zu verdeutlichen, sind in Abbildung 6.26 die qualitativen Verformungsfiguren bei unterschiedlichen Frequenzen und bei unterschiedlichen Vorspanngraden gezeigt. Die farbliche Skalierung ist bei allen sechs Verformungsfiguren konstant, sodass ein qualitativer Vergleich zwischen den Verformungen möglich ist (blau = geringe Verformung; rot = starke Verformung). Die linke Spalte zeigt die Verformung kurz vor Erreichen der Resonanz (63 kHz) während die rechte Spalte die Verformung kurz nach Erreichen der Resonanz (66 kHz) zeigt. Es wird deutlich, dass die Verformung des PWAS mit zunehmender Vorspannung bei beiden Frequenzen abnimmt. Hier werden die Erkenntnisse nochmals visualisiert und verdeutlicht.

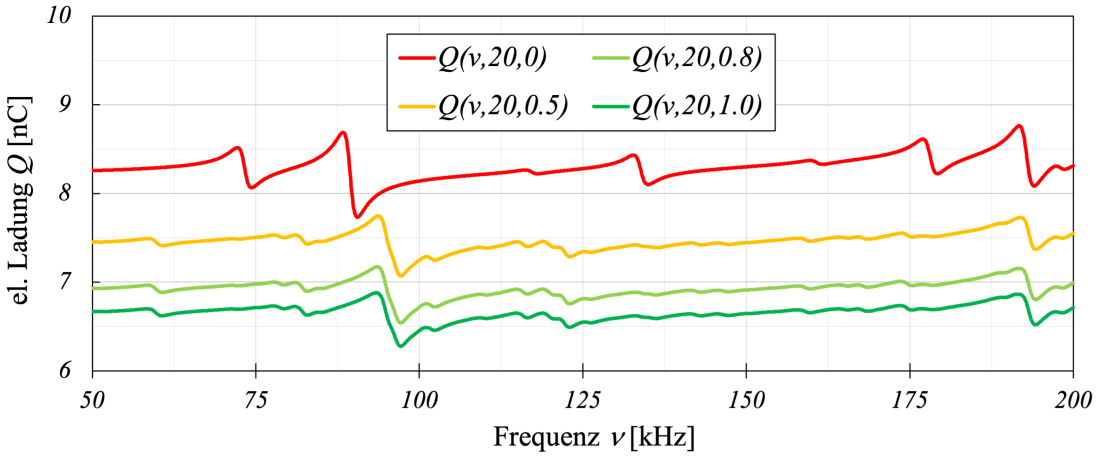


Abbildung 6.27: Veränderung der elektrischen Ladung $Q(\nu, 20, F)$ bei variierenden Vorspannkraftniveaus einer M16x50 HV Garnitur

Als Folge der zunehmenden Dämpfung bei steigender Vorspannkraft ist in Abbildung 6.27 der Verlauf der elektrischen Ladung über den betrachteten Frequenzbereich abgebildet. Hier wird wiederholt deutlich, dass die elektrische Ladung bei zunehmender Vorspannkraft sinkt, was sich unter anderem durch eine Erhöhung im Impedanzspektrum bemerkbar macht. Mit Hilfe der numerischen Simulation konnten wesentliche Effekte von Temperatur und Vorspannkraft auf die EMI-Spektren erörtert, visualisiert und plausibel erklärt werden.

7 Analytische Untersuchung

In Kapitel 7 werden die Gleichungen aus Kapitel 3 und Kapitel 4 an einfachen Beispielen angewendet. Dies ermöglicht nicht nur die Kontrolle der hergeleiteten Gleichungen und Thesen, sondern festigt auch das Verständnis des Zusammenhangs zwischen einzelnen Parametern und den EMI-Spektren. Kapitel 7 ist in Abschnitt 7.1 und Abschnitt 7.2 aufgeteilt. In Abschnitt 7.1 wird das Spektrum des für die Arbeit verwendeten PWAS im Resonanzbereich berechnet und anschließend mit dem experimentell und numerisch ermittelten Spektrum verglichen. Im Anschluss werden ausgewählte piezoelektrische Gleichungen aus Abschnitt 3.2 an einem einfachen Beispiel angewendet. Dabei werden wesentliche Parameter verändert, um zu beobachten, wie sich eine Veränderung auf die piezoelektrischen Kennwerte niederschlägt. Abschließend wird mit den in der Arbeit gewonnen Erkenntnissen eine analytische Temperaturkompensation am Beispiel eines Impedanz- und Suszeptanzspektrums durchgeführt.

7.1 Piezoelektrische Wandler

Für die analytische Ermittlung der EMI-Spektren eines PWAS wurden die Gleichungen aus Abschnitt 3.1, Abschnitt 3.2, Kapitel 4 sowie die materialspezifischen Herstellerangaben der Firma PI Ceramic GmbH verwendet. Die Berechnungen wurden mit Hilfe von Matlab der Firma Mathworks durchgeführt.

7.1.1 Resonanzverhalten

In Abbildung 7.1 ist das experimentell, numerisch und analytisch ermittelte Konduktanz- und Suszeptanzspektrum eines PWAS (Typ2) zu erkennen. Für die analytische Berechnung der elektrotechnischen Kenngrößen können die Gleichungen aus Unterabschnitt 3.2.4 verwendet werden, die nachfolgend noch einmal wiederholt werden:

$$\underline{Z}_{par}(\omega) = \frac{\frac{RL_1}{C_0} - R\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1} + \frac{1}{\omega C_0}\psi\right) + i\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1}\psi - \frac{L_1}{C_0}\psi - R^2\frac{1}{\omega C_0}\right)}{R^2 + \psi^2}$$

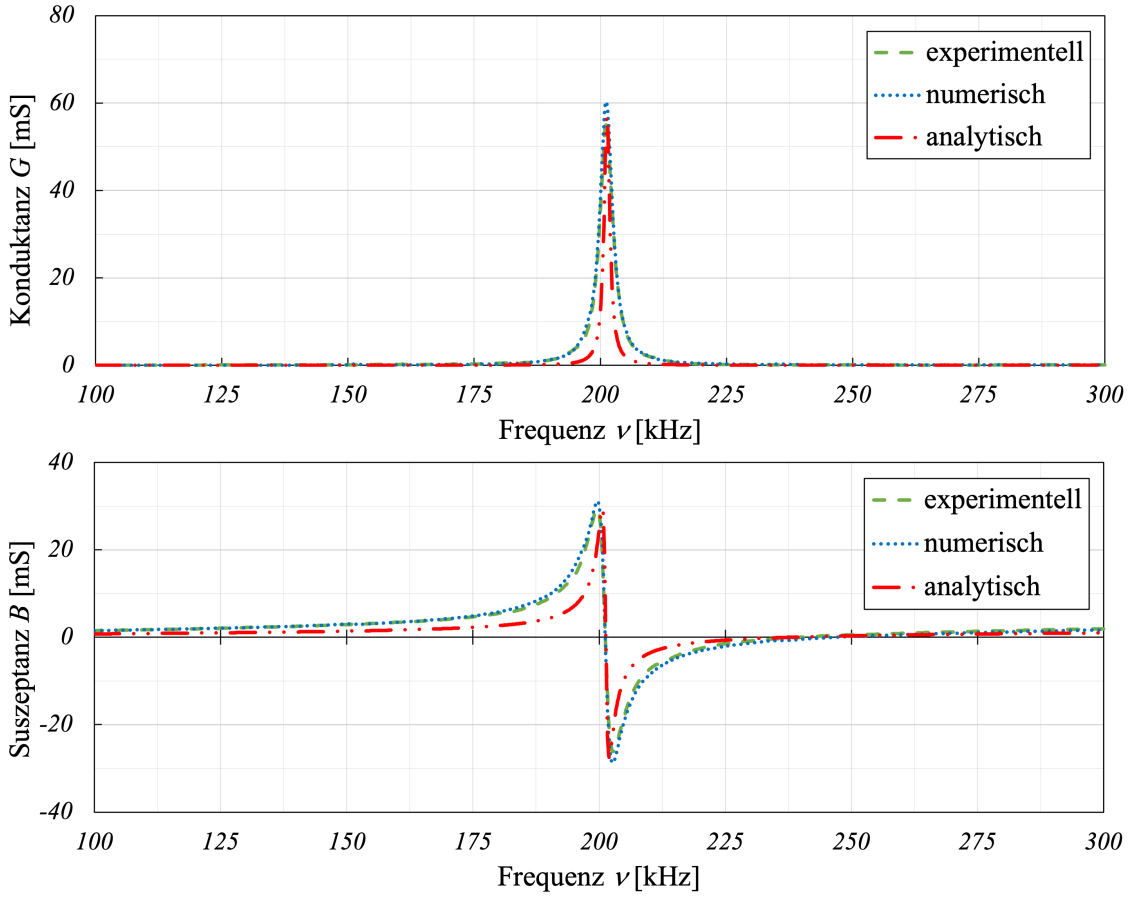


Abbildung 7.1: Experimentelles, numerisches sowie analytisch ermitteltes Konduktanz $G(\nu)$- sowie Suszeptanzspektrum $B(\nu)$ eines angeregten Piezoelementes

$$\psi = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_0}$$

$$Re\left(\underline{Z}_{par}\right) = \frac{R\left[\frac{L_1}{C_0} - \frac{1}{\omega C_0}\left(\frac{1}{\omega C_1} + \psi\right)\right]}{R^2 + \psi^2}$$

$$Im\left(\underline{Z}_{par}\right) = i\frac{\psi\left(\frac{1}{\omega^2 C_0 C_1} - \frac{L_1}{C_0}\right) - \frac{R^2}{\omega C_0}}{R^2 + \psi^2}$$

Es wird ersichtlich, dass die Verläufe aus der numerischen Simulation und den Experimenten fast nicht zu unterscheiden sind. Das analytisch ermittelte Spektrum weicht geringfügig von den beiden anderen Spektren ab. Dies liegt unter anderem daran,

dass es sich bei der analytischen Lösung um ein idealisiertes System handelt, bei dem beispielsweise keine mechanische Dämpfung implementiert ist. Trotzdem liegt die analytische Lösung sehr nah bei dem experimentellen und numerischen Ergebnis, denn sowohl die Lage der Resonanz als auch die Höhe der Amplitude stimmen sehr gut überein.

7.1.2 Verhalten bei variierenden mechanischen und elektrischen Spannungen

Im Nachfolgenden werden die Gleichungen aus Abschnitt 4.2 verwendet, um den Zusammenhang zwischen mechanischer sowie elektrischer Spannung auf piezoelektrische Parameter zu verdeutlichen. Berechnet werden die elektrische Ladung, die Polarisation in z-Richtung sowie die Impedanz. Die Berechnung erfolgt für verschiedene Fälle, welche in Abbildung 7.2 visualisiert sind (Fälle $P_{(a)}$ - $P_{(f)}$).

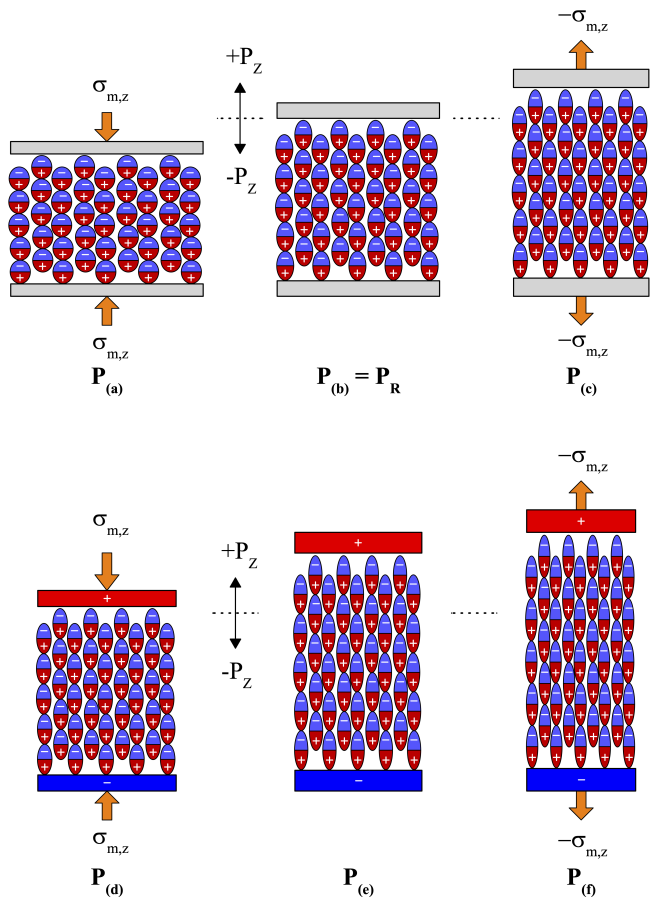


Abbildung 7.2: schematische Darstellung der zur Tabelle 7.1 zugehörigen Polarisationsfälle

Die Tabelle 7.1 zeigt eine Übersicht der Ergebnisse aus der Berechnung (*Impedanz bei $\nu = 10\,\mathrm{kHz}$).

Tabelle 7.1: numerisch sowie analytisch bestimmte elektrodynamische Kenngrößen

Parameter		Elektrische Ladung Q		Polarisation P_z		*Impedanz $\lvert\underline{Z}\rvert$		Fall
[V]	[N/cm^2]	[nC]		[μC/m^2]		[kΩ]		-
		Num	Ana	Num	Ana	Num	Ana	
$U = 0$	$\sigma_m = 1{,}5$	-0,47	-0,47	-5,97	-5,97	-	-	$\mathrm{P}_{(a)}$
	$\sigma_m = 0$	0	0	0	0	-	-	$\mathrm{P}_{(b)}$
	$\sigma_m = -1{,}5$	0,47	0,47	5,97	5,97	-	-	$\mathrm{P}_{(c)}$
$U = 1$	$\sigma_m = 1{,}5$	1,96	1,96	11,56	11,56	8,1	8,1	$\mathrm{P}_{(d)}$
	$\sigma_m = 0$	2,43	2,43	17,56	17,56	6,53	6,53	$\mathrm{P}_{(e)}$
	$\sigma_m = -1{,}5$	2,91	2,91	23,55	23,55	5,47	5,47	$\mathrm{P}_{(f)}$

Den Berechnungen liegen die geometrischen sowie materiellen Parameter des PWAS Typ2 aus Abbildung 5.2 zugrunde. Die Parameterstudie umfasste die Variation der angelegten elektrischen Spannung auf die Elektroden sowie der orthogonal zur Elektrodenebene einwirkenden mechanischen Spannungen in Polungsrichtung des PWAS. Nachfolgend wird mit Hilfe der Gleichung 4.40 die elektrische Ladung für den Fall $P_{(c)}$ berechnet. Der Fall $P_{(c)}$ beinhaltet eine Streckung des PWAS in Dickenrichtung sowie keine angelegte elektrische Spannung.

$$Q_{P_{(c)}} = 3,996 \cdot 10^{-10} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}} \cdot 1,5 \cdot 10^{4} \ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{10 \ \mathrm{mm}}{2} \right)^2 \cdot 1\mathrm{V} = 0,47 \ \mathrm{nC}$$

Die für Gleichung 4.40 verwendete piezoelektrische Konstante ist nach Angaben des Herstellers $d_{33} = 3,996 \cdot 10^{-10} \frac{m}{V}$. Für den Fall einer elektrischen Spannung ergibt sich nach Gleichung 3.33 und Gleichung 3.34 die elektrische Ladung:

$$Q_{P_{(e)}} = \varepsilon_0 \cdot 1751 \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{10 \ \mathrm{mm}}{2} \right)^2}{0,5 \ \mathrm{mm}} \cdot 1 \ \mathrm{V} = 2,43 \ \mathrm{nC}$$

Die relative Permittivität von modifiziertem PZT ist in Polungsrichtung nach Herstellerangaben $\varepsilon_{r,33} = 1751$. Die Fälle $P_{(d)}$ sowie $P_{(f)}$ können mit Hilfe des Superpositionsprinzips ermittelt werden.

$$Q_{P_{(d)}} = Q_{P_{(c)}} - Q_{P_{(e)}} = 1,96 \ \mathrm{nC}$$

$$Q_{P_{(f)}} = Q_{P_{(c)}} + Q_{P_{(e)}} = 2,91 \text{ nC}$$

Zusätzlich zu der elektrischen Ladung kann auch die Polarisation P_z berechnet werden. Dafür wird in

$$Q = CU$$

für C der Ausdruck

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}}{\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

eingesetzt. Mit der Beziehung

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

sowie mit

$$\chi_e = \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0 \vec{E}_{diel}}$$

ergibt sich durch die Umformung nach $\vec{P}$:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E}_{diel} \left(\frac{C \oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s}}{\varepsilon_0 \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}} - 1 \right)$$

Durch die Ausnutzung der geometrischen Verhältnisse eines Plattenkondensators resultiert:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \vec{E}_{diel} \left(\frac{Ct}{\varepsilon_0 A} - 1 \right)$$

Schlussendlich folgt die Polarisation P_z.

$$P_z = \varepsilon_0 \cdot 2,0 \ \frac{\text{kV}}{\text{m}} \cdot \frac{0,47 \text{ nC} \cdot 0,5 \text{ mm}}{\varepsilon_0 \cdot 78,5 \ \mu\text{m}^2} - 1 = 5,97 \ \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2}$$

Aus Abbildung 7.2 geht hervor, dass die Ergebnisse aus der analytischen und numerischen Berechnung gleich sind. Das gilt sowohl für die Berechnung der elektrischen Ladung als auch für die Berechnung der Polarisation. Mit Hilfe der berechneten elektrischen Ladung kann auch das dazugehörige EMI-Spektrum berechnet werden.

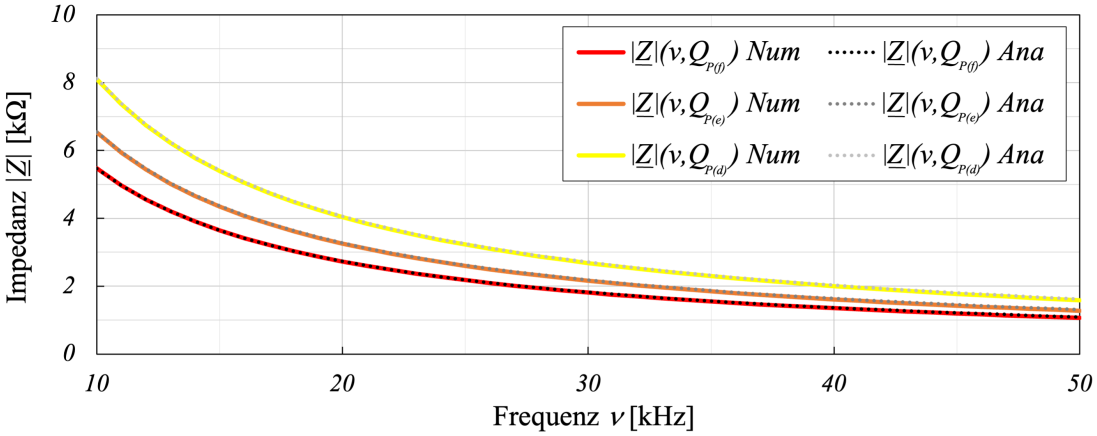


Abbildung 7.3: numerisch sowie analytisch ermitteltes Impedanzspektrum $|\underline{Z}|\,(Q)$

Als Beispiel dafür ist in Abbildung 7.3 das numerisch sowie analytisch berechnete Impedanzspektrum in Abhängigkeit der elektrischen Ladung für den Frequenzbereich von 10 kHz bis 50 kHz abgebildet. Hier zeigt sich, dass der numerisch sowie analytisch bestimmte Verlauf identisch sind.

7.2 Analytische Temperaturkompensation

Mit Hilfe der gewonnenen Kenntnisse aus den vorherigen Kapiteln ist auch eine analytische Temperaturkompensation möglich. Wesentlich dafür ist die Tatsache, dass ein PWAS primär kapazitive Widerstände besitzt. Mit Hilfe der Gleichungen aus Unterabschnitt 3.2.4

$$|\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

bzw.

$$|\underline{Z}| = \left[\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}\right]^{-1}$$

kann das EMI-Spektrum qualitativ gut abgebildet werden (Abbildung 7.4, Volllinie). Die Kapazität des mit der Struktur gekoppelten PWAS kann mit Hilfe der oben aufgeführten Gleichungen für eine bestimmte Temperatur (Baselinie, beispielsweise 20C) iterativ bestimmt werden.

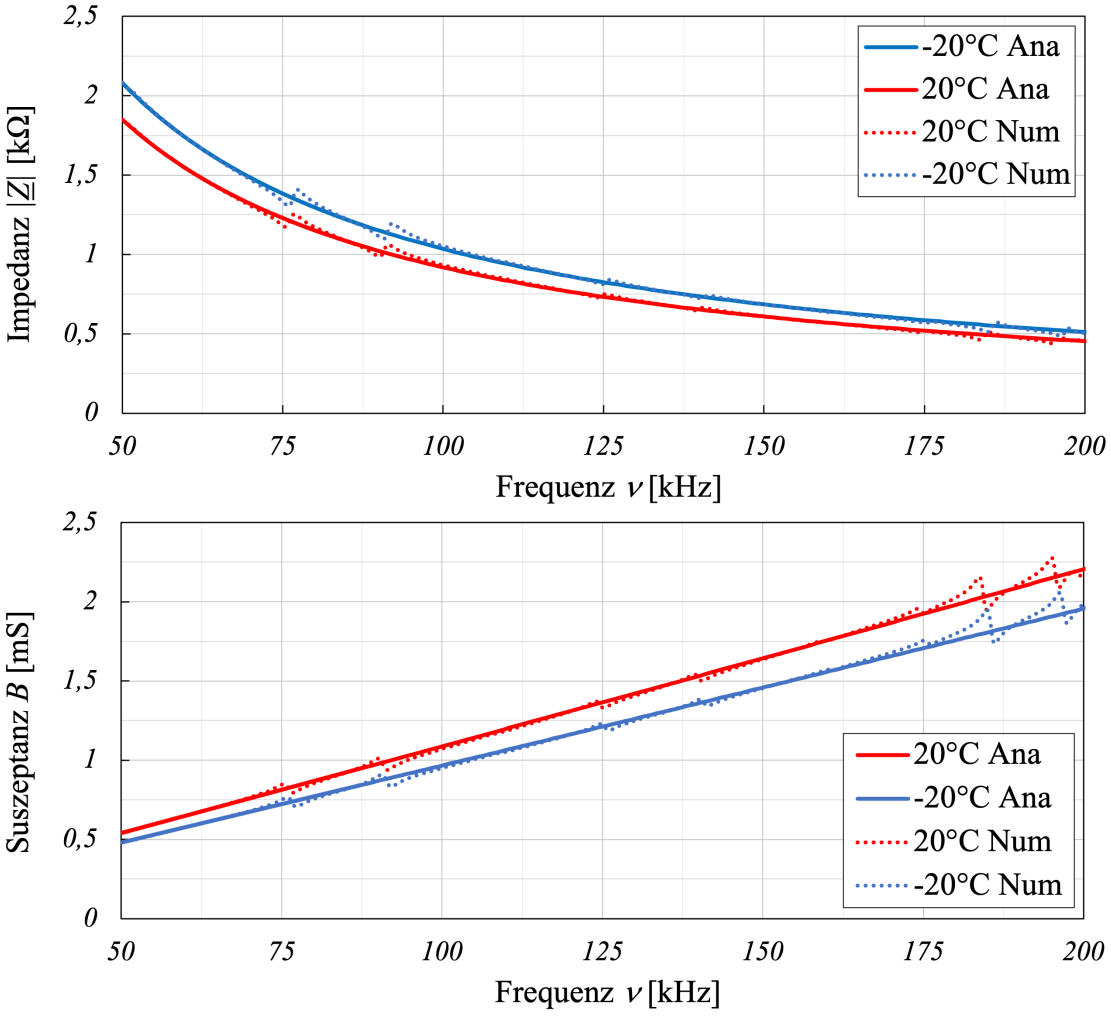


Abbildung 7.4: Experimentelles, numerisches sowie analytisch ermitteltes Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu)$ sowie Reaktanzspektrum $X(\nu)$ einer angeregten M16x50 Schraube

Für EMI-Spektren, welche bei anderen Temperaturen erzeugt wurden, kann nun die Kapazität in den oben aufgeführten Gleichungen faktorisiert werden. Dies ist möglich, da die Temperatur hauptsächlich einen Einfluss auf die Kapazität / Permittivität des PWAS hat, was in Unterabschnitt 4.1.1 gezeigt wurde.

Abbildung 7.5 zeigt die Anwendung der analytischen Temperaturkompensation am Beispiel des Impedanz- sowie Suszeptanzspektrums bei einer M16x80 Schraube.

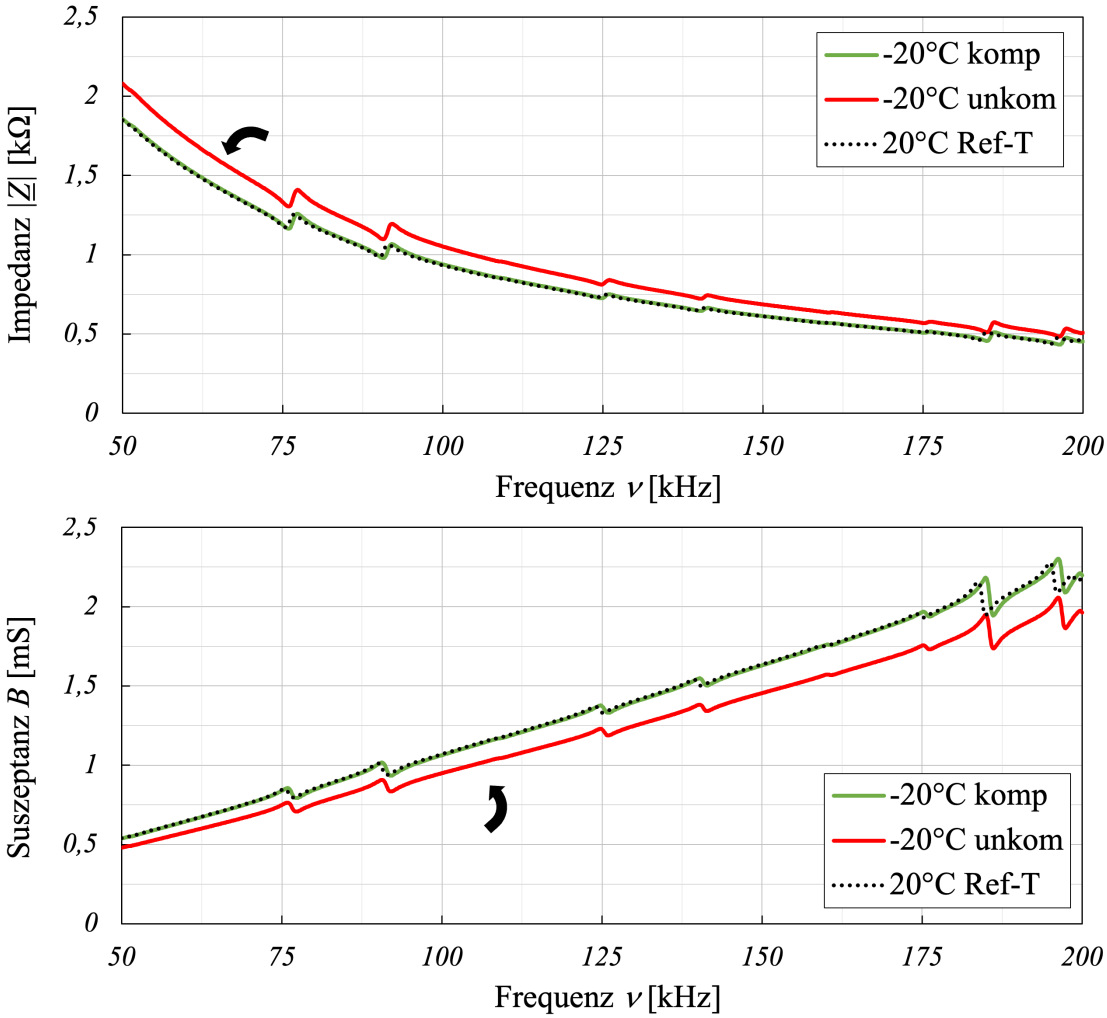


Abbildung 7.5: Analytische Temperaturkompensation am Beispiel des Impedanz- $|\underline{Z}|(\nu, T)$ sowie Suszeptanzspektrums $B(\nu, T)$ einer M16x80 Schraube

Als Referenz (Baselinie; Zieltemperatur) wurde der Verlauf des 20°C Spektrums $(Ref - T)$ gewählt. Der Verlauf des 20°C Spektrums ist in Abbildung 7.5 schwarz gepunktet dargestellt. Der als rote Linie dargestellte Verlauf steht für das unkompensierte -20°C Spektrum. Nach Anwendung der analytischen Temperaturkompensation liegt das -20°C-Spektrum sehr genau auf dem gewünschten Spektrum der Referenz-Temperatur von 20°C. Dies zeigt, dass eine analytische Kompensation der Temperatur möglich ist. Hier sind jedoch noch weitere Untersuchungen wünschenswert.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurden die wesentlichen Einflüsse von Temperatur und Vorspannkraft auf die EMI-Spektren aufgezeigt und thematisiert. Im ersten Teil der Arbeit wurden dafür essentielle allgemeine physikalische Grundlagen erarbeitet und dargestellt (Kapitel 3). Der Inhalt erstreckte sich dabei über die Zusammenstellung von wichtigen physikalischen Phänomenen aus dem Bereich der Elektrodynamik (Abschnitt 3.1), der Piezotechnologie (Abschnitt 3.2) sowie der Festkörperphysik (Abschnitt 3.3). Im darauf folgenden Kapitel wurden temperatur- und vorspannkraftabhängige Parameter separiert und diskutiert (Kapitel 4). Durch die gewonnenen Erkenntnisse konnte ein temperatur- und vorspannkraftabhängiges numerisches Modell erstellt werden, welches nach vorhergehender Validierung durch experimentelle Befunde dafür Verwendung fand, um essentielle physikalische Zusammenhänge zu erklären und zu visualisieren. Im Verlauf der Arbeit wurden die Einflüsse von Temperatur und Vorspannkraft auf EMI-Spektren sukzessive mit Hilfe von theoretischen Grundlagen erarbeitet, durch experimentelle Befunde untermauert (Kapitel 5) und mit Hilfe von numerischer Simulation (Kapitel 6) veranschaulicht. Die wesentlichsten Erkenntnisse aus dem Inhalt der Arbeit werden im Nachfolgenden nochmals kurz zusammengefasst.

Einfluss der Vorspannung auf die EMI-Spektren
Die Ergebnisse aus Kapitel 5 und Kapitel 6 haben gezeigt, dass die Vorspannung zwei Effekte auf die Entwicklung der EMI-Spektren hat.

1. Rotation der EMI-Spektren
Die Rotation wird nach Abschnitt 4.2 dadurch verursacht, dass beim Anziehen der Schraube das gekoppelte PWAS gestreckt oder gestaucht wird, weshalb die radiale Deformation des PWAS bei höherer Vorspannung zunehmend gedämpft wird. Die zunehmende Dämpfung ist beispielsweise für das PWAS1 nach Abschnitt 4.2 dadurch zu erklären, dass der Bereich orthogonal zur Längsachse der Schraube hin steifer wird. Der Einfluss der (Dämpfung der) Bewegung in Radialrichtung des PWAS auf die EMI-Spektren ist nach Unterabschnitt 6.1.2 dadurch zu erklären, dass die elektrische Ladung in direkter Abhängigkeit zu der radialen Auslenkung des PWAS ist. Da die elektrische Ladung nach Gleichung 3.26 proportional zu der Kapazität ist, resultiert nach Gleichung 3.41 bei variierender Kapazität eine unterschiedliche Ausbildung des Impedanzspektrums, was bei Vergleich der Spektren auch phänomenologisch als Rotation bezeichnet werden kann. Wird das PWAS (bspw. PWAS1 am

Schraubenkopf) durch die Vorspannung in Radialrichtung gestaucht, so lässt sich folgender Zusammenhang feststellen:

$$F \uparrow \Rightarrow Q \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |X_C| \uparrow \Rightarrow |X| \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow$$

Die Auswertung des PWAS2 hat diesen Zusammenhang nochmals bestätigt. Das PWAS2 befindet sich im Bereich des Schraubenendes, welches selbst bei voller Vorspannkraft nur sehr wenig gedehnt wird. Daraus resultiert, dass ein Vorspannkraftverlust mit Hilfe des PWAS2 deutlich schwieriger zu detektieren ist (Abbildung 5.11).

2. Dämpfung der Amplituden
Weiterhin resultiert nach Abbildung 6.24 eine lokale Einschränkung der Bewegungsfreiheit der Schraube (insbesondere des Schraubenkopfes) bei zunehmender Vorspannung. Das hat zur Folge, dass die Amplituden im Bereich der Resonanz zunehmend gedämpft werden. Die Begründung für dieses Verhalten konnte die Erarbeitung des Zusammenhang der EMI-Spektren und der Kinematik des PWAS liefern (Unterabschnitt 6.2.3).

Einfluss der Temperatur auf die EMI-Spektren
Die in Kapitel 5, Kapitel 6 sowie in Kapitel 7 präsentierten Ergebnisse zeigen, dass die Temperatur einen besonderen Einfluss auf die Kapazität des PWAS hat. Es zeigt sich, dass sich bei Reduzierung der Temperatur die Kapazität des Dielektrikum vermindert. Das hat nach Abbildung 4.5 zur Folge, dass die Impedanz steigt. Für den vorliegenden Fall konnte folgender Zusammenhang festgestellt werden:

$$T \downarrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow |X_C| \uparrow \Rightarrow |X| \uparrow \Rightarrow |\underline{Z}| \uparrow$$

Es zeigt sich, dass eine Verringerung der Temperatur eine Erhöhung des Impedanzspektrums zur Folge hat. Das belegen sowohl experimentelle (Abbildung 5.4) als auch numerische (Abbildung 6.16) Befunde. Mit Hilfe der Gleichungen aus Kapitel 3 sowie Kapitel 4 war es darüber hinaus möglich, den Einfluss der Temperatur auf die EMI-Spektren so zu erfassen, dass eine analytische Temperaturkompensation möglich war. Weiterhin wurde erklärt, weshalb die Verringerung der Temperatur den gleichen (globalen) Effekt auf die EMI-Spektren hat wie eine Erhöhung der Vorspannkraft.

Für die Detektion von Vorspannkraftverlusten mit Hilfe elektromechanischer Impedanzspektren sind in Bezug auf die praktische Anwendung folgende zukünftige Forschungsarbeiten zu empfehlen:

- Weiterführende experimentelle sowie numerische Untersuchungen zum Einfluss des Zeitpunktes der Applikation des PWAS. Dabei ist insbesondere zwischen den Zuständen der Applikation auf eine dehnungsfreie bzw. auf eine gedehnte Struktur zu unterscheiden.
- Weiterhin sollten Versuche an vorgespannten HV-Garnituren durchgeführt werden, in denen die mechanische Spannung innerhalb der Schraube durch die aufgebrachte Vorspannkraft lokal oberhalb der Fließgrenze des Schraubenmaterials liegt. Dies hat zur Folge, dass keine lineare Beziehung mehr zwischen Spannung und Dehnung vorliegt. Es wird vermutet, dass sich dies ebenfalls auf die EMI-Spektren niederschlägt.
- Für die Anwendung sollte ein statistisch abgesichertes Verfahren zur Erkennung von Vorspannkraftverlusten in HV-Garnituren entwickelt werden. Die Algorithmen sollten dabei in der Lage sein, zwischen dem Einfluss aus Vorspannkraft und weiteren (störenden) Einflüssen unterscheiden zu können.
- Durchführung von Dauermessungen (mind. 2 Jahre) an einem realen Bauwerk (z. B. Windenergieanlage, Schienenstützpunkt) zur Identifikation möglicher weiterer Randbedingungen, welche die EMI-Spektren beeinflussen. Denkbare Einflüsse auf elektromechanische Impedanzspektren sind beispielsweise die Dämpfung des PWAS resultierend aus der Überdeckung mit Schnee, Impulseinwirkung durch Hagelkörner während der Messung oder die Korrosion der gekoppelten Struktur in unmittelbarer Nähe des applizierten PWAS.
- Darüber hinaus könnte die Methode auf weitere Gebiete im Bereich der Strukturüberwachung angewendet werden. Denkbar wäre beispielsweise die Detektion von Rissen in Schrauben und Bolzen mit Hilfe elektromechanischer Impedanzspektren.

Innerhalb der Arbeit konnte mit Hilfe der experimentellen und numerischen Untersuchung die Entwicklung der EMI-Spektren bei variierenden Proben- und Umgebungstemperaturen sowie bei variierenden Vorspannkraftniveaus aufgezeigt, und darüber hinaus alle auftretenden Effekte mit Hilfe des Inhaltes aus Kapitel 3 und Kapitel 4 erklärt werden. Die Arbeit bietet daher eine gute Grundlage für weiterführende Untersuchungen.

Literatur

[1] T. Zweschper. »Zerstörungsfreie und berührungslose Charakterisierung von Fügeverbindungen mittels Lockin Thermografie«. In: *ZfP-Zeitung* 2000 (2000), S. 43–46.

[2] C. Petersen. *Stahlbau*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2013.

[3] K.-H. Kloos und W. Thomala. *Schraubenverbindungen: Grundlagen, Berechnung, Eigenschaften, Handhabung*. 5. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.

[4] D. Sahm, D. Pak, C.-P. Fritzen, A.-L. Dreisbach, G. Dietrich und V. Yokaribas. »Schadensdetektion mithilfe elektromechanischer Impedanzspektren«. In: *Stahlbau* 89 (2020).

[5] D. Sahm, D. Pak, C.-P. Fritzen, A.-L. Dreisbach, G. Dietrich und V. Yokaribas. »Non–destructive damage detection on welded threaded bolts based on electromechanical impedance spectra«. In: *ce/papers* 4.2-4 (2021), S. 203–209.

[6] N. Stranghöner, D. Jungbluth, N. Afzali und C. Lorenz. »Einblick in das Vorspannverhalten von geschraubten Verbindungen aus nichtrostendem Stahl«. In: *Stahlbau* 86.4 (2017), S. 302–314.

[7] P. Schaumann und M. Seidel. »Ermüdungsbeanspruchung geschraubter Ringflanschverbindungen bei Windenergieanlagen«. In: *Stahlbau* 71.204-211 (2002).

[8] A. Jakubowski. »Ermüdungssichere Bemessung geschraubter Ringflanschstöße in turmartigen Stahlbauten unter besonderer Berücksichtigung von Flanschimperfektionen«. Dissertation. Essen: Universität Essen, 2003.

[9] M. Feldmann, J. Naumes und D. Pak. »Zum Last- Verformungsverhalten von Schrauben in vorgespannten Ringflanschverbindungen mit überbrückten Klaffungen im Hinblick auf die Ermüdungsvorhersage«. In: *Stahlbau* 80.1 (2011), S. 21–29.

[10] C. Rebelo, M. Veljkovic, L. S. da Silva, R. Simoes und J. Henrique. »Structural monitoring of a wind turbine steel tower - Part I: system description and calibration«. In: *Wind and Structures* 15 (2012), S. 285–299.

[11] G. Gerstmayr, P. Oberhuber, L. Bösch und J. Thomas. »Erfassung von Vorspannkräften in Schraubverbänden mittels Ultraschall«. In: *Proceedings der DGZfP-Jahrestagung* 2005 (2005).

[12] Coria, I., Abasolo, M., I. Olaskoaga, A. Etxezarreta und J. Aguirrebeitia. »A new methodology for the optimization of bolt tightening sequences for ring type joints«. In: *Ocean Engineering* 129 (2017), S. 441–450.

[13] M. Becker, N. Groß, H.-R. Herzer, (Keine Angabe), (Keine Angabe) und (Keine Angabe). »Ultraschall Vorspannkraftmessung über den gesamten Lebenszyklus von Verschraubungen«. In: *DGZfP-Jahrestagung* (2017).

[14] P. Schaumann und T. Rutkowski. »InSitu - Vorspannkräfte großer Schrauben bei Windenergieanlagen«. In: *1. Münchener Forum für Verbindungstechnologie im Stahl-, Maschinen-, und Anlagenbau* (2004).

[15] C. Friedrich und H. Hubbertz. »Friction behavior and preload relaxation of fastening systems with composite structures«. In: *Composite Structures* 110 (2014), S. 335–341.

[16] N. Stranghöner, N. Afzali und J. Berg. »Gleitfeste Verbindungen im Turm- und Mastbau«. In: *Stahlbau* 84.12 (2015), S. 966–979.

[17] S. Biehl. »Kenndatenerfassung in der Produktion durch integrierte Dünnschichtsensorik«. In: *38. Industrie-Arbeitskreis Werkzeugbeschichtungen und Schneidstoffe* (Berlin 01. - 02. März 2018).

[18] S. Marx, R. Herrmann, M. Wenner, M. Schenkel und M. Curbach. *Monitoring an Talbrücken im Eisenbahnhochgeschwindigkeitsverkehr*. Technische Universität Dresden. Dresden, 12.März 2013.

[19] H. Bigelow, D. Pak, R. Herrmann, S. Schneider, S. Marx, T. Petraschek, M. Feldmann und B. Hoffmeister. »Dynamische Messungen an einer Eisenbahnbrücke als Stahlbetonverbundrahmen«. In: *Stahlbau 86, H. 9, S. 778–788* (2017), S. 778–788.

[20] P. L. Gatti und V. Ferrari. *Applied structural and mechanical vibrations. Theory, methods, and measuring instrumentation*. 2nd Revised edition. E & FN Spon, 1999.

[21] J. Moll. *Strukturdiagnose mit Ultraschallwellen durch Verwendung von piezoelektrischen Sensoren und Aktoren*. 2011.

[22] L. Stiny. *Grundwissen Elektrotechnik und Elektronik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2018.

[23] S. Paul und R. Paul. *Grundlagen der Elektrotechnik und Elektronik 2*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2019.

[24] P. A. Tipler, G. Mosca, P. Kersten und J. Wagner. *Physik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2019.

[25] W. Heisenberg. »Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen«. In: *Z. Physik (Zeitschrift für Physik)* 33.1 (1925), S. 879–893.

[26] T. Fließbach. *Quantenmechanik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018.

[27] E. Schrödinger, Hrsg. *Gesammelte Abhandlungen: = Collected papers*. Wien: Verl. d. Österr. Akad. d. Wiss.

[28] Atomorbital. https://de.wikipedia.org/wiki/Atomorbital, 18.03.2020.

[29] M. Planck. »Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum«. In: *Annalen der Physik* 309.3 (1901), S. 553–563.

[30] W. Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 5/2*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[31] W. Demtröder. *Experimentalphysik 1*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[32] W. Demtröder. *Experimentalphysik 2*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013.

[33] W. Demtröder. *Experimentalphysik 3*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2016.

[34] W. Demtröder. *Experimentalphysik 4*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017.

[35] M. Bartelmann, B. Feuerbacher, T. Krüger, D. Lüst, A. Rebhan und A. Wipf. *Theoretische Physik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[36] J. Bleck-Neuhaus. *Elementare Teilchen*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013.

[37] W. Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 6*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2014.

[38] G. Czycholl. *Theoretische Festkörperphysik Band 1: Grundlagen: Phononen und Elektronen in Kristallen*. 4. Aufl. 2016. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[39] F. Kuypers. *Quantenmechanik: Lehr- und Arbeitsbuch*. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2020.

[40] M. Scheffler, W. D. Callister und D. G. Rethwisch, Hrsg. *Materialwissenschaften und Werkstofftechnik: Eine Einführung*. 1. Auflage. Weinheim: Wiley-VCH, 2013.

[41] W. Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 5/1*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013.

[42] Philip Hoffmann. *Einführung in die Festkörperphysik*. 69469 Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co.KGaA, 2013.

[43] S. W. Koch, D. Halliday, R. Resnick und J. Walker, Hrsg. *Halliday Physik*. Dritte, vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2018.

[44] W. Nolting. *Grundkurs Theoretische Physik 3*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2013.

[45] J. Curie und P. Curie. »Développement par compression de l'électricité polaire dans les cristaux hémièdres à faces inclinées«. In: *Bulletin de la Société minéralogique de France* 3.4 (1880), S. 90–93.

[46] D. Brewster. *The Edinburgh Journal of Science*. 1824.

[47] R. B. Olsen, D. A. Bruno, J. M. Briscoe und E. W. Jacobs. »Pyroelectric conversion cycle of vinylidene fluoride trifluoroethylene copolymer«. In: *Journal of Applied Physics* 57.11 (1985), S. 5036–5042.

[48] G. Parravano. »Ferroelectric Transitions and Heterogenous Catalysis«. In: *The Journal of Chemical Physics* 20.2 (1952), S. 342–343.

[49] R. Indergand, A. Vidyasagar, N. Nadkarni und D. M. Kochmann. »A phase-field approach to studying the temperature dependent ferroelectric response of bulk polycrystalline PZT«. In: *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 144 (2020), S. 104098.

[50] R. Gross und A. Marx. *Festkörperphysik*. 3. Auflage. De Gruyter Studium. Berlin und Boston: De Gruyter, 2018.

[51] M. Binnewies, M. Finze, M. Jäckel, P. Schmidt, H. Willner und G. Rayner-Canham. *Allgemeine und Anorganische Chemie*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2016.

[52] H. Jaffe. »Piezoelectric Ceramics«. In: *Journal of the American Ceramic Society* 41.11 (1958), S. 494–498.

[53] F. Jona und R. Pepinsky. »Symmetry of the Low-Temperature Phase of BaTi O3«. In: *Physical Review* 105.3 (1957), S. 861–864.

[54] G. Shirane und S. Hoshino. »X-ray study of phase transitions in PbZrO3 containing Ba or Sr«. In: *Acta Crystallographica* 7.2 (1954), S. 203–210.

[55] M. E. Lines. *Principles and applications of ferroelectrics and related materials*. Reprinted. Oxford classic texts in the physical sciences. Oxford: Clarendon Press, 2009.

[56] K. Kopitzki und P. Herzog. *Einführung in die Festkörperphysik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2017.

[57] H. Sahota. »Simulation von Hysteresen in Ferroelektrika«. Diss. Technische Universität Berlin, Fakultät III - Prozesswissenschaften, 19-May-2005.

[58] Y. C. Shu und K. Bhattacharya. »Domain patterns and macroscopic behaviour of ferroelectric materials«. In: *Philosophical Magazine B* 81.12 (2001), S. 2021–2054.

[59] Timo Scholehwar. »Charakterisierung der Struktur- Gefüge- Eigenschaftsbeziehungen von piezokeramischen Werkstoffen des Systems PZT/SKN«. Dissertation. Technische Universität Dresden, Dresden, 2010.

[60] Blei-Zirkonat-Titanat. https://de.wikipedia.org/wiki/Blei-Zirkonat-Titanat, 01.09.2021.

[61] E. Ivers-Tiffée und W. von Münch. *Werkstoffe der Elektrotechnik: Mit 40 Tabellen*. 10., überarb. und erw. Aufl. Lehrbuch Elektrotechnik. Wiesbaden: Teubner, 2007.

[62] S. Hunklinger. *Festkörperphysik*. 5. Auflage. De Gruyter Studium. Berlin und Boston: De Gruyter, 2017.

[63] R. Gross, A. Marx, D. Einzel und S. Geprägs. *Festkörperphysik: Aufgaben und Lösungen*. 2. Auflage. De Gruyter Studium. Berlin und Boston: De Gruyter, 2018.

[64] R. S. Dahiya und M. Valle. *Robotic Tactile Sensing*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2013.

[65] T. Fließbach. *Statistische Physik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018.

[66] *IEEE Standard on Piezoelectricity*. Piscataway, NJ, USA.

[67] A. Einstein. »Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie«. In: *Annalen der Physik* 354.7 (1916), S. 769–822.

[68] H. Schwarzmann. »Piezoelektrische Transformatoren zur Ansteuerung von Leistungsschaltern«. Erlangen, Universität Erlangen-Nürnberg, Diss., 2011. Erlangen: Universitätsbibliothek der Universität Erlangen-Nürnberg, 2012.

[69] S. J. Rupitsch. *Piezoelectric Sensors and Actuators*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2019.

[70] B. Jaffe, W. R. Cook und H. Jaffe. *Piezoelectric Ceramics*. Online-Ausg. Bd. 3. Non-metallic solids. London: Academic Press, 1971.

[71] K. S. van Dyke. »The Piezo-Electric Resonator and Its Equivalent Network«. In: *Proceedings of the IRE* 16.6 (1928), S. 742–764.

[72] D. Dinkler. *Einführung in die Strukturdynamik*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017.

[73] Deutsches Institut für Normung e.V. *DIN 1311 - Schwingungen und schwingungsfähige Systeme*. Berlin, 2002.

[74] T. Kuttner und A. Rohnen. »Schwingungen und deren Messung«. In: *Praxis der Schwingungsmessung*. Hrsg. von T. Kuttner und A. Rohnen. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019, S. 1–13.

[75] D. Gross, W. Hauger und P. Wriggers. *Technische Mechanik 4*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018.

[76] K. F. Graff. *Wave motion in elastic solids*. Oxford engineering science series. Oxford: Clarendon Press, 1975.

[77] M. Möser. *Körperschall-Messtechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018.

[78] T. Kuttner und A. Rohnen, Hrsg. *Praxis der Schwingungsmessung*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019.

[79] M. Endres, M. Cheneau, T. Fukuhara, C. Weitenberg, P. Schauss, C. Gross, L. Mazza, M. C. Bañuls, L. Pollet, I. Bloch und S. Kuhr. »Observation of correlated particle-hole pairs and string order in low-dimensional Mott insulators«. In: *Science (New York, N.Y.)* 334.6053 (2011), S. 200–203.

[80] A.T. Petit and P.L. Dulong. »Recherches sur quelques points importants de la Théorie de la Chaleur«. In: *Annales de Chimie et de Physique* 10 (1819), S. 395–413.

[81] D. Meschede. *Gerthsen Physik*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[82] A. Dieterich. »Über die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante von Quarz, Flußspat und Gips«. In: *Annalen der Physik* 386.21 (1926), S. 523–536.

[83] R. A. Wolf und S. Trolier-McKinstry. »Temperature dependence of the piezoelectric response in lead zirconate titanate films«. In: *Journal of Applied Physics* 95.3 (2004), S. 1397–1406.

[84] M. W. Hooker. *Properties of pzt-based piezoelectric ceramics between-150 and 250c*. Hrsg. von Langley Research Center. Hampton, Virginia, 1998.

[85] A. F. Devonshire. »XCVI. Theory of barium titanate«. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 40.309 (1949), S. 1040–1063.

[86] A. F. Devonshire. »CIX. Theory of barium titanate— Part II«. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 42.333 (1951), S. 1065–1079.

[87] A. F. Devonshire. »Theory of ferroelectrics«. In: *Advances in Physics* 3.10 (1954), S. 85–130.

[88] J. Rösler, H. Harders und M. Bäker. *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2019.

[89] C. Petersen und H. Werkle. *Dynamik der Baukonstruktionen*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017.

[90] COMSOL Multiphysics Reference Manual.

[91] COMSOL Multiphysics Structural Mechanics Module User‘s Guide.

[92] COMSOL Multiphysics MEMS Modul User‘s Guide.

[93] I. Newton. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. Auctore Js. Newton.* Jussu Societatis Regiae ac Typis Josephi Streater, 1687.

[94] *DIN 13-1:1999-11, Metrisches ISO-Gewinde allgemeiner Anwendung - Teil 1: Nennmaße für Regelgewinde*. Berlin.

Anhang

Material coefficients PIC255

Coeffcient	Unit	Value	Coefficient	Unit	Value
Densitiy	kg/m³	7800	N1 (fs)	Hzm	1413
Qm		80	N3 (fp)*	Hzm	1910
Tc	°C	350	N3 (fs)	Hzm	1365
tan δ	<	20.0E-3	N5 (fp)*	Hzm	1162
			N5 (fs)	Hzm	866
ε 11Tr		1852	Np (fs)	Hzm	1974
ε 33Tr		1751	Nt (fp)*	Hzm	2240
ε 11Sr		936	Nt (fs)	Hzm	2000
ε 33Sr		759			
			d31	m/V	-1.867E-10
β 11T	Vm/As	6.100E+07	d33	m/V	3.996E-10
β 33T	Vm/As	6.454E+07	d15	m/V	6.174E-10
β 11S	Vm/As	1.208E+08			
β 33S	Vm/As	1.489E+08	g31	Vm/N	-1.205E-02
			g33	Vm/N	2.579E-02
k31		0.37	g15	Vm/N	3.766E-02
k33		0.73			
k15		0.70	e31	N/Vm	-6.730E+00
kp		0.66	e33	N/Vm	1.568E+01
kt		0.49	e15	N/Vm	1.314E+01
Poisson (σ)		0.35	h31	N/As	-1.002E+09
			h33	N/As	2.334E+09
			h15	N/As	1.587E+09
s11E	m²/N	1.606E-11	c11E	N/m²	1.327E+11
s12E	m²/N	-5.685E-12	c12E	N/m²	8.667E+10
s13E	m²/N	-7.454E-12	c13E	N/m²	8.563E+10
s33E	m²/N	1.909E-11	c33E	N/m²	1.192E+11
s44E	m²/N	4.699E-11	c44E	N/m²	2.128E+10
s55E	m²/N	4.699E-11	c55E	N/m²	2.128E+10
s66E	m²/N	4.350E-11	c66E	N/m²	2.299E+10
s11D	m²/N	1.382E-11	c11D	N/m²	1.394E+11
s12D	m²/N	-7.934E-12	c12D	N/m²	9.341E+10
s13D	m²/N	-2.639E-12	c13D	N/m²	6.993E+10
s33D	m²/N	8.786E-12	c33D	N/m²	1.558E+11
s44D	m²/N	2.374E-11	c44D	N/m²	4.213E+10
s55D	m²/N	2.374E-11	c55D	N/m²	4.213E+10
s66D	m²/N	4.350E-11	c66D	N/m²	2.299E+10

v4.3 / 26.10.2017

The table contains consistent numerical data for simulation purposes.

Values are no specifications.

* N3, N5 and Nt are officially defined by the parallel resonance as fp*length and fp*thickness, according to DIN EN 50324