

Philipp Köster

Mechanismenorientierte Modellierung und Simulation der mikrostrukturbestimmten Kurzriss- ausbreitung unter Berücksichtigung ebener und räumlicher Aspekte

Schriftenreihe der Arbeitsgruppe
für Technische Mechanik
im Institut für Mechanik und Regelungs-
technik - Mechatronik

Herausgeber: Claus-Peter Fritzen

Band 8

Impressum

Prof. Dr.-Ing. Claus-Peter Fritzen

Arbeitsgruppe für Technische Mechanik

Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik

Universität Siegen

57068 Siegen

ISSN 2191-5601

URN urn:nbn:de:hbz:467-9153

Zugl.: Siegen, Univ., Diss., 2014

**Mechanismenorientierte Modellierung und Simulation
der mikrostrukturbestimmten Kurzrissausbreitung
unter Berücksichtigung ebener und räumlicher Aspekte**

DISSERTATION

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Ingenieurwissenschaften

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Philipp Köster
aus Lüdenscheid

eingereicht bei der Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät
der Universität Siegen

Referent: Prof. Dr.-Ing. C.-P. Fritzen

Korreferent: Prof. Dr.-Ing. H.-J. Christ

Tag der mündlichen Prüfung

21. November 2014

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Mechanik und Regelungstechnik – Mechatronik der Universität Siegen im Rahmen eines interdisziplinären Projekts mit dem Institut für Werkstofftechnik.

Ich bedanke mich ganz herzlich bei allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Ganz besonders danken möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Claus-Peter Fritzen für seine Unterstützung und Anregungen während der Erstellung dieser Arbeit sowie für die stets motivierende Atmosphäre in der Arbeitsgruppe.

Ebenso herzlich danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Hans-Jürgen Christ für seine Unterstützung und für die Übernahme des Korreferates.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Chuanzeng Zhang und Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Carolus danke ich für ihre Beiträge im Rahmen des Promotionsverfahrens.

Bedanken möchte ich mich auch bei meinem ehemaligen Kollegen Dipl.-Ing. Martin Kübbeler für die zahlreichen fachlichen Diskussionen und seine kritische Durchsicht der Arbeit. Herrn Dipl.-Ing. Helge Knobbe danke ich für die stets gute Zusammenarbeit im Rahmen des gemeinsamen Forschungsprojektes und für die zuverlässige Versorgung mit experimentellen Untersuchungsergebnissen. Ein weiterer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Boris Künkler, der mich für das Thema dieser Arbeit begeistert hat. Darüber hinaus danke ich allen ehemaligen Kollegen am Institut für die gute Atmosphäre, insbesondere meinem langjährigen Bürokollegen Herrn Dr.-Ing. Rolf T. Schulte. Ein Dankeschön auch an alle studentischen Hilfskräfte sowie Studien- und Diplomarbeiter.

Für die finanzielle Unterstützung im Rahmen des „VIRTOP“-Projektes danke ich der Firma Böhler Schmiedetechnik GmbH & Co KG. Persönlich danken möchte ich dabei dem Projektleiter Herrn Dr.-Ing. Martin Riedler für die gute Zusammenarbeit.

Abschließend möchte ich ganz besonders meinen Eltern danken, die mich stets nach Kräften unterstützt haben.

Oberhausen, im November 2014

Philipp Köster

Inhalt

Symbolverzeichnis	V
Zusammenfassung	XI
Abstract	XII
1 Einleitung	1
1.1 Problemstellung und Motivation	1
1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit.....	4
2 Grundlagen	6
2.1 Mechanische Grundlagen	6
2.1.1 <i>Elastisches Materialverhalten</i>	6
2.1.2 <i>Plastisches Materialverhalten</i>	8
2.2 Grundlagen der Materialermüdung bei metallischen Werkstoffen.....	10
2.2.1 <i>Rissentstehung</i>	10
2.2.2 <i>Rissausbreitung</i>	12
2.3 Ermüdungsverhalten der $\alpha+\beta$ -Titanlegierung Ti6Al4V	18
2.3.1 <i>Allgemeine Grundlagen zu Titanlegierungen</i>	18
2.3.2 <i>Herstellung und Mikrostruktur der untersuchten Titanlegierung Ti6Al4V</i>	20
2.3.3 <i>Rissentstehung und -ausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V</i>	24
2.4 Ausbreitung von Oberflächenrissen.....	27
2.4.1 <i>Allgemeine Grundlagen zum Ausbreitungsverhalten von Oberflächenrissen</i> ..	27
2.4.2 <i>Ausbreitung von Oberflächenrissen in dem Duplexstahl 1.4462</i>	28
2.5 Klassische Bruchmechanikkonzepte.....	31
2.5.1 <i>Das K-Konzept</i>	31
2.5.2 <i>J-integral</i>	33
2.5.3 <i>CTOD-Konzept</i>	34
2.6 Kurzrissmodelle	36
2.6.1 <i>Empirische Kurzrissmodelle</i>	37
2.6.2 <i>Mechanistische Kurzrissmodelle auf Basis von diskreten Versetzungen</i>	37
2.6.3 <i>Mechanistische Kurzrissmodelle mit kontinuumsmechanischer Beschreibung der plastischen Verformung</i>	39
2.6.4 <i>Bewertung der Kurzrissmodelle</i>	46

3	Ein zweidimensionales mikrostrukturbestimmtes Kurzrisssmodell.....	48
3.1	Modellaufbau	48
3.2	Numerische Lösung des Rissproblems	50
3.2.1	<i>Grundprinzip der Randelementemethode.....</i>	<i>50</i>
3.2.2	<i>Versetzungsdipolrandelemente.....</i>	<i>52</i>
3.2.3	<i>Aufbau des Gleichungssystems.....</i>	<i>53</i>
3.2.4	<i>Iteratives Lösungsverfahren.....</i>	<i>55</i>
3.2.5	<i>Aktivierung neuer Gleitebenen.....</i>	<i>57</i>
3.3	Validierung des Modellierungsansatzes	58
3.4	Anwendungsmöglichkeiten des Modells	59
4	Ein Modell zur Beschreibung der Kurzrisssausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V	61
4.1	Modellierung der transkristallinen Rissausbreitung	62
4.1.1	<i>Implementierung der hexagonalen Kristallstruktur.....</i>	<i>62</i>
4.1.2	<i>Modellierung von lamellaren Kolonien</i>	<i>62</i>
4.2	Modellierung der interkristallinen Rissausbreitung auf Korngrenzen.....	63
4.2.1	<i>Mechanismus der Rissausbreitung auf Korngrenzen.....</i>	<i>63</i>
4.2.2	<i>Implementierung des Mechanismus in das bestehende Kurzrisssmodell</i>	<i>64</i>
4.2.3	<i>Rissausbreitung über mehrere Körner.....</i>	<i>68</i>
4.3	Bestimmung der Modellparameter	69
5	Simulationsergebnisse für die Titanlegierung Ti6Al4V	73
5.1	Modellvalidierung an realen Ermüdungsrissen	73
5.2	Erstellung virtueller Mikrostrukturen	76
5.2.1	<i>Ein Algorithmus zur Erstellung virtueller Mikrostrukturen.....</i>	<i>77</i>
5.2.2	<i>Virtuelle Mikrostrukturen für die Titanlegierung Ti6Al4V.....</i>	<i>80</i>
5.3	Simulation der Kurzrisssausbreitung in virtuellen Mikrostrukturen.....	83
5.3.1	<i>Definition eines Anfangsrisses</i>	<i>83</i>
5.3.2	<i>Berücksichtigung von 3D-Einflüssen auf die Kurzrisssausbreitung.....</i>	<i>84</i>
5.3.3	<i>Simulation der Rissausbreitung im virtuellen Gefüge.....</i>	<i>90</i>
5.3.4	<i>Lebensdauerberechnung</i>	<i>92</i>

6	Ein 3D-Modell zur Beschreibung der mikrostrukturbestimmten Kurzrissausbreitung	97
6.1	Grenzen der 2D-Modellierung von kurzen Rissen	97
6.2	Ein neues 3D-Modell zur Beschreibung von mikrostrukturell kurzen Oberflächenrissen	99
6.2.1	Modellaufbau	99
6.2.2	Rissausbreitung	101
6.2.3	Rissausbreitung über eine Korngrenze	105
6.3	Mathematische Beschreibung von 3D-Oberflächenrissen.....	106
6.3.1	Versetzungsringe	106
6.3.2	Lösung von singulären Integralgleichungen.....	109
6.3.3	Erweiterung auf nichtebene Rissprobleme.....	111
6.4	Numerische Lösung	114
6.4.1	Lineare Versetzungsringelemente	114
6.4.2	Numerische Lösung der Integrale	116
6.4.3	Lineares Gleichungssystem	120
6.4.4	Ausnutzung von Symmetrie.....	121
7	Ergebnisse der Simulation mit dem 3D-Rissmodell.....	123
7.1	Grundlegende Untersuchungen am rechteckigen Innenriss.....	123
7.1.1	Numerische Studien zur Diskretisierung und zum Konvergenzverhalten	126
7.1.2	Verifikation der Spannungsermittlung in Sensorpunkten.....	127
7.1.3	Untersuchung zum Einfluss der Risstiefe.....	128
7.2	Grundlegende Untersuchungen am rechteckigen Oberflächenriss	130
7.2.1	Bestimmung des singulären Spannungsfeldes in Oberflächennähe.....	131
7.2.2	Einfluss der Oberfläche auf die elastisch-plastische Lösung am Oberflächenriss	134
7.2.3	Rechteckriss auf beliebig orientierter Gleitebene.....	135
7.3	Untersuchungen zur Rissausbreitung über mehrere Körner	137
7.3.1	Einfluss des Kippwinkels auf die Rissausbreitung.....	137
7.3.2	Einfluss des Verdrehwinkels auf die Rissausbreitung.....	139
7.3.3	Einfluss der Gleitrichtung auf die Rissspitzenableitung	145
7.4	Simulation der Rissausbreitung auf einer Gleitebene	147
7.4.1	Untersuchung zum Diskretisierungseinfluss	148
7.4.2	Simulation der Rissausbreitung	149
7.4.3	Schubspannungsfeld hinter der Korngrenze	151

7.5 Ein vereinfachter Modellierungsansatz	153
7.5.1 Verifikation des vereinfachten Modellansatzes.....	155
7.5.2 Unterschiedliche Rissausbreitungsraten in Modus II und III	157
7.5.3 Rissausbreitung über eine Korngrenze	161
8 Zusammenfassung und Diskussion.....	165
9 Literatur.....	176
Anhang	183

Symbolverzeichnis

Abkürzungen

BEM	Randelementemethode (engl. boundary element method)
<i>CTOD</i>	Rissspitzenöffnung (engl. crack tip opening displacement)
<i>CTSD</i>	Rissspitzenabgleitung (engl. crack tip slide displacement)
EBSD	engl. electron backscatter diffraction
EPBM	elastisch-plastische Bruchmechanik
ESZ	ebener Spannungszustand
EVZ	ebener Verzerrungszustand
FEM	Finite Elemente Methode
HCF	high cycle fatigue
hdp	hexagonal dichtest gepackt
kfz	kubisch-flächenzentriert
KOS	Koordinatensystem
krz	kubisch-raumzentriert
LEBM	linear-elastische Bruchmechanik
MA	millgeglühter Gefügestand (engl. mill annealed)
PGB	persistentes Gleitband
REM	Rasterelektronenmikroskop
SHT	lösungsgeglühter Gefügestand (engl. solution heat treated)

Lateinische Buchstaben

<i>a</i>	halbe Risslänge / Risstiefe
<i>a_{proj}</i>	projizierte Risslänge
<i>a₀</i>	halbe Anfangsrisslänge
<i>b</i>	Betrag des Burgersvektors
b , <i>b_i</i>	Burgersvektor, <i>i</i> -te Komponente des Burgersvektors
<i>b_n</i> , <i>b_t</i>	Relativverschiebungen im <i>t</i> , <i>n</i> -Koordinatensystem
<i>b_x</i> , <i>b_y</i> , <i>b_z</i>	Relativverschiebungen im <i>x</i> , <i>y</i> , <i>z</i> -Koordinatensystem
<i>c</i>	halbe Oberflächenrisslänge
<i>C</i>	Konstante im Risswachstumsgesetz
<i>C_{CTSD}</i> , <i>C_{CTOD}</i>	Konstante im Risswachstumsgesetz (2D-Modell)

C_{GB}	Konstante (Barrierewirkung Korngrenze)
C_H	Konstante im Risswachstumsgesetz (Hobson und Brown)
C_{ijkl}	Elastizitätstensor
C_J	Konstante im Risswachstumsgesetz (J -Integral)
C_p	Konstante im Risswachstumsgesetz (Paris)
C_δ	Konstante im Risswachstumsgesetz ($CTOD$)
$d(\xi_1, \xi_2)$	Abstand zur Rissfront
d_H	Abstand zweier mikrostruktureller Barrieren
D	Korndurchmesser
D_m	mittlerer Korndurchmesser
D_x	Korndurchmesser an der Oberfläche
D_y	Korndurchmesser in die Tiefe
D_{pk}	Tensor zur Bestimmung des Verschiebungsfeldes um Versetzungsringe
E	Elastizitätsmodul
E'	Elastizitätsmodul für ESZ oder EVZ
E_{GB}	Energie für Versetzungsbewegung über Korngrenze
f	Fließfunktion
$f(x)$	Versetzungsdichteverteilung
f_{III}	Faktor für Rissausbreitung im Modus III
G	Schubmodul
G_{ij}	Greensche Funktion
G^{ij}	Einflussfunktion (von Element i auf Element j)
H_{mnop}	Tensor zur Bestimmung von K_{ijk}^r
J	J -Integral
$J(\xi_1, \xi_2)$	Jakobi-Matrix
k_p	Anzahl der Kollokationspunkte in der plastischen Zone
k_r	Anzahl der Kollokationspunkte im Riss
k_y	Hall-Petch-Konstante
K	Spannungsintensitätsfaktor
K_I, K_{II}, K_{III}	Spannungsintensitätsfaktor Modus I, II, III
K_{min}, K_{max}	Spannungsintensitätsfaktor bei minimaler und maximaler Belastung
K_{ijk}	Tensor zur Bestimmung der Spannungen um einen Versetzungsring

K_{ijk}^s	singulärer Anteil von K_{ijk}
K_{ijk}^r	nicht-singulärer Anteil von K_{ijk}
K_{ijk}^*	K_{ijk} transformiert auf Koordinatensystem der Gleitebene
K_{jk}^{st}	Einflussfunktion im 3D-Modell
ΔK	Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors
ΔK_{th}	Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors
l	halbe Länge des Fließstreifens
l^α	Vektor der Versetzungslinie
l_e	Elementlänge
l_{max}	maximale Elementkantenlänge
$L, L_{\alpha\beta}$	Linienintegrale
L_q	Interpolationsfunktion
m	Exponent im Risswachstumsgesetz
\mathbf{m}	Normalenvektor auf Gleitebene
m_{CTSD} / m_{CTOD}	Exponent im Risswachstumsgesetz (2D-Modell)
m_J	Exponent im Risswachstumsgesetz (J -Integral)
m_p	Exponent im Risswachstumsgesetz (Paris)
m_δ	Exponent im Risswachstumsgesetz (CTOD-Konzept)
m^*	Orientierungsfaktor
$M_{\alpha\beta\gamma}, M_\gamma$	Linienintegrale
\mathbf{n}	Normalenvektor
n_c	Anzahl der Kollokationspunkte eines Elements
n_e	Anzahl der Elemente
n_k	Anzahl an Elementen auf der Korngrenze
n_{kn}	Knotenanzahl des jeweiligen Elements
n_{min}, n_{max}	minimale / maximale Anzahl an Gaußpunkten
n_0	Anzahl der Teilflächen
n_p	Anzahl von Gleitbandelementen
n_r	Anzahl von Risselementen
N	Zyklenzahl
N_B	Bruchzyklenzahl
N_p	Element-Formfunktion

r	Abstand
\mathbf{r}, r_i	Abstandsvektor, i -te Komponenten des Abstandsvektors
r_{\min}	minimaler Abstand zwischen Elementen und Kollokationspunkt
r_0	Abstand zwischen Versetzungsquelle und Korngrenze
R	Lastverhältnis
$R(\theta)$	Abstand zwischen Kollokationspunkt und Elementkante
R_m	Zugfestigkeit
$R_{p0,2}$	Streckgrenze
\mathbf{s}	Vektor der Gleitrichtung
$s(m,q), t(n,p)$	Nummer des Kollokationspunktes
s_0	maximaler Versatz des Sensorelementes an der Korngrenze
S	Schmidfaktor
S_1, S_2	Teilflächen
S_{\max}	maximaler Schmidfaktor
S_n	Integrationsfläche
t, n	lokales Elementkoordinatensystem
t_i	Komponente des Spannungsvektors
u_i	Verschiebungsvektor, i -te Komponente des Verschiebungsvektors
U	Formänderungsenergiedichte
v	Verschiebung zwischen den Rissufern
$w(\xi_1, \xi_2)$	Ansatzfunktion
W_g, W_h	Integrationsgewichte
x, y, z	kartesische Koordinaten
\mathbf{x}, x_i	Ortsvektor
\mathbf{x}'	Ortsvektor
x_g, y_g, z_g	Koordinatensystem parallel zur Gleitrichtung
x_α^q	Koordinaten der Elementknotenpunkte
x_1, x_2, x_3	Ausgangskoordinatensystem
x'_1, x'_2, x'_3	gedrehtes Koordinatensystem
X, Y, Z	kartesische Koordinaten
Y	Geometriefaktor
Z	zyklisches J -Integral

Griechische Buchstaben

α_{ij}	Drehmatrix
β_G	Winkel der Gleitrichtung
β_i	Gleitspurwinkel
β_n	Winkel der Normalen an der Rissfront
β_x	Winkel, Drehung um x-Achse
β_z	Winkel, Drehung um Z-Achse
γ_{ij}	Gleitungen
δ_{ij}	Kronecker-Symbol
δ_t	Rissspitzenöffnung
ε_{ij}	Verzerrungstensor, Verzerrungskomponente i, j
ε_{ij}^e	Verzerrungstensor, elastischer Anteil
ε_{ij}^p	Verzerrungstensor, plastischer Anteil
θ	Winkel
κ	Konstante für ESZ oder EVZ
λ	Winkel
$\lambda_{Lamé}$	1. Lamésche Konstante
$\mu_{Lamé}$	2. Lamésche Konstante
ν	Querkontraktionszahl
$v^\pm(x)$	Verschiebung der Rissflanken im Dugdale-Modell
ξ_1, ξ_2	lokale Elementkoordinate
σ	Spannung
σ_a	Spannungsamplitude
σ^c	kritische Aktivierungsspannung
σ_{comp}	Vergleichsspannung
σ^D	Dauerfestigkeit
σ^F	Fließspannung
σ_{zyk}^F	zyklische Fließspannung des Vielkristalls
$\sigma_{0,zyk}^F$	zyklische Fließspannung des Einkristalls

σ_{ij}	Spannungstensor, Spannungskomponente i, j
σ_{ij}^{∞}	Spannungskomponente aus der äußeren Beanspruchung
σ_{nn}, σ_{tt}	Spannungskomponenten im t, n -Koordinatensystem
σ^Q	Spannung auf Versetzungsquelle
$\sigma^{Q,eff}$	effektive Spannung auf Versetzungsquelle
σ_{vM}	von Mises-Vergleichsspannung
$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$	Normalspannungen im x, y, z -Koordinatensystem
τ	Schubspannung
τ^c	kritische Schubspannung
$\tau^{c,GB}$	kritische Schubspannung mit Drehwinkleinfluss
τ^F	mikrostrukturelle Fließschubspannung
τ_{zyk}^F	zyklische Fließschubspannung des Vielkristalls
τ_{tn}	Schubspannung im t, n -Koordinatensystem
$\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$	Schubspannungskomponenten im x, y, z -Koordinatensystem
τ^Q	Schubspannung auf Versetzungsquelle
$\tau^{Q,eff}$	effektive Schubspannung auf Versetzungsquelle
ϕ	Winkel zwischen Ebenennormale und Zugachse
$\varphi_1, \phi, \varphi_2$	Euler-Winkel
χ	Kippwinkel
ψ	Drehwinkel

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden zwei mechanismenbasierte Modellierungsansätze zur Beschreibung der mikrostrukturabhängigen Kurzrissausbreitung vorgestellt. Zum einen wird auf Basis von experimentellen Untersuchungen ein zweidimensionales Modell entwickelt, das das Stadium I-Risswachstum in der technisch bedeutenden Titanlegierung Ti6Al4V nachbildet. Der Ansatz beschreibt den Rissfortschritt auf kristallinen Gleitebenen und Korngrenzen als Folge irreversibler plastischer Verformungen an der Rissspitze und berücksichtigt die Barrierewirkung von Korngrenzen. Das Modell wird anhand real gewachsener Ermüdungsrisse validiert und zur Simulation der Rissausbreitung in virtuellen Mikrostrukturen eingesetzt. Dabei zeigen die Ergebnisse für zwei unterschiedliche Gefüge eine gute Übereinstimmung der berechneten Bruchzyklenzahlen mit realen Ermüdungsdaten.

Im zweiten Teil der Arbeit wird ein dreidimensionales Modell zur Simulation der Stadium I-Rissausbreitung auf Gleitebenen entwickelt, das gegenüber bestehenden zweidimensionalen Ansätzen entscheidende Vorteile im Hinblick auf eine realitätsnahe Beschreibung des Kurzrisswachstums bietet. Durch diese erweiterte Betrachtung können Oberflächenrisse endlicher Tiefe abgebildet und die räumliche Orientierung der kristallinen Gleitebenen bzw. die Missorientierung zweier Gleitsysteme in benachbarten Körnern berücksichtigt werden. Das dreidimensionale Rissproblem wird numerisch effizient mit Hilfe von Versetzungsring-Randelementen gelöst. Anhand von systematischen Untersuchungen werden der Einfluss der oben genannten Faktoren auf die Rissausbreitungsrate bestimmt und die Vorteile gegenüber einer vereinfachten zweidimensionalen Betrachtung aufgezeigt.

Abstract

In this thesis two mechanism-based models are presented, which simulate the propagation of microstructurally short fatigue cracks. The first one is a two-dimensional approach based on experimental investigations on titanium Ti6Al4V that describes stage I-crack growth in this widely used alloy. The model allows for crack propagation on slip planes and grain boundaries due to partially irreversible plastic deformations at the crack tip and considers grain boundaries as obstacles to crack extension. It is validated by simulating the growth of real fatigue cracks and applied to predict crack propagation in virtual microstructures. Here, simulation results show a good agreement between the calculated number of cycles to failure and fatigue test data.

In the second part of this thesis a three-dimensional model for stage I-crack propagation is presented, which offers significant advantages compared to two-dimensional approaches. It allows for a more realistic description of short crack growth by considering the finite depth of surface cracks as well as the real three-dimensional orientation of the slip planes and the resulting misorientation between slip systems in adjacent grains. The three-dimensional crack problem is solved numerically using finite dislocation loop boundary elements. The model is applied to analyse the influence of the factors mentioned above on the crack propagation rate and to show the advantages in comparison to simplified two-dimensional approaches.

1 Einleitung

1.1 Problemstellung und Motivation

Aufgrund von zahlreichen katastrophalen Schadensfällen wie dem Eisenbahnunglück in der Nähe von Versailles im Jahre 1842, die durch das Versagen zyklisch belasteter Bauteile ausgelöst worden sind, wird das Phänomen der Materialermüdung seit Mitte des 19. Jahrhunderts intensiv untersucht. Dabei führt eine wechselnde Beanspruchung zu einer fortschreitenden Schädigung und zum Versagen des Werkstoffs. Erste bedeutende Erkenntnisse auf diesem Gebiet gehen auf August Wöhler zurück. Durch seine Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten von Eisenbahnwagenachsen hat er herausgefunden, dass die ertragbare Beanspruchung von Stahl bei zyklischer Beanspruchung deutlich geringer ist als unter statischer Belastung und sich unterhalb eines gewissen Schwellenwertes keine Schädigung des Materials mehr eingestellt (Wöhler 1860). Motiviert durch den technischen Fortschritt ist die Forschung auf diesem Gebiet fortgesetzt worden, wobei in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts die ermüdungsfeste Auslegung von Maschinenelementen im Vordergrund stand. Seit 1940 wird die Entwicklung verbesserter Konzepte zur Vorhersage der Lebensdauer vor allem durch die steigenden Leistungsanforderungen im Flugzeug- und Automobilbau getragen (Radaj und Vormwald 2007). Daraus entstanden sind betriebsfeste Auslegungskonzepte, nach denen Bauteile nur für eine bestimmte Lebensdauer dimensioniert werden. Darüber hinaus hat sich vor allem in der Luftfahrt aufgrund der Forderung nach konsequentem Leichtbau die schadenstolerante Auslegung durchgesetzt, bei der Fehler wie Risse bis zu einer gewissen Größe zugelassen und auf Basis von bruchmechanischen Konzepten Inspektionsintervalle festgelegt werden. Um den weiter steigenden technologischen, wirtschaftlichen und zunehmend auch ökologischen Anforderungen an eine möglichst optimale Werkstoffausnutzung gerecht zu werden, wird die Erforschung der Materialermüdung bis in die heutige Zeit fortgesetzt.

Eine Herausforderung auf diesem Gebiet liegt dabei in der expliziten Berücksichtigung der Werkstoffmikrostruktur bei der Entwicklung von Modellen zur Beschreibung des Schädigungsverlaufs. Der Grund dafür ergibt sich aus dem großen Einfluss, den die Gefügestruktur vor allem auf die frühe Phase der Materialermüdung besitzt. So entstehen Risse in defektfreien Materialien oftmals an lokalen Spannungsüberhöhungen, wo es auf günstig orientierten Gleitbändern zur Riskeimbildung kommt (Heinz und Neumann 1990). Die anschließende Mikrorissausbreitung erfolgt dann vielfach auf kristallinen Gleitebenen und ist geprägt durch starke Wechselwirkungen mit der Werkstoffmikrostruktur. Zusammengefasst können beide

Phasen nach Schwalbe (1980) einen erheblichen Anteil von bis zu 90% der Gesamtlebensdauer eines Bauteils ausmachen (Bild 1.1).

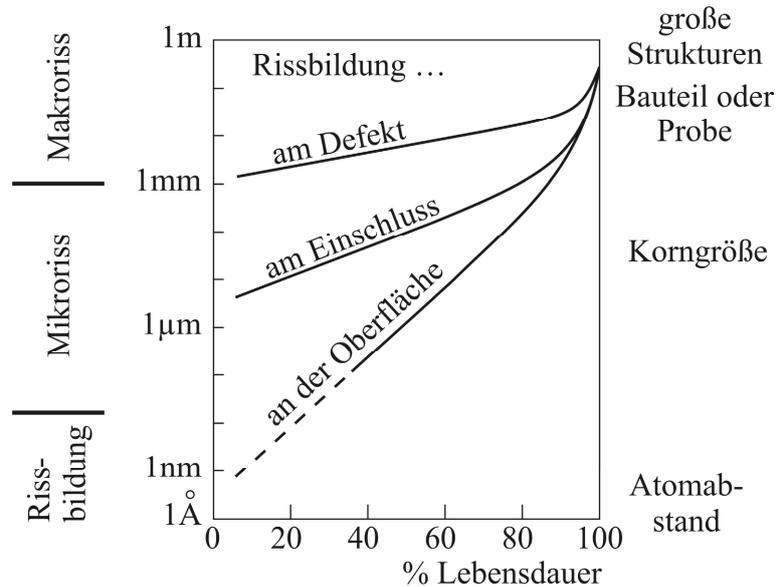


Bild 1.1: Anteil der einzelnen Phasen der Materialermüdung an der Gesamtlebensdauer (Schwalbe 1980)

Gleichzeitig ist es aufgrund der komplexen Wechselwirkung zwischen Riss und Werkstoffmikrostruktur nicht möglich, die gefügeabhängige Kurzrissausbreitung mit den Methoden der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) zuverlässig zu beschreiben. Dabei breiten sich kurze Risse vielfach deutlich schneller aus, als dies auf Basis der LEBM zu erwarten wäre. Entsprechend führt eine Lebensdauerprognose nach diesem Konzept, wie in Bild 1.2 gezeigt, auf deutlich zu große Bruchlastspielzahlen und damit zu einer nicht-konservativen Bauteilauslegung.

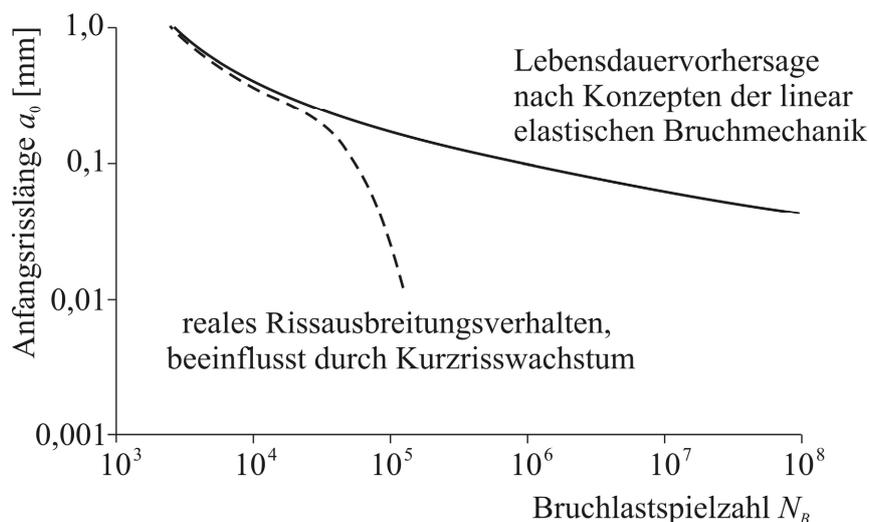


Bild 1.2: Lebensdauer in Abhängigkeit von der Anfangsrisslänge (Suresh 2001)

Zusammengefasst ergibt sich aus der großen Bedeutung der Kurzrisssausbreitung auf die Bauteillebensdauer und den Unsicherheiten bei der Abschätzung der ertragbaren Lastspielzahl auf Basis der LEBM die Motivation, durch eine mechanismenorientierte Modellierung der Kurzrisssausbreitung verbesserte Lebensdauervorhersagemodelle zu entwickeln. Darüber hinaus bieten derartige Modelle die Möglichkeit, den Einfluss einzelner mikrostruktureller Parameter auf das Risswachstum systematisch zu untersuchen, wodurch sich auch die Option einer gezielten Mikrostrukturoptimierung ergibt.

In der Literatur finden sich bereits eine Reihe von Modellierungsansätzen, die die besonderen Mechanismen der Rissausbreitung auf Gleitebenen sowie die Interaktion zwischen Riss und Korngrenzen explizit berücksichtigen (vgl. Abschnitt 2.6). Aufgrund der Komplexität der tatsächlichen Abläufe müssen jedoch immer vereinfachende Annahmen bei der Beschreibung des Rissproblems gemacht werden, die die Aussagefähigkeit der Modelle begrenzen. So wird in empirischen Modellansätzen wie dem von Hobson et al. (1986) lediglich ein auf Versuchen basierender phänomenologischer Ansatz verwendet, der den Einfluss von Korngrenzen auf die Rissausbreitungsgeschwindigkeit erfasst. Daher sind mechanismenorientierte Modelle wie z.B. das von Navarro und de los Rios (1988a) grundsätzlich zu bevorzugen, da diese die tatsächlichen Mechanismen der Kurzrisssausbreitung nachbilden. Jedoch beschränkt sich die Betrachtung hier vielfach auf eindimensionale Modellprobleme, mit denen sich die tatsächlichen Rissausbreitungsvorgänge in einer realen Mikrostruktur nicht zufriedenstellend beschreiben lassen.

Eine viel versprechende Ausnahme ist dagegen das Modell von Schick (2004), das im Rahmen einer von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten, interdisziplinären Zusammenarbeit zwischen dem Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik und dem Institut für Werkstofftechnik an der Universität Siegen entwickelt wurde. Im Gegensatz zu einfachen analytischen Ansätzen erlaubt dieses Modell eine mechanismenorientierte Simulation der Stadium I-Rissausbreitung in zweidimensionalen Gefügen. Somit ist es in der Lage, das Risswachstum realitätsnah zu beschreiben und wichtige Einflüsse wie das geometrische Riss schließen oder das Abknicken des Risspfads an Korngrenzen mit zu erfassen. Durch eine Weiterentwicklung von Künkler (2007) ist es darüber hinaus möglich, das Modell in mehrphasigen Werkstoffen einzusetzen.

Diese erfolgreiche Zusammenarbeit zwischen den Instituten für Mechanik und Werkstofftechnik wurde im Rahmen eines weiteren Kooperationsprojektes fortgesetzt, wobei im folgenden Abschnitt auf die Ziele eingegangen wird.

1.2 Ziele und Aufbau der Arbeit

Im Rahmen dieser Arbeit werden im Wesentlichen zwei Ziele verfolgt. Zum einen soll der oben vorgestellte Modellierungsansatz von Schick (2004) und Künkler (2007) auf die technisch bedeutende Titanlegierung Ti6Al4V erweitert werden, die unter anderem für hochbeanspruchte Strukturbauteile in der Luftfahrtindustrie verwendet wird. Bei dieser Legierung bietet sich während des Herstellungsprozesses die Möglichkeit, durch eine gezielte Variation der Schmiedetemperatur und der anschließenden Wärmebehandlung ein breites Spektrum an Mikrostrukturen mit unterschiedlichen mechanischen Eigenschaften einzustellen. Entsprechend ergibt sich hier ein großes Potential, auf Basis einer mechanismenorientierten Simulation der Ermüdungsrissausbreitung eine virtuelle Gefügeoptimierung durchzuführen. Daher werden im Rahmen dieses von der Firma Böhler Schmiedetechnik GmbH & Co KG finanzierten Projektes die schädigungsrelevanten Mechanismen der Rissausbreitung am Institut für Werkstofftechnik der Universität Siegen experimentell untersucht, auf deren Grundlage ein erweitertes Modell zur Durchführung mechanismenorientierter Lebensdauervorhersagen entwickelt wird.

Ein Kritikpunkt an allen oben erwähnten Modellen ist, dass diese die Kurzrissausbreitung auf Gleitebenen vereinfachend als ein- bzw. zweidimensionales Phänomen abbilden. Im Gegensatz dazu entspricht das reale Ermüdungsrisswachstum einem dreidimensionalen Vorgang, bei dem sich ein Risskeim sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere hinein ausbreitet. Darüber hinaus kann die räumliche Orientierung der kristallinen Gleitebenen sowie die Lage der Gleitrichtungen nur im Rahmen einer 3D-Betrachtung vollständig erfasst werden. Aus diesem Grund ist das zweite Ziel dieser Arbeit die Entwicklung eines neuen dreidimensionalen Modells, das die Kurzrissausbreitung auf Gleitebenen sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere beschreibt. Als Grundlage dienen dabei neue experimentelle Untersuchungen an einem Duplexstahl.

In Kapitel 2 werden zunächst die mechanischen Grundlagen sowie die grundlegenden Mechanismen der Materialermüdung vorgestellt. Dabei wird insbesondere auf das Ausbreitungsverhalten mikrostrukturell kurzer Risse in der Titanlegierung Ti6Al4V und auf das Wachstum von Oberflächenrissen in einem Duplexstahl eingegangen. Des Weiteren werden bestehende Modellierungsansätze zur Beschreibung von kurzen und langen Rissen vorgestellt und verglichen. Im dritten Kapitel wird nochmals detailliert auf das zweidimensionale Modell von Schick (2004) zur Beschreibung der Stadium I-Rissausbreitung eingegangen, da dieses die Grundlage für die Erweiterung bzw. die Entwicklung neuer mikrostrukturabhängiger Kurzrissmodelle im Rahmen dieser Arbeit darstellt.

In Kapitel 4 wird dieses Modell um die Mechanismen ergänzt, die in der hier untersuchten Titanlegierung Ti6Al4V von Bedeutung sind. Hierzu zählen im Wesentlichen die Berücksichtigung der hexagonal dichtest gepackten Kristallstruktur und die Modellierung der interkristallinen Rissausbreitung auf Korngrenzen.

Das neue Modell wird in Kapitel 5 zunächst durch einen Vergleich der Simulationsergebnisse mit realen Ermüdungsrissen validiert. Anschließend wird im Hinblick auf eine virtuelle Gefügeoptimierung ein Algorithmus zur Erstellung synthetischer Mikrostrukturen vorgestellt, mit dem sich das Gefüge für eine Vielzahl von Wärmebehandlungszuständen abbilden lässt. Die generierten virtuellen Mikrostrukturen dienen in der Folge als Grundlage für Rissausbreitungssimulationen, aus denen eine Lebensdauerprognose abgeleitet wird.

Da das in Kapitel 3 vorgestellte zweidimensionale Kurzrissmodell noch eine Vereinfachung der Realität darstellt, folgt in Kapitel 6 die Vorstellung eines neuen dreidimensionalen Modells zur Beschreibung der mikrostrukturbasierten Kurzrissausbreitung. Dabei wird zunächst auf die Modellierung des Risswachstums von Oberflächenrissen auf Gleitebenen eingegangen. Im Anschluss daran wird ein effektives Verfahren zur numerischen Lösung des Rissproblems basierend auf finiten Versetzungsringelementen vorgestellt.

Kapitel 7 zeigt schließlich die Simulationsergebnisse der dreidimensionalen Rissausbreitung. Dabei werden zunächst grundlegende Studien an einfachen rechteckförmigen Rissgeometrien durchgeführt, um die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zu dem in Kapitel 3 gezeigten zweidimensionalen Modell aufzuzeigen. Im Anschluss daran folgt die Simulation des realen Wachstums eines halbkreisförmigen Anfangsrisses, der sich sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere hinein ausbreitet. Abschließend wird auf ein vereinfachtes Diskretisierungsverfahren des Risses und der plastischen Zone eingegangen, welches eine Simulation der Rissausbreitung über Korngrenzen hinweg ermöglicht.

In Kapitel 8 werden die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeit nochmals zusammengefasst und diskutiert.

2 Grundlagen

2.1 Mechanische Grundlagen

In diesem Abschnitt werden zunächst die elastizitätstheoretischen Grundlagen zur Beschreibung von linear-elastischem Materialverhalten vorgestellt, die eine Beziehung zwischen der Materialbeanspruchung in einem Punkt und den sich daraus ergebenden Verzerrungen herstellen. Aus Gründen einer kompakten Darstellung wird die Indexnotation verwendet, bei der die kartesischen Koordinaten x, y, z durch x_k mit $k = 1, 2, 3$ ausgedrückt werden. Außerdem wird die Einsteinsche Summenkonvention vorausgesetzt und der Ausdruck δ_{ij} bezeichnet das Kronecker-Symbol.

2.1.1 Elastisches Materialverhalten

Spannungen

Wird ein Körper durch äußere Kräfte belastet, so werden hierdurch im Inneren Spannungen hervorgerufen, die in Bild 2.1 an einem infinitesimalen Volumenelement dargestellt sind.

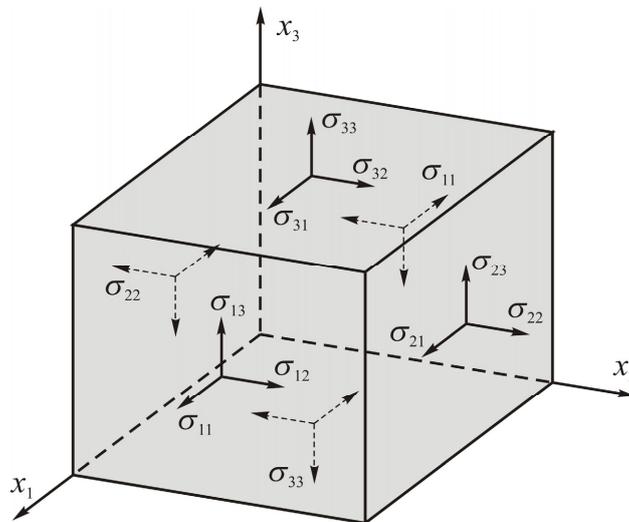


Bild 2.1: Spannungskomponenten am infinitesimalen Volumenelement

Die neun skalaren Spannungen sind die Elemente des Cauchyschen Spannungstensors:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

wobei die Spannungskomponenten σ_{ii} Normalspannungen und die Einträge σ_{ij} ($i \neq j$) Schubspannungen darstellen.

In manchen Anwendungsfällen ist es notwendig, den Spannungstensor in einem zu dem x_1, x_2, x_3 -Ausgangskordinatensystem gedrehten x'_1, x'_2, x'_3 -Kordinatensystem anzugeben. Diese Transformation kann mit Hilfe der folgenden Beziehung durchgeführt werden:

$$\sigma'_{kl} = \alpha_{ki} \alpha_{lj} \sigma_{ij} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (2.2)$$

wobei die Einträge der Drehmatrizen α_{ki} der Kosinus des Winkels zwischen der x'_k -Achse und der x_i -Achse sind: $\alpha_{ki} = \cos(x'_k, x_i)$ mit $i, k = 1, 2, 3$.

Aus der Forderung, dass sich jedes infinitesimale Volumenelement im Gleichgewicht befinden muss, ergeben sich sechs skalare Gleichgewichtsbedingungen. Unter Vernachlässigung von Volumenkräften lautet das Kräftegleichgewicht:

$$\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_3} = 0 \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.3)$$

Darüber hinaus liefert das Momentengleichgewicht die Symmetrie des Spannungstensors $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$.

Verschiebungen und Verzerrungen

Die Kinematik eines deformierbaren Körpers wird üblicherweise durch einen Verschiebungsvektor u_i und einen Verzerrungstensor ε_{ij} beschrieben. Dabei stehen beide Größen unter der Annahme infinitesimal kleiner Verzerrungen wie folgt zueinander in Beziehung:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.4)$$

Somit ergeben sich nach Gleichung (2.4) aus drei Verschiebungskomponenten sechs Verzerrungen. Daraus folgt, dass die Verzerrungen nicht unabhängig voneinander sind und daher zur Vermeidung von Materialdurchdringung beziehungsweise Fehlstellen die Verträglichkeitsbedingungen erfüllt werden müssen:

$$\varepsilon_{ij,kl} + \varepsilon_{kl,ij} - \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{jl,ik} = 0 \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (2.5)$$

Aus den Schubverzerrungen ε_{ij} ($i \neq j$) können die im Ingenieurbereich gebräuchlicheren Gleitungen $\gamma_{ij} = 2 \cdot \varepsilon_{ij}$ bestimmt werden.

Stoffgesetz

Die Spannungen und Verschiebungen sind bei linear-elastischem Materialverhalten über das Stoffgesetz oder auch Hookesche Gesetz miteinander verbunden:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (2.6)$$

wobei C_{ijkl} der Elastizitätstensor ist und im allgemeinen anisotropen Fall 21 unabhängige Elastizitätskonstanten enthält. Für den Fall eines isotropen Materialverhaltens lässt sich C_{ijkl} durch zwei unabhängige Konstanten ausdrücken:

$$C_{ijkl} = \lambda_{Lamé} \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu_{Lamé} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (2.7)$$

$\lambda_{Lamé}$ und $\mu_{Lamé}$ sind die Laméschen Konstanten, die sich aus den bekannten Ingenieurkonstanten, dem Elastizitätsmodul E und der Querkontraktionszahl ν , wie folgt ergeben:

$$\lambda_{Lamé} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad (2.8)$$

$$\mu_{Lamé} = G = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

wobei $\mu_{Lamé}$ dem Schubmodul G entspricht. Damit vereinfacht sich das Stoffgesetz, aufgelöst nach den Verzerrungen zu:

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} + \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2.9)$$

2.1.2 Plastisches Materialverhalten

Wird ein duktileres Material über seine Streckgrenze hinaus belastet, so kommt es zu einer plastischen Verformung durch Fließen, die auch nach einer Entlastung erhalten bleibt. Für den Fall eines elastisch-plastischen Materialverhaltens setzen sich die Verzerrungen bzw. Verzerrungszinkremente dann additiv aus einem elastischen Anteil ε_{ij}^e und einem plastischen ε_{ij}^p zusammen. Damit es zum Fließen kommt, muss die Fließbedingung

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad (2.10)$$

erfüllt werden. Eine der bekanntesten Fließbedingungen ist die von Mises-Fließbedingung

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{1}{2} \left[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2) \right] - (\sigma^F)^2 = 0 \quad (2.11)$$

mit der Fließspannung σ^F unter einachsiger Zug. Auf weitere Details zur Beschreibung von plastischem Verhalten isotroper Werkstoffe wird an dieser Stelle nicht eingegangen, da bei dieser Arbeit die Verformung im Einkristall bzw. innerhalb einzelner Körner bei einem polykristallinen Werkstoff betrachtet wird.

Im Einkristall kommt es zu einer plastischen Verformung, indem Atomebenen gegeneinander abgleiten. Dieser Prozess findet auf kristallspezifischen Gleitebenen entlang von bestimmten Gleitrichtungen statt und wird durch die auf diesem Gleitsystem wirkende Schubspannung τ^i kontrolliert (Bild 2.2). Diese lässt sich bei einer einachsigen belasteten Zugprobe nach folgender Gleichung bestimmen:

$$\tau = \sigma \cos \phi \cos \lambda = \sigma S. \quad (2.12)$$

Dabei ist ϕ der Winkel zwischen der Ebenennormale \mathbf{m} und der Zugachse und λ der zwischen der Gleitrichtung \mathbf{s} und der Zugachse. Der Faktor S wird als Schmidfaktor bezeichnet und kann Werte zwischen 0 und 0,5 einnehmen, wobei der Maximalwert bei Winkeln von $\phi = \lambda = 45^\circ$ erreicht wird. Nach dem Schmid'schen Schubspannungsgesetz kommt es dann zu einer plastischen Verformung, wenn die Schubspannung τ einen kritischen Wert τ^F erreicht.

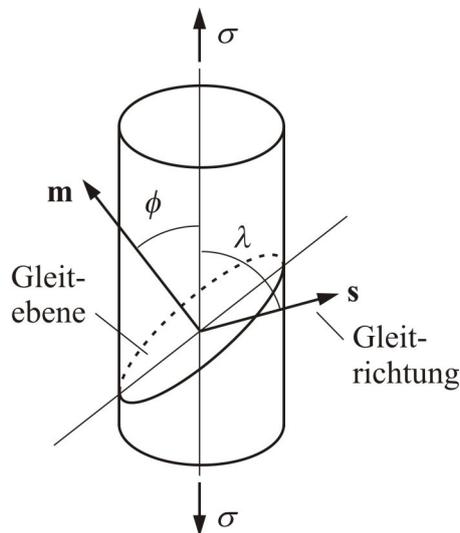


Bild 2.2: Schematische Darstellung von Gleitebene und -richtung im Einkristall

Im Anschluss an die mechanischen Grundlagen wird nun auf die Materialermüdung und die dabei ablaufenden Mechanismen eingegangen.

2.2 Grundlagen der Materialermüdung bei metallischen Werkstoffen

Unter dem Begriff Materialermüdung wird die Schädigung und das Versagen eines metallischen Werkstoffs durch eine wiederholte, zeitlich veränderliche Belastung verstanden. Darüber hinaus kann das Ermüdungsverhalten durch Faktoren wie hohe Temperaturen, eine korrosive Umgebung sowie Reibung beeinflusst werden (Suresh 2001). Im Rahmen dieser Arbeit wird jedoch nur der Ermüdungsprozess unter rein mechanischer Beanspruchung betrachtet.

Der Prozess lässt sich nach Radaj und Vormwald (2007) in fünf Phasen unterteilen (Bild 2.3): Ausgehend von einer anfänglichen Versetzungsbewegung kommt es zur Risskeimbildung auf Gleitbändern. Dieser Anfangsriss breitet sich im Folgenden zunächst als Mikroriss (oder Kurzriss) und später als Makroriss (oder Langriss) stabil aus, bis es schließlich zum Versagen durch Restbruch kommt. Die Trennung zwischen Risseinleitung und Rissfortschritt ist nicht eindeutig und hängt vor allem von der Betrachtungsweise ab. Aus der Sicht des Ingenieurs reicht die Phase der Rissinitiierung bis zu dem Moment, ab dem ein Riss mit Hilfe von zerstörungsfreien Prüfverfahren nachgewiesen werden kann, was einer Risslänge von ca. 1 mm entspricht. Im Rahmen dieser Arbeit liegt der Schwerpunkt jedoch auf der Modellierung des Kurzrisswachstums, so dass hier die physikalische Betrachtungsweise gewählt wird, bei der der Rissfortschritt mit dem Mikrorisswachstum beginnt. Im Folgenden werden die einzelnen Phasen der Materialermüdung näher vorgestellt, wobei insbesondere auf die ablaufenden Mechanismen eingegangen wird.

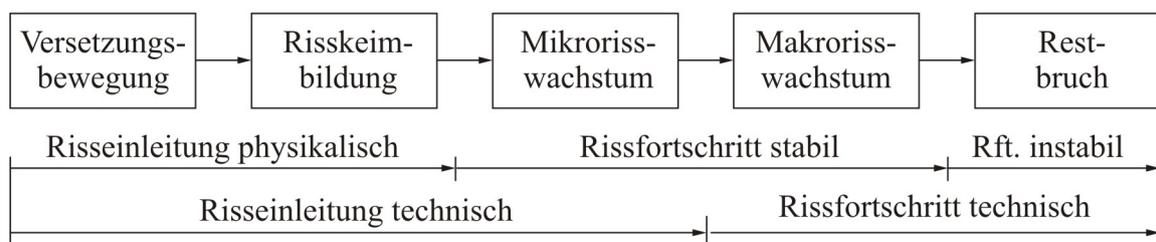


Bild 2.3: Phasen des Ermüdungsvorgangs nach Radaj und Vormwald (2007)

2.2.1 Rissentstehung

Gemäß der oben getroffenen Definition der Risseinleitung wird an dieser Stelle die Initiierung eines mikrostrukturellen Risskeims betrachtet, dessen Länge unterhalb eines Korndurchmessers im Bereich von wenigen μm liegt. Als Ursachen für die Rissentstehung können mikro- und makroskopische Spannungskonzentrationen, Fehlstellen auf Korngrenzen, Zwillingsgrenzen, Einschlüsse und Inhomogenitäten im Werkstoff angesehen werden (Suresh 2001). Bei duktilen Metallen hoher Reinheit beginnt der Schädigungsprozess mit einer lokalen plastischen Verformung an der Oberfläche durch eine Versetzungsbewegung auf einzelnen Gleit-

ebenen. Unter zyklischer Belastung verläuft dieser Prozess irreversibel, so dass es zu einer Aktivierung paralleler Gleitebenen kommt. Die Gründe für diese Irreversibilität sind vielfältig und liegen unter anderem im Quergleiten von Schraubenversetzungen, einer zufälligen Verteilung der Abgleitung, Versetzungswechselwirkungen und einer lokalen Versprödung auf einem Gleitband durch Reaktion mit Sauerstoff (Suresh 2001). So führt eine wiederholte wechselnde Beanspruchung zu einer Aufrauung der Oberfläche durch die Bildung von Extrusionen und Intrusionen. Letztere können als Mikrokerben angesehen werden und stellen aufgrund der damit verbundenen Spannungskonzentration bevorzugte Orte für eine Rissentstehung dar. Sehr ausgeprägt ist dieser Mechanismus bei Metallen mit kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur, wo es bei nicht zu großen plastischen Dehnungsamplituden zur Bildung von persistenten Gleitbändern (PGB) kommt, die im Vergleich zur umgebenden Matrix eine hohe Versetzungsdichte aufweisen. Aufgrund des hohen Gradienten in der Versetzungsdichte und -struktur zwischen Matrix und PGB kommt es bevorzugt an diesem Übergang zur Rissinitiierung (Cheng und Laird 1981). Liegen mehrere PGB nebeneinander, so wird vielfach ein Materialaustritt aus der Oberfläche in Form von Protrusionen beobachtet. Aufgrund der hohen Kerbwirkung und der damit verbundenen Spannungskonzentration treten Risskeime vor allem an diesen Protrusionen auf (Ma und Laird 1989).

Ein weiterer Rissentstehungsmechanismus ist die interkristalline Risskeimbildung durch das Aufreißen einer Korngrenze. Ausgelöst wird dieser Prozess durch die Wechselwirkung zwischen PGB und Korngrenze, wobei es zu einem Versetzungsaufstau vor der Barriere kommt, der eine kritische Spannungskonzentration zur Folge hat (Suresh 2001).

Vor allem bei sehr geringen Spannungsamplituden im Bereich der Dauerfestigkeit, bei denen es nicht mehr zu einer globalen plastischen Verformung kommt, hat die elastische Anisotropie einen entscheidenden Einfluss auf die Rissentstehung. Aufgrund der unterschiedlichen Kornorientierung kommt es vor allem im Bereich von Korngrenzen zu einer Spannungserhöhung, wodurch eine lokale Versetzungsbewegung erst ermöglicht wird. Durch diesen Mechanismus lässt sich die Rissentstehung an Zwillingsgrenzen (Heinz und Neumann 1990), aber auch an einzelnen Korngrenzen begründen (Krupp 2004, Vehoff et al. 2004). Wie in Bild 2.4 gezeigt, lässt sich auch die Gleitbandbildung innerhalb einzelner Körner auf erhöhte Schubspannungen aufgrund der elastischen Anisotropie zurückführen (Christ et al. 2009). Diese lokale plastische Verformung hat schließlich zu einer transkristallinen Rissentstehung an der Phasengrenze geführt.

An die Phase der Risskeimbildung schließt sich das Risswachstum an, das im Folgenden beschrieben wird.

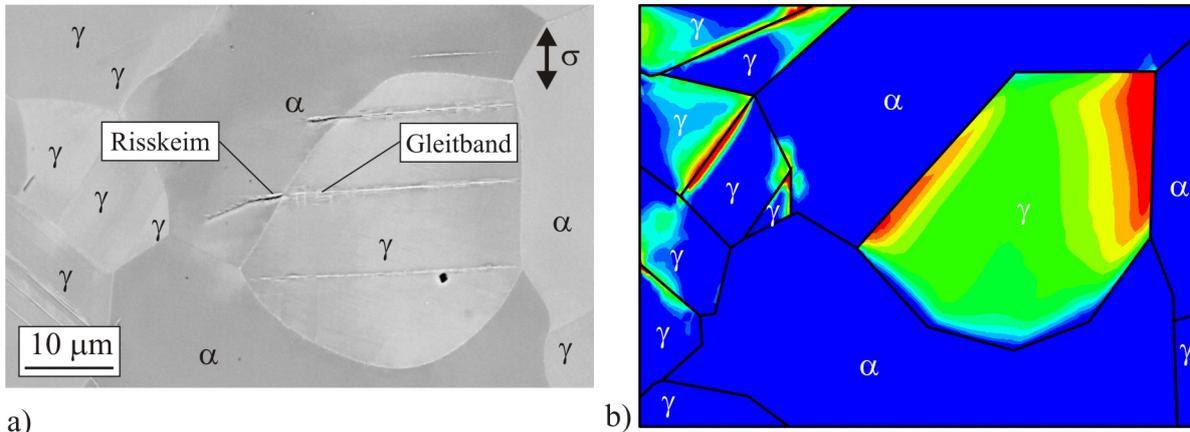


Bild 2.4: a) Transkristalline Rissentstehung an einer Phasengrenze in einem Duplexstahl und b) Differenz zwischen der maximalen Schubspannung auf einer Gleitebene und der Fließschubspannung der jeweiligen Phase.

2.2.2 Rissausbreitung

Gemäß der Unterteilung des Ermüdungsprozesses nach Bild 2.3 lässt sich die Rissausbreitung in ein Mikro- oder Kurzrissswachstum und ein Makro- oder Langrissswachstum unterteilen. Die Langrissausbreitung ist dadurch gekennzeichnet, dass die Risslänge im Millimeterbereich liegt und die Ausdehnung der plastischen Zone vor der Risspitze im Verhältnis zur Risslänge klein ist. Das Ausbreitungsverhalten eines solchen Risses kann daher zuverlässig mit Hilfe der linear-elastischen Bruchmechanik beschrieben werden, wobei ein eindeutiger empirischer Zusammenhang zwischen der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK an der Risspitze und der Rissausbreitungsrate da/dN besteht. Ein weiteres Merkmal langer Risse ist, dass extrinsische Einflussfaktoren auf das Risswachstum wie Riss-schließeffekte voll ausgeprägt sind. Die vor der Risspitze auftretende Spannungssingularität bei rein elastischem Materialverhalten ergibt sich dabei aus der Superposition von drei Grundbeanspruchungsmoden, die in Bild 2.5 dargestellt sind.

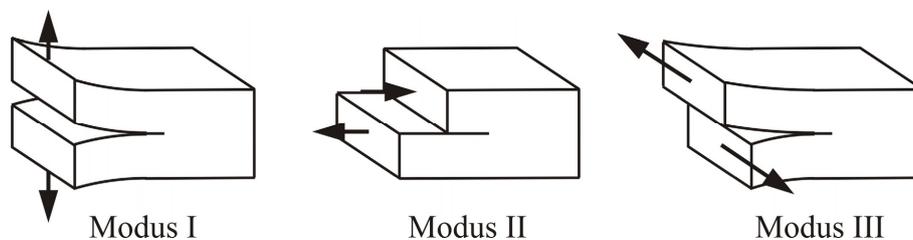


Bild 2.5: Grundbeanspruchungsarten der Rissfront

Modus I bezeichnet eine Zugbeanspruchung senkrecht zur Rissebene, Modus II eine Schubbeanspruchung senkrecht zur Rissfront und Modus III eine Schubbeanspruchung parallel zur

Rissfront. Diese Unterteilung der Beanspruchungsmoden gilt auch bei kurzen Rissen, bei denen die linear-elastische Bruchmechanik (LEBM) nicht mehr angewendet werden kann. Auf die mechanische Beschreibung der Langrissausbreitung wird in Abschnitt 2.5 im Rahmen der Vorstellung der klassischen Bruchmechanikkonzepte näher eingegangen.

Alle Risse, die die oben genannten Kriterien für einen Langriss nicht erfüllen, werden als kurze Risse angesehen. Charakteristisch für kurze Risse ist, dass diese auch unterhalb des Schwellenwertes ΔK_{th} für die Langrissausbreitung wachsen und die Rissausbreitungsrate dabei mitunter erheblich höher ist als bei langen Rissen bei einer vergleichbaren Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors (Bild 2.6). Demzufolge führt eine Abschätzung des Risswachstums in diesem Bereich auf Basis der linear-elastischen Bruchmechanik zu einer nicht-konservativen Lebensdauervorhersage.

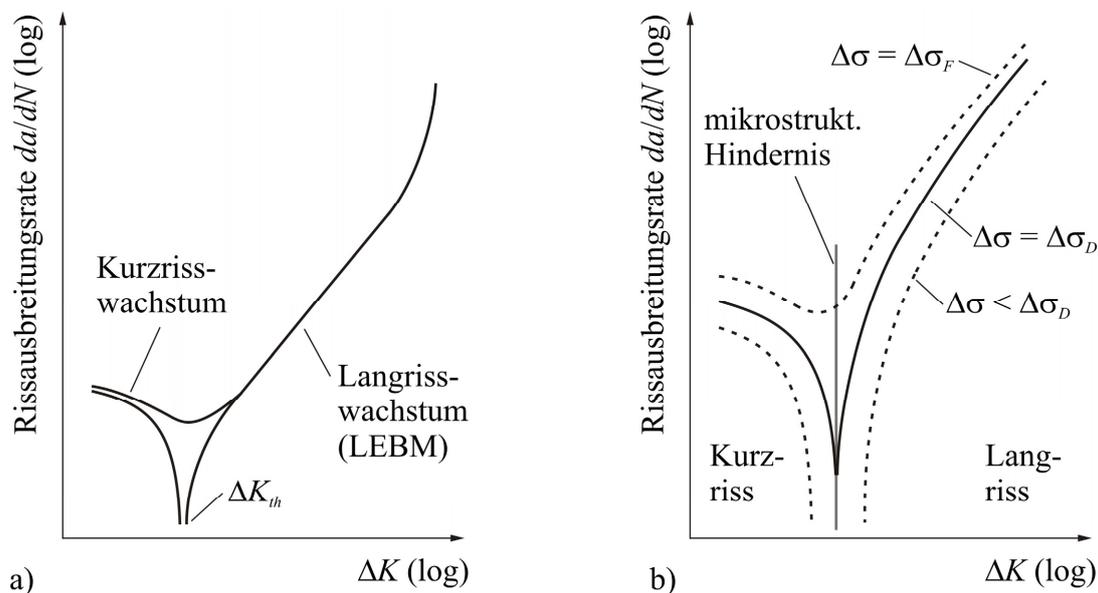


Bild 2.6: a) Rissausbreitungsverhalten kurzer und langer Risse und b) Einfluss der Spannungsamplitude auf die Kurzrissausbreitung nach Kujawski und Ellyin (1992)

Da das abnormale Ausbreitungsverhalten kurzer Risse verschiedene Ursachen haben kann, wird von Suresh und Ritchie (1984) eine weitere Differenzierung in mikrostrukturell kurze, mechanisch kurze und physikalisch kurze Risse vorgenommen.

Bei mikrostrukturell kurzen Rissen liegt die Risslänge in der Größenordnung mikrostruktureller Abmessungen wie der Korngröße, wobei das Risswachstum durch eine starke Wechselwirkung mit der lokalen Mikrostruktur geprägt ist. Korn- und Phasengrenzen agieren als Barrieren, die vor allem bei Spannungsamplituden im Bereich der Dauerfestigkeit zu einem signifikanten Absinken der Rissausbreitungsrate oder sogar zum Rissstopp führen (Bild 2.6b).

Von einem mechanisch kurzen Riss wird gesprochen, wenn die Ausdehnung der plastischen Zone im Vergleich zur Risslänge nicht mehr als klein angesehen werden kann. In diesem Risstadium ist der Mikrostruktureinfluss weitgehend zu vernachlässigen, so dass sich das Risswachstum auf Basis der elastisch-plastischen Bruchmechanik beschreiben lässt.

Bei einem physikalisch kurzen Riss treffen auf der einen Seite die Bedingungen für einen mikrostrukturell kurzen und einen mechanisch kurzen Riss nicht mehr zu, andererseits ist die Risslänge mit weniger als 1-2 mm immer noch relativ kurz (Suresh 2001).

Neben dieser Einteilung des Risswachstums nach mechanischen Gesichtspunkten kann das Risswachstum auch anhand der Mechanismen, die zum Rissfortschritt führen, in ein Stadium I und ein Stadium II gegliedert werden. Da das Ziel dieser Arbeit die mechanismenorientierte Modellierung der mikrostrukturbestimmten Kurzrissausbreitung ist, werden diese Mechanismen im Folgenden detailliert vorgestellt.

Rissausbreitung im Stadium I

Vor allem bei geringen Beanspruchungsamplituden im Zeitfestigkeitsbereich (engl. high cycle fatigue, HCF) kommt es bei den meisten Metallen im Anschluss an die Risskeimbildung zu einer kristallographischen Rissausbreitung, die auch als Stadium I-Risswachstum bezeichnet wird. Dabei wächst der Riss schubspannungskontrolliert unter einer gemischten Modus I+II-Belastung entlang von kristallographischen Gleitebenen. Unter einachsiger Zug- / Druckbelastung finden sich Risse daher vielfach auf Ebenen, die um ca. 45° zur globalen Beanspruchung geneigt sind und einen hohen Schmidfaktor aufweisen. Ein typisches Beispiel für einen Stadium I-Riss in der Titanlegierung Ti6Al4V ist in Bild 2.7 gezeigt.

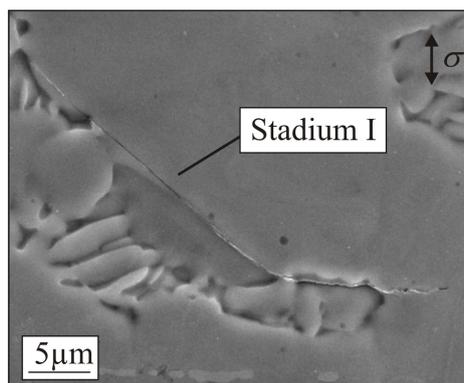


Bild 2.7: Mikrostrukturell kurzer Stadium I-Riss in Ti6Al4V

Der Rissfortschrittsmechanismus im Stadium I lässt sich nach dem Modell von Wilkinson et al. (1998) auf irreversible Abgleitvorgänge vor der Risspitze zurückführen. Zunächst wird davon ausgegangen, dass die plastische Verformung auf mehreren parallelen Gleitebenen vor

der Rissspitze stattfindet, wobei die effektive Schubspannung über die jeweilige Aktivierung entscheidet (Bild 2.8a). Aufgrund der überlagerten Modus I-Beanspruchung bei einem geneigten Riss weist das Schubspannungsfeld nun eine leichte Asymmetrie bezüglich der Rissmittelebene auf, die sich im Be- bzw. Entlastungszyklus umkehrt. Dementsprechend kommt es im Zugzyklus bedingt durch die höheren Schubspannungen zu einer Versetzungsbewegung auf einer Gleitebene unterhalb der Rissmitte (Bild 2.8b). Dieser Effekt kehrt sich im Entlastungszyklus um, so dass es hier verstärkt zur Abgleitung auf einem Gleitband oberhalb der Rissmitte kommt (Bild 2.8c). Bedingt durch diese irreversible Versetzungsbewegung bilden sich an der Rissspitze Versetzungsdipole des Leerstellentyps, aus denen sich der Rissfortschritt in jedem Zyklus ergibt (Bild 2.8d).

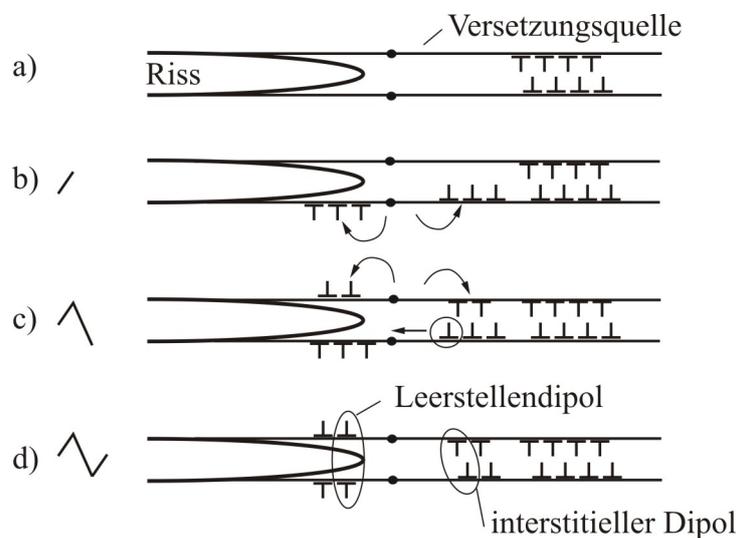


Bild 2.8: Mechanismus der Rissausbreitung im Stadium I durch Gleitirreversibilität nach Wilkinson et al. (1998)

Bei polykristallinen Werkstoffen wird die Länge der Gleitbänder, auf denen die oben beschriebene Versetzungsbewegung stattfindet, durch die Abmessungen der Gefügekörner bestimmt. Nähert sich ein Stadium I-Riss demzufolge einer Korngrenze, so verkleinert sich der Abstand zwischen Rissspitze und Barriere. Damit verkürzt sich auch die Größe der plastischen Zone, was ein signifikantes Absinken der Rissfortschrittsrate zur Folge hat (Lankford 1982). Gleichzeitig kommt es zu einem Versetzungsaufbau, der zu einer Spannungserhöhung an der Korngrenze führt. Bedingt durch diese erhöhten Schubspannungen kann eine Versetzungsquelle auf einem günstig orientierten Gleitsystem im Nachbarkorn aktiviert werden, wodurch sich neue Gleitbänder ausbilden. Die plastische Zone kann sich nun über die Korngrenze hinaus ausbreiten, was zu einem sprunghaften Anstieg der Risswachstumsrate führt. Dieser Mechanismus aus Beschleunigen und anschließendem Abbremsen

sen vor einer mikrostrukturellen Barriere ist charakteristisch für einen Stadium I-Riss und führt zu einer oszillierenden Risswachstumsrate (Blom et al. 1986).

Die Stärke einer Korngrenze als mikrostrukturelle Barriere ergibt sich im Wesentlichen aus ihrem Widerstand gegenüber einer Gleittransmission vom risstragenden Korn in das Nachbarkorn. Dabei kommt es vor allem auf die Orientierung möglicher Gleitsysteme im neuen Korn im Verhältnis zum risstragenden Gleitband an. Zur Verdeutlichung ist diese Missorientierung zwischen zwei Gleitebenen in benachbarten Körnern in Bild 2.9 schematisch dargestellt. Sie lässt sich aufteilen in einen Kippwinkel χ , der das Abknicken der Gleitspuren an der Oberfläche beschreibt und einen Drehwinkel ψ , der die Verdrehung der Gleitebenen unter der Oberfläche erfasst. Der Drehwinkel ergibt sich aus den Schnittgeraden der beiden Gleitebenen mit der Korngrenze und hängt somit nicht nur von der Kristallorientierung, sondern auch von der Lage der Korngrenze ab. Aus experimentellen Untersuchungen ist bekannt, dass der Einfluss des Kippwinkels auf die Barrierewirkung relativ gering ist. So wird von Krupp et al. (2010) noch bei Belastungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit eine Gleittransmission an Zwillingsgrenzen beobachtet, an denen die Gleitebenen lediglich verkippt sind. Im Gegensatz dazu bewirkt ein großer Drehwinkel an einer Korngrenze eine sehr große Hinderniswirkung, was von zahlreichen Autoren beobachtet wird (Zhai et al. 2000, Düber et al. 2006, Holzapfel et al. 2007, Marx et al. 2010). Die Begründung für die mit steigendem ψ zunehmende Barrierewirkung liegt nach Zhai et al. (2000) in der keilförmigen Fläche, die durch die Gleitebenen auf der Korngrenze aufgespannt wird. Diese muss erst brechen, ehe sich das Risswachstum ins Nachbarkorn hinein fortsetzt. Dies geschieht, indem sich der Riss an der Korngrenze auffächert und so auf mehreren Gleitstufen wächst. Da dieser Vorgang mit einem hohen Energieaufwand verbunden ist, wächst ein mikrostrukturell kurzer Riss auf einem Pfad, der durch kleine Drehwinkel an den Korngrenzen bestimmt wird (Zhai et al. 2000). An der Oberfläche wird daher vielfach ein Abknicken des Risses beobachtet, was mit dem vergleichsweise geringen Einfluss des Kippwinkels erklärt werden kann. Aufgrund des so entstehenden, gezackten Rissverlaufs hat das geometrische Riss schließen einen signifikanten Einfluss auf die Risswachstumsrate mikrostrukturell kurzer Risse. Die Phase der Rissausbildung im Stadium I kann sich über mehrere Körner erstrecken, ehe der Übergang zum Stadium II erfolgt (Togaji und Okawa 1992).

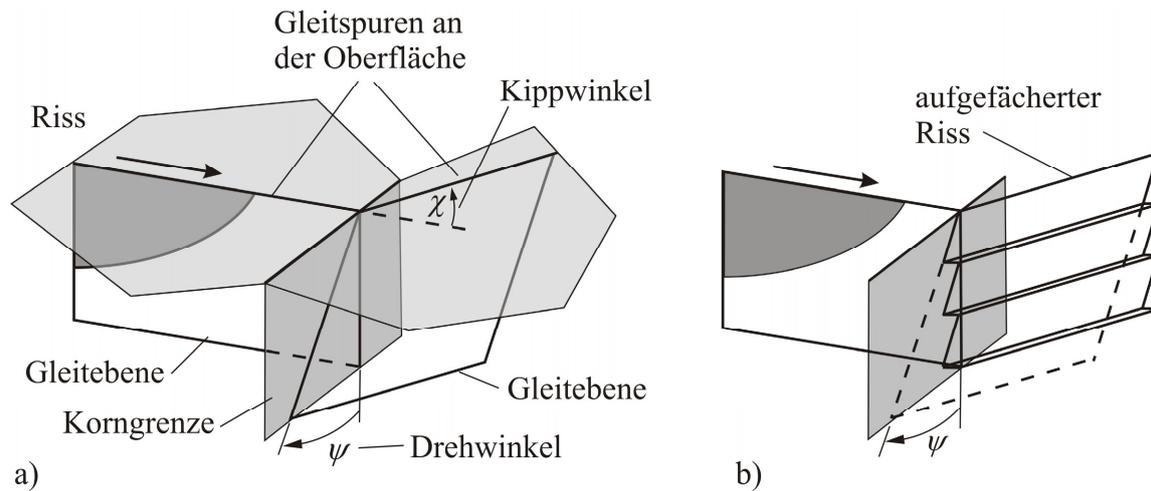


Bild 2.9: a) Orientierungsbeziehung zwischen Gleitebenen in benachbarten Körnern und b) Mechanismus zum Ausgleich eines Drehwinkels durch Auffächern des Risses (Zhai et al. 2000)

Rissausbreitung im Stadium II

Mit zunehmender Risslänge steigt auch die Spannungsintensität am Riss an, was schließlich zur Aktivierung von sekundären Gleitsystemen an der Risspitze führt. Der Riss wächst fortan im Stadium II durch die alternierende Betätigung zweier Gleitebenen. Dieser Mechanismus wird durch das Modell von Neumann (1969) anschaulich beschrieben. Mit dem Übergang zum Stadium II kommt es zu einem Abknicken des Risspfads in eine Ebene senkrecht zur äußeren Last, so dass das Risswachstum unter globaler Modus I-Belastung erfolgt. Die frühe Phase der Stadium II-Rissausbreitung kann allerdings noch im Bereich der mikrostrukturell kurzen Risse erfolgen, wobei die plastische Zone auf das risstragende Korn und die benachbarten Körner beschränkt ist. Bei zweiphasigen Werkstoffen mit stark unterschiedlichem Gleitverhalten wie dem von Düber et al. (2006) untersuchten austenitisch-ferritischen Duplexstahl tritt sogar eine Rückkehr zum Stadium I beim Übergang des Risses in die festere Ferritphase auf. Daher schlagen die Autoren eine Unterteilung der Stadium II-Rissausbreitung vor: Demnach wird die mikrostrukturabhängige Phase dem Stadium I zugeordnet und als Stadium Ib bezeichnet, wobei das klassische Stadium I-Risswachstum durch Einfachgleitung Stadium Ia genannt wird.

Bei der klassischen Stadium II-Rissausbreitung werden dagegen auch Versetzungsquellen in weiter von der Risspitze entfernten Körnern aktiviert, so dass es zu Abgleitvorgängen auf zahlreichen Gleitebenen kommt. Dabei bildet sich aufgrund der Spannungsverteilung eine annähernd schmetterlingsflügelförmige plastische Zone aus. Da der Einfluss der Mikrostruktur nun vernachlässigt werden kann, ist eine kontinuumsmechanische Beschreibung des Risses auf Basis der elastisch-plastischen bzw. der linear-elastischen Bruchmechanik

möglich. Dabei lässt sich die Rissausbreitungsrate vielfach gut über die Rissspitzenöffnung oder den Spannungsintensitätsfaktor vorhersagen. Zusätzlich entwickeln sich Rissschließeffekte wie plastisch induziertes Rissschließen, die ein früheres Aufsetzen der Rissufer bewirken und zu einer Verlangsamung des Risswachstums führen.

Bei Erreichen einer kritischen Risslänge ist der Restquerschnitt schließlich soweit geschwächt, dass es aufgrund einer kritischen Beanspruchung zu instabilem Risswachstum und schlagartigem Versagen des Werkstoffs kommt.

Im Anschluss an die allgemeinen Grundlagen zum Ermüdungsverhalten metallischer Werkstoffe wird in den folgenden Abschnitten auf experimentelle Untersuchungen eingegangen, die im Rahmen dieses Gemeinschaftsprojektes am Lehrstuhl für Materialkunde und Werkstoffprüfung durchgeführt worden sind. Die gewonnenen Erkenntnisse bilden die Basis für die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Modellierungsansätze. Zunächst wird auf das Ermüdungsverhalten der Titanlegierung Ti6Al4V eingegangen, während in Abschnitt 2.4 die Untersuchungen zur dreidimensionalen Ausbreitung von Oberflächenrissen in dem Duplexstahl 1.4462 vorgestellt werden.

2.3 Ermüdungsverhalten der α + β -Titanlegierung Ti6Al4V

In diesem Abschnitt werden zunächst einige Grundlagen zu Titanlegierungen dargestellt, bevor auf die durchgeführten Untersuchungen an der Titanlegierung Ti6Al4V und die experimentellen Ergebnisse eingegangen wird.

2.3.1 Allgemeine Grundlagen zu Titanlegierungen

Die Kombination aus hoher Festigkeit, geringer Dichte und sehr guter Korrosionsbeständigkeit macht Titanlegierungen für eine Vielzahl an Anwendungen attraktiv. Ein Haupteinsatzgebiet ist die Luftfahrtindustrie, wo hochbelastete Strukturbauteile z.B. im Bereich des Fahrwerks sowie Turbinenschaufeln aus Titan hergestellt werden. Aufgrund der Korrosionsbeständigkeit liegen weitere Anwendungsgebiete in der chemischen Industrie oder bei biomedizinischen Komponenten (Lütjering und Williams 2007). Die meisten Titanbauteile werden durch einen Schmiedeprozess mit einer anschließenden mechanischen Bearbeitung hergestellt. Durch diesen Herstellungsprozess lassen sich Schmiederohlinge herstellen, die nahe an der endgültigen Form des Bauteils liegen. Auf diese Weise kann der Materialeinsatz gering gehalten werden, was insbesondere im Hinblick auf die vergleichsweise hohen Materialkosten von Titan vorteilhaft ist. Darüber hinaus werden durch Schmieden in Kombination mit einer geeigneten Wärmebehandlung die besten mechanischen Eigenschaften

erzielt. Dabei bieten sich weitreichende Möglichkeiten, durch Variation der Prozessführung unterschiedliche Mikrostrukturen einzustellen und so die mechanischen Eigenschaften gezielt zu optimieren. Da hierzu ein umfassendes Verständnis von Titanlegierungen und deren Verarbeitung erforderlich ist, werden zunächst einige wichtige Grundlagen zu Titanwerkstoffen vorgestellt.

Bei Titan ist die Phasenumwandlung von der kubisch-raumzentrierten (krz) Kristallstruktur (β -Phase) bei hohen Temperaturen hin zum hexagonal dichtest gepackten (hdp) Gitter (α -Phase) unterhalb der β -Transus-Temperatur von großer Bedeutung. Diese Umwandlung findet bei reinem Titan bei 882°C statt (Lütjering und Williams 2007). Durch Hinzufügen von α -stabilisierenden Legierungselementen wie Aluminium kann diese Temperatur erhöht werden, während β -stabilisierende Elemente wie Vanadium ein Absinken bewirken. Dementsprechend werden Titanlegierungen in Abhängigkeit von ihrer Zusammensetzung in α -, $\alpha+\beta$ - und β -Titanlegierungen unterteilt, wobei Ti6Al4V zu den $\alpha+\beta$ -Legierungen zählt.

Eine plastische Deformation von α -Titan mit hdp-Gitterstruktur findet neben einer Zwillingsbildung vor allem durch Abgleitung auf den im Kristall vorhandenen Gleitsystemen statt, die in Bild 2.10 dargestellt sind. Die Hauptgleitrichtungen sind dabei die drei dichtest gepackten Richtungen vom Typ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$. Die Gleitebenen, die diese Gleitrichtung enthalten, sind die Basalebene (0002), die drei prismatischen Ebenen $\{10\bar{1}0\}$ und die sechs Pyramidalebene $\{10\bar{1}1\}$. Daraus ergeben sich insgesamt zwölf Gleitsysteme, von denen jedoch nur vier unabhängig sind. Nach dem von Mises-Kriterium sind jedoch mindestens fünf unabhängige Gleitsysteme für eine plastische Verformung von Polykristallen erforderlich, so dass ein zusätzliches Gleitsystem mit einer nicht in der Basalebene liegenden Gleitrichtung aktiviert werden muss (Lütjering und Williams 2007). Da hierzu eine deutlich größere kritische Schubspannung erforderlich ist, lässt sich daraus die vergleichsweise schlechte Umformbarkeit von Titanlegierungen erklären. Im Hinblick auf die mikrostrukturabhängige Rissausbreitung sind jedoch nur die in Bild 2.10 gezeigten, energetisch günstigen Gleitsysteme von Bedeutung.

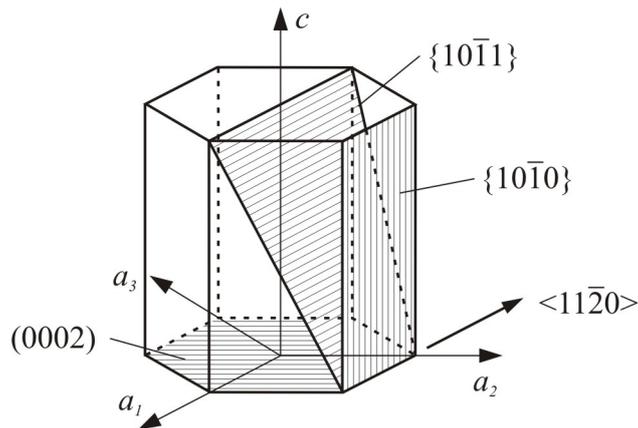


Bild 2.10: Gleitebenen und -richtungen im hexagonalen α -Titan

2.3.2 Herstellung und Mikrostruktur der untersuchten Titanlegierung Ti6Al4V

Im Rahmen dieses Projektes ist das Ermüdungsverhalten der Titanlegierung Ti6Al4V mit einer bimodalen und einer millgeglühten Mikrostruktur untersucht worden. Beide Gefügestände sind von der Firma Böhler Schmiedetechnik GmbH & Co KG in Form von V-förmigen Schmiedeteilen zur Verfügung gestellt worden. Der Herstellungsprozess beginnt in beiden Fällen mit einer Umformung des Ausgangsmaterials durch Schmieden unterhalb der β -Transus-Temperatur, die bei der vorliegenden Legierung 995°C beträgt. Zur Einstellung einer bimodalen Mikrostruktur wird der Probekörper anschließend bei 950°C lösungsgeglüht (engl. solution heat treated, SHT), wobei das Gefüge vollständig rekristallisiert. Abschließend folgt ein Spannungsarmglühen bei einer reduzierten Temperatur von 720°C . Beim millgeglühten Zustand (engl. mill annealed, MA) wird auf das Lösungsglühen verzichtet und lediglich das Spannungsarmglühen durchgeführt, was zu einem nur teilweise rekristallisierten Gefüge führt. Elektronenmikroskopaufnahmen von beiden Gefügeständen sind in Bild 2.11 dargestellt.

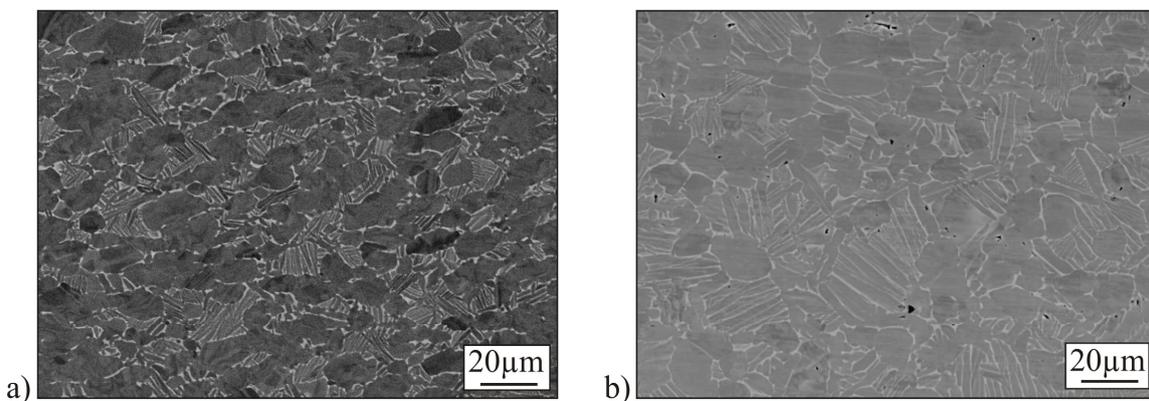


Bild 2.11: Ti6Al4V Mikrostruktur im a) millgeglühten und b) lösungsgeglühten Zustand

Beide Mikrostrukturen weisen die für bimodale Gefüge charakteristische Struktur bestehend aus globularen α_p -Körnern und Kolonien von parallelen α -Lamellen auf. Eine Auswertung der Gefüge hat für den MA-Zustand einen α_p -Anteil von 70,9 % ergeben, während der Wert für den LG-Zustand mit 61,3 % etwas geringer ist.

Eine lamellare Kolonie besteht, wie in Bild 2.12a gezeigt, aus mehreren parallel verlaufenden α -Platten, die sich in einer Matrix aus β -Titan mit krz-Kristallstruktur befinden. Da sich die α -Lamellen durch eine Umwandlung aus der β -Phase gebildet haben, besteht zwischen den beiden Bereichen eine besondere Orientierungsbeziehung, die so genannte Burgers-Beziehung (Lütjering und Williams 2007, Bild 2.12b). Auf diesen Zusammenhang wird im Folgenden näher eingegangen, da dieser einen großen Einfluss auf das plastische Deformationsverhalten und die Kurzrissausbreitung besitzt.

Wie in Bild 2.12b dargestellt, verlaufen zwei Gleitsysteme in der hdp α -Phase und der krz β -Phase exakt parallel. Dies sind die Systeme $(110)[\bar{1}\bar{1}]_\beta$ und $(0002)[1\bar{1}\bar{2}]_\alpha$ sowie $(\bar{1}12)[\bar{1}\bar{1}]_\beta$ und $(\bar{1}100)[1\bar{1}\bar{2}]_\alpha$. Darüber hinaus weisen zwei weitere Gleitsysteme, $(110)[\bar{1}\bar{2}]_\beta$ und $(0002)[1\bar{2}10]_\alpha$ bzw. $(\bar{1}12)[\bar{1}11]_\beta$ und $(10\bar{1}0)[1\bar{2}10]_\alpha$, lediglich eine geringe Missorientierung von 10° auf (Lütjering und Williams 2007). Somit ergeben sich insgesamt vier Gleitsysteme, deren effektive Gleitbandlänge dem Durchmesser der gesamten Kolonie aus gleich orientierten Lamellen entspricht. Folglich ist also bei lamellaren Mikrostrukturen nicht die Lamellenbreite, sondern die Koloniegröße der entscheidende Einflussfaktor auf die Festigkeit des Gefüges, die mit zunehmender Koloniegröße abnimmt.

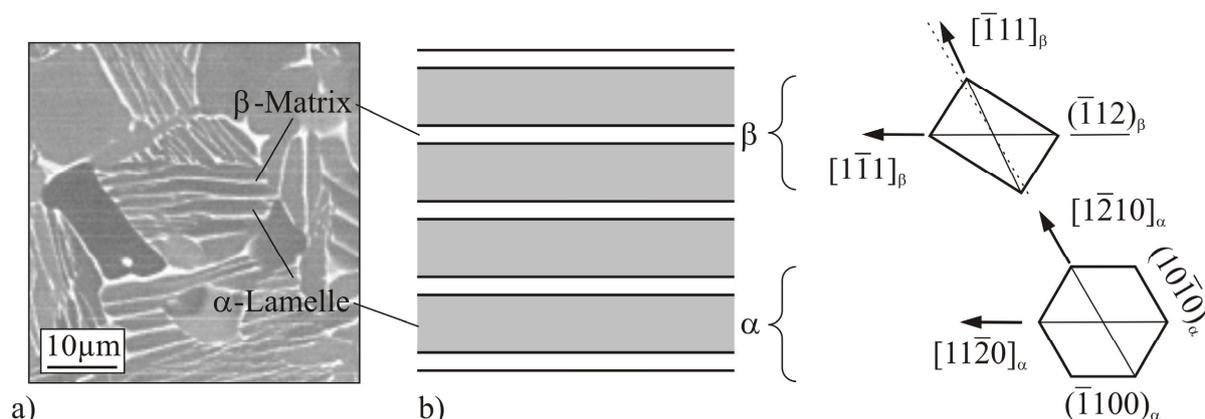


Bild 2.12: a) Lamellare Kolonie in der Titanlegierung Ti6Al4V und b) schematische Darstellung der Orientierungsbeziehung zwischen α -Lamellen und β -Matrix

Die mechanischen Kennwerte für beide Gefüge sind in Tabelle 2.1 angegeben. Es zeigt sich, dass die Festigkeit der MA-Mikrostruktur etwas höher ist als die des SHT-Gefüges, was vor allem auf den kleineren mittleren Korndurchmesser zurückgeführt werden kann.

Tabelle 2.1: Mechanische Eigenschaften der untersuchten Ti6Al4V-Legierungen

	millgeglüht (MA)	lösungsgeglüht (SHT)
Elastizitätsmodul E [GPa]:	116	117
Querkontraktionszahl ν :	0,34	0,34
Zugfestigkeit R_m [MPa]:	987	942
Streckgrenze $R_{p0,2}$ [MPa]:	951	878
Dauerfestigkeit σ^D [MPa]:	500	425

Im Hinblick auf die Erstellung virtueller Gefüge ist es erforderlich, den mittleren Korndurchmesser sowie die Korndurchmesserverteilung für die millgeglühte und die lösungsgeglühte Mikrostruktur zu ermitteln. Dabei liegt eine Schwierigkeit darin, dass viele Korngrenzen vor allem zwischen α_p -Körnern auf lichtmikroskopischen Aufnahmen bzw. Rasterelektronenmikroskopbildern gar nicht zu erkennen sind. Erst durch eine Auswertung der Kornorientierung mittels EBSD (engl. electron backscatter diffraction) ist es möglich, nebeneinander liegende Körner zu identifizieren und die Korngröße zu bestimmen. (Randle 1992) Diese Problematik wird in dem in Bild 2.13 gezeigten Gefügeausschnitt verdeutlicht. Im REM-Bild links scheint es, als ob sich der Riss innerhalb eines großen α_p -Kornes ausbreitet. Tatsächlich besteht der Bereich jedoch aus zwei Körnern. Dies wird erst bei der Betrachtung der Kristallorientierung deutlich, die sich an der Korngrenze sprunghaft ändert.

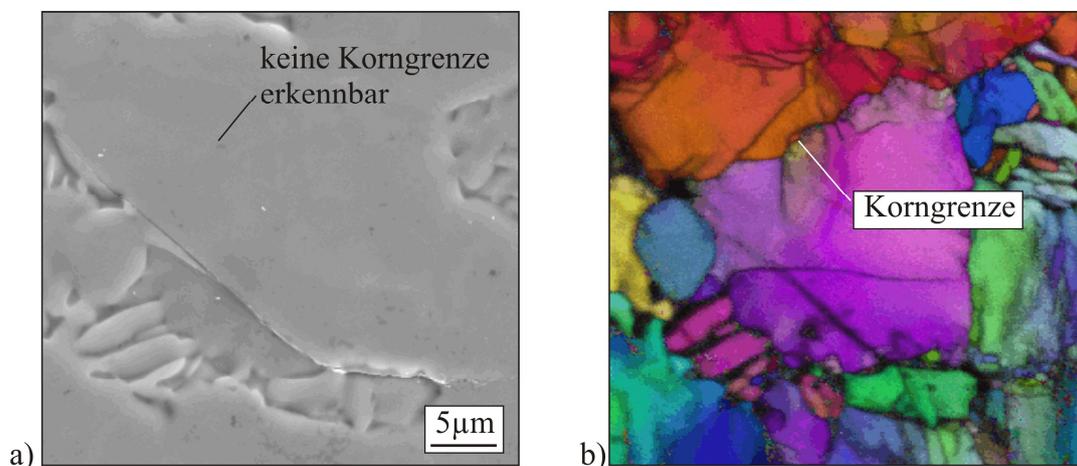


Bild 2.13: a) Beispiel für einen Riss, der sich scheinbar in einem großen α_p -Korn ausbreitet; b) erst durch Auswertung der Kristallorientierung wird eine Korngrenze sichtbar

Die Barrierewirkung einer Korngrenze ergibt sich allerdings genau aus diesem Wechsel in der Kristallorientierung, der eine Versetzungsbewegung über die Barriere hinaus blockiert. Insofern ist es gerade im Hinblick auf die Erstellung virtueller Mikrostrukturen entscheidend, dass die einzelnen Körner und damit auch die Korngröße korrekt bestimmt werden. Aus diesem Grund erscheint es nicht zweckmäßig, die Korngröße aus Rasterelektronenmikroskop-Bildern wie Bild 2.11 zu ermitteln. Daher sind die Korngrößen in diesem Projekt basierend auf den Orientierungsmessungen mittels EBSD bestimmt, da nur so alle Korngrenzen zuverlässig identifiziert werden können.

Da die verwendete Auswertesoftware (OIM, engl.: orientation imaging microscopy, Firma TSL) in der Lage ist, einzelne Körner zu identifizieren und deren Größe zu bestimmen, kann der mittlere Korndurchmesser für das in Bild 2.14 gezeigte millgeglühte Gefüge automatisiert ermittelt werden. Im Hinblick auf die Modellierung ist jedoch wichtig, die Korngrößenverteilung getrennt für die α_p -Körner und die lamellaren Kolonien zu ermitteln. Da in beiden Fällen ein hexagonales Kristallgitter vorliegt, ist hier eine automatische Unterscheidung nicht möglich, so dass eine manuelle Einteilung durchgeführt werden muss (Knobbe 2014). Für die α_p -Körner der millgeglühten Mikrostruktur ergibt sich danach ein mittlerer Korndurchmesser von $3,1 \mu\text{m}$, der geringfügig unter dem Wert für die lamellaren Körner mit $3,3 \mu\text{m}$ liegt. Zusammengefasst folgt daraus ein Mittelwert für das Gesamtgefüge von $3,2 \mu\text{m}$. An dieser Stelle ist zu bemerken, dass die Auswertung des Gefügebildes Bild 2.11a aufgrund nicht erkennbarer Korngrenzen mit $D_m = 9,9 \mu\text{m}$ einen deutlich zu großen Wert für den mittleren Durchmesser der α_p -Körner geliefert hat. Auf die Korngrößenverteilung wird in Abschnitt 5.2 im Rahmen der Erstellung von virtuellen Mikrostrukturen nochmals detailliert eingegangen.

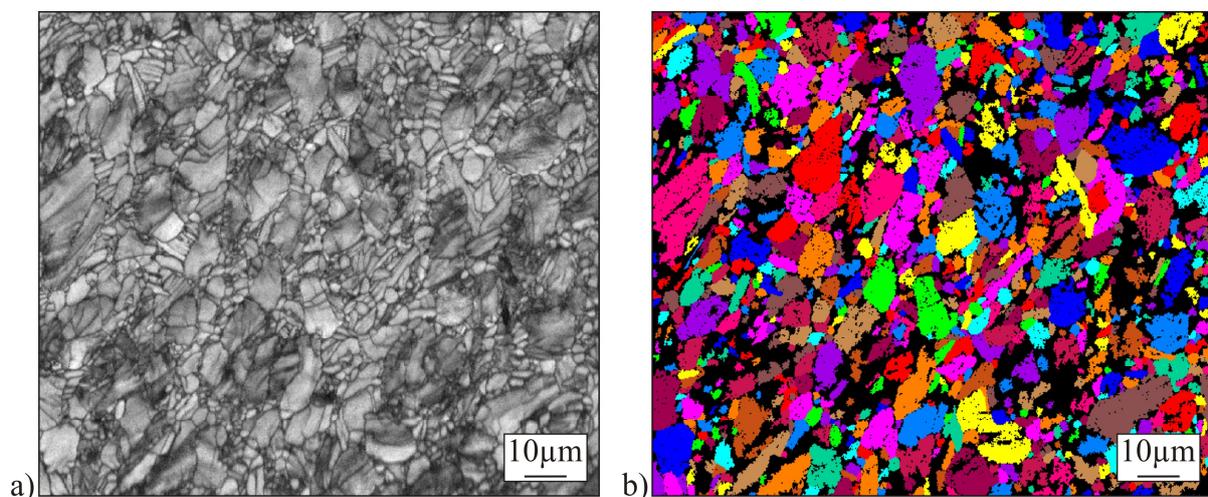


Bild 2.14: Ausgewerteter Gefügebereich in der millgeglühten Mikrostruktur zur Bestimmung des Korndurchmessers: a) REM-Bild und b) identifizierte Körner

Eine entsprechende Auswertung ist für den in Bild 2.15 gezeigten Gefügeausschnitt der lösungsgeglühten Mikrostruktur durchgeführt worden. Dabei weisen die α_p -Körner einen mittleren Durchmesser von $7,3 \mu\text{m}$ auf, während die lamellaren Kolonien mit $11,3 \mu\text{m}$ deutlich größer sind. Der mittlere Durchmesser des Gesamtgefüges beträgt $8,4 \mu\text{m}$ und ist erwartungsgemäß deutlich größer als der Wert für die millgeglühte Mikrostruktur.

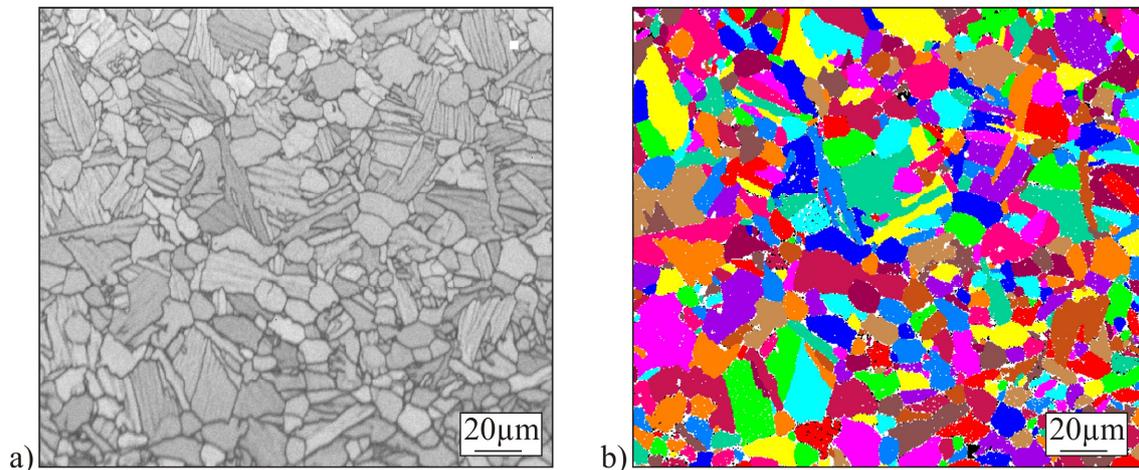


Bild 2.15: Ausgewerteter Gefügebereich in der lösungsgeglühten Mikrostruktur zur Bestimmung des Korndurchmessers: a) REM-Bild und b) identifizierte Körner

2.3.3 Rissentstehung und -ausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V

Das Ermüdungsverhalten des Werkstoffs ist mit Hilfe von schwach gekerbten Rundproben untersucht worden, die auf einer servohydraulischen Prüfmaschine unter Zug- / Druckbelastung bei einem Lastverhältnis von $R = -1$ ermüdet worden sind. Die Wöhlerdaten der Versuche, die bei Beanspruchungsamplituden zwischen 400 MPa und 700 MPa durchgeführt wurden, sind in Bild 2.16 dargestellt (Knobbe et al. 2010).

Zur detaillierten Untersuchung der Rissentstehung und -ausbreitung sind weitere Versuche durchgeführt worden, die nach festgelegten Intervallen unterbrochen wurden. Im Rasterelektronenmikroskop ist dann die Probenoberfläche im Bereich des flachen Kerbs auf Risse untersucht und deren Ausbreitungsverhalten während der folgenden Versuchsunterbrechungen dokumentiert worden. Zusätzlich wurde die Kristallorientierung der risstragenden Körner mit Hilfe der EBSD-Technik ausgemessen, um daraus Rückschlüsse auf das mikrostrukturbasierte Kurzrisswachstum ziehen zu können.

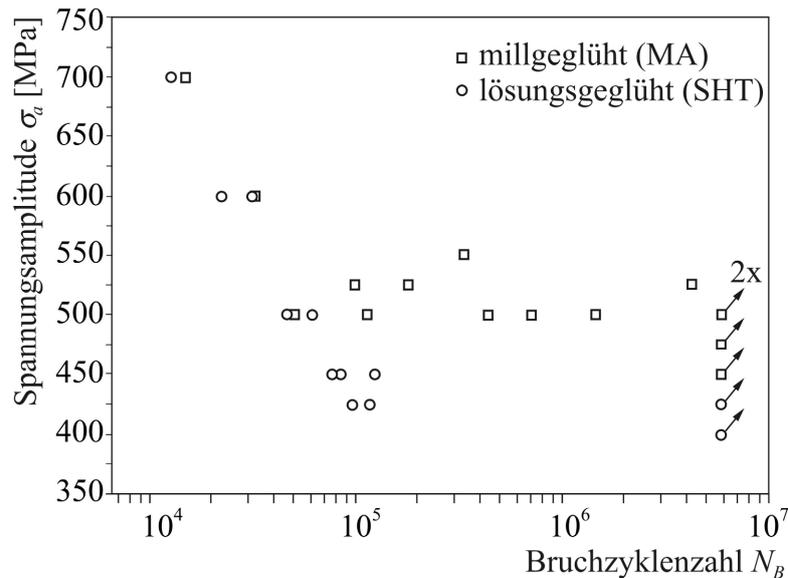


Bild 2.16: Zusammenfassung der Wöhlerversuche (Knobbe et al. 2010)

An den untersuchten Ermüdungsproben haben sich unterschiedliche Rissinitiierungsmechanismen gezeigt. Die meisten Risse sind, wie Bild 2.17a und Bild 2.18 zeigen, innerhalb von lamellaren Kolonien durch das Aufreißen von Lamellengrenzen entstanden. Da die Grenzfläche zwischen den α -Lamellen und der β -Matrix gemäß der in Bild 2.12 dargestellten Burgersbeziehung einer prismatischen Ebene im hdp-Kristall entspricht, ist hier sowohl eine Rissentstehung durch irreversible Abgleitvorgänge als auch ein normalspannungskontrolliertes Aufreißen möglich. Der erstgenannte Mechanismus liegt bei dem in Bild 2.17a gezeigten Riss vor, da die Auswertung der Kristallorientierung einen sehr hohen Schmidfaktor von $S = 0,49$ auf der Lamellengrenze ergeben hat. In Bild 2.18 kann der Risskeim dagegen keiner günstig orientierten Gleitebene mit hohem Schmidfaktor zugeordnet werden. Da der Anfangsriss einen Winkel von etwa 90° zur äußeren Last aufweist, ist hier ein Aufreißen aufgrund der wirkenden Normalspannung wahrscheinlich.

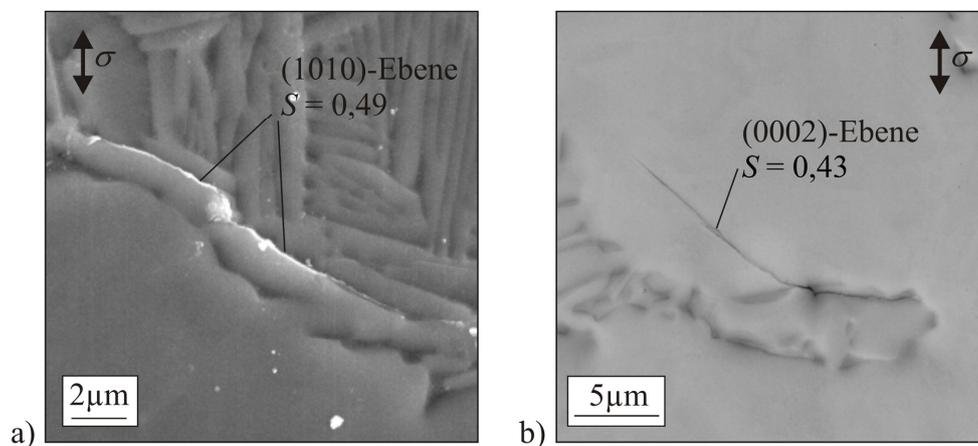


Bild 2.17: Rissentstehungsorte in der MA-Mikrostruktur a) an einer Lamellengrenze und b) Korngrenze zu einem α_p -Korn mit günstig orientiertem Gleitsystem

Darüber hinaus sind Risskeime auf günstig orientierten Gleitebenen innerhalb von α_p -Körnern entstanden. Ein Beispiel ist in Bild 2.17b gezeigt, wo der Riss auf der Basalebene mit einem Schmidfaktor von $S = 0,43$ liegt. Dieser Rissentstehungsmechanismus wird auch von anderen Autoren für geschmiedetes Ti6Al4V beobachtet. Bridier et al. (2008) haben die Kornorientierung an der Oberfläche von Ermüdungsproben systematisch ausgewertet und dabei sowohl Risse auf der Basalebene als auch auf prismatischen Ebenen gefunden. Die versagenskritischen Risse initiieren jedoch auf der Basalebene, wobei die Autoren eine Kombination aus hohem Schmidfaktor und einer hohen Normalspannung als Voraussetzung für die Rissinitiation nennen. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen Batounas et al. (2009), da hier die Ebenennormalen der gebrochenen Basalebenen einen Winkel von 15° bis 40° zur Zugachse aufweisen.

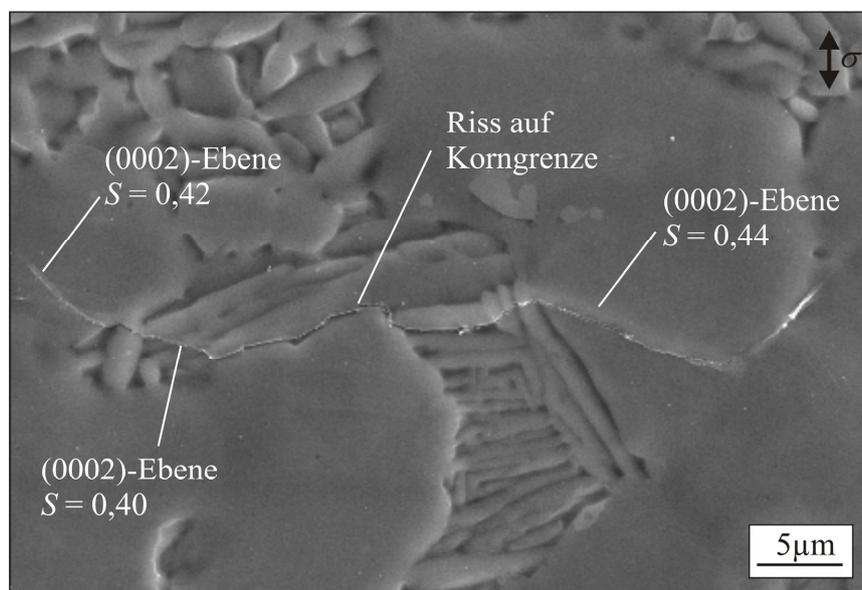


Bild 2.18: Mikrostrukturbasierte Kurzrisssausbreitung in MA-Mikrostruktur.

Im Anschluss an die Rissentstehung breitet sich der mikrostrukturell kurze Riss sowohl interkristallin auf Korngrenzen als auch transkristallin auf Gleitebenen aus. Der in Bild 2.18 gezeigte Riss ist zunächst auf einer Korngrenze nahezu senkrecht zur äußeren Last gewachsen, so dass hier eine normalspannungskontrollierte Rissausbreitung im Modus I vorliegt. Anschließend knickt der Riss jedoch ab und wächst links durch ein Lamellenpaket und ein α_p -Korn sowie durch ein α_p -Korn auf der rechten Seite. Die Auswertung der Kristallorientierung hat dabei jeweils ein Risswachstum auf der Basalebene ergeben. Da die Schmidfaktoren mit Werten von mindestens 0,4 vergleichsweise hoch sind, liegt hier eine schubspannungskontrollierte Stadium I-Rissausbreitung vor. Neben dem gezeigten Wachstum auf der Basalebene sind auch Risse auf günstig orientierten prismatischen Ebenen gefunden worden. Bei der

Rissausbreitung wird die für mikrostrukturell kurze Risse charakteristische Interaktion mit der Mikrostruktur beobachtet. So sind viele Risskeime nicht ausbreitungsfähig und bleiben bereits an der ersten Korngrenze stehen.

Ab einer gewissen Risslänge wächst der Riss als physikalisch kurzer Riss in einer Ebene senkrecht zur äußeren Last.

2.4 Ausbreitung von Oberflächenrissen

In diesem Abschnitt werden zunächst einige Grundlagen zum Ausbreitungsverhalten von Oberflächenrissen vorgestellt. Im Anschluss daran wird konkret auf experimentelle Untersuchungen an dem austenitisch-ferritischen Duplexstahl 1.4462 eingegangen, auf denen das in Kapitel 6 und 7 vorgestellte 3D-Modell aufbaut.

2.4.1 Allgemeine Grundlagen zum Ausbreitungsverhalten von Oberflächenrissen

Bei langen Rissen in Blechen liegt vielfach ein Durchgangsriß vor, so dass das Rissproblem vereinfacht zweidimensional als Riss in einer Scheibe betrachtet werden kann. Im Gegensatz dazu stellt sich das Kurzrißwachstum als ein ausgeprägt dreidimensionales Phänomen dar, weil der Riss vielfach auf Gleitbändern initiiert und dann sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere hinein wächst. Dabei ist von Interesse, wie schnell sich der Riss in die jeweiligen Richtungen ausbreitet und welches Verhältnisses der Risstiefe a zur halben Oberflächenrisslänge c (Aspektverhältnis a/c) sich dabei ergibt. Vielfach wird vereinfacht von einer semi-elliptischen Rissgeometrie ausgegangen, wobei Risse mit einem Verhältnis $a/c < 1$ als flach und Risse mit $a/c > 1$ als tief bezeichnet werden (Bild 2.19).

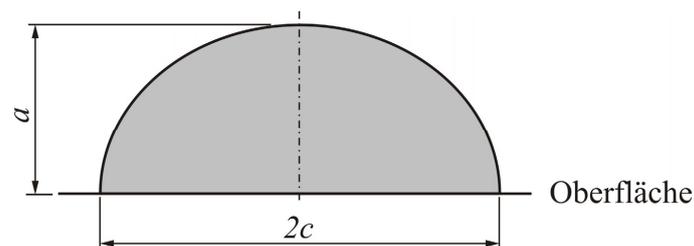


Bild 2.19: Ellipsenförmiger Oberflächenriss.

Im Anfangsstadium der Rissausbreitung wird das Risswachstum noch stark durch die Wechselwirkung mit der Mikrostruktur bestimmt. Dementsprechend wird bei kurzen Rissen eine große Bandbreite des Aspektverhältnisses a/c beobachtet. Von Ravichandran (1997) wird die Risstiefe eines wachsenden Risses indirekt aus der Rissöffnung und der Oberflächenrisslänge berechnet, wobei sowohl tiefe Anfangsrisse mit $a/c > 2$ als auch flache mit $a/c < 1$ beobachtet werden. Mit zunehmender Risslänge nähert sich die Rissfront jedoch zunehmend

einer halbkreisförmigen Kontur ($a/c = 1$) an, wodurch sich der Spannungsintensitätsfaktor entlang der Rissfront vereinheitlicht. Floer (2003) hat die Rissgeometrie von Stadium I-Rissen in einer β -Titanlegierung durch Längsschliffe bestimmt und dabei ein a/c -Verhältnis von 0,7 bis 0,8 gemessen. Durch Abpolieren der Oberfläche von Ermüdungsproben aus Ti8,6Al hat Wagner (1989) bei kurzen Rissen mit einer Länge von wenigen Korndurchmessern ein sehr heterogenes Risswachstum festgestellt, das schematisch in Bild 2.20 dargestellt ist. Dabei wächst der Risskeim zunächst innerhalb des ersten Kornes (Bild 2.20a und b), bevor die Korn-
grenze an der Oberfläche überschritten wird. Anschließend erfolgt eine oberflächennahe Rissausbreitung im Nachbarkorn, bis die nächste Barriere erreicht ist (Bild 2.20c). Erst dann erfolgt ein Risswachstum in die Tiefe (Bild 2.20d).

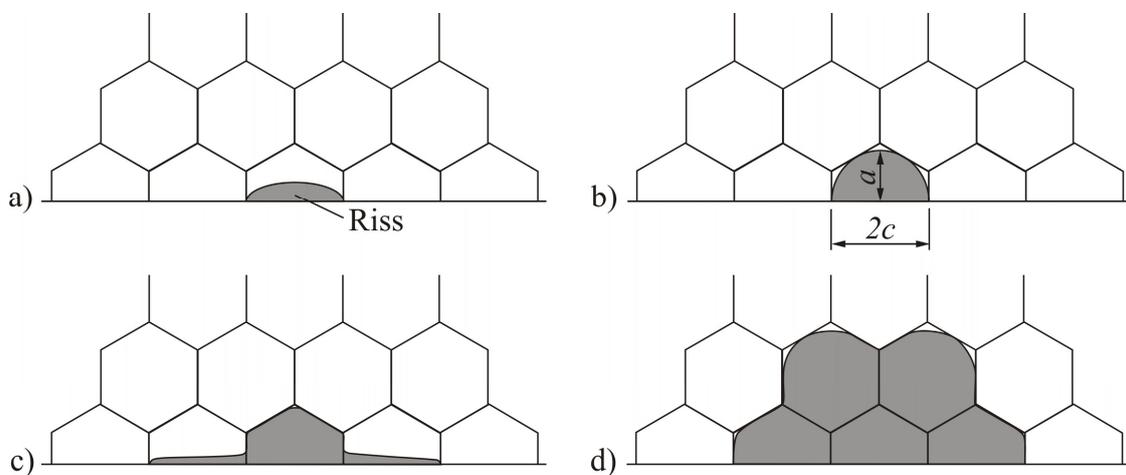


Bild 2.20: Heterogenes Ausbreitungsverhalten von kurzen Oberflächenrissen nach Wagner (1989)

Nachfolgend werden die experimentellen Untersuchungen zur Oberflächenrissausbreitung in dem Duplexstahl 1.4462 vorgestellt, die im Rahmen dieses Gemeinschaftsprojekts am Institut für Werkstofftechnik durchgeführt worden sind.

2.4.2 Ausbreitung von Oberflächenrissen in dem Duplexstahl 1.4462

Der austenitisch-ferritische Duplexstahl 1.4462 (X2 CrNiMoN 22-5-3) ist ein zweiphasiger Werkstoff, dessen Gefüge aus α -Eisen mit kubisch-raumzentrierter und γ -Eisen mit kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur besteht. Er zeichnet sich durch eine gute Korrosionsbeständigkeit und eine im Vergleich zu einphasigen austenitischen Stählen hohe Festigkeit aus. Das Ermüdungsverhalten dieses Werkstoffs ist im Rahmen eines Vorgängerprojektes im HCF-Bereich eingehend untersucht worden (Düber 2007, Düber et al. 2006). Daher beschränken sich die Ausführungen in diesem Abschnitt auf die Mechanismen der Stadium I-Rissausbreitung an und unterhalb der Oberfläche, die im Hinblick auf die Entwicklung eines drei-

dimensionalen Kurzzrissmodells von Bedeutung sind. Für weitergehende Informationen zum Material und zur Versuchsdurchführung wird auf die genannten Quellen verwiesen.

Das mikrostrukturbestimmte Stadium I-Risswachstum findet in dem untersuchten Duplexstahl auf dichtest gepackten Kristallebenen statt. Dies sind in der kubisch-raumzentrierten (krz) Ferrit-Phase vor allem die $\{110\}$ -Ebenen und im kubisch-flächenzentrierten (kfz) Austenit die $\{111\}$ -Ebenen. Ein Beispiel für einen Stadium I-Riss, der sich im Austenit auf einem Gleitband ausgebreitet hat, ist in Bild 2.21 gezeigt (Knobbe 2014). Die Kristallorientierung des risstragenden Kornes ist mit Hilfe der EBSD-Technik bestimmt worden. Eine Auswertung der Daten hat ergeben, dass der Risspfad mit der Spur der (111) -Ebene übereinstimmt. Da der Schmidfaktor mit $S = 0,46$ gleichzeitig hoch ist, liegt hier eine schubspannungskontrollierte Rissausbreitung vor.

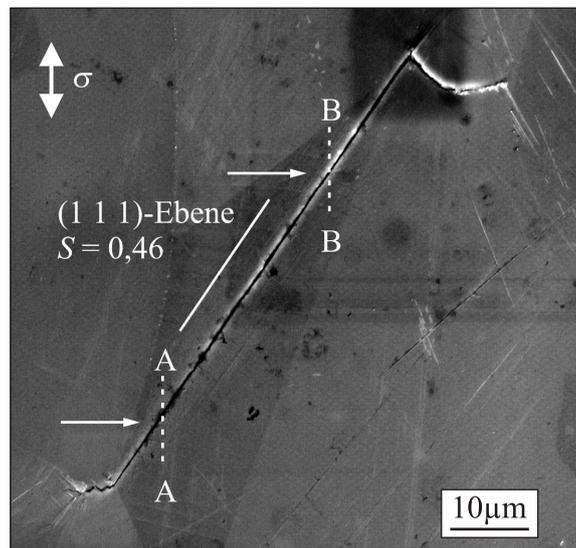


Bild 2.21: Stadium I-Riss im Duplexstahl 1.4462: Risspfad an der Oberfläche

Zur Untersuchung der Rissausbreitung unterhalb der Oberfläche ist das Material im Rissbereich schrittweise mit Hilfe eines fokussierten Ionenstrahls (engl. focussed ion beam, FIB) abgetragen worden. Die Schnitte verlaufen dabei parallel zur Zugachse senkrecht ins Materialinnere. Für die in Bild 2.21 markierten Positionen ist das Ergebnis in Bild 2.22 dargestellt. Es zeigt sich, dass der Riss ohne abzuknicken oder eine Verzweigung senkrecht zur Oberfläche in die Tiefe gewachsen ist. Darüber hinaus ist in Bild 2.22b die räumliche Orientierung der (111) -Ebene dargestellt, die anhand der Orientierungsdaten ermittelt worden ist. Da die Lage der Ebene sehr gut mit dem realen Rissverlauf übereinstimmt, wächst der Riss hier sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere im Stadium I auf einer Gleitebene. Darüber hinaus verläuft eine Gleitrichtung nahezu parallel zur Oberfläche und ist somit günstig für eine Versetzungsbewegung orientiert.

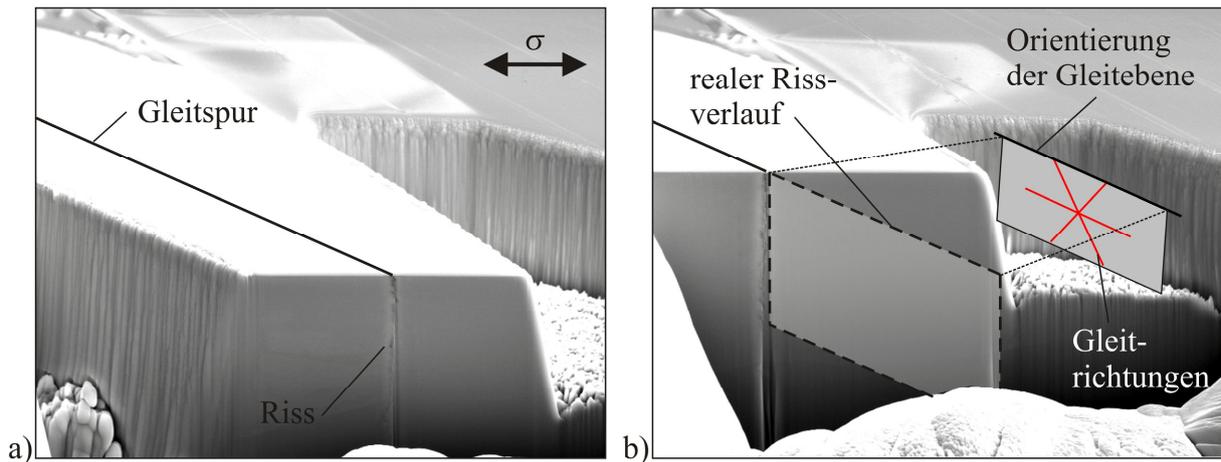


Bild 2.22: Rissausbreitung unterhalb der Oberfläche für den in Bild 2.21 gezeigten Riss an den Positionen a) A - A und b) B - B

In Bild 2.23 ist ein Beispiel für einen weiteren Stadium I-Riss gezeigt, der sich auf einem Gleitband im Ferrit ausbreitet (Düber et al. 2006). Beim Wachstum des Risses über die Korngrenze vom Korn α_1 in das Korn α_2 fällt auf, dass nicht nur die Orientierung der Gleitspuren an der Oberfläche, sondern auch der Verlauf der Gleitebenen in die Tiefe in beiden Körnern nahezu identisch ist. Dementsprechend liegt zwischen diesen Ebenen eine geringe Missorientierung mit kleinem Kipp- und Verdrehwinkel vor, was für eine niedrige Barrierewirkung spricht. Tatsächlich ist der Riss im Ermüdungsversuch ohne eine Verlangsamung über diese Barriere gewachsen. Daher wird die Modellvorstellung von Zhai et al. (2000), wonach eine Korngrenze mit kleinem Verdrehwinkel nur eine geringe Hinderniswirkung besitzt, für den hier betrachteten Duplexstahl bestätigt.

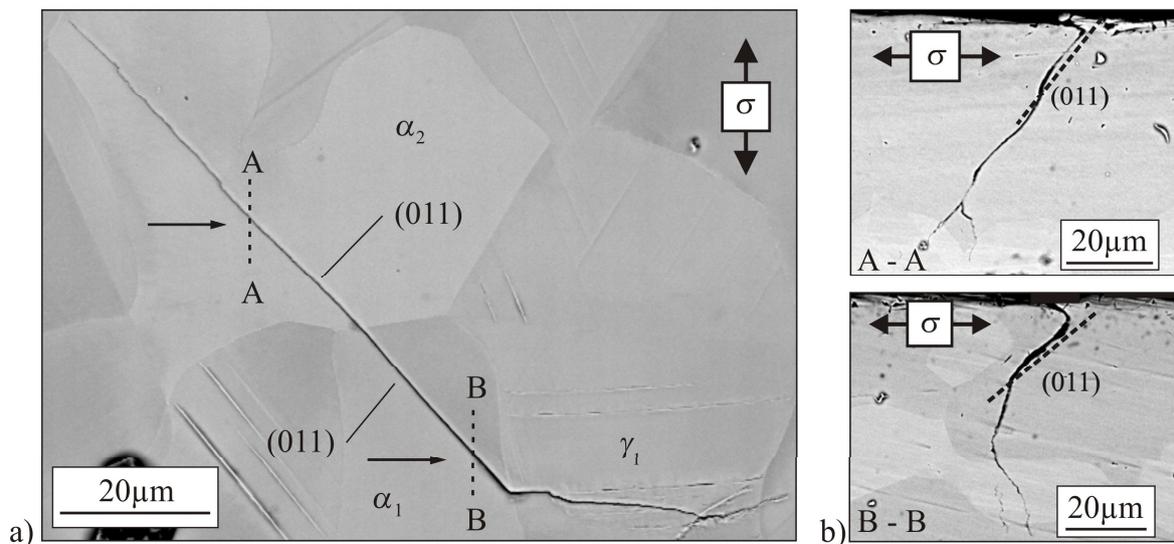


Bild 2.23: Stadium I-Riss im Duplexstahl 1.4462 nach Düber et al. (2006): a) Risspfad an der Oberfläche und b) Querschliff an den eingezeichneten Stellen.

Im Hinblick auf die Simulation der Kurzrisssausbreitung werden im Folgenden zunächst die klassischen Bruchmechanikkonzepte vorgestellt, bevor im darauf folgenden Abschnitt auf Ansätze zur Beschreibung der mikrostrukturabhängigen Kurzrisssausbreitung eingegangen wird.

2.5 Klassische Bruchmechanikkonzepte

Das Ziel von bruchmechanischen Konzepten liegt darin, kritische Werte für das Versagen eines Bauteils unter monotoner Beanspruchung bzw. den Schädigungsfortschritt unter zyklischer Belastung zu definieren. Dementsprechend liegt ein Hauptanwendungsgebiet im Bereich der schadenstoleranten Bauteilauslegung, wo es darum geht, das Ausbreitungsverhalten eines vorhandenen Risses vorherzusagen und Inspektionsintervalle festzulegen. Nachfolgend werden die wichtigsten Konzepte im Bereich der Kontinuumsmechanik vorgestellt.

2.5.1 Das K -Konzept

Das bekannteste und am weitesten verbreitete Bruchmechanikkonzept ist das K -Konzept der linear-elastischen Bruchmechanik. Dieses Konzept geht auf Irwin (1957) zurück, der das singuläre Spannungsfeld um die Rissspitze mit Hilfe von Spannungsintensitätsfaktoren ausdrückt. Dieses Spannungsfeld kann über die Kolosovschen Formeln bestimmt werden und ergibt sich für einen reinen Modus I-Riss zu (Gross und Seelig 2007)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

wobei die Koordinaten r und θ die Umgebung der Rissspitze in Zylinderkoordinaten gemäß Bild 2.24 definieren. In Abhängigkeit vom Beanspruchungszustand an der Rissspitze wird der Belastungsmodus als Index an den Spannungsintensitätsfaktor K angehängt, so dass das Spannungsfeld in (2.13) durch K_I beschrieben wird. Gut zu erkennen ist in dieser Gleichung die für Risse charakteristische $r^{-0,5}$ -Spannungssingularität vor der Rissspitze. Da bei der Herleitung von (2.13) Terme höherer Ordnung vernachlässigt werden, ist die Gültigkeit der Lösung nach außen hin auf den Bereich beschränkt, in dem der singuläre Term dominierend ist. Vergleichbare Lösungen für einen Riss unter Modus II- oder Modus III-Belastung sind ebenso verfügbar (siehe z.B. Gross und Seelig 2007). Treten mehrere Belastungsfälle gleichzeitig auf, so spricht man von einer gemischten Belastung (engl. mixed mode loading).

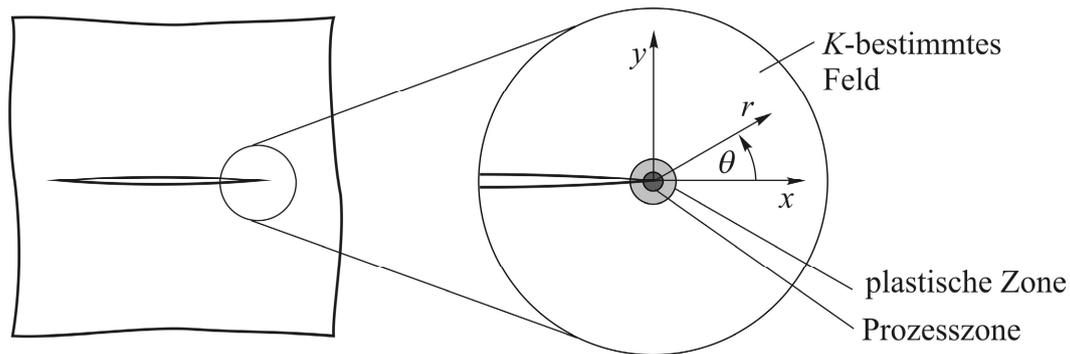


Bild 2.24: Koordinatensystem an der Rissspitze

Der Gültigkeitsbereich des durch den Spannungsintensitätsfaktor bestimmten Feldes ist jedoch nicht nur nach außen, sondern auch nach innen hin begrenzt. Der Grund sind die unbeschränkt großen Spannungen an der Rissspitze, die kein reales Material aufnehmen kann. Aus formaler Sicht wird durch die so verursachten singulären Verzerrungen auch die Bedingung kleiner Verzerrungen im Rahmen der linearen Elastizität verletzt (Gross und Seelig 2007). Vielmehr kommt es vor allem bei duktilen Werkstoffen zu einem Spannungsabbau durch plastische Deformation. Der eigentliche Bruchvorgang findet dann in der Prozesszone statt. Daraus folgt für die praktische Anwendung des Spannungsintensitätsfaktors die Bedingung, dass das K -bestimmte Feld deutlich größer als die Prozesszone und die plastische Zone ist.

Für den Fall eines Risses in einer unendlichen Scheibe unter Modus I-Belastung ergibt sich aus der Berechnung des Spannungsfeldes vor der Rissspitze ein sehr einfacher Ausdruck für den Spannungsintensitätsfaktor:

$$K = \sigma^\infty \sqrt{\pi a} . \quad (2.14)$$

Dabei ist σ^∞ die äußere Beanspruchung und a die halbe Risslänge. Durch Multiplikation mit einem Geometriefaktor oder einer Y -funktion lässt sich der Spannungsintensitätsfaktor auch für komplexere Geometrien bestimmen. Von großer praktischer Bedeutung sind die Spannungsintensitätsfaktoren von Oberflächenrissen, da viele Risse in Bauteilen zunächst an der Oberfläche initiieren und sich näherungsweise ellipsenförmig ausbreiten, ehe sich ein durchgehender Riss bildet. Aufgrund der komplexen Geometrie lässt sich das Rissproblem nun nicht mehr analytisch lösen. In der Literatur finden sich zahlreiche Arbeiten zur numerischen Bestimmung von Spannungsintensitätsfaktoren an Oberflächenrissen. Beispielhaft seien an dieser Stelle die Ergebnisse für Platten mit endlichen Abmessungen nach Raju und Newman (1979) sowie die Lösung für Rissprobleme im unendlichen Halbraum nach Murakami (1985) genannt.

Die große Bedeutung des K -Konzepts beruht vor allem auf der Entdeckung von Paris et al. (1961) und Paris und Erdogan (1963), dass für weite Bereiche der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ die folgende Beziehung zur Rissausbreitungsrate da / dN erfüllt wird:

$$\frac{da}{dN} = C_P \Delta K^{m_P}. \quad (2.15)$$

Die Konstanten C_P und m_P in (2.15) sind abhängig vom Werkstoff und weiteren Einflüssen wie dem Lastverhältnis und der Temperatur und müssen experimentell ermittelt werden. In der bekannten doppelt-logarithmischen Auftragung ergibt sich so ein als Paris-Gerade bezeichneter Bereich, in dem die Rissausbreitungsrate $\log(da / dN)$ linear mit $\log(\Delta K)$ zunimmt (Bild 2.25). Mit Hilfe von empirisch angepassten Gleichungen lässt sich auch der komplette Verlauf der Kurve von Schwellenwert der Langrissausbreitung ΔK_{th} bis hin zum Bruch beschreiben (Erdogan und Ratwani 1970).

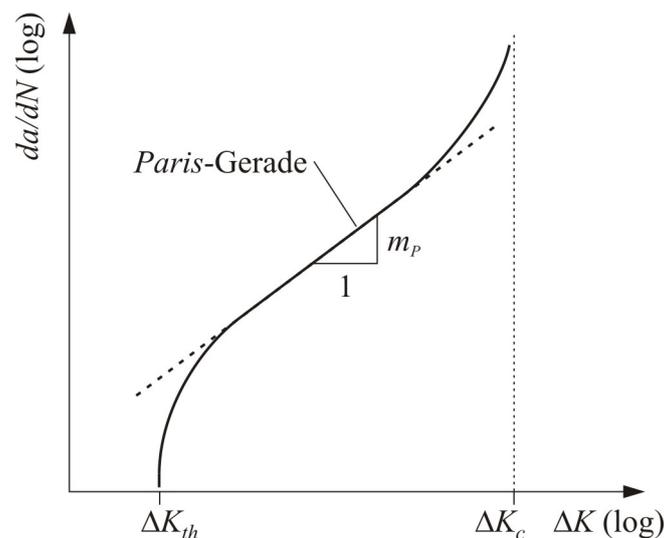


Bild 2.25: Zusammenhang zwischen Rissausbreitungsrate und Spannungsintensitätsfaktor

Die Bedingungen für die Gültigkeit des K -Konzepts werden insbesondere bei langen Rissen gut erfüllt. Bei kurzen Rissen ist dagegen die plastische Zone vor der Rissspitze vielfach nicht mehr klein im Verhältnis zur Risslänge, was zu der Entwicklung elastisch-plastischer Bruchmechanikkonzepte geführt hat.

2.5.2 J -integral

Das J -Integral ist ein von Rice (1968) vorgeschlagenes wegunabhängiges Integral um die Rissspitze, dessen Anwendung auch bei elastisch-plastischem und nicht linear-elastischem

Materialverhalten möglich ist. Zur Bestimmung wird entlang eines beliebigen Integrationspfads S um die Rissspitze das Integral

$$J = \int_S \left(U dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (2.16)$$

berechnet. Dabei ist U die Formänderungsenergiedichte, t_i die Komponente des Spannungsvektors und u_i die des Verschiebungsvektors auf dem Integrationspfad. Das J -Integral ist nicht direkt auf zyklische Beanspruchung übertragbar, da hierdurch die Wegunabhängigkeit verletzt wird. An seiner Stelle kann das Z -Integral (Radaj und Vormwald 2007)

$$Z = (\Delta \sqrt{J})^2 \quad (2.17)$$

zur Beschreibung des Rissfortschritts bei elastisch-plastischem Materialverhalten verwendet werden:

$$\frac{da}{dN} = C_J Z^{m_J} \quad (2.18)$$

Die Parameter C_J und m_J müssen wie im K -Konzept experimentell angepasst werden.

2.5.3 CTOD-Konzept

Eine weitere Möglichkeit zur Berücksichtigung von elastisch-plastischem Materialverhalten bietet das $CTOD$ -Konzept (engl. für crack tip opening displacement), wobei die Rissspitzenöffnung $CTOD$ oder δ_t zur Beschreibung des Rissspitzenzustands genutzt wird. Es wird die Annahme getroffen, dass es zur Rissausbreitung kommt, wenn die Rissspitzenöffnung einen kritischen Wert δ_{tc} erreicht (Gross und Seelig 2007). Analog zu (2.15) und (2.18) lässt sich die Rissausbreitung unter zyklischer Beanspruchung nach

$$\frac{da}{dN} = C_\delta \Delta \delta_t^{m_\delta} \quad (2.19)$$

mit den Parametern C_δ und m_δ beschreiben. Zur Bestimmung der Rissspitzenöffnung unter Modus I-Belastung bei elastisch-plastischem Materialverhalten wird vielfach das Dugdale-Modell verwendet (Dugdale 1960), bei dem die plastische Zone vor der Rissspitze auf einen Fließstreifen projiziert wird (Bild 2.26). Die Länge des Fließstreifens $2l$ und damit die Ausdehnung der plastischen Zone ist dabei zunächst unbekannt. Sie ergibt sich allerdings aus der Bedingung, dass bei elastisch ideal-plastischem Materialverhalten und ebenem Spannungszustand die Fließspannung σ^F an keiner Stelle überschritten werden darf und die Spannungssingularität vor der Rissspitze verschwindet, zu (Bilby et al. 1963):

$$\frac{a}{l} = \cos\left(\frac{\pi\sigma^\infty}{2\sigma^F}\right) \quad (2.20)$$

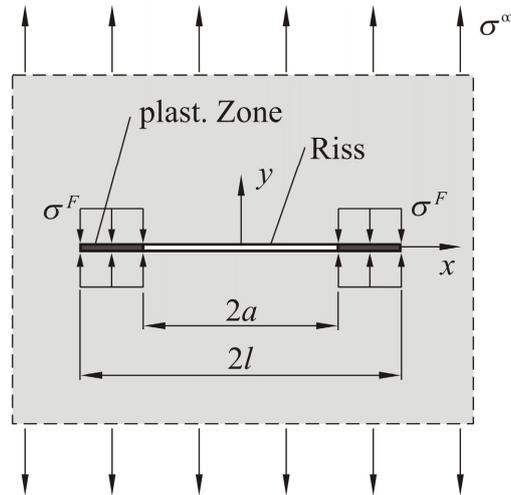


Bild 2.26: Dugdale-Modell eines Risses unter Modus I-Belastung

Durch Integration der Versetzungsdichteverteilung (siehe auch Abschnitt 2.6.3) lässt sich die Verschiebung v^\pm der oberen und unteren Flanke des Risses bzw. Fließstreifens berechnen. Das Ergebnis lautet nach Bilby et al. (1963):

$$v^\pm(x) = \pm \frac{\kappa+1}{4\pi G} \sigma^F \left(x \ln \left| \frac{a\sqrt{l^2-x^2} - x\sqrt{l^2-a^2}}{a\sqrt{l^2-x^2} + x\sqrt{l^2-a^2}} \right| - a \ln \left| \frac{\sqrt{l^2-a^2} - \sqrt{l^2-x^2}}{\sqrt{l^2-a^2} + \sqrt{l^2-x^2}} \right| \right), \quad (2.21)$$

mit $|x| < l$

Dabei gilt für den ebenen Spannungszustand (ESZ) $\kappa = (3+\nu)/(1-\nu)$ und für den ebenen Verzerrungszustand (EVZ) $\kappa = (3-4\nu)$. G und ν bezeichnen den Schubmodul und die Querkontraktionszahl. Aus (2.21) ergibt sich eine Rissspitzenöffnung an der Stelle $x = \pm a$ von:

$$\delta_i = v^+(a) - v^-(a) = \frac{\kappa+1}{\pi G} \sigma^F a \ln\left(\frac{l}{a}\right). \quad (2.22)$$

Durch Bestimmung des J -Integrals für einen Dugdale-Riss ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen J und δ_i :

$$J = \sigma^F \delta_i. \quad (2.23)$$

Für hinreichend kleine Belastungen wird die plastische Zone so klein, dass Kleinbereichsfließen vorliegt. In diesem Fall gehen die Kriterien der elastisch-plastischen Bruchmechanik in die der linearen Bruchmechanik über:

$$\delta_t = \frac{K_I^2}{E' \sigma^F}, \quad J = \frac{K_I^2}{E'}, \quad (2.24)$$

mit $E' = E$ für den ESZ und $E' = E / (1 - \nu^2)$ für den EVZ.

Die Lösung für einen Dugdale-Riss unter Modus II-Belastung ergibt sich analog zu (2.21) indem nun eine äußere Spannung τ_{xy}^∞ anstelle von σ^∞ angenommen wird und die Fließspannung σ^F durch die Fließschubspannung τ^F ersetzt wird. Die allgemeine Lösung für einen Dugdale-Riss unter gemischter Belastung kann ebenfalls analytisch bestimmt werden (Becker und Gross 1988).

Die Ansätze der elastisch-plastischen Bruchmechanik sind im Gegensatz zum K -Konzept in der Lage, das Ausbreitungsverhalten mechanisch kurzer Risse, bei denen die plastische Zone im Verhältnis zur Risslänge nicht klein ist, zuverlässig zu beschreiben. Da allerdings das Material als Kontinuum mit homogenen Eigenschaften angesehen wird, werden die in Abschnitt 2.2 dargestellten Effekte der Mikrostruktur nicht berücksichtigt. Dieser Mangel hat zu der Entwicklung von Kurzrissmodellen geführt, die mikrostrukturelle Einflüsse mit erfassen.

2.6 Kurzrissmodelle

In der Literatur finden sich zahlreiche Modelle, die das Ausbreitungsverhalten mikrostrukturell kurzer Risse beschreiben. Im Folgenden wird ein Überblick über einige Modellierungsansätze gegeben. Diese lassen sich anhand ihres Abstraktionsgrades differenzieren, wobei hier eine Einteilung in

- empirische Modelle,
- mechanistische Modelle auf Basis von diskreten Versetzungen und
- mechanistische Modelle mit kontinuumsmechanischer Beschreibung der plastischen Verformung

vorgenommen wird. Detailliert wird vor allem auf Modelle der letzten Gruppe eingegangen, da diese für die mechanismenorientierte Simulation der Rissausbreitung in dieser Arbeit von besonderer Bedeutung sind. Für eine umfassende Zusammenfassung von Kurzrissmodellen sei auf die Dissertationen von Anthes (1997) und Schick (2004), die Übersichtsartikel von Hussain (1997) und McEvily (1998) sowie das Lehrbuch von Radaj und Vormwald (2007) verwiesen.

2.6.1 Empirische Kurzrissmodelle

Ein einfaches, rein empirisches Modell stammt von Hobson und Brown (Hobson 1982, Brown 1986, Hobson et al. 1986). In diesem Modell wird die Rissausbreitungsrate im ersten Korn im Wesentlichen durch den Abstand der Risspitze zur Korngrenze bestimmt, so dass sich folgende Beziehung zur Beschreibung der Rissausbreitung ergibt:

$$\frac{d2a}{dN} = C_H (d_H - 2a). \quad (2.25)$$

Dabei steht d_H für den Abstand zwischen zwei mikrostrukturellen Barrieren. Durch Anpassung der Konstanten C_H hat sich sowohl für einen kohlenstoffarmen Stahl, als auch für eine Aluminiumlegierung eine gute Übereinstimmung mit experimentellen Daten ergeben. Die Grundidee ist seitdem von zahlreichen Autoren aufgegriffen und erweitert worden. In Grabowski und King (1992) werden zusätzlich so genannte weiche Barrieren innerhalb eines Kornes berücksichtigt, vor denen sich das Risswachstum weniger stark verlangsamt als vor einer Korngrenze. Von Murtaza und Akid (1995) wird das Modell dahingehend erweitert, dass sich das mikrostrukturbestimmte Kurzrisswachstum über mehrere Körner erstrecken kann. Da jeweils der Abstand zur nächsten Barriere entscheidend für die Risswachstumsrate ist, kommt es zu einem langsamen Absinken der Risswachstumsrate vor der Korngrenze und einem sprunghaften Anstieg nach deren Überwindung. Eine Ausdehnung des Modells auf zweidimensionale Mikrostrukturen stammt von Ahmadi und Zenner (2005), wobei der Parameter C_H von der Schwingbreite der Schubspannung auf dem risstragenden Gleitband abhängt.

Ein Nachteil der aufgeführten Modelle ist, dass die Konstante C_H jeweils an experimentell ermittelte Risswachstumsdaten angepasst werden muss, so dass eine Lebensdauervorhersage nur für vergleichbare Gefügestände gültig ist. Die Mechanismen der Rissausbreitung werden dagegen nicht erfasst.

2.6.2 Mechanistische Kurzrissmodelle auf Basis von diskreten Versetzungen

Im Gegensatz dazu wird bei rein mechanistischen Modellen die lokale plastische Deformation auf dem Gleitband vor der Risspitze sehr detailliert mit Hilfe von diskreten Versetzungen modelliert. Zu diesen Modellen zählt das bereits in Abschnitt 2.2.2 gezeigte Modell von Wilkinson et al. (1998), bei dem die Entstehung jeder einzelnen Versetzung und deren Bewegung sowie die Wechselwirkung mit anderen Versetzungen nachgebildet wird. So kommt es unter zyklischer Belastung, wie oben erläutert, zur Bildung von Versetzungsdipolen des Leer-

stellentyps vor der Rissspitze, woraus sich direkt die Rissausbreitung pro Belastungszyklus ergibt. Daher wird das Kurzrisswachstum in diesem Modell physikalisch sehr schlüssig beschrieben. Dieser Modellansatz wird von Doquet (1999) dahingehend erweitert, dass auch die Barrierewirkung von Korngrenzen sowie die Reibung zwischen den Rissflanken mit berücksichtigt werden.

Während sich das Spannungsfeld aufgrund des Risses in den Arbeiten von Doquet und Wilkinson noch aus dem Spannungsintensitätsfaktor ergibt, wird der Riss von Bjerken und Melin (2003, 2004) explizit mit Hilfe von Versetzungsdipolen modelliert. Durch diese Kopplung von Versetzungsdipolen und diskreten Versetzungen wird die Berücksichtigung komplexerer Rissgeometrien ermöglicht. Zunächst wird jedoch ein einfacher Oberflächenriss unter Modus I-Belastung simuliert, an dessen Rissspitze sich jeweils ein nach oben bzw. unten geneigtes Gleitband befindet. Durch Abgleitung von diskreten Versetzungen auf diesen Gleitbändern tritt unter zyklischer Belastung eine Abstumpfung der Rissspitze sowie eine anschließende Wiederanspitzung ein, die aufgrund der Irreversibilität der plastischen Verformung zum Rissfortschritt führt. In der Erweiterung des Modells von Hanson und Melin (2005, 2006) wird ein Stadium I-Riss auf einer Gleitebene betrachtet, an dessen Spitze wiederum eine Abgleitung auf zwei Gleitebenen möglich ist (Bild 2.27a). Gemäß des Mechanismus von Wilkinson et al. (1998) kann sich der Riss auf jedem dieser Gleitbänder durch Versetzungsbewegung und -annihilation ausbreiten (Bild 2.27b und c). In Abhängigkeit von der Orientierung der Gleitebenen und dem Schmidfaktor wächst der Riss dann durch Einfachgleitung oder durch einen Wechselgleitmechanismus, der einen zickzackförmigen Risspfad zur Folge hat.

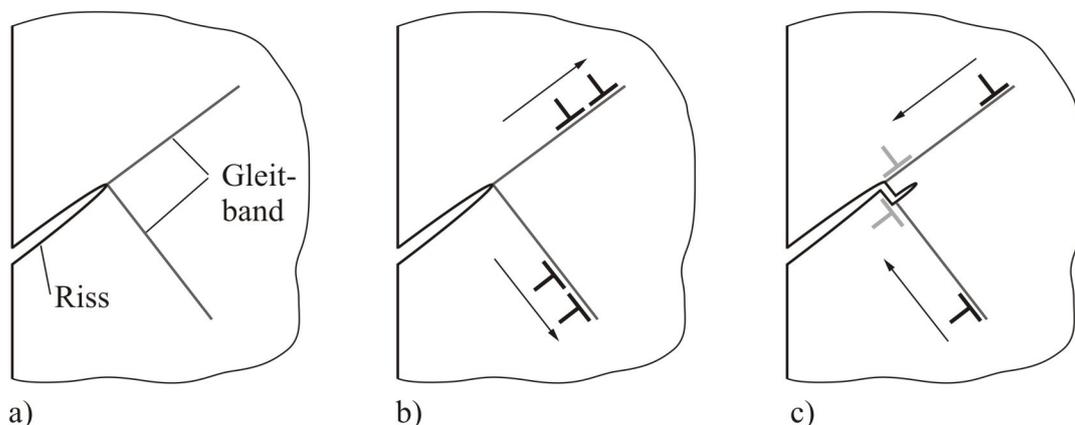


Bild 2.27: Kurzrissmodell nach Hanson und Melin (2005, 2006): a) Riss mit Gleitbändern, b) Versetzungsbewegung unter Zugbelastung und c) Druckbelastung mit Annihilation und Risswachstum

Weitere Arbeiten auf der Basis von diskreten Versetzungen stammen von Pippan (1991, 1992), wo der Schwellenwert für Rissausbreitung unter zyklischer Beanspruchung hergeleitet wird.

Der große Vorteil dieser rein mechanistischen Modellansätze ist, dass sie das Risswachstum sehr detailliert abbilden. Aufgrund ihrer hohen Komplexität und dem damit verbundenen Rechenaufwand erscheint es jedoch nahezu unmöglich, mit diesen Modellen komplexere Rissgeometrien wie Risspfade durch mehrere Körner oder dreidimensionale Risse zu simulieren.

2.6.3 Mechanistische Kurzrissmodelle mit kontinuumsmechanischer Beschreibung der plastischen Verformung

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Modelle werden ebenfalls zu den mechanistischen Modellen gezählt, da sich der Rissfortschritt weiterhin aus der lokalen plastischen Deformation vor der Rissspitze ergibt. Allerdings wird die Abgleitung nicht wie oben mit Hilfe von diskreten Versetzungen, sondern kontinuumsmechanisch auf Basis einer kontinuierlichen Verteilung von Versetzungen ermittelt.

Das Modell von Taira, Tanaka und Nakai

In dem analytischen Modell von Taira et al. (1978) wird ein Stadium I-Riss auf einem Gleitband innerhalb eines Kornes unter Modus II-Belastung betrachtet. In dem Fließstreifen wird linear-elastisch, ideal-plastisches Materialverhalten angenommen, so dass es bei Erreichen der Fließschubspannung τ^F zur Abgleitung kommt. Da die Rissflanken als reibungsfrei angesehen werden, verschwinden die Schubspannungen in diesem Bereich. Der Einfluss der Mikrostruktur wird in diesem Modell berücksichtigt, indem die Ausdehnung der plastischen Zone durch die Korngrenzen blockiert wird. Dieses Modell wird von Tanaka et al. (1986) erweitert, so dass sich die plastische Zone über die Korngrenze hinaus ausdehnen kann, bis sie schließlich von der nächsten Barriere aufgehalten wird. So ergeben sich insgesamt die folgenden vier Lastfälle:

1. Der Riss befindet sich auf einem Gleitband innerhalb eines Kornes und die Ausdehnung der plastischen Zone wird nicht durch eine Korngrenze blockiert, so dass sich ein Gleichgewicht einstellt (Bild 2.28a).
2. Die Ausdehnung der plastischen Zone wird durch die erste Korngrenze beschränkt (Bild 2.28b).

3. Das Gleitband hat die erste Korngrenze überschritten und es stellt sich aufgrund der Ausdehnung der plastischen Zone in das Nachbarkorn hinein ein Gleichgewicht ein.
4. Das Gleitband hat die erste Korngrenze überschritten und wird durch die darauf folgende Korngrenze blockiert.

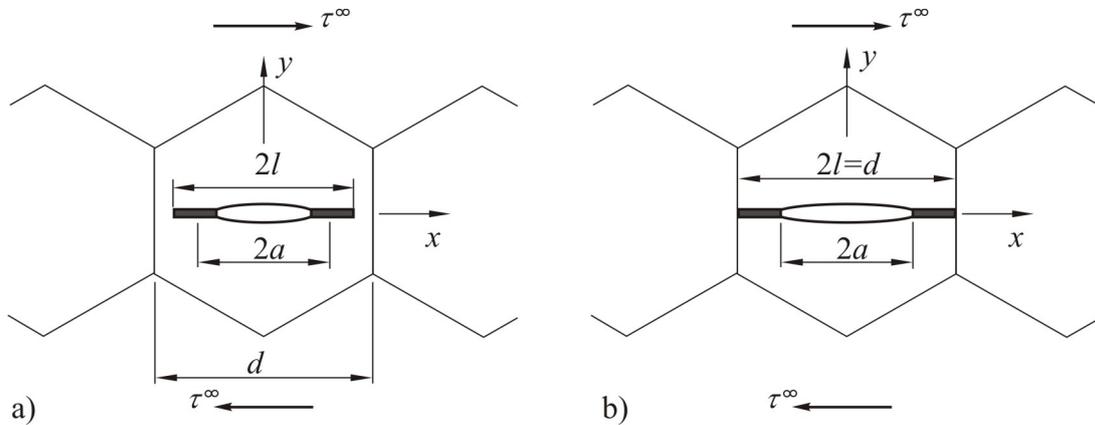


Bild 2.28: Riss auf einem Gleitband unter Modus II-Belastung a) ohne und b) mit Blockierung der plastischen Zone durch die Korngrenze (nach Tanaka et al. 1986).

Die Lösung für den ersten Fall entspricht der oben gezeigten Lösung nach Bilby et al. (1963) für einen Riss unter Modus II-Belastung. Die Versetzungsdichteverteilung ergibt sich in diesem Fall zu

$$f(x) = \frac{2 \tau^F (1-\nu)}{\pi G} \cdot \ln \left| \frac{x\sqrt{l^2 - a^2} + a\sqrt{l^2 - x^2}}{x\sqrt{l^2 - a^2} - a\sqrt{l^2 - x^2}} \right|, \quad (2.26)$$

wobei l die Länge der plastischen Zone nach Gleichung (2.20) ist. Für den zweiten Fall eines blockierten Gleitbandes erstreckt sich die plastische Zone bis zur Korngrenze, so dass die Gleitbandlänge $2l$ gleich dem Korndurchmesser d ist. In der Lösung für die Versetzungsdichte wird ein zusätzlicher Term hinzugefügt, der dem Versetzungsaufstau vor der Korngrenze Rechnung trägt (Taira et al. 1978):

$$f(x) = \frac{2 \tau^F (1-\nu)}{\pi G} \cdot \ln \left| \frac{x\sqrt{l^2 - a^2} + a\sqrt{l^2 - x^2}}{x\sqrt{l^2 - a^2} - a\sqrt{l^2 - x^2}} \right| + \frac{2 \tau^\infty (1-\nu)}{G} \cdot \frac{x}{\sqrt{l^2 - x^2}} \left[1 - \frac{2\tau^F}{\pi\tau^\infty} \arccos \left(\frac{a}{l} \right) \right]. \quad (2.27)$$

Die aus diesen Gleichungen resultierenden Versetzungsdichteverteilungen sind in Bild 2.29 für einen Riss der Länge $2a = d/2$ dargestellt. Bei der Lösung nach (2.26) ist die Versetzungsdichte an den Enden der plastischen Zone gleich Null. Dies folgt aus der Randbedingung, dass die Spannungssingularität in der elastisch-plastischen Lösung verschwindet. Im Gegensatz dazu kommt es im Lastfall 2 aufgrund der Gleitbandblockierung zu einem Versetzungsaufstau

vor der Korngrenze mit einem singulären Verlauf der Versetzungsdichteverteilung nach Gleichung (2.27).

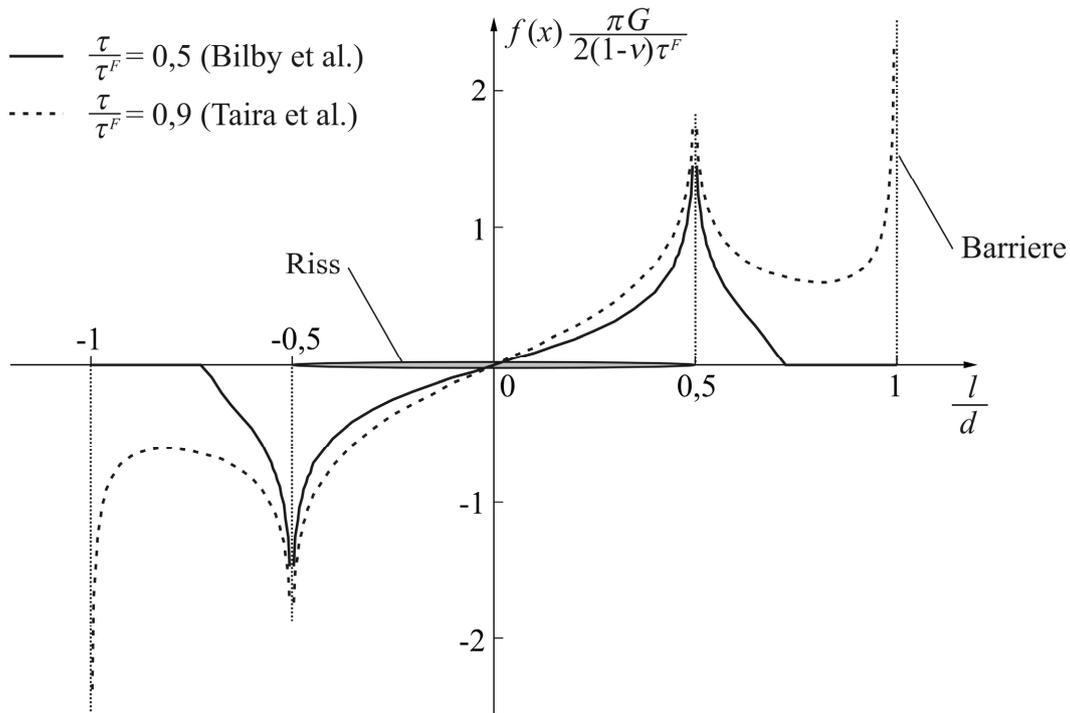


Bild 2.29: Versetzungsdichteverteilung für eine ungehinderte Ausdehnung der plastischen Zone und ein blockiertes Gleitband.

Bei den Lastfällen 3 und 4 wird außerdem berücksichtigt, dass ein Gleitband im Nachbarkorn ungünstig orientiert sein kann und somit durch eine geringere äußere Schubspannung belastet wird. Für den vereinfachten Fall einer konstanten Schubbeanspruchung entspricht die Lösung jedoch den Lastfällen 1 und 2, wobei die Gleitbandlänge im vierten Fall $2l = 3d$ beträgt. Daher wird an dieser Stelle auf eine Angabe der Gleichungen verzichtet und auf Tanaka et al. (1986) verwiesen. Die Verschiebung auf dem Gleitband lässt sich durch Integration der Versetzungsdichteverteilung nach (2.26) und (2.27) ermitteln. Daraus ergibt sich nun die Rissspitzenableitung $CTSD$ für den Lastfall 2, indem $x = a$ gesetzt wird:

$$CTSD = \frac{4(1-\nu)}{\pi G} \tau^F a \ln\left(\frac{l}{a}\right) + \frac{2\tau^\infty(1-\nu)}{G} \sqrt{l^2 - a^2} \cdot \left[1 - \frac{2\tau^F}{\pi\tau^\infty} \arccos\left(\frac{a}{l}\right)\right] \quad (2.28)$$

Die Lösung für den Lastfall 1 ergibt sich durch Weglassen des zweiten Terms in (2.28) (siehe auch (2.22)).

In Übereinstimmung mit der Modellvorstellung von Wilkinson et al. (1998) wird die zyklische Rissspitzenableitung $\Delta CTSD$ von Tanaka et al. (1986) als Maß für die Schädigung angesehen und ein Risswachstumsgesetz der Form

$$\frac{da}{dN} = C \Delta CTSD^m \quad (2.29)$$

verwendet. C und m sind dabei werkstoffsspezifische Konstanten mit $m \geq 1$. Die Autoren berechnen mit diesem Modell die Rissspitzenabgleitung für einen wachsenden Riss, der sich über eine Korngrenze hinaus ausbreitet. Die Simulationen werden für verschiedene Spannungsamplituden sowie erhöhte Fließschubspannungen im Nachbarkorn durchgeführt. Dabei kommt es zum Teil zu einem signifikanten Absinken der Rissspitzenabgleitung vor der Korngrenze.

Darüber hinaus verwenden die Autoren das Modell auch für mikrostrukturell kurze Stadium II-Risse unter Modus I-Belastung. In diesem Fall kommt es vor der Risspitze zu einer plastischen Verformung auf mehreren günstig orientierten Gleitebenen, was zu einer Risspitzenöffnung führt (Bild 2.30a). Diese Situation wird im Modell vereinfacht über einen Fließstreifen in Verlängerung des Risses erfasst (Bild 2.30b). Daraufhin kommt es zu einer plastischen Verformung, wenn die Normalspannung die Fließgrenze erreicht. Zusätzlich zum oben beschriebenen Dugdale-Modell wird hier jedoch auch der Mikrostruktureinfluss berücksichtigt, indem die plastische Zone durch die Korngrenze begrenzt wird. Analog zum Dugdale-Modell nach (2.19) wird auch hier die zyklische Risspitzenöffnung $\Delta CTOD$ als treibende Kraft für das Risswachstum gesehen.

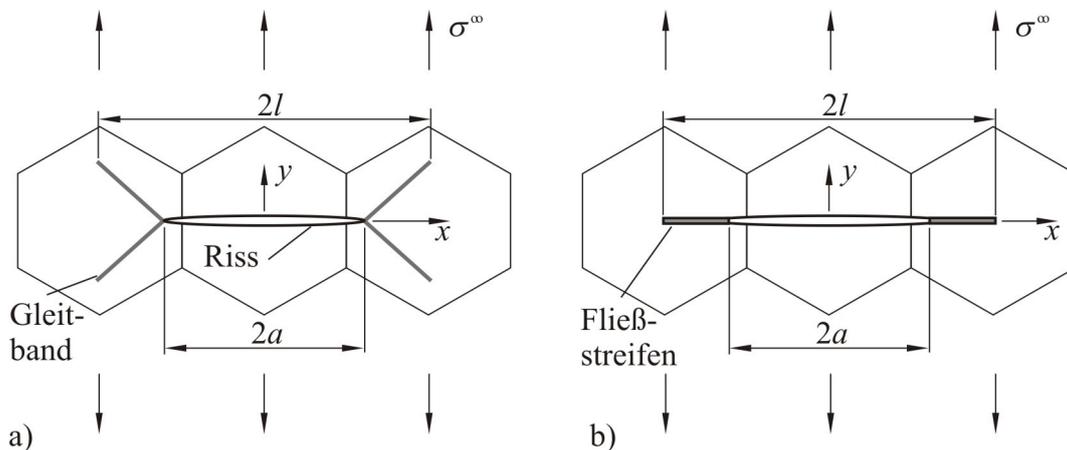


Bild 2.30: a) Modell für mikrostrukturell kurzen Stadium II-Riss und b) vereinfachte Modellierung der plastischen Zone als Fließstreifen (nach Tanaka et al. 1986).

Das Modell von Navarro und de los Rios

In dem Kurzrissmodell von Navarro und de los Rios (1988a) wird das Risswachstum auf ähnliche Weise beschrieben. Es wird von einem reibungsfreien Stadium I-Riss auf einem Fließstreifen unter Modus II-Belastung ausgegangen, dessen Ausdehnung durch Korngrenzen eingeschränkt wird. Da die mikrostrukturelle Fließschubspannung auf einem Gleitband in der

Regel deutlich kleiner als die außen anliegende Schubspannung ist, ergibt sich die Lösung des Rissproblems immer aus dem Fall eines blockierten Gleitbandes nach Taira et al. (1978).

Das entscheidend Neue an diesem Modell ist der Mechanismus zur Beschreibung des Risswachstums über eine Korngrenze. Aufgrund der Versetzungsverteilung werden auch in der Umgebung des Risses und im Nachbarkorn Schubspannungen induziert. Diese weisen bedingt durch die Gleitbandblockierung und dem damit verbundenen Versetzungsaufstau einen singulären Verlauf in der Verlängerung des Gleitbandes hinter der Korngrenze auf. Die Idee ist nun, dass ein neues Gleitband im Nachbarkorn aktiviert wird, sobald die Schubspannung in einer Versetzungsquelle im Nachbarkorn mit dem Abstand r_0 zur Korngrenze einen kritischen Wert τ^c erreicht. Anschließend gilt die Korngrenze als durchbrochen und die plastische Zone kann sich ungehindert bis zur nächsten Barriere ausbreiten. Die Schubspannung auf die Versetzungsquelle ergibt sich aus der Versetzungsdichteverteilung unter der Annahme, dass $r_0 \ll d$ ist, zu:

$$\tau^Q(r_0) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d}{r_0}} \left[\tau^\infty - \frac{2}{\pi} \tau^F \arccos \left(\frac{a}{l} \right) \right] + \tau^F. \quad (2.30)$$

Da der erste, dominierende Term in (2.30) proportional zu $r_0^{-0,5}$ ist, entspricht das Kriterium folglich einer kritischen Spannungsintensität, die zur Ausdehnung der plastischen Zone über eine Korngrenze hinaus erreicht werden muss. Nach (2.30) nimmt die Schubspannung τ^Q mit der Risslänge zu, so dass der Maximalwert erreicht wird, wenn der Riss direkt vor der Korngrenze steht. An dieser Stelle lässt sich eine direkte Beziehung zur Dauerfestigkeit σ^D des Materials herstellen. Diese ist nach Ansicht von Navarro und de los Rios (1988a) genau dann erreicht, wenn die kritische Schubspannung τ^c in einer Versetzungsquelle nicht mehr erreicht wird, so dass der mikrostrukturelle Risskeim an der ersten Korngrenze stehen bleibt. Um eine mögliche ungünstige Orientierung einer Gleitebene im Nachbarkorn in ihrem eindimensionalen Modellansatz zu berücksichtigen, bestimmen die Autoren die tatsächlich erforderliche Quellenspannung zur Aktivierung einer Gleitebene aus dem Wert für τ^c und einem Orientierungsfaktor m^* :

$$\tau^Q(r_0) = \frac{1}{2} m^* \tau^c. \quad (2.31)$$

Da die Überschreitung der ersten Korngrenze bei einer Beanspruchung im Bereich der Dauerfestigkeit nur bei optimal orientierten Gleitbändern erfolgen kann, verwenden Navarro und de los Rios (1988a) für m^* den Sachs-Faktor, der für Werkstoffe mit kubisch flächenzentrierter Kristallstruktur einen Wert von $m^* = 2,2$ besitzt (Gottstein 2007). Zur Simulation der Riss-

ausbreitung über mehrere Körner stellen Navarro und de los Rios die These auf, dass sich die plastische Zone bei einem kritischen Verhältnis $n^c = a/l$ auf das Nachbarkorn ausdehnt. In Anlehnung an die Lösung von Bilby et al. (1963) wird für n^c folgende Beziehung vorgeschlagen:

$$n^c = \cos \left[\frac{\pi}{2} \frac{\tau^\infty - \frac{\sigma^D}{2\sqrt{i}}}{\sigma_{comp}} \right] \quad \text{mit } i = 1, 3, 5, \dots \quad (2.32)$$

Dabei steht i für die Anzahl der Körner, über die sich die plastische Zone erstreckt, während $\sigma_{comp} > \tau^\infty$ eine Vergleichsspannung darstellt. Auf diese Weise nimmt der Einfluss der Mikrostruktur mit zunehmendem i ab, so dass der Übergang zum Langrisswachstum automatisch erfolgt. Dieser Zusammenhang wird in Bild 2.31 verdeutlicht, wo die mit dem Modell berechnete Rissspitzenableitung dimensionslos über der Risslänge dargestellt ist.

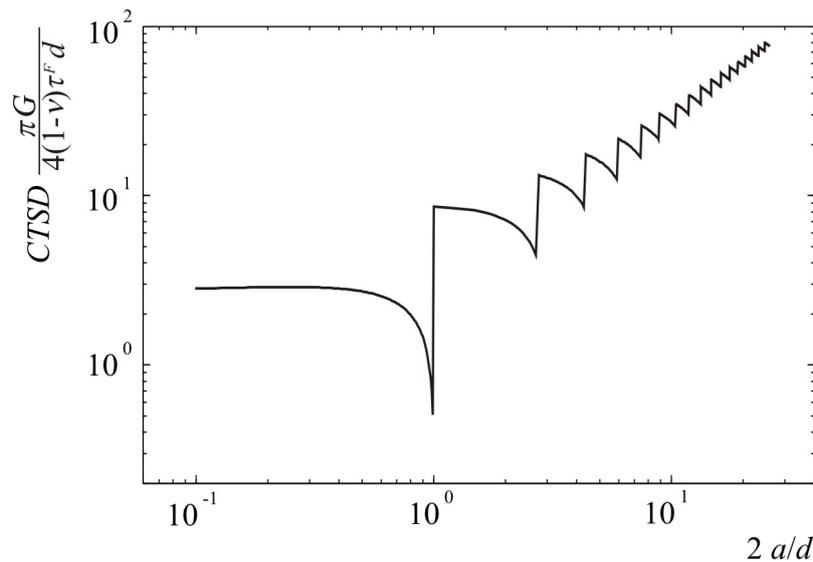


Bild 2.31: Simulation der Rissspitzenableitung für einen wachsenden Riss mit dem Modell von Navarro und de los Rios (1988a).

Das Modell ist von den Autoren dahingehend erweitert worden, dass die mikrostrukturelle Fließspannung zwischen den einzelnen Körnern variieren kann (Navarro und de los Rios 1988b). Darüber hinaus wird der Einfluss der Kornorientierung, der über den Faktor m^* erfasst wird, genauer untersucht. Durch Vergleich mit experimentellen Daten schlagen die Autoren eine kontinuierliche Erhöhung von m^* vor (de los Rios und Navarro 1990).

Das Modell wird von Wilkinson (2001) in modifizierter Form angewendet, um den Textureinfluss auf das Stadium I-Risswachstum zu untersuchen. Dabei wird von einer zufälligen Orientierungsverteilung der Körner ausgegangen, aus der sich die Lage der einzelnen Gleitsysteme

ergibt. Es wird angenommen, dass sich der Riss auf dem Gleitsystem mit dem größten Schmidfaktor S_{max} ausbreiten wird und dementsprechend $m^* = 1 / S_{max}$ gilt.

Das Modell von Schick und Künkler

Ein entscheidender Nachteil der bisher in diesem Abschnitt vorgestellten Modelle ist, dass diese das Rissproblem lediglich eindimensional abbilden und so wesentliche Aspekte wie das rauigkeitsinduzierte Riss schließen vernachlässigen. Auch das für Stadium I-Risse charakteristische Abknicken an Korngrenzen wird lediglich qualitativ über den Faktor m^* mit erfasst.

Aus diesem Grund ist von Schick (2004) ein Modell für Stadium I-Risse entwickelt worden, das die Grundidee des Modells von Navarro und de los Rios auf beliebige zweidimensionale Rissgeometrien erweitert. In Abhängigkeit von der Orientierung der Gleitbänder kommt es dabei zu einem Abknicken des Risses beim Überschreiten einer Korngrenze. Darüber hinaus wird neben einer Tangentialverschiebung auch eine Rissöffnung sowie geometrisches Riss schließen berücksichtigt. Zur Lösung des Rissproblems wird ein numerisches Verfahren basierend auf Versetzungsdipol-Randelementen angewendet. Von Künkler (2007) wird der Modellansatz, der ursprünglich nur für einphasige Werkstoffe anwendbar war, auf zweiphasige Gefüge erweitert, wobei explizit zwischen der Barrierewirkung einer Korn- und einer Phasengrenze unterschieden wird.

Darüber hinaus wird die Aktivierung sekundärer Gleitsysteme an der Risspitze erlaubt, wodurch der Übergang zur Stadium II-Rissausbreitung physikalisch begründet beschrieben wird (Künkler 2007, Künkler et al. 2008, Bild 2.32a). Anschließend erfolgt die mikrostrukturelle Kurzrissausbreitung in einem Wechselgleitmechanismus, wobei sich die Rissausbreitung nach jedem Zyklus aus der Risspitzenablenkung auf den aktiven Gleitebenen an der Risspitze ergibt (Bild 2.32b und c). Der Grundgedanke des Modells ist somit vergleichbar mit dem von Hanson und Melin (2005, 2006) (Bild 2.27). Durch die vereinfachte kontinuumsmechanische Beschreibung der plastischen Zone ist es mit dem Modell von Künkler jedoch möglich, das Risswachstum über eine Vielzahl von Körnern zu simulieren, wodurch eine mechanismenorientierte Lebensdauervorhersage erst möglich wird. Eine Vergleichsrechnung zwischen dem kontinuumsmechanischen Ansatz und der detaillierten Modellierung mittels diskreter Versetzungen ist von Hanson und Melin (2008) durchgeführt worden. Dabei haben sich nur geringe Differenzen ergeben, so dass die vereinfachte Simulation mit Versetzungsdipol-Randelementen zulässig ist.

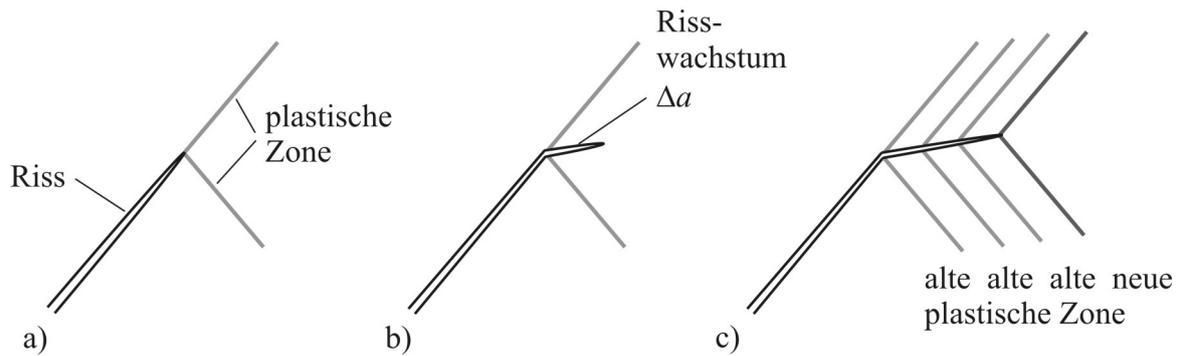


Bild 2.32: Mikrostrukturbasierte Kurzrisserweiterung im Stadium Ib nach Künkler (2007): a) Riss mit aktiven Gleitbändern, b) Risswachstum und c) abgelenkter Riss nach mehreren Zyklen

2.6.4 Bewertung der Kurzrisssmodelle

Ein Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines mechanismenorientierten Modells zur Simulation der mikrostrukturbestimmten Kurzrisserweiterung in der Titanlegierung Ti6Al4V. Im Hinblick darauf ergibt sich folgende Bewertung der oben vorgestellten Modellansätze:

Die in Abschnitt 2.6.1 vorgestellten empirischen Ansätze sind prinzipiell in der Lage, das abnormale Ausbreitungsverhalten von Stadium I-Rissen abzubilden. Da die Mechanismen der Risserweiterung jedoch nicht berücksichtigt werden, sind sie für den in dieser Arbeit gewählten Ansatz ungeeignet.

Die Modelle in 2.6.2 bilden die Abgleitung im Gleitband sehr detailliert mit Hilfe von diskreten Versetzungen ab. Der große Vorteil dieser Modelle ist, dass sich der Rissfortschritt direkt aus der Versetzungsbewegung ergibt. Allerdings sind aufgrund der Komplexität der Modelle derzeit nur relativ einfache Rissprobleme lösbar.

Durch den vereinfachten kontinuumsmechanischen Ansatz zur Beschreibung der plastischen Verformung auf einem Gleitband ermöglichen die in 2.6.3 vorgestellten Modelle eine Simulation der Risserweiterung über eine Vielzahl an Körnern. Aus diesem Grund stellen diese aus Sicht des Autors den besten Kompromiss im Hinblick auf eine mechanismenorientierte Modellierung der Risserweiterung in der Legierung Ti6Al4V dar. Dabei bietet insbesondere der zweidimensionale Ansatz von Schick (2004) und Künkler (2007) die Möglichkeit, den Einfluss einzelner Gefügeparameter auf die Risserweiterung gezielt zu untersuchen.

Aus diesem Grund wird das Modell von Schick (2004) als Grundlage für die Modellentwicklung gewählt und daher in Kapitel 3 noch einmal detailliert vorgestellt. Anschließend wird das Modell in Kapitel 4 zur Simulation der Kurzrisserweiterung in der Titanlegierung Ti6Al4V erweitert.

Ein großer Nachteil aller in diesem Abschnitt vorgestellten Kurzzrissmodelle ist jedoch, dass sie das dreidimensionale Phänomen der Rissausbreitung lediglich ein- bzw. zweidimensional beschreiben. Dabei gehen, wie in Abschnitt 2.4 gezeigt, wichtige Einflussgrößen wie die Risstiefe oder die Orientierung der Gleitebenen unterhalb der Materialoberfläche verloren. Aus diesen Gründen wird in Kapitel 6 ein neues dreidimensionales Modell vorgestellt, das diese wesentlichen Einflüsse mit einbezieht.

3 Ein zweidimensionales mikrostrukturbestimmtes Kurzzrissmodell

In diesem Kapitel wird das zweidimensionale, mikrostrukturbasierte Kurzzrissmodell von Schick (2004) vorgestellt. Dabei wird zunächst auf den Modellierungsansatz zur Beschreibung von Stadium I-Rissen unter Berücksichtigung der Barrierewirkung von Korngrenzen eingegangen. Anschließend wird das effektive numerische Lösungsverfahren auf Basis der Randelementemethode vorgestellt.

3.1 Modellaufbau

Die Grundidee des mikrostrukturbasierten Kurzzrissmodells von Schick (2004) entspricht, wie bereits früher erwähnt, im Wesentlichen dem eindimensionalen Gleitbandblockierungsmodell von Navarro und de los Rios (1988a). Durch die Erweiterung auf zweidimensionale Rissgeometrien bietet es jedoch entscheidende Vorteile hinsichtlich einer realitätsnahen Beschreibung von Oberflächenrissen im Stadium I. Wichtige Aspekte wie das Abknicken des Risses an einer Korngrenze oder rauigkeitsinduziertes Riss schließen können so berücksichtigt werden.

Der Ausgangspunkt der Modellentwicklung ist eine zweidimensionale Mikrostruktur, in der alle Körner eine definierte Orientierung besitzen. Aus dieser Orientierung und dem Kristalltyp ergibt sich so in jedem Korn die Lage kristalliner Gleitebenen, deren Schnittgeraden mit der Oberfläche als potentielle Gleitbänder in das Modell eingehen. Auf diesen Gleitspuren ist nach einer Aktivierung eine plastische Verformung durch Abgleitung möglich, falls die Schubspannung den Wert der mikrostrukturellen Fließschubspannung τ^F erreicht. Demzufolge liegt dem Modell ein isotrop-elastisches kristallplastisches Materialverhalten zugrunde.

Bei zyklischer Beanspruchung wird davon ausgegangen, dass ein günstig orientiertes Gleitband innerhalb eines Kornes aktiviert wird und es aufgrund von irreversiblen Abgleitvorgängen zu einer transkristallinen Rissentstehung kommt (siehe Abschnitt 2.2). Neu ist jedoch, dass innerhalb des Risses nicht nur eine Tangentialverschiebung, sondern auch eine Normalverschiebung der Rissufer möglich ist und sich der Riss somit öffnen kann. Zusätzlich wird über die Bedingung, dass sich die Rissufer nicht durchdringen dürfen, geometrisch induziertes Riss schließen berücksichtigt. Damit ergibt sich das in Bild 3.1 gezeigte Modell, wobei die folgenden Randbedingungen erfüllt werden müssen:

- Bei geöffnetem Riss muss die Normalspannung an den Rissufern verschwinden:

$$\sigma_{nn} = 0$$

- Die Rissufer werden als reibungsfrei angenommen, so dass auch bei geschlossenem Riss die Schubspannungen an den Rissufern verschwinden: $\tau_{nt} = 0$
- In der plastischen Zone darf die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F nicht überschritten werden: $|\tau_m| \leq \tau^F$
- Die Rissufer dürfen sich nicht durchdringen: $b_n \geq 0$

Die Ausdehnung des aktiven Gleitbandes wird zunächst in Übereinstimmung mit dem Modell von Navarro und de los Rios (1988a) durch die erste Korngrenze blockiert. Damit es zu einer Verlängerung der plastischen Zone über die Korngrenze hinaus kommt, muss im Nachbarkorn zunächst eine Versetzungsquelle aktiviert werden. Diese Versetzungsquellen befinden sich, wie in Bild 3.1 gezeigt, auf verfügbaren Gleitebenen in einem Abstand r_0 zur Korngrenze und werden aktiviert, sobald die Schubspannung τ^Q in Richtung des entsprechenden Gleitsystems einen kritischen Wert τ^c erreicht. Aufgrund des singulären Spannungsfeldes hinter der Korngrenze entspricht dieses Kriterium einer kritischen Spannungsintensität, die zur Aktivierung neuer Gleitebenen führt. Folglich ergibt sich der Risspfad direkt aus dem Schubspannungsfeld hinter der Korngrenze und der Orientierung der potentiellen Gleitbänder. Darin ist ein großer Vorteil im Vergleich zum eindimensionalen Modellansatz von Navarro und de los Rios zu sehen, wo die Quellenspannung τ^Q immer in direkter Verlängerung des Risses bestimmt wird und die Orientierung lediglich über einen Faktor m^* in die kritische Schubspannung τ^c einfließt.

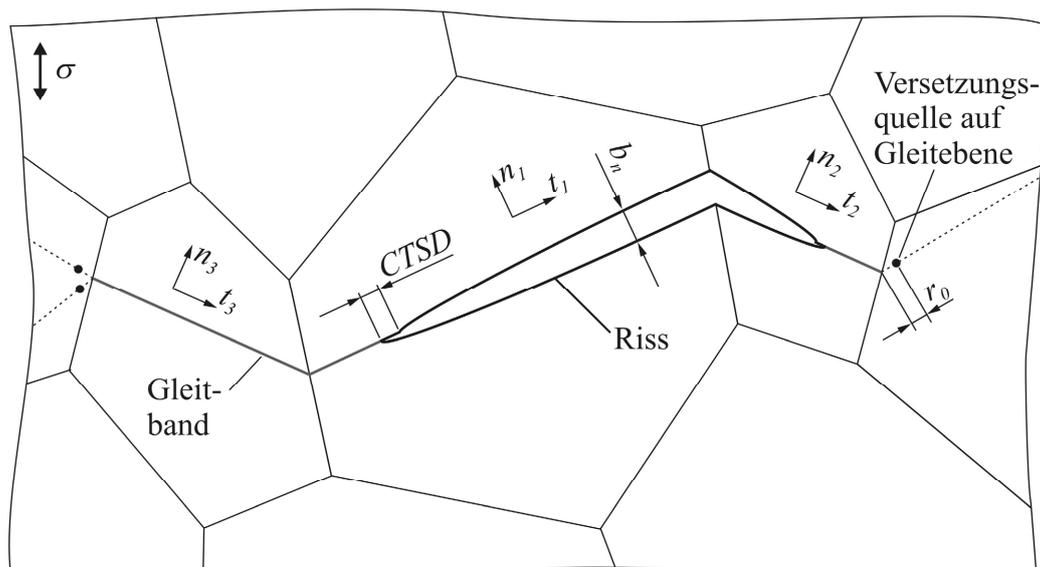


Bild 3.1: Stadium I-Kurzrisssmodell nach Schick (2004)

Dieses zweidimensionale Stadium I-Kurzrisssmodell ist von Künkler (2007) auf zweiphasige Mikrostrukturen erweitert worden, wobei in den einzelnen Phasen unterschiedliche mikro-

strukturelle Fließspannungen τ^F vorliegen dürfen. Gleiches gilt für die Aktivierungsspannungen von Versetzungsquellen τ^c . Allerdings wird hier zusätzlich zwischen einer normalen Korngrenze und einer Phasengrenze differenziert, wobei erstere zwei Körner der gleichen Phase trennt und letztere mit einem Phasenwechsel verbunden ist. Diese Erweiterung basiert auf experimentellen Untersuchungen an einem austenitisch-ferritischen Duplexstahl, dessen vergleichsweise hohe Festigkeit auf seine zweiphasige Mikrostruktur zurückzuführen ist (Düber 2007).

Treibende Kraft für das Risswachstum ist in Übereinstimmung mit den in Abschnitt 2.6.3 vorgestellten Modellen die zyklische Rissspitzenabgleitung $\Delta CTSD$:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta CTSD^m \quad (3.1)$$

Die Konstanten C und m müssen anhand des Wachstums realer Ermüdungsrisse angepasst werden, wobei $m \approx 1$ ist. Die Rissöffnung besitzt dagegen keinen direkten Einfluss auf die Rissausbreitungsrate. Sie wirkt sich lediglich indirekt über das geometrische Rissschließen aus, indem sich die Rissufer bei einem abgeknickten Riss blockieren, was eine geringere Rissspitzenabgleitung zur Folge hat.

3.2 Numerische Lösung des Rissproblems

Zur Lösung des zweidimensionalen Rissproblems im Modell von Schick (2004) ist es erforderlich, die unbekanntes Relativverschiebungen zwischen den Rissufern sowie im Gleitband unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu ermitteln. Im Gegensatz zu dem eindimensionalen Modell von Navarro und de los Rios ist es aufgrund der komplexeren Geometrie nun nicht mehr möglich, das Rissproblem analytisch zu lösen. Aus diesem Grund verwendet der Autor ein numerisches Verfahren basierend auf Versetzungsdipol-Randelementen, das im Anschluss an eine Einführung in die Randelementemethode vorgestellt wird.

3.2.1 Grundprinzip der Randelementemethode

Die Randelementemethode (engl. Boundary Element Method, BEM) ist ein numerisches Verfahren, mit dessen Hilfe partielle Differentialgleichungen unter Berücksichtigung von Randbedingungen gelöst werden können. Zur Verdeutlichung der Methode wird das in Bild 3.2 gezeigte Gebiet S betrachtet, das durch den Gebietsrand C umschlossen wird. Im Rahmen der Randelementemethode werden zunächst die zu lösenden Gleichgewichtsbedingungen mit Hilfe von analytischen Fundamentallösungen in Integralgleichungen umformuliert, wobei der Integrationspfad dem Gebietsrand C entspricht (Brebbia und Dominguez 1998). Anschließend

wird der Gebietsrand mit Randelementen diskretisiert, die vielfach einen einfachen konstanten, linearen oder quadratischen Verschiebungsansatz besitzen. So ergibt sich schließlich ein lineares Gleichungssystem, das sich unter Berücksichtigung der Randbedingungen lösen lässt. Das Ergebnis sind die anfangs unbekanntes Randspannungen und Randverschiebungen, aus denen sich das Spannungs- und Verschiebungsfeld im Inneren des Gebiets S direkt ergibt.

Der große Vorteil der Randelementemethode im Vergleich zur Finite Elemente Methode (FEM) liegt darin, dass lediglich der Gebietsrand diskretisiert werden muss, während bei der FEM das komplette Gebiet in Finite Elemente unterteilt wird (Bild 3.2). Demzufolge ist die Zahl der Unbekannten bei der BEM deutlich geringer als bei der FEM, wodurch sich die Größe des zu lösenden linearen Gleichungssystems verringert. Allerdings ist die Koeffizientenmatrix bei der BEM in der Regel voll besetzt und erfordert daher relativ viel Speicherplatz. Ein weiterer Vorteil der Randelementemethode liegt in der Lösung von mechanischen Problemen, in denen Spannungskonzentrationen auftreten. Hier zeichnen sich Randelemente vielfach durch eine höhere Genauigkeit im Vergleich zu Finiten Elementen aus, weil die verwendeten Fundamentallösungen exakt sind und die Lösung direkt auf dem Rand ermittelt wird.

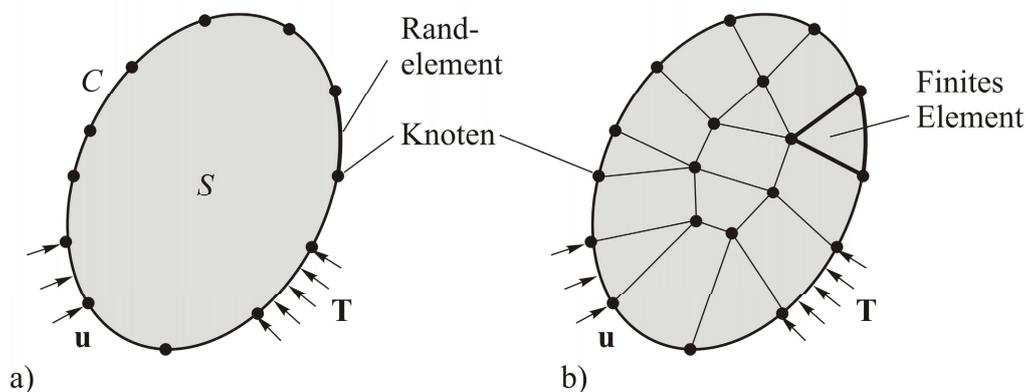


Bild 3.2: Gebiet S , diskretisiert mit a) Randelementen und b) Finiten Elementen

Darüber hinaus ist die BEM auch für die Simulation von Rissausbreitungsvorgängen sehr gut geeignet. Da lediglich der Gebietsrand vernetzt werden muss, lässt sich eine Rissverlängerung durch Hinzufügen eines Randelements im Riss relativ einfach darstellen, während bei der FEM in der Regel große Teile des Gebiets um die Risspitze komplett neu vernetzt werden müssen.

Zur Lösung des in Abschnitt 3.1 vorgestellten Rissproblems ist es nun erforderlich, die Rissöffnung und Tangentialverschiebung zwischen den Rissufern zu bestimmen. Besonders

geeignet sind für diesen Anwendungsfall die Versetzungsdipol-Randelemente, die innerhalb des Elementes eine konstante Relativverschiebung darstellen können.

3.2.2 Versetzungsdipolrandelemente

Ein Randelement mit einem über der Elementlänge konstanten Relativverschiebungsansatz lässt sich durch einen Verschiebungssprung am Anfang und einen am Ende darstellen. Ein solcher Verschiebungssprung kann aus werkstoffmechanischer Sicht als eine mathematische Stufenversetzung aufgefasst werden. Demzufolge entspricht ein Relativverschiebungsrandlelement einem Versetzungsdipol bestehend aus einer negativen und einer positiven Stufenversetzung, wobei die Versetzungen den gleichen Betrag des Burgersvektors b besitzen. Durch Kombination von zwei Dipolen mit unterschiedlicher Orientierung ist es somit möglich, eine beliebige Normal- und Tangentialverschiebung über dem Element abzubilden (Bild 3.3).

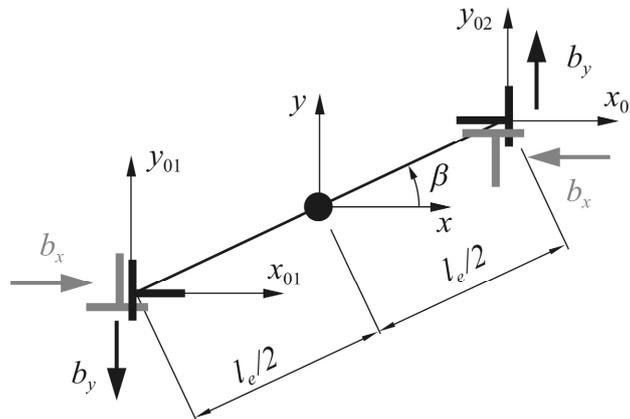


Bild 3.3: Beliebig orientiertes Versetzungsdipolrandelement, bestehend aus zwei Versetzungsdipolen

Das Spannungsfeld um ein Versetzungsdipol-Randelement lässt sich aus der analytischen Lösung für einen Verschiebungssprung in einer unendlichen Scheibe herleiten. So ergeben sich die Spannungen in der Umgebung einer Versetzung mit dem Burgersvektor $\mathbf{b} = [b_x, b_y]^T$, die sich im Ursprung eines x_0, y_0 -Koordinatensystems befindet, zu (Hills et al. 1996):

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}(x_0, y_0) \\ \sigma_{yy}(x_0, y_0) \\ \tau_{xy}(x_0, y_0) \end{bmatrix} = \frac{2G}{\pi(\kappa+1)} \frac{1}{r^4} \begin{bmatrix} -y_0(3x_0^2 + y_0^2) & x_0(x_0^2 - y_0^2) \\ y_0(x_0^2 + y_0^2) & x_0(x_0^2 + 3y_0^2) \\ y_0(x_0^2 - y_0^2) & y_0(x_0^2 - y_0^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

mit $r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ und $\kappa = 3 - 4\nu$ (EVZ)

Durch Superposition der Spannungsfelder aus den Verschiebungssprüngen am linken und rechten Elementende kann schließlich das Spannungsfeld um ein beliebig orientiertes Versetzungsdipol-Randelement bestimmt werden. Hierzu werden die Einzellösungen, die jeweils

im x_{01}, y_{01} - bzw. x_{02}, y_{02} -Koordinatensystem nach Bild 3.3 vorliegen, in das in der Elementmitte liegende x, y -Koordinatensystem transformiert. Dazu wird in Gleichung (3.2) die Variable x_0 durch $x - \cos\beta \cdot l_e/2$ bzw. $x + \cos\beta \cdot l_e/2$ und y_0 durch $y - \sin\beta \cdot l_e/2$ bzw. $y + \sin\beta \cdot l_e/2$ ersetzt, wobei l_e der Elementlänge entspricht und β den Winkel zur horizontalen x -Achse angibt.

3.2.3 Aufbau des Gleichungssystems

Entsprechend der verwendeten analytischen Lösung nach (3.2) stellt das Element eine konstante Relativverschiebung in einer unendlichen, isotropen Scheibe dar. Da die von Schick (2004) betrachteten mikrostrukturell kurzen Risse im Vergleich zu den Abmessungen der Ermüdungsproben klein sind, kann auch das Rissproblem in guter Näherung als Riss in einer unendlichen Scheibe aufgefasst werden. Aus diesem Grund müssen lediglich der Riss und die plastische Zone vernetzt werden, während der Einfluss des Materials in der Umgebung bereits in den Einflussfunktionen der Randelemente enthalten ist. So lassen sich die durch eine Relativverschiebung hervorgerufenen Spannungen in jedem beliebigen Punkt (x, y) der Scheibe bestimmen. Zur Kopplung der Elemente ist dabei von besonderem Interesse, wie groß der Einfluss einer Verschiebung im Element j auf die Spannungen im Element i ist (Bild 3.4).

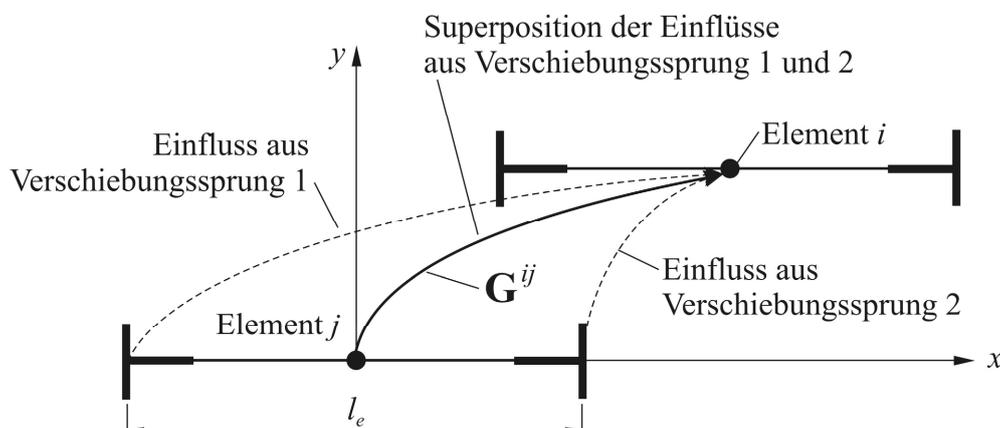


Bild 3.4: Einfluss eines Versetzungsdipolelements j auf ein Element i (Schick 2004)

Dieser Einfluss lässt sich mit Hilfe der Matrix G^{ij} ausdrücken, die sich aus der Superposition der Spannungsfelder der beiden Verschiebungssprünge im Element j ergibt. Dabei enthält G^{ij} neben den elastischen Materialeigenschaften lediglich geometrische Informationen über die Länge und Position der Elemente. So ergibt sich der folgende Zusammenhang zwischen Spannungen und Relativverschiebungen:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^i \\ \sigma_{yy}^i \\ \tau_{xy}^i \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{ij} \begin{bmatrix} b_x^j \\ b_y^j \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

Werden nun der Riss und die aktiven Gleitbänder mit Versetzungsdipolelementen diskretisiert, so ergibt sich die Gesamtspannung auf ein Element i durch Summation über alle Elemente:

$$\sigma_{xx}^i = \sum_j G_{xx_x}^{ij} b_x^j + \sum_j G_{xx_y}^{ij} b_y^j + \sigma_{xx}^{i\infty} \quad (3.4)$$

$$\sigma_{yy}^i = \sum_j G_{yy_x}^{ij} b_x^j + \sum_j G_{yy_y}^{ij} b_y^j + \sigma_{yy}^{i\infty} \quad (3.5)$$

$$\tau_{xy}^i = \sum_j G_{xy_x}^{ij} b_x^j + \sum_j G_{xy_y}^{ij} b_y^j + \tau_{xy}^{i\infty} \quad (3.6)$$

Zusätzlich zum Einfluss der Elemente werden in (3.4) bis (3.6) die äußeren Spannungen $\sigma_{xx}^{i\infty}$, $\sigma_{yy}^{i\infty}$ und $\tau_{xy}^{i\infty}$ bei der Berechnung der Gesamtspannung hinzuaddiert. Bevor jedoch die Randbedingungen aufgebracht und das Gleichungssystem nach den unbekanntem Verschiebungsgrößen gelöst werden kann, müssen die Gleichungen noch vom globalen x, y -Koordinatensystem in das lokale t, n -Elementkoordinatensystem transformiert werden (Bild 3.5).

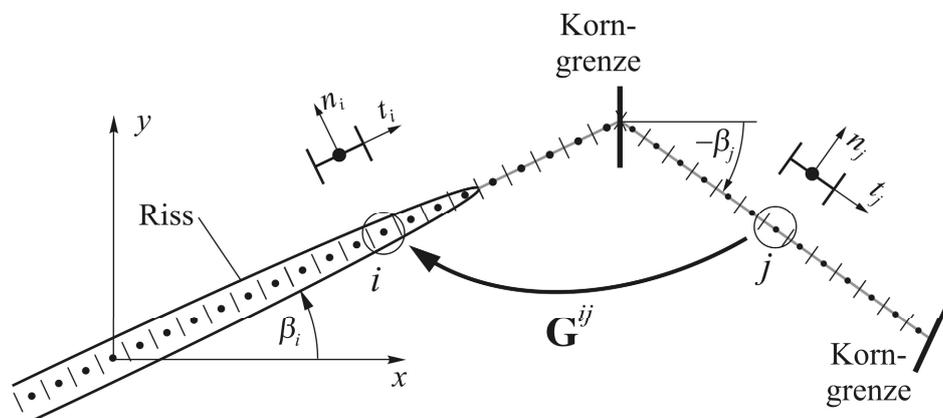


Bild 3.5: Elementbezogene Koordinatensysteme an einem mit Randelementen vernetzten Riss (Schick 2004)

Durch eine Drehung um die Gleitbandwinkel β_i und β_j ergeben sich die Spannungen und Verschiebungen im t, n -Koordinatensystem zu:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{tt}^i \\ \sigma_{nn}^i \\ \tau_{tn}^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \beta_i & \sin^2 \beta_i & \sin 2\beta_i \\ \sin^2 \beta_i & \cos^2 \beta_i & -\sin 2\beta_i \\ -\sin \beta_i \cos \beta_i & \sin \beta_i \cos \beta_i & \cos 2\beta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^i \\ \sigma_{yy}^i \\ \tau_{xy}^i \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\begin{bmatrix} b_t^j \\ b_n^j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_j & \sin \beta_j \\ -\sin \beta_j & \cos \beta_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_x^j \\ b_y^j \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 3.1 gegebenen Randbedingungen ergibt sich schließlich ein Satz von Ungleichungen zur Bestimmung der Normal- und Schubspannung im Riss und der plastischen Zone:

$$\sigma_{nn}^i = \sum_{j=1}^{n_r+n_p} G_{nn-t}^{ij} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r} G_{nn-n}^{ij} b_n^j + \sigma_{nn}^{i\infty} \leq 0 \quad i = 1 \dots n_r \quad (3.9)$$

$$|\tau_{tn}^i| = \begin{cases} \sum_{j=1}^{n_r+n_p} G_{tn-t}^{ij} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r} G_{tn-n}^{ij} b_n^j + \tau_{tn}^{i\infty} & = 0 \quad i = 1 \dots n_r \\ \leq \tau^F & i = n_r + 1 \dots n_r + n_p \end{cases} \quad (3.10)$$

Dabei ist n_r gleich der Anzahl an Risselementen und n_p gleich der Elementanzahl im Gleitband. Die Transformation der Spannungen und Verschiebungen ist in (3.9) und (3.10) mit in die Einflussfunktionen \mathbf{G}^{ij} integriert worden. Die Spannungen aufgrund der äußeren Belastung, umgerechnet in das lokale t, n -Koordinatensystem, sind $\sigma_{nn}^{i\infty}$ und $\tau_{tn}^{i\infty}$. Das geometrische Risschließen wird mit berücksichtigt, indem eine Durchdringung der Rissufer durch die Bedingung

$$b_n^j \geq 0 \quad i = 1 \dots n_r \quad (3.11)$$

unterbunden wird. Zur Auflösung der Ungleichungen nach den unbekanntem Verschiebungsgrößen ist von Schick (2004) ein sehr effizientes Verfahren entwickelt worden, dass im Folgenden vorgestellt wird.

3.2.4 Iteratives Lösungsverfahren

Aus der Ungleichung (3.10) folgt, dass die Schubspannung in keinem Element im Gleitband die mikrostrukturelle Fließschubspannung überschreiten darf. Dabei ist die Ausdehnung der plastischen Zone zunächst noch unbekannt. Möglich ist sowohl die Lösung nach Bilby et al. (1963), nach der die plastische Zone innerhalb eines Kornes endet, als auch die nach Taira et al. (1978), wo eine Versetzungsbewegung erst an der Korngrenze blockiert wird. Aus diesem Grund wird bereits nach der Aktivierung einer Gleitebene das gesamte Gleitband mit Randelementen vernetzt und die zugehörigen Einflussfunktionen \mathbf{G}^{ij} bestimmt. Erst danach wird das elastisch-plastische Rissproblem iterativ gelöst und damit auch die Größe der plastischen Zone bestimmt.

Ausgangspunkt des iterativen Verfahrens ist die elastische Lösung, bei der nur die n_r Elemente im Riss berücksichtigt werden. Dabei werden die Bedingungen (3.9) und (3.10) als Gleichungen aufgefasst, so dass sich ein System von linearen Gleichungen ergibt. Durch Lösen des Gleichungssystems erhält man die Relativverschiebungen im Riss, wobei sich die Rissufer zunächst noch durchdringen dürfen. Daher wird nun nach (3.11) geprüft, ob die Lösung zulässig ist oder Riss schließen vorliegt. Ist dies der Fall, so wird die Durchdringung der Rissufer in einem iterativen Verfahren abgebaut, bis schließlich die Randbedingung (3.11) erfüllt wird.

Zur Ermittlung der elastisch-plastischen Lösung wird nun die Beanspruchung der Elemente im Gleitband ermittelt, wobei sich eine Schubspannungsverteilung mit singulärem Verlauf vor der Rissspitze einstellt (Bild 3.6). Nun wird geprüft, in welchen Elementen im Fließstreifen die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F überschritten wird. Diese Elemente werden mit in das Gleichungssystem einbezogen, wobei die Schubspannung τ_m als Randbedingung auf den Wert der Fließschubspannung τ^F gesetzt wird. Bei der folgenden Lösung des Gleichungssystems wird erneut eine Durchdringung der Rissufer geprüft und gegebenenfalls iterativ abgebaut. Diese Schleife bestehend aus einer Ermittlung überlasteter Elemente, einer Aktualisierung der Randbedingungen und einer Lösung des linearen Gleichungssystems unter Berücksichtigung von Riss schließen wird nun solange durchlaufen, bis die Schubspannung in keinem Element im Gleitband den Wert von τ^F überschreitet. So ergibt sich, wie in Bild 3.6 schematisch dargestellt, nach einigen Iterationszyklen die elastisch-plastische Lösung.

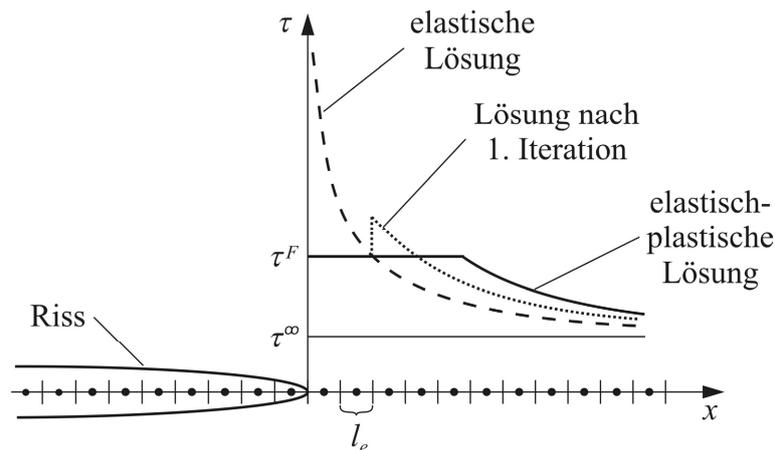


Bild 3.6: Iteratives Verfahren zur Bestimmung der elastisch-plastischen Lösung (Schick 2004)

Wird eine wechselnde Belastung auf das Kurzrisssmodell aufgebracht, so kann aus der plastischen Lösung unter Zug- bzw. Druckbelastung die jeweilige Rissspitzenableitung $CTSD$ bestimmt werden. Aus deren Schwingbreite $\Delta CTSD$ ergibt sich nach (3.1) die Rissausbreitung Δa für einen berechneten Belastungszyklus ΔN . Breitet sich der Riss in einem Gleitband-

element aus, so ist keine Neuvernetzung der Geometrie erforderlich. Vielmehr genügt es, die Randbedingungen des Elements auf die eines Risses umzustellen. Aufgrund dieser Tatsache und dem Aufbau des iterativen Lösungsverfahrens, bei dem nur lineare Gleichungssysteme mit jeweils aktualisierten Randbedingungen gelöst werden müssen, stellt das Modell ein sehr effizientes Werkzeug zur Simulation der Ausbreitung mikrostrukturell kurzer Risse dar.

Zur Validierung des numerischen Verfahrens hat Schick (2004) die Rissausbreitung auf einem geraden Gleitband simuliert und das Ergebnis mit der analytischen Lösung Bilby et al. (1963) bzw. Taira et al. (1978) verglichen. Dabei wird gezeigt, dass sich bei hinreichend feiner Diskretisierung eine sehr gute Übereinstimmung der Rissspitzenabgleitung und der Rissausbreitungsrate mit den Referenzlösungen ergibt. Folglich lassen sich mit der oben vorgestellten Randelementemethode trotz der einfachen Verschiebungsansätze elastisch-plastische Rissprobleme von Stadium I-Rissen mit großer Genauigkeit lösen.

3.2.5 Aktivierung neuer Gleitebenen

Gemäß der Modellvorstellung wird das aktive Gleitband und damit auch die Länge der plastischen Zone durch Korngrenzen beschränkt. Wie in Abschnitt 3.1 erläutert, ist die Aktivierung eines neuen Gleitbandes im Nachbarkorn zur Überwindung der Barriere erforderlich. Diese erfolgt, sobald in einer Versetzungsquelle im Abstand r_0 zur Korngrenze eine kritische Schubspannung τ^c überschritten wird. Da hinter der Korngrenze eine Spannungssingularität vorliegt und die Länge r_0 auch mit in die Bestimmung von τ^c eingeht, entspricht dieses Kriterium einer zu erreichenden kritischen Spannungsintensität. Folglich ist das Ergebnis bei hinreichend kleinem Sensorabstand ($r_0 \ll$ Risslänge $2a$) unabhängig von r_0 . Um diese Bedingung in die verwendete Randelementeformulierung mit einzubeziehen, werden zusätzliche Sensorelemente eingefügt, die keine Relativverschiebung zulassen und lediglich der Ermittlung des Spannungszustands dienen. Diese werden, wie in Bild 3.7 gezeigt, auf die verfügbaren Gleitebenen im Nachbarkorn gelegt.

Die Spannungen auf ein Sensorelement k ergibt sich aus den Relativverschiebungen, die für die n_r Risselemente und n_p Gleitbandelemente nach (3.9) und (3.10) ermittelt werden, sowie der äußeren Beanspruchung zu:

$$\sigma_{nn}^k = \sum_{j=1}^{n_r+n_p} G_{nn_t}^{kj} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r} G_{nn_n}^{kj} b_n^j + \sigma_{nn}^{k\infty} \quad (3.12)$$

$$\tau_{tn}^k = \sum_{j=1}^{n_r+n_p} G_{tn_t}^{kj} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r} G_{tn_n}^{kj} b_n^j + \tau_{tn}^{k\infty} \quad (3.13)$$

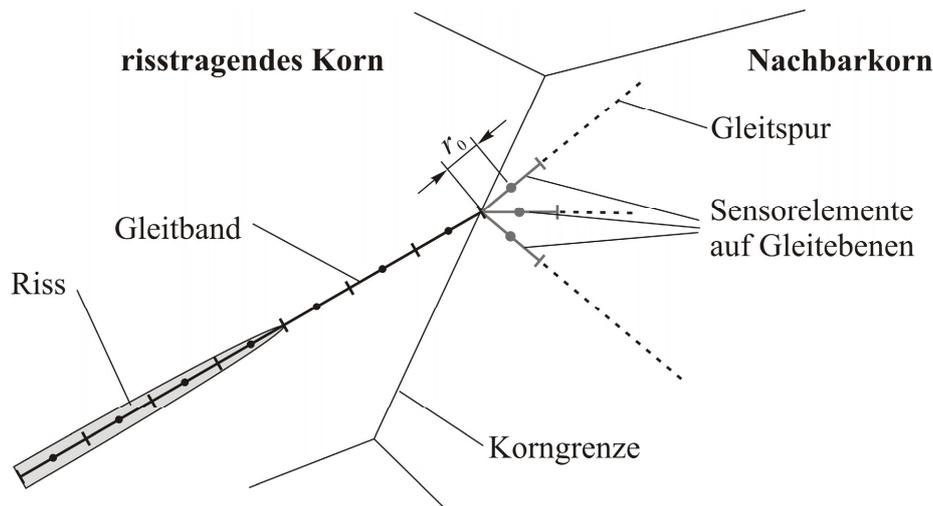


Bild 3.7: Ermittlung der Schubspannung auf potentiellen Gleitebenen mit Hilfe von Sensorelementen (Schick 2004)

3.3 Validierung des Modellierungsansatzes

Im Gegensatz zu eindimensionalen analytischen Modellen bietet der hier vorgestellte Modellierungsansatz die Möglichkeit, das Risswachstum auf beliebigen zweidimensionalen Gleitbandgeometrien zu simulieren. Folglich kann auch die Ausbreitung von realen, experimentell beobachteten Ermüdungsrissen mit dem Modell simuliert werden, wodurch einerseits das integrierte Risswachstumsgesetz validiert und darüber hinaus eine Anpassung der noch unbekanntenen Konstanten C und m durchgeführt werden kann.

Zu diesem Zweck wird zunächst die Geometrie eines realen Ermüdungsrisses ausgemessen und in das Simulationsmodell importiert. Anschließend wird der Risspfad mit Randelementen vernetzt und ein Anfangsriß definiert, dessen Größe und Position dem Risskeim zu Beginn der experimentellen Rissbeobachtung entspricht. Diese Ausgangssituation ist in den Rasterelektronenmikroskopaufnahmen in Bild 3.8 dargestellt. Dabei zeigt Bild 3.8a einen von Schick (2004) simulierten Stadium I-Riss in der β -Titanlegierung Ti-LCB (Ti-6,8Mo-4,5Fe-1,5Al) und Bild 3.8b einen Kurzriß in dem Duplexstahl 1.4462 nach Künkler (2007). In den genannten Quellen finden sich detaillierte Angaben über Randbedingungen und Materialparameter, auf deren Angabe an dieser Stelle verzichtet wird. Anschließend ist das Risswachstum auf den vordefinierten Gleitbändern simuliert worden. Ein Vergleich der Rissausbreitungsdaten aus Messung und Berechnung (Bild 3.8 links) zeigt dabei eine gute Übereinstimmung. Folglich bildet das Modell die wesentlichen Mechanismen, die zu einer Ausbreitung von Stadium I-Rissen auf diskreten Gleitbändern führen, zuverlässig ab. Daraus ergibt sich eine Reihe von Anwendungsmöglichkeiten, auf die im Folgenden eingegangen wird.

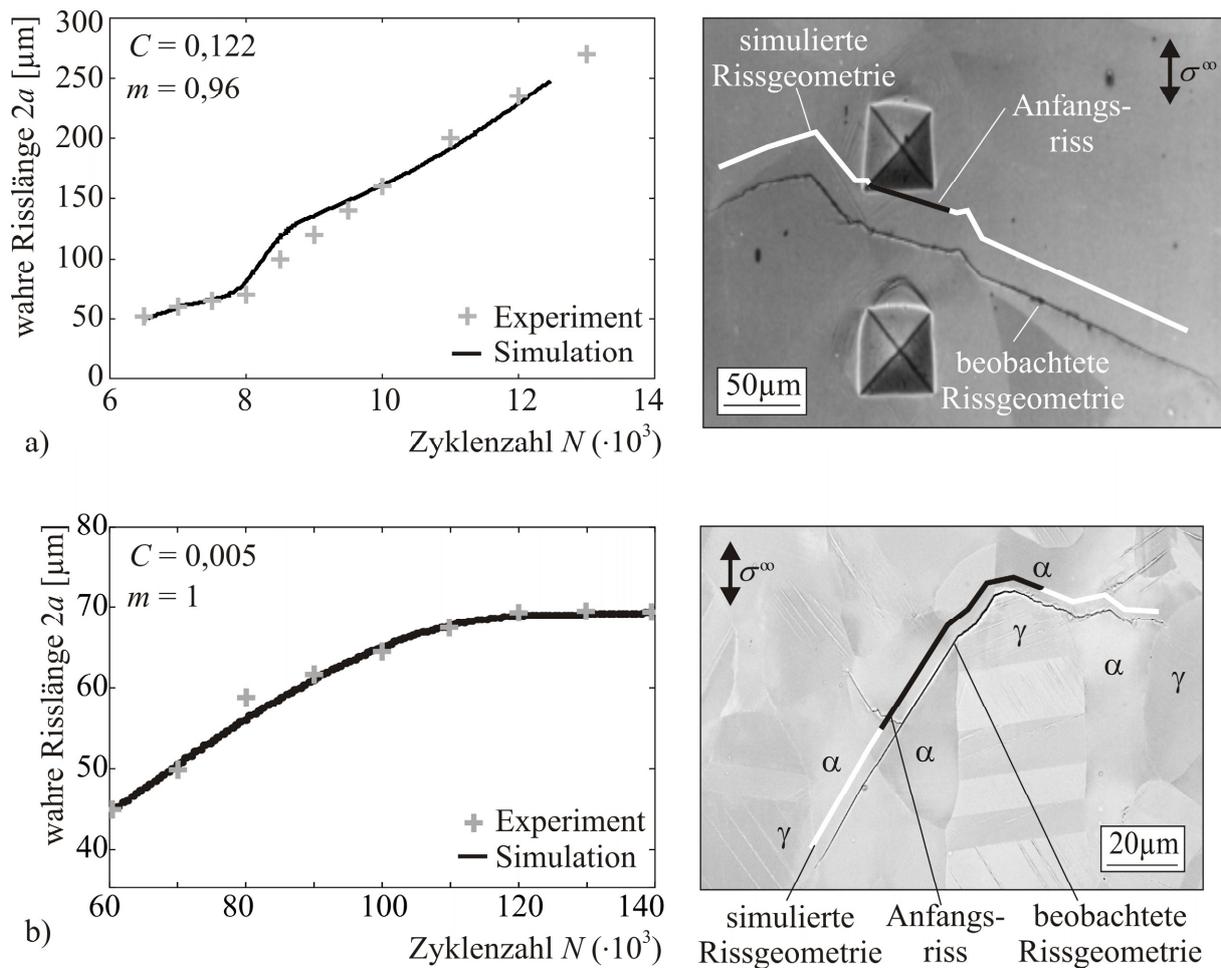


Bild 3.8: Vergleich zwischen Experiment und Simulation für einen realen Ermüdungsrisss
a) in der Titanlegierung LCB nach Schick (2004) und
b) in dem Duplexstahl 1.4462 nach Künkler (2007).

3.4 Anwendungsmöglichkeiten des Modells

Während die Vorgabe eines Gleitbandes zur Modellverifikation sinnvoll ist, liegt das Potential des hier vorgestellten Modells vor allem in der Simulation der Rissausbreitung in virtuellen Mikrostrukturen. Dazu werden dem Modell lediglich ein Gefüge samt Kornorientierungen und ein Risskeim auf einem Gleitband vorgegeben. Anschließend werden bei der Rissausbreitungssimulation, wie in Abschnitt 3.2.5 gezeigt, automatisch mögliche Gleitbänder im Nachbarkorn ermittelt, so dass sich der Riss selbständig seinen Pfad sucht. Dabei hängt die Rissausbreitungsrate in hohem Maße von den mikrostrukturellen Gegebenheiten ab, wobei auch ein Rissstopp möglich ist, wenn die kritische Aktivierungsspannung ℓ auf keinem Gleitband erreicht wird.

Somit erlaubt das Modell, den Einfluss der Mikrostruktur auf die Rissausbreitung gezielt zu untersuchen. So haben Künkler et al. (2003) für den zweiphasigen Duplexstahl 1.4462 das Risswachstum in virtuellen Gefügen simuliert, die sich in ihrer Phasenzusammensetzung und

Korngröße unterscheiden. Dabei zeigen sich zum Teil gravierende Unterschiede in den berechneten Lebensdauern, so dass sich die Möglichkeit einer virtuellen Mikrostruktur-optimierung ergibt.

Von besonderem Interesse ist diese Anwendung für die im Rahmen dieses Projektes untersuchte Titanlegierung Ti6Al4V, wo bedingt durch den Umform- und Wärmebehandlungsprozeß ein breites Spektrum an Mikrostrukturen eingestellt werden kann. Aus diesem Grund wird das Modell in Kapitel 4 erweitert, um die Kurzrisssausbreitung in dieser Legierung abbilden zu können.

4 Ein Modell zur Beschreibung der Kurzrisssausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V

In diesem Kapitel wird ein mikrostrukturbestimmtes Kurzrisssmodell zur Simulation der Rissausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V vorgestellt, das den in Kapitel 3 vorgestellten Modellierungsansatz um wesentliche Aspekte erweitert. Die Grundlage für die Modellentwicklung bilden die experimentellen Untersuchungen, die im Rahmen dieses Gemeinschaftsprojektes am Institut für Werkstofftechnik der Universität Siegen durchgeführt wurden (Knobbe 2014, siehe auch Abschnitt 2.3). Daher werden an dieser Stelle noch einmal die wesentlichen Erkenntnisse aus den Ermüdungsversuchen zusammengefasst:

- In der Titanlegierung Ti6Al4V mit bimodaler Mikrostruktur findet sowohl eine transkristalline Kurzrisssausbreitung auf Gleitbändern als auch eine interkristalline Rissausbreitung auf Korngrenzen statt.
- Transkristalline Risse breiten sich sowohl in α_p -Körnern als auch innerhalb von Kolonien aus gleichorientierten Lamellen auf kristallinen Gleitebenen aus. Die Auswertung der Kristallorientierung hat dabei ergeben, dass Risse sowohl auf der Basalebene als auch auf prismatischen Ebenen im hexagonalen Kristall wachsen. Darüber hinaus zeichnen sich die Rissebenen vielfach durch einen hohen Schmidfaktor aus.
- Korngrenzen agieren als mikrostrukturelle Barrieren für die Stadium I-Kurzrisssausbreitung. In Abhängigkeit von der Orientierung der Gleitsysteme in den angrenzenden Körnern tritt vor der Grenze eine mehr oder weniger starke Verlangsamung des Risswachstums bzw. sogar ein Stehenbleiben des Risses auf.
- Die interkristalline Rissausbreitung findet vor allem auf Korngrenzen statt, die nahezu senkrecht zur globalen äußeren Belastung verlaufen. Folglich ist hier die Normalspannung, die in der Rissebene wirkt, die treibende Kraft für die Rissausbreitung.

Aus diesen experimentellen Erkenntnissen folgt, dass das in Kapitel 3 vorgestellte Kurzrisssmodell auch hier zur Beschreibung der transkristallinen Rissausbreitung eingesetzt werden kann. Allerdings ist es erforderlich, den Modellansatz, der bisher nur für Mikrostrukturen mit kubischem Kristallgitter verwendet worden ist, auf ein hexagonal dichtest gepacktes Gitter zu erweitern. Darüber hinaus muss die Möglichkeit der interkristallinen Rissausbreitung in das Modell mit einbezogen werden, die bei der hier betrachteten Titanlegierung Ti6Al4V von großer Bedeutung ist. Zwar berücksichtigt Schick (2004) grundsätzlich die Rissausbreitung auf Korngrenzen bei seinen Simulationen in virtuellen Mikrostrukturen. Jedoch wird dabei

vereinfachend der gleiche schubspannungskontrollierte Mechanismus verwendet, der auch bei der transkristallinen Rissausbreitung auf Gleitbändern eingesetzt wird. Da dieser Ansatz nach den experimentellen Untersuchungen hier nicht vorliegt, wird nachfolgend ein neuer Mechanismus zur interkristallinen Rissausbreitung vorgestellt. Abschließend werden die Modellparameter bestimmt.

4.1 Modellierung der transkristallinen Rissausbreitung

4.1.1 Implementierung der hexagonalen Kristallstruktur

Zur Beschreibung der transkristallinen Rissausbreitung wird die hcp-Kristallstruktur von α -Titan in das in Kapitel 3 vorgestellte Kurzrissmodell integriert. Wie in Bild 2.10 gezeigt, sind die wichtigsten Gleitebenen die Basalebene, die drei prismatischen Ebenen und die sechs Pyramidalebene, da sie mindestens eine dichtest gepackte Richtung vom Typ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ beinhalten und daher eine relativ geringe Fließschubspannung aufweisen. Da allerdings bei den Ermüdungsexperimenten keine Risse auf Pyramidalebene gewachsen sind, werden lediglich die beiden erstgenannten Ebenentypen für eine transkristalline Rissausbreitung berücksichtigt. Analog zum Vorgehen bei kubischen Kristallgittern werden jeweils die Gleitspuren in das zweidimensionale Modell integriert, die sich aus dem Schnitt der Gleitebenen mit der Oberfläche ergeben. Somit befinden sich innerhalb der einzelnen Körner vier potentielle Gleitbänder, auf denen eine plastische Deformation und eine Rissausbreitung stattfinden kann. Dabei ist es möglich, jedem Ebenentyp unterschiedliche Fließschubspannungen bzw. Aktivierungsspannungen zuzuweisen.

4.1.2 Modellierung von lamellaren Kolonien

Eine weiterer neuer Aspekt bei der Simulation der Stadium I-Rissausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V ergibt sich durch die bimodale Mikrostruktur, die sich aus globularen α_p -Körnern und lamellaren Bereichen zusammensetzt (siehe Abschnitt 2.3). Dabei besteht, wie in Bild 2.12 gezeigt, eine besondere Orientierungsbeziehung zwischen α -Platten und β -Matrix. Hieraus ergeben sich insgesamt vier Gleitsysteme, die sich ohne bzw. mit minimaler Misorientierung über die gesamte lamellare Kolonie erstrecken. Diese Gleitsysteme erweisen sich aufgrund ihrer großen effektiven Gleitbandlänge als besonders günstig für eine Versetzungsbewegung und damit auch für eine mikrostrukturbasierte Stadium I-Kurzrissausbreitung.

Dieser besondere Zusammenhang wird nun bei der Modellierung der Kurzrissausbreitung innerhalb von lamellaren Kolonien berücksichtigt. Entsprechend wird nicht jede Lamelle samt

der umgebenden β -Matrix einzeln im Modell abgebildet. Vielmehr wird eine lamellare Kolonie, die aus parallel verlaufenden α -Platten besteht, vereinfachend als ein Korn angesehen. Innerhalb dieses Bereiches werden jedoch nicht alle Gleitsysteme des hexagonalen Kristallgitters berücksichtigt, sondern nur die in Bild 2.12 gezeigten Systeme, die sich über die gesamte Kolonie erstrecken. Da zwei dieser Gleitsysteme auf der Basalebene und zwei weitere auf jeweils einer prismatischen Ebene liegen, ergeben sich so in der vereinfachten 2D-Modellierung drei potentielle Gleitbänder, auf denen eine Stadium I-Risssausbreitung erfolgen kann.

4.2 Modellierung der interkristallinen Risssausbreitung auf Korngrenzen

4.2.1 Mechanismus der Risssausbreitung auf Korngrenzen

Neben der Risssausbreitung auf Gleitebenen findet ein großer Teil des mikrostrukturbestimmten Kurzrissswachstums in der Titanlegierung Ti6Al4V auf Korngrenzen statt. Dabei zeigen die experimentellen Untersuchungen, dass der Riss dort nahezu senkrecht zur äußeren Belastung wächst (Bild 2.17b und Bild 2.18). Demzufolge werden die Rissflanken bei dieser Orientierung durch hohe Normalspannungen, aber nur geringe Schubspannungen belastet, so dass sich das bestehende schubspannungskontrollierte Risssausbreitungsgesetz für Gleitbandrisse nicht auf Korngrenzen übertragen lässt. Vielmehr zeigen die oben aufgeführten Beispiele, dass sich der Riss hier normalspannungskontrolliert unter globaler Modus I-Belastung ausbreitet.

Bei langen Rissen lässt sich ein solches Verhalten sehr gut über den Spannungsintensitätsfaktor K_I darstellen (Abschnitt 2.5.1). Im Gegensatz dazu ist bei kurzen Rissen, bei denen die plastische Zone nicht mehr klein gegenüber der Risslänge ist, eine Beschreibung der Risssausbreitung über die Methoden der elastisch-plastischen Bruchmechanik erforderlich. Aus diesem Grund wird an dieser Stelle die zyklische Rissspitzenöffnung $\Delta CTOD$ zur Beschreibung der Risssausbreitung auf Korngrenzen verwendet.

Damit es zu einer Rissspitzenöffnung auf der Korngrenze kommt, muss sich das Material in den angrenzenden Körnern plastisch verformen. Daher ist die Umgebung von Rissen auf einer Korngrenze im Rasterelektronenmikroskop im Hinblick auf die Mechanismen der plastischen Verformung näher untersucht worden. Wie Bild 2.17b und Bild 2.18 zeigen, sind in den entsprechenden Körnern keine Gleitspuren und somit keine Hinweise auf eine großflächige plastische Verformung durch Einfachgleitung vorhanden. Daher ist es wahrscheinlich, dass es lediglich zu einer lokalen plastischen Deformation im Bereich der Korngrenze kommt. Da die

benachbarten Körner jedoch in der Regel unterschiedliche Orientierungen aufweisen, ist eine kompatible plastische Verformung, wie in Bild 4.1a schematisch dargestellt, nur durch die Aktivierung mehrerer Gleitsysteme möglich.

4.2.2 Implementierung des Mechanismus in das bestehende Kurzrisssmodell

Um dieses Materialverhalten im Modell zu beschreiben, wird die lokale plastische Verformung auf einen Fließstreifen projiziert, der sich auf der Korngrenze befindet (Köster et al. 2010a, Bild 4.1b). Aufgrund der Aktivität mehrerer Gleitsysteme ist hier sowohl eine Relativverschiebung normal als auch tangential zur Korngrenze möglich. Der Einfluss der Mikrostruktur auf die Kurzrisssausbreitung wird weiterhin berücksichtigt, indem die Ausdehnung der plastischen Zone zunächst auf den Fließstreifen auf der Korngrenze beschränkt ist. Innerhalb der plastischen Zone wird ein linear-elastisch, ideal-plastisches Materialverhalten angenommen, wobei das Einsetzen einer plastischen Deformation durch die von Mises-Fließbedingung bestimmt wird. Danach kommt es zu einer plastischen Deformation, wenn die von Mises-Vergleichsspannung σ_{vM} die zyklische Fließspannung σ^F des Werkstoffs erreicht.

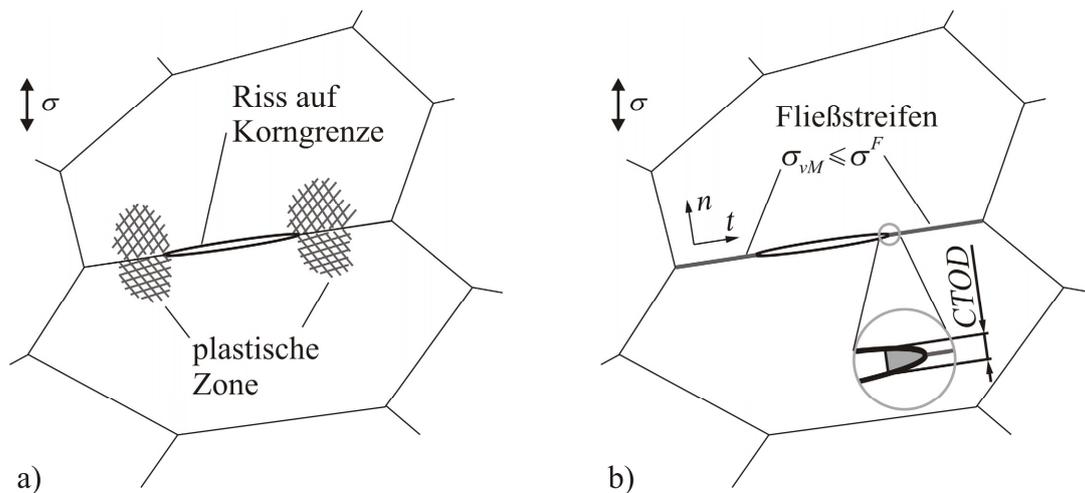


Bild 4.1: Mechanismus zur Beschreibung der Rissausbreitung auf Korngrenzen: a) lokale plastische Deformation in den benachbarten Körnern und b) Modellierung durch einen Fließstreifen auf der Korngrenze

Damit entspricht der Modellansatz zur Beschreibung des Risswachstums auf der Korngrenze im Prinzip einem Dugdale-Riss, der sich bei einer nicht horizontal verlaufenden Korngrenze unter einer gemischten Modus I+II-Beanspruchung befindet. Der Unterschied zum Dugdale-Riss im Kontinuum liegt jedoch darin, dass hier die Fließstreifenlänge durch die Geometrie der Korngrenze begrenzt ist. Daher kommen bei der Lösung des Rissproblems, wie auch im Modell von Tanaka et al. (1986, siehe auch Abschnitt 2.6.3) zwei Fälle in Frage. Dies ist zum einen die Gleichgewichtslösung, bei der die Singularität am Ende der plastischen Zone ver-

schwindet. Zum anderen ist der Fall eines blockierten Fließstreifens möglich, bei dem die Ausdehnung der plastischen Zone durch die Korngrenze begrenzt wird.

Dieser Mechanismus der interkristallinen Kurzrisssausbreitung wird nun in das bestehende Kurzrisssmodell integriert, so dass sich der Riss sowohl auf einer Korngrenze als auch auf einem Gleitband ausbreiten kann. Dabei ist es, wie in Bild 4.2 gezeigt, möglich, dass der Riss an einem Ende auf einem Gleitband wächst, während er sich am anderen Ende auf einer Korngrenze befindet. Zur Beschreibung der Rissausbreitung auf einer Gleitebene wird weiterhin das schubspannungskontrollierte Ausbreitungsgesetz nach (3.1) verwendet, das auf der zyklischen Rissspitzenableitung basiert. Da im Falle eines interkristallinen Risswachstums die zyklische Rissspitzenöffnung $\Delta CTOD$ als Maß für die Schädigung angesehen wird, ergibt sich nun eine weitere Gleichung zur Beschreibung des Risswachstums auf einer Korngrenze. Zusammenfassend lässt sich das Risswachstum pro Lastzyklus durch folgende Gleichungen ausdrücken:

$$\frac{da}{dN} = C_{CTSD} \cdot \Delta CTSD^{m_{CTSD}} \quad \text{für Risswachstum auf einer Gleitebene} \quad (4.1)$$

$$\frac{da}{dN} = C_{CTOD} \cdot \Delta CTOD^{m_{CTOD}} \quad \text{für Risswachstum auf einer Korngrenze} \quad (4.2)$$

Dabei sind die C_{CTSD} und C_{CTOD} sowie m_{CTSD} und m_{CTOD} materialspezifische Werte, die experimentell bestimmt werden müssen.

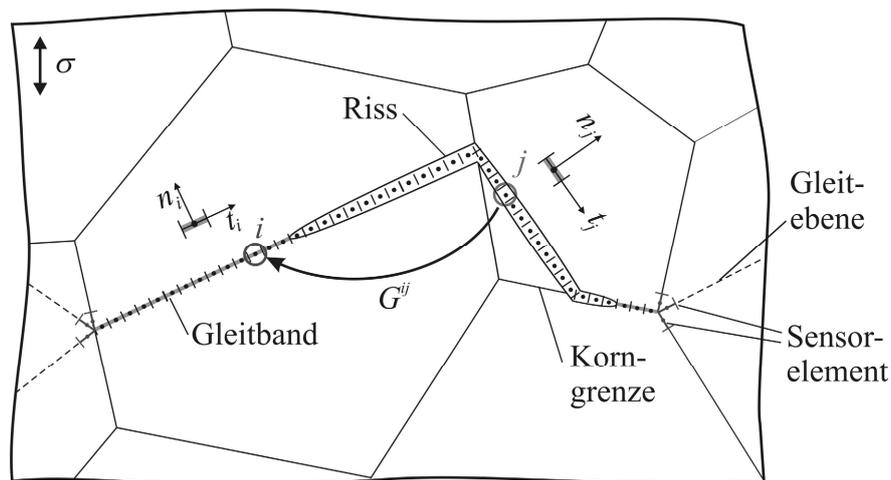


Bild 4.2: Modell zur Beschreibung der trans- und interkristallinen Kurzrisssausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V, diskretisiert mit Randelementen

Zur numerischen Lösung des Rissproblems wird weiterhin die in Abschnitt 3.2 vorgestellte Randelementemethode auf Basis von Versetzungsdipolelementen eingesetzt. Daher werden zunächst, wie in Bild 4.2 gezeigt, der Riss sowie die aktiven Gleitbänder und Korngrenzen

mit Randelementen diskretisiert. Da auf der Korngrenze sowohl eine Normal- als auch eine Tangentialverschiebung auftreten kann, entsprechen die Elemente dort im Prinzip einem Riss-element. Folglich ergibt sich das Gleichungssystem zur Beschreibung des Rissproblems aus den Gleichungen (3.9) und (3.10), indem die zusätzlichen Korngrenzelemente n_k mit berücksichtigt werden:

$$\sigma_{mn}^i = \sum_{j=1}^{n_r+n_p+n_k} G_{mn-t}^{ij} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r+n_k} G_{mn-n}^{ij} b_n^j + \sigma_{mn}^{i\infty} \quad (4.3)$$

$$\tau_{in}^i = \sum_{j=1}^{n_r+n_p+n_k} G_{m-t}^{ij} b_t^j + \sum_{j=1}^{n_r+n_k} G_{m-n}^{ij} b_n^j + \tau_{in}^{i\infty} \quad (4.4)$$

Dieses Gleichungssystem muss nun unter Berücksichtigung der folgenden Randbedingungen gelöst werden:

$$\sigma_{mn}^i \leq 0 \quad i = 1 \dots n_r \quad (4.5)$$

$$|\tau_{in}^i| = \begin{cases} = 0 \\ \leq \tau^F \end{cases} \quad \begin{matrix} i = 1 \dots n_r \\ i = n_r + 1 \dots n_r + n_p \end{matrix} \quad (4.6)$$

$$\sigma_{vM}^i \leq \sigma^F \quad i = n_r + n_p + 1 \dots n_r + n_p + n_k \quad (4.7)$$

$$b_n^i \geq 0 \quad i = 1 \dots n_r \quad (4.8)$$

Dabei ist Gleichung (4.7) durch den zusätzlichen Mechanismus der Rissausbreitung auf einer Korngrenze hinzugekommen. Die von Mises-Vergleichsspannung σ_{vM}^i in (4.7) ergibt sich nach Gleichung (2.11) und lautet für den hier angenommenen ebenen Verzerrungszustand (Becker und Gross 1988):

$$\sigma_{vM}^i = \sqrt{\frac{\kappa^2 - 2\kappa + 13}{16} (\sigma_{mn}^{i^2} + \sigma_{tt}^{i\infty^2}) - \frac{2\kappa^2 + 4\kappa + 22}{16} \sigma_{mn}^i \sigma_{tt}^{i\infty} + 3\tau_{in}^{i^2}} \leq \sigma^F \quad (4.9)$$

mit $\kappa = 3 - 4\nu$ (EVZ)

Damit ist der hier gewählte Ansatz zur Bestimmung der elastisch-plastischen Lösung für einen Riss auf einer Korngrenze grundsätzlich vergleichbar mit der Lösung von Künkler (2007) für einen Dugdale-Riss unter einer gemischten Beanspruchung. Allerdings wird hier, wie von Becker und Gross (1988) vorgeschlagen, der Einfluss der Spannungskomponente parallel zum Riss durch die äußere Spannung $\sigma_{tt}^{i\infty}$ berücksichtigt. Dieser Anteil wird in der Lösung von Künkler (2007) vereinfachend vernachlässigt, da der Einfluss bei einem Riss, der sich nahezu senkrecht zur äußeren Beanspruchung ausbreitet, sehr gering ist.

Zur Lösung des Rissproblems müssen nun die Relativverschiebungen im Riss und in der plastischen Zone unter Berücksichtigung der Randbedingungen bestimmt werden. Im Vergleich zu einem reinen Gleitbandriss wird die Situation dadurch verkompliziert, dass die Vergleichsspannung σ_{vM}^i sowohl von b_n^j als auch von b_t^j abhängt. Zur Bestimmung der Verschiebungen auf der Korngrenze wird daher das von Künkler (2007) vorgeschlagene Verfahren auf Basis eines Radial-Return-Algorithmus verwendet. Danach werden zunächst in einem rein elastischen Prädiktorschritt die Spannungen σ_{nn}^{el} und τ_{tn}^{el} im Fließstreifen bestimmt und geprüft, ob die Ungleichung (4.7) erfüllt wird. Ist dies nicht der Fall, so kommt es in den überlasteten Elementen zu einer plastischen Verformung, wobei sich das elastisch-plastische Ergebnis durch eine radiale Rückprojektion der elastischen Lösung auf die Fließfläche ergibt. Auf diese Weise erhält man eine weitere Bedingung für das Verhältnis χ von Tangential- und Normalspannung, das während der plastischen Deformation konstant bleibt:

$$\chi = \left| \frac{\tau_{tn}^{el i}}{\sigma_{nn}^{el i}} \right| = \left| \frac{\tau_{tn}^i}{\sigma_{nn}^i} \right|. \quad (4.10)$$

Dieser Zusammenhang wird auch von Becker und Gross (1988) bei ihrer analytischen Beschreibung des Rissproblems verwendet. Zur Lösung des Gleichungssystem wird nun die Vergleichsspannung in Gleichung (4.9) auf den Wert der Fließschubspannung gesetzt und τ_{tn}^i durch σ_{nn}^i und χ ersetzt. So enthält (4.9) als einzige Unbekannte die Spannung σ_{nn}^i der elastisch-plastischen Lösung, die sich durch Umstellen der Gleichung bestimmen lässt. Damit ergibt sich nach (4.10) auch die Schubspannungskomponente τ_{tn}^i . Da jedoch in (4.9) die Wurzel aus den quadrierten Spannungskomponenten gezogen wird, geht hier die Information über das Vorzeichen verloren. Daher werden, wie von Künkler (2007) vorgeschlagen, zunächst die Beträge der Spannungen bestimmt. Anschließend wird das richtige Vorzeichen aus dem Spannungszustand der elastischen Lösung ermittelt. Mit den so berechneten Spannungen σ_{nn}^i und τ_{tn}^i als Randbedingungen kann aus den Gleichungen (4.3) und (4.4) der neue Verschiebungs- und Spannungsverlauf im Fließstreifen ermittelt werden. In der Regel werden nun weitere Elemente überlastet sein, so dass sich die endgültige elastisch-plastische Lösung durch Anwendung des in Abschnitt 3.2.4 vorgestellten Lösungsverfahrens unter Berücksichtigung von geometrischem Riss schließen ergibt.

Im Gegensatz zum Stadium I-Rissmodell von Schick (2004) wird die äußere Beanspruchung nun schrittweise aufgebracht. Dadurch kann das Spannungsverhältnis χ in jedem Schritt

aktualisiert werden, so dass die plastische Verformung in den Elementen auf der Korngrenze mit großer Genauigkeit bestimmt werden kann.

4.2.3 Rissausbreitung über mehrere Körner

Entsprechend der Modellvorstellung ist die Länge eines Fließstreifens zunächst durch mikrostrukturelle Barrieren begrenzt. Damit es zu einer Ausdehnung der plastischen Zone und zu einem Risswachstum in das Nachbarkorn kommen kann, muss im Falle einer transkristallinen Rissausbreitung auf Gleitebenen eine Versetzungsquelle im Nachbarkorn aktiviert werden. Dieses Kriterium wird nun sinngemäß auch auf die interkristalline Rissausbreitung auf Korngrenzen übertragen. Da die Rissausbreitung hier jedoch normalspannungskontrolliert stattfindet, erfolgt die Aktivierung eines neuen Fließstreifens auf einer Korngrenze nicht durch eine kritische Schubspannung τ_m^c , sondern eine kritische Normalspannung σ_m^c .

Um dieses Kriterium in die bestehende Randelementformulierung mit einzubeziehen, werden Sensorelemente nicht nur auf potentiellen Gleitbändern, sondern auch auf der Korngrenze positioniert (Bild 4.3). Die entsprechenden Sensorspannungen ergeben sich weiterhin nach Gleichung (3.12) und (3.13), indem zusätzlich die Randelemente auf der Korngrenze in die Berechnung mit einbezogen werden. So ergeben sich analog zu Schick (2004) insgesamt vier mögliche Fälle für die Rissausbreitung:

1. Der Riss wächst transkristallin auf einer Gleitebene und hinter der Korngrenze wird erneut eine Gleitebene aktiviert.
2. Der Riss wächst transkristallin auf einer Gleitebene und es wird ein neuer Fließstreifen auf der Korngrenze aktiviert, was mit einem Wechsel zur interkristallinen Rissausbreitung verbunden ist.
3. Der Riss breitet sich auf einer Korngrenze aus und kehrt durch die Aktivierung einer Gleitebene zur transkristallinen Rissausbreitung zurück.
4. Der Riss breitet sich interkristallin aus und setzt diesen Mechanismus durch die Aktivierung einer weiteren Korngrenze fort.

Wird die kritische Spannung gleich in mehreren Sensorelementen überschritten, so entscheidet das Verhältnis aus τ^Q / τ^c bzw. σ^Q / σ^c darüber, welcher Sensor aktiviert wird.

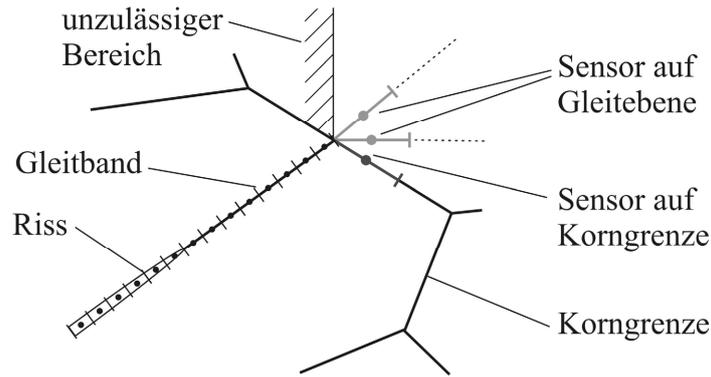


Bild 4.3: Sensorelemente hinter der Korngrenze

4.3 Bestimmung der Modellparameter

In diesem Abschnitt werden die Materialparameter bestimmt, die zur Berechnung der elastisch-plastischen Lösung des Rissproblems erforderlich sind. Während die elastischen Konstanten für die Titanlegierung Ti6Al4V vorliegen und in Tabelle 2.1 gegeben sind, sind die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F sowie die kritischen Spannungen τ^c und σ^c zur Aktivierung einer neuen Gleitebene bzw. Korngrenze zunächst noch unbekannt.

Um nun eine Beziehung zwischen diesen Größen und makroskopisch messbaren Werten herzuleiten, wird die Hall-Petch-Beziehung (Hall 1951 und Petch 1953) verwendet:

$$\sigma_{zyk}^F = \sigma_{0,zyk}^F + \frac{k_y}{\sqrt{D}}. \quad (4.11)$$

Danach ergibt sich die zyklische Fließspannung σ_{zyk}^F eines polykristallinen Werkstoffes additiv aus zwei Anteilen. Der erste Summand $\sigma_{0,zyk}^F$ entspricht der zyklischen Fließspannung des Einkristalls, während der zweite mit dem mittleren Korndurchmesser D und der Hall-Petch-Konstanten k_y die Festigkeitszunahme aufgrund der Barrierewirkung von Korngrenzen beschreibt. Die unbekanntenen Größen in Gleichung (4.11) können experimentell bestimmt werden, indem Wechselverformungsversuche an Proben mit unterschiedlichen Korndurchmessern durchgeführt werden. Da eine plastische Deformation im Kristall durch eine Abgleitung auf günstig orientierten Gleitebenen erfolgt (siehe Abschnitt 2.2), lässt sich die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F nun direkt aus (4.11) ermitteln. Geht man von einem maximalen Schmidfaktor $S_{max} = 0,5$ aus, dann gilt:

$$\tau^F = \sigma_{0,zyk}^F \cdot S_{max} = \frac{\sigma_{0,zyk}^F}{2}. \quad (4.12)$$

Folglich ergibt sich aus Gleichung (4.11) und (4.12), dass bereits eine Beanspruchung unterhalb von σ_{zyk}^F zu einer lokalen plastischen Deformation innerhalb einzelner Gefügekörner führen kann, wenn die Fließschubspannung τ^F auf einem günstig orientierten Gleitsystem überschritten wird. Eine makroskopische plastische Verformung setzt jedoch erst oberhalb von σ_{zyk}^F ein, wenn sich die Deformation auch über Korngrenzen hinaus ausbreiten kann. Betrachtet man nun ein aktives Gleitband ohne Riss ($a = 0$), so entspricht dieser Grenzfall in der Modellvorstellung genau dem Moment, bei dem eine Versetzungsquelle hinter der Korngrenze aktiviert wird. Entsprechend ergibt sich nach Gleichung (2.30) folgender Zusammenhang zwischen der kritischen Schubspannung τ^c auf einer Versetzungsquelle und der makroskopischen Fließspannung σ_{zyk}^F :

$$\tau^c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{r_0}} (\tau_{zyk}^F - \tau^F) + \tau^F = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{r_0}} (\sigma_{zyk}^F - \sigma_{0,zyk}^F) \cdot S_{max} + \tau^F. \quad (4.13)$$

Aus bruchmechanischer Sicht gibt es darüber hinaus noch eine weitere Möglichkeit zur Beschreibung der kritischen Schubspannung τ^c . So interpretieren Navarro und de los Rios (1988a) die Dauerfestigkeit σ^D eines Werkstoffes als die Beanspruchung, bei der Riskeime innerhalb einzelner Körner an der ersten Korngrenze stehen bleiben. Die maximale Schubspannung τ^c ergibt sich nun, indem in Gleichung (2.30) die Risslänge $2a$ gleich dem Korndurchmesser D gesetzt wird:

$$\tau^c = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{D}{r_0}} \sigma^D S_{max} + \tau^F. \quad (4.14)$$

Durch Gleichsetzen von (4.13) und (4.14) ergibt sich die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F zu:

$$\tau^F = (\sigma_{zyk}^F - \sigma^D) S_{max}. \quad (4.15)$$

Setzt man dieses Ergebnis nun in (4.13) oder (4.14) ein, dann folgt daraus die kritische Spannung τ^c zur Aktivierung einer Versetzungsquelle. Gleichzeitig ist es möglich, einen direkten Zusammenhang zwischen τ^c und der Hall-Petch-Konstanten k_y herzustellen. So erhält man durch Umstellen von (4.11):

$$\sigma_{zyk}^F - \sigma_{0,zyk}^F = \frac{k_y}{\sqrt{D}}. \quad (4.16)$$

Nach Einsetzen dieses Ergebnisses in (4.13) ergibt sich schließlich:

$$\tau^c = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{r_0}} k_y S_{max} + \tau^F. \quad (4.17)$$

Somit ergeben sich insgesamt zwei gleichwertige Ansätze zur Bestimmung der mikrostrukturellen Fließschubspannung τ^F und der Aktivierungsspannung für eine Versetzungsquelle τ^c . Der eine Weg führt über eine Hall-Petch-Analyse, bei der die Konstanten k_y und τ^F direkt bestimmt werden. Diese Vorgehensweise wurde von Düber (2007) und Künkler (2007) gewählt, um die Modellparameter für den austenitisch-ferritischen Duplexstahl 1.4462 zu ermitteln. Über zusätzliche Versuche an einphasigen Vergleichswerkstoffen bietet diese Methode den großen Vorteil, die mikrostrukturellen Parameter für die austenitische und die ferritische Phase einzeln zu bestimmen.

Dieser Ansatz kann jedoch bei der vorliegenden Titanlegierung Ti6Al4V mit bimodaler Mikrostruktur nicht angewendet werden. Hier ist es nicht möglich, einphasige Vergleichswerkstoffe für die α_p - und die lamellare Phase herzustellen sowie bei gleichbleibender Gefügestruktur lediglich die Korngröße durch eine Glühbehandlung zu variieren. Daher werden die Aktivierungsspannung τ^c und die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F analog zu Schick (2004) aus der zyklischen Fließspannung σ_{zyk}^F und der Dauerfestigkeit σ^D bestimmt. Mit Hilfe dieses Ansatzes ist es jedoch nur möglich, τ^F und τ^c für das Gesamtgefüge zu ermitteln, ohne zwischen α_p -Körnern und lamellaren Kolonien zu differenzieren. In diesen Phasen sollten sich jedoch grundsätzlich ähnliche Werte ergeben, da in beiden Fällen α -Titan mit hexagonal-dichtest-gepackter Kristallstruktur vorliegt. Um diese Annahme experimentell zu bestätigen, wurden Mikrohärtemessungen mittels Nanoindenter innerhalb einzelner Gefügekörner durchgeführt (Knobbe 2014). Dabei hat sich gezeigt, dass die Härtewerte innerhalb einer Lamelle und einem globularen α_p -Korn identisch sind, so dass der hier gewählte Ansatz gerechtfertigt ist.

Abschließend ist noch die zyklische Fließspannung für beide Mikrostrukturen als letzte fehlende Größe durch einen Incremental-Step-Test bestimmt worden, wobei aufgrund der geringen plastischen Verformungen im HCF-Bereich der Wert bei einer plastischen Dehnung von 0,01% ausgewertet worden ist (Knobbe 2014). Für das millgeglühte Gefüge beträgt die zyklische Fließspannung 740 MPa, während der Wert für die SHT-Mikrostruktur bei nur 656 MPa liegt. Zur Umrechnung der äußeren Normalspannung auf die Schubspannung auf einer Gleitebene benutzt Schick (2004) den Kehrwert des Sachs-Faktors, um den Einfluss von

ungünstig orientierten Gleitsystemen mit zu berücksichtigen. In dieser Arbeit wird jedoch, wie oben erwähnt, der maximal mögliche Schmidfaktor $S_{max} = 0,5$ gewählt, da es bei einer beginnenden plastischen Deformation zunächst nur bei besonders günstig orientierten Körnern zu einer Versetzungsbewegung über die Korngrenze hinaus kommt.

Setzt man nun die experimentell ermittelten Werte für die zyklische Fließspannung und die Dauerfestigkeit nach Tabelle 2.1 in Gleichung (4.15) ein, so ergibt sich die mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F . Für den Abstand zur Bestimmung der kritischen Schubspannung auf einem Gleitband wird analog zu Künkler (2007) ein Wert von $r_0 = 0,1\mu\text{m}$ gewählt. Damit ergibt sich zusammen mit dem mittleren Korndurchmesser aus Abschnitt 2.3 die kritische Aktivierungsspannung τ^c nach (4.14). Die Ergebnisse sind für beide Mikrostrukturen in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Tabelle 4.1: Mechanische Eigenschaften der untersuchten Ti6Al4V-Legierungen

	millgeglüht (MA)	lösungsgeglüht (SHT)
mikrostrukturelle Fließschubspannung τ^F [MPa]:	120	116
Aktivierungsspannung für Versetzungsquelle τ^c [MPa]	827	1089

Somit weisen beide Mikrostrukturen eine sehr ähnliche Fließschubspannung auf, während die Aktivierungsspannung für eine Versetzungsquelle im lösungsgeglühten Gefüge um 20% über der des millgeglühten Zustands liegt. Diese Differenz ist jedoch bei Berücksichtigung unterschiedlichen Wärmebehandlungen und dem daraus resultierenden großen Unterschied in der mittleren Korngröße vergleichsweise gering.

Da der Riss auf einer Korngrenze normalspannungskontrolliert wächst, erfolgt die Aktivierung einer neuen Korngrenze bei Erreichen einer kritischen Normalspannung σ^c in einem Sensorelement. Der Wert für σ^c lässt sich nun direkt aus der kritischen Schubspannung τ^c zur Aktivierung einer Gleitebene ableiten, weil die Rissausbreitung auf einer Korngrenze durch eine lokale plastische Deformation in den angrenzenden Körnern erfolgt. Unter der Annahme eines maximalen Schmidfaktor von $S_{max} = 0,5$ ergibt sich dementsprechend

$$\sigma^c = \frac{\tau^c}{S_{max}} = 2\tau^c. \quad (4.18)$$

5 Simulationsergebnisse für die Titanlegierung Ti6Al4V

In diesem Kapitel wird das oben vorgestellte Kurzrisssmodell angewendet, um die Kurzrisssausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V zu simulieren. Dabei wird zunächst auf die Modellvalidierung eingegangen, bevor im weiteren Verlauf die Simulationen in virtuellen Mikrostrukturen vorgestellt werden.

5.1 Modellvalidierung an realen Ermüdungsrissen

Zur Validierung des in Kapitel 4 vorgestellten Kurzrisssmodells wird zunächst das Ausbreitungsverhalten von experimentell beobachteten Ermüdungsrissen simuliert. Dazu wird die Geometrie von realen Rissen vermessen und der Verlauf von Gleitbändern und Korngrenzen in das Modell übertragen. Anschließend wird der Anfangsriss definiert, der sich aus dem Ermüdungsversuch zu dem Zeitpunkt ergibt, bei dem der Risskeim das erste Mal beobachtet worden ist. Zur Durchführung der Berechnungen wird die Geometrie mit ca. 500 Randelementen diskretisiert und analog zum Versuch eine zyklische Beanspruchung mit einer Amplitude von 600MPa aufgebracht. Neben der Validierung des Modellansatzes dient der Vergleich mit realen Rissen auch dem Zweck, die noch unbekannt Parameter im Risswachstumsgesetz einmalig festzulegen. Dabei wird der Exponent m_{CTSD} bzw. m_{CTOD} bei allen Simulationen gleich Eins gesetzt, da die Stadium I-Kurzrisssausbreitung nach dem Versetzungsmodell von Wilkinson et al. (1998) proportional zur Rissspitzenableitung erfolgt. Die Konstanten C_{CTSD} bzw. C_{CTOD} im Rissausbreitungsgesetz werden durch eine direkte Anpassung der Simulation an die experimentellen Rissausbreitungsdaten bestimmt. Dabei haben sich durch das Nachrechnen mehrerer Risse Werte von $C_{CTSD} = 0,026$ und $C_{CTOD} = 0,012$ ergeben, die für alle Rissimulationen beibehalten werden. Insofern unterscheidet sich der hier gewählte Ansatz von den Arbeiten von Schick (2004) und Künkler (2007), wo für jeden experimentell beobachteten Riss eine Parameteranpassung vorgenommen wird.

Im Detail werden nun die in Bild 5.1 bis Bild 5.3 gezeigten Risse näher betrachtet. Während die ersten beiden Risse in der millgeglühten Mikrostruktur gewachsen sind, zeigt Bild 5.3 ein Beispiel für einen Riss im lösungsgeglühten Gefüge. Da die Rissausbreitungsrate aufgrund des Mikrostruktureinflusses an beiden Rissspitzen nicht gleich ist, werden jeweils die linke und rechte Risshälfte unabhängig voneinander betrachtet.

Der in Bild 5.1 gezeigte Riss breitet sich links auf einer Gleitebene innerhalb eines α_p -Kornes aus, während er rechts auf einer Korngrenze wächst. Der Vergleich des Simulationsergebnisses mit den im Versuch gemessenen Rissausbreitungsdaten zeigt eine gute Übereinstim-

mung. Da das Gleitband auf der linken Seite mit einem Winkel von ca. 45° zur äußeren Last einen hohen Schmidfaktor aufweist, wächst der Riss hier zunächst sehr schnell. Nach dem das Ende der Gleitebene erreicht ist, bleibt der Riss jedoch an der Korngrenze stehen. Im Gegensatz dazu wächst der Riss rechts zunächst relativ langsam auf einer Korngrenze, wobei die Ausbreitungsgeschwindigkeit ab ca. 7000 Zyklen sowohl im Experiment als auch in der Simulation zunimmt.

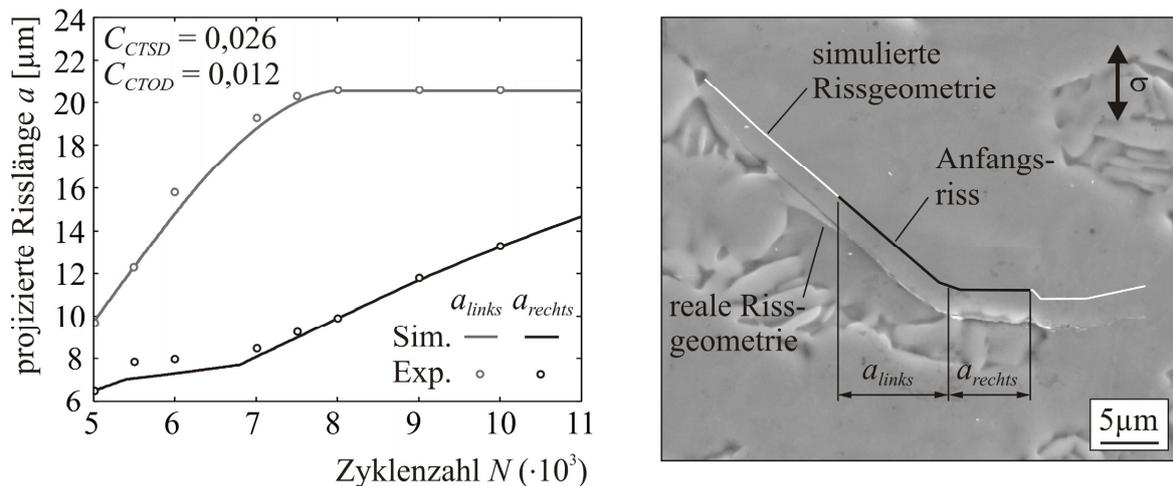


Bild 5.1: Vergleich der Simulation mit experimentell ermittelten Rissausbreitungsdaten für den dargestellten Riss im millgeglühten Gefüge

Der zweite betrachtete Riss in Bild 5.2 breitet sich zunächst auf Gleitebenen aus. In diesem Bereich wächst der Riss an beiden Spitzen zunächst relativ langsam, was vor allem auf das mehrmalige Abknicken des Risspfads zurückgeführt werden kann. Im weiteren Verlauf des Versuchs nimmt die Rissausbreitungsrate jedoch deutlich zu. Dies gilt sowohl für die linke Risspitze, wo der Riss auf einer horizontal verlaufenden Korngrenze wächst, als auch auf der rechten Seite, wo die Ausbreitung auf einem günstig orientierten Gleitband erfolgt. Dabei zeigt sich erneut eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch, da sowohl das anfangs langsamere Risswachstum als auch die spätere Zunahme der Rissausbreitungsgeschwindigkeit richtig vorhergesagt werden.

Als drittes Beispiel zur Validierung wird der in Bild 5.3 gezeigte Riss in der lösungsgeglühten Mikrostruktur simuliert. Da der Riss im Beobachtungszeitraum nur an der linken Risspitze gewachsen ist, beschränkt sich die Auswertung auf diese Seite. Wie die Rasterelektronenmikroskopieaufnahme zeigt, breitet sich der Riss hier innerhalb eines Lamellenpaketes aus. Die Auswertung der Kristallorientierung in diesem Bereich ergibt, dass der Riss hier auf der Basalebene und später auf einer prismatischen Ebene wächst, wobei die Schmidfaktoren mit 0,48 bzw. 0,44 sehr günstig für ein schubspannungskontrolliertes Risswachstum sind.

Vergleicht man die experimentell ermittelten Rissausbreitungsdaten mit der Simulation, so zeigt sich auch hier eine sehr gute Übereinstimmung.

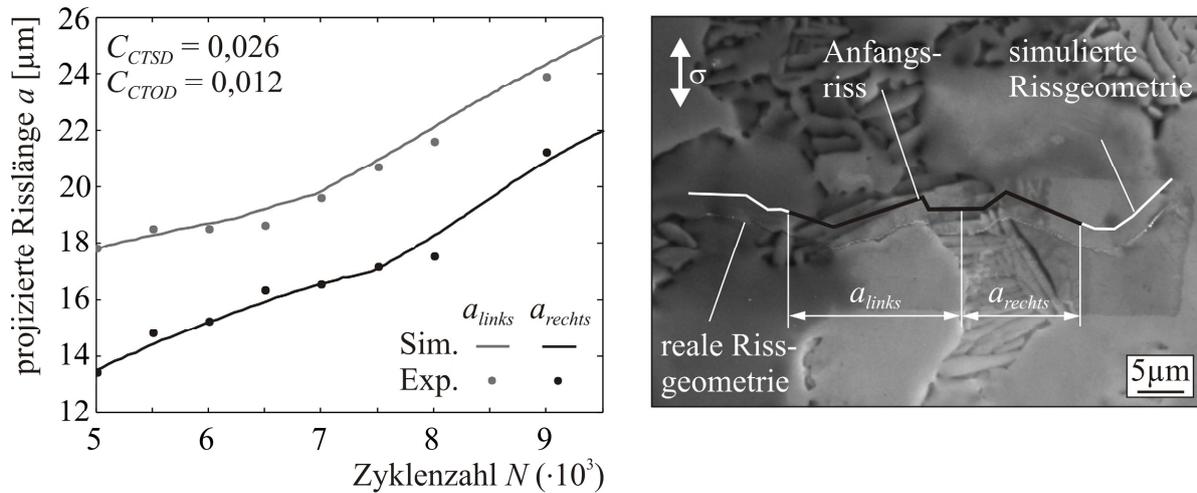


Bild 5.2: Vergleich der Simulation mit experimentell ermittelten Rissausbreitungsdaten für den dargestellten Riss im millgeglühten Gefüge

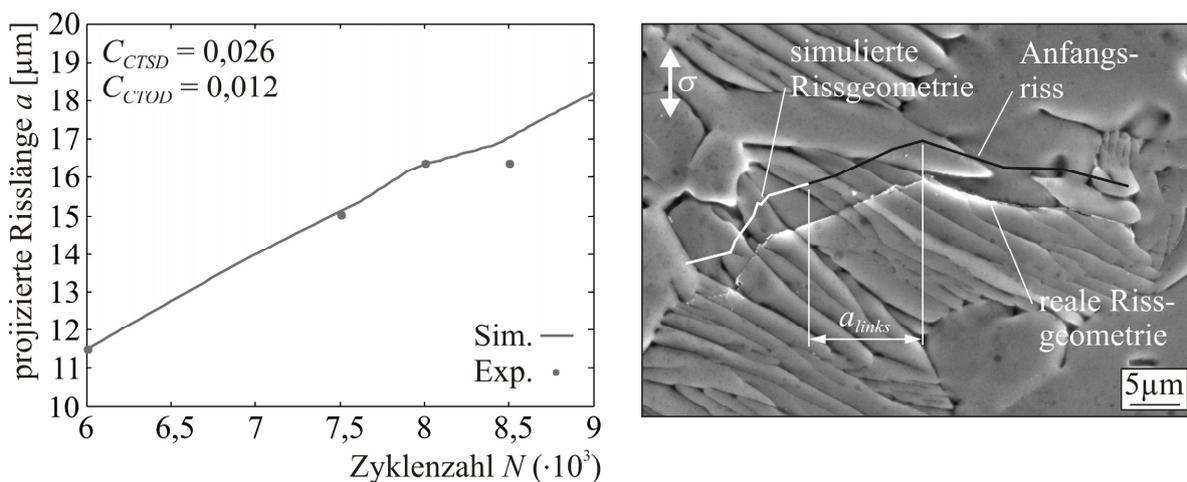


Bild 5.3: Vergleich der Simulation mit experimentell ermittelten Rissausbreitungsdaten für den dargestellten Riss im lösungsgeglühten Gefüge

Zusammenfassend zeigen die obigen Validierungen an realen Ermüdungsrissen, dass das entwickelte Kurzrissmodell die wesentlichen Mechanismen der Kurzrissausbreitung in der Mikrostruktur von Ti6Al4V richtig beschreibt. Dabei wird der starke Mikrostruktureinfluss auf die Rissausbreitungsgeschwindigkeit sowohl qualitativ als auch quantitativ richtig erfasst.

Trotz dieser guten Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass der zweidimensionale Modellierungsansatz immer eine Vereinfachung der dreidimensionalen Realität darstellt. Insofern ist es ohne eine Anpassung der Parameter im Risswachstumsgesetz ausgeschlossen, dass die Ausbreitung jedes Stadium I-Risses mit dem Modell korrekt abgebildet werden kann. Ein Beispiel dafür ist der in Bild 5.4 gezeigte Riss in der lösungsgeglühten Mikrostruktur, der auf der rechten Seite durch ein α_p -

Korn wächst. Die Auswertung der Kristallorientierung hat dabei ergeben, dass der Risspfad auf einer prismatischen Kristallebene mit einem hohen Schmidfaktor von $S = 0,48$ verläuft. Trotz dieser günstigen Bedingungen für ein schubspannungskontrolliertes Risswachstum ergibt sich im Versuch eine deutlich geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit als in der Simulation. Diese Diskrepanz lässt sich durch zusätzliche 3D-Einflüsse begründen. So ist in der REM-Aufnahme in Bild 5.4 zu erkennen, dass der Riss innerhalb des α_p -Kornes zweimal abknickt. Dabei kann es unterhalb der Oberfläche zu einer Auffächerung des Risses verbunden mit einer starken Verlangsamung kommen, die durch das 2D-Modell nicht erfasst wird. Darüber hinaus zeigen die Studien an einem 3D-Modell in Kapitel 7, dass auch der Gleit-ebenenverlauf unter der Oberfläche und die Korntiefe im Materialinneren von Bedeutung sind.

Qualitativ werden die Mechanismen der Rissausbreitung durch das Modell jedoch richtig beschrieben, da der Riss zunächst langsam wächst und später beschleunigt. Dementsprechend lässt sich durch eine Anpassung des Parameters C_{CTSD} auf den Wert 0,015 eine gute Übereinstimmung erzielen. Im Hinblick auf die Anwendung des Modells ist jedoch vor allem von Interesse, wie gut sich die Rissausbreitung und damit auch die Lebensdauer mit einmalig bestimmten Werten für C_{CTSD}/C_{CTOD} bzw. m_{CTSD}/m_{CTOD} vorhersagen lässt. Daher werden die Werte bei der Durchführung von Simulationen in virtuellen Mikrostrukturen konstant gehalten.

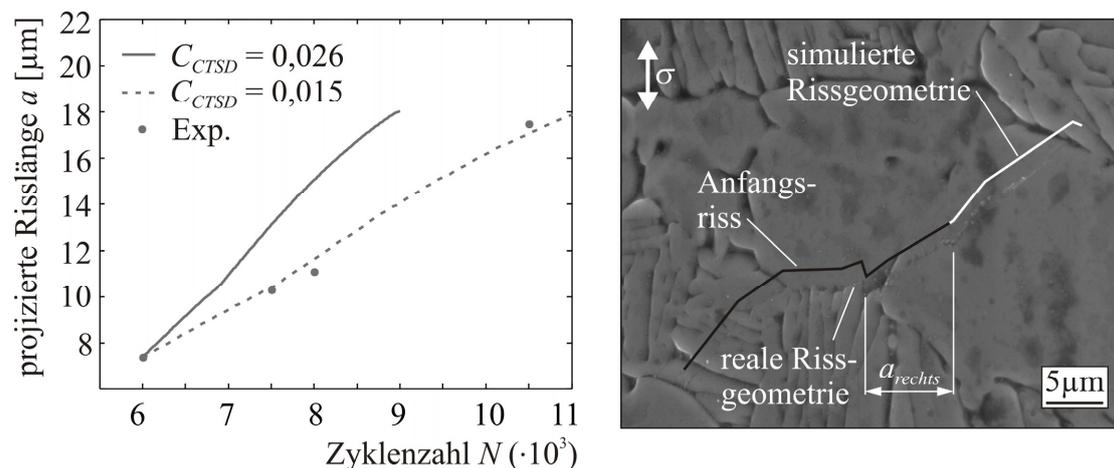


Bild 5.4: Beispiel für einen Riss im lösungsgeglühten Gefüge, für den sich eine geringere Konstante C_{CTSD} ergibt.

5.2 Erstellung virtueller Mikrostrukturen

Neben dem Nachrechnen realer Ermüdungsrisse liegt das Hauptanwendungsgebiet des vorgestellten Modells in der Simulation der Kurzrisssausbreitung in virtuellen Mikrostrukturen. Hier können einzelne Gefügeparameter vergleichsweise einfach variiert und der jeweilige Einfluss

auf die Materialermüdung bestimmt werden. Basierend auf den so gewonnenen Erkenntnissen bietet sich damit die Möglichkeit, eine Optimierung des Gefüges durchzuführen.

Voraussetzung hierfür ist die Generierung von virtuellen Gefügen, die die wesentlichen Merkmale der realen Mikrostruktur abbilden. Daher wird im Folgenden ein Algorithmus vorgestellt, der die Erzeugung von virtuellen Gefügen für die bimodale Mikrostruktur der Titanlegierung Ti6Al4V ermöglicht.

5.2.1 Ein Algorithmus zur Erstellung virtueller Mikrostrukturen

Grundsätzlich kommen nach Weinhandl (1996) für die computergestützte Generierung von Gefügen verschiedene Verfahren wie der Johnson-Mehl-Algorithmus, der Apolonius-Algorithmus und der Voronoi-Algorithmus in Frage. Da der Vergleich von realen und modellierten Mikrostrukturen nach dem Voronoi-Algorithmus eine sehr gute Übereinstimmung zeigt, wird dieses Verfahren im Rahmen dieser Arbeit als Basis für die Gefügenerstellung verwendet.

Aus mathematischer Sicht stellt der Voronoi-Algorithmus eine Methode dar, um ein Gebiet in einzelne Zellen zu unterteilen (Voronoi 1908). Diese Zerlegung wird als Voronoi-Diagramm bezeichnet und basiert im zweidimensionalen Fall auf einer Punktmenge P in der Ebene. Die Grundidee ist nun, die Grenzen zwischen den einzelnen Bereichen so zu ziehen, dass alle Positionen innerhalb einer Zelle i näher an deren Voronoi-Zentrum liegen als an allen anderen Punkten aus P . Somit entspricht die Grenze zwischen zwei benachbarten Voronoi-Zellen der Mittelsenkrechten, die sich aus den jeweiligen Zentren ergibt. Darüber hinaus grenzt der Schnittpunkt von zwei Kanten immer an drei Zellen und ist der Mittelpunkt eines Kreises, der durch alle drei angrenzenden Voronoi-Zentren verläuft.

Voronoi-Diagramme werden bei zahlreichen Anwendungen wie zum Beispiel der Städteplanung, der Positionierung von Mobilfunkantennen oder der Generierung von FE-Netzen zur Unterteilung von Gebieten eingesetzt. Auch in der Natur finden sich Beispiele für Voronoi-Strukturen. So bilden Kristalle, deren Wachstum ausgehend von Kristallisationspunkten zur gleichen Zeit und mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt, ein Voronoi-Gefüge. Dabei ergeben sich im ebenen Fall Körner, die im Mittel durch sechs Kanten umschlossen werden. Diese Zahl stimmt gut mit Werten überein, die sich bei der Auswertung von Schlifffbildern ergibt. Des Weiteren liegt der Innenwinkel zwischen zwei Grenzen innerhalb eines Kornes im Schnitt bei 120° , so dass die Bedingung einer minimalen Oberflächenenergie erfüllt wird. Aus diesen Gründen ist der Voronoi-Algorithmus sehr gut zur rechnergestützten Erstellung von Mikrostrukturen geeignet.

Als Ausgangspunkt für die Generierung eines virtuellen Gefüges wird daher ein Voronoi-Diagramm basierend auf einer zufälligen Verteilung von Generatorpunkten verwendet (Bild 5.5a). Diese Mikrostruktur ist zunächst einphasig und weist die in Bild 5.5b dargestellte Korngrößenverteilung auf, die in guter Näherung einer Standard-Normalverteilung entspricht. Für ein reales Gefüge ist jedoch eine logarithmische Normalverteilung des Korndurchmessers charakteristisch (Gottstein 2007). Daher ist zur Darstellung von Ti6Al4V mit bimodaler Mikrostruktur noch eine Reihe von Modifikationen erforderlich, auf die im Folgenden eingegangen wird.

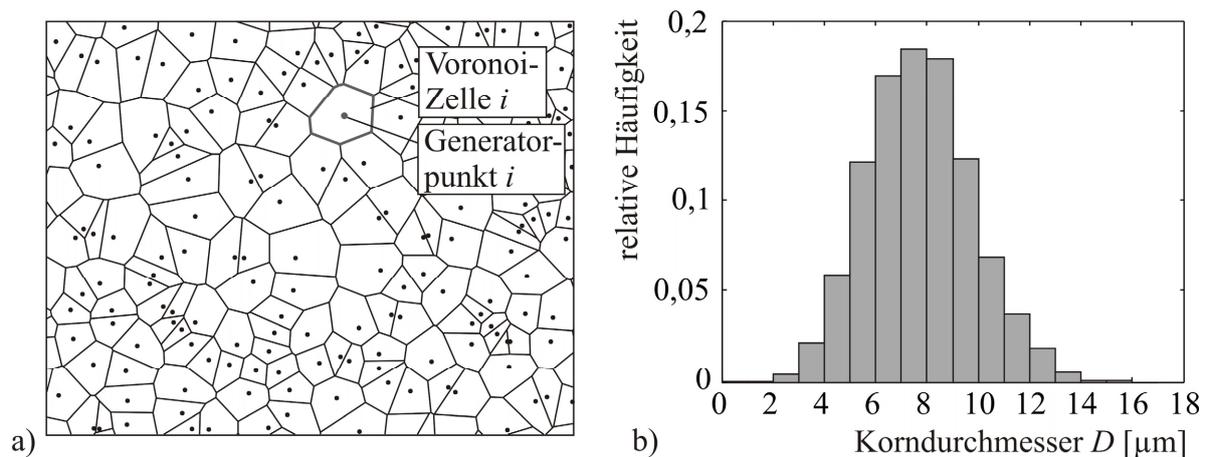


Bild 5.5: a) Voronoi-Diagramm als Grundlage für die Gefügeerstellung und
b) Korngrößenverteilung des Gefüges

Zunächst wird für das gesamte Gefüge eine Korngrößenanpassung vorgenommen, um eine für metallische Gefüge charakteristische, logarithmische Korngrößenverteilung zu erhalten. Hierzu wird das Verfahren von Schick (2004) verwendet, bei dem eine Kornteilung durch das Hinzufügen zusätzlicher Voronoi-Generatoren durchgeführt wird. Danach werden zunächst alle Körner ermittelt, deren Größe oberhalb des am häufigsten vorkommenden Durchmessers D_{Mo} liegt. Aus dieser Menge werden zufällig Körner ausgewählt, bei denen eine Teilung erfolgen soll. Dazu wird der Generatorpunkt des jeweiligen Kornes gelöscht und durch drei Punkte ersetzt, die sich auf einem Kreis darum unter einem Winkel von 120° befinden (Bild 5.6a). Die Neuberechnung des Voronoi-Diagramms ergibt schließlich drei kleinere Körner anstelle des einen großen Kornes (Bild 5.6b). Dieses Verfahren wird nun so lange fortgesetzt, bis die gewünschte Korngrößenverteilung erreicht ist. Da sich durch das Teilen von Körnern auch der mittlere Korndurchmesser ändert, wird die Korngröße durch Skalieren des Gefüges abschließend wieder auf den definierten Sollwert gebracht.

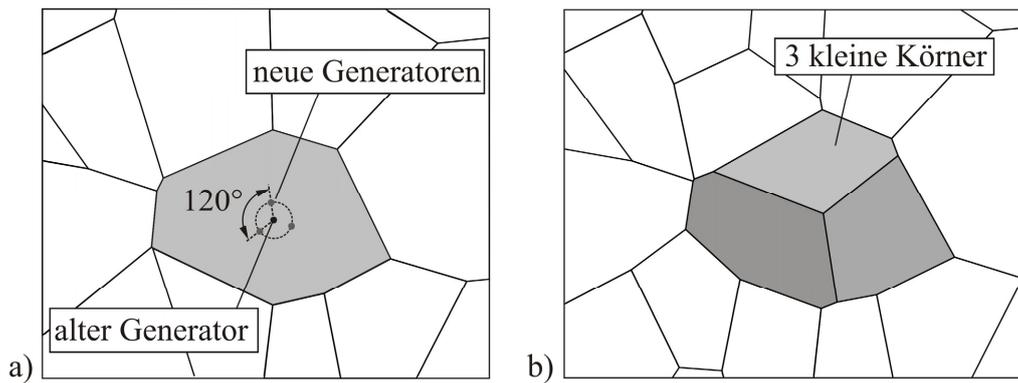


Bild 5.6: a) Teilen eines großen Kornes durch Hinzufügen von Voronoi-Generatoren und
b) Ergebnis nach Neuberechnung des Voronoi-Diagramms

Der nächste Schritt bei der Gefügearstellung ist die Phasenzuweisung, bei der die Körner unter Berücksichtigung des gewünschten α_p -Phasenanteils zufällig in globulare α_p -Körner und lamellare Kolonien eingeteilt werden. Daraus ergibt sich natürlich für jede Kornphase der gleiche mittlere Durchmesser sowie die gleiche Korngrößenverteilung. Aus diesem Grund wird nun eine detaillierte Anpassung des Korndurchmessers für jede Phase durchgeführt. Hier kommt zum einen das oben gezeigte Verfahren zur Kornteilung zum Einsatz, wobei sich die zu teilenden Körner auf eine Phase beschränken. Darüber hinaus kann die Auswahl auf unterschiedliche Durchmesserbereiche eingegrenzt werden, um eine möglichst zielgerichtete Korngrößenanpassung durchführen zu können.

Zusätzlich wird der Algorithmus um die Option erweitert, einzelne Körner durch Hinzufügen einer zusätzlichen Korngrenze zu teilen (Bild 5.7). Dieses Verfahren hat gegenüber dem Einfügen von Voronoi-Generatoren den Vorteil, dass hier nur das jeweilige Korn modifiziert wird, während die angrenzenden Gefügebereiche weitgehend erhalten bleiben. Daher kann so eine deutlich gezieltere Mikrostrukturanpassung vorgenommen werden.

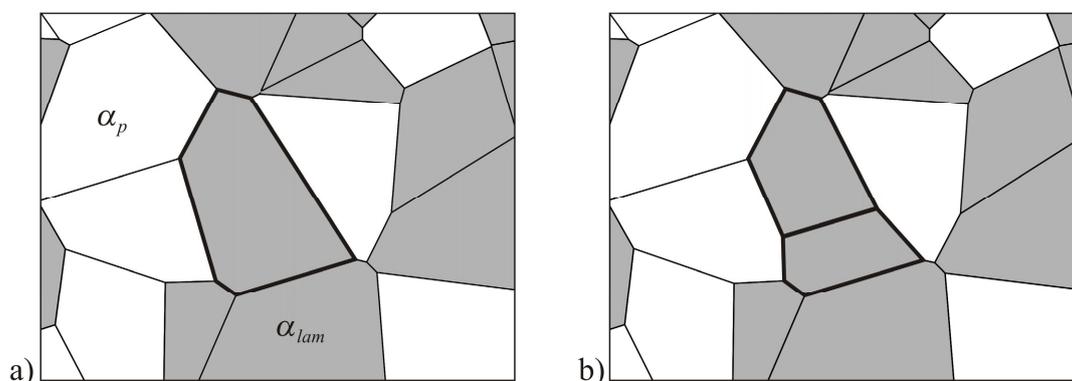


Bild 5.7: Gefügemodifikation durch Teilen eines Kornes a) vor und b) nach der Teilung

Nach diesen Gefügemodifikationen ergibt sich vielfach bereits eine gute Übereinstimmung zwischen dem virtuellem Gefüge und der realen Mikrostruktur. Allerdings weist das

synthetische Gefüge verglichen mit dem realen Schlibfbild zu wenig große Körner auf. Diese bieten jedoch aufgrund ihrer großen Gleitbandlänge besonders günstige Bedingungen für eine mikrostrukturelle Kurzrissausbreitung und sind somit von großer Bedeutung für den Ermüdungsprozess. Daher werden bei der Gefügenerierung noch einzelne große Körner erzeugt, indem zwei benachbarte Körner miteinander verschmolzen werden (Bild 5.8).

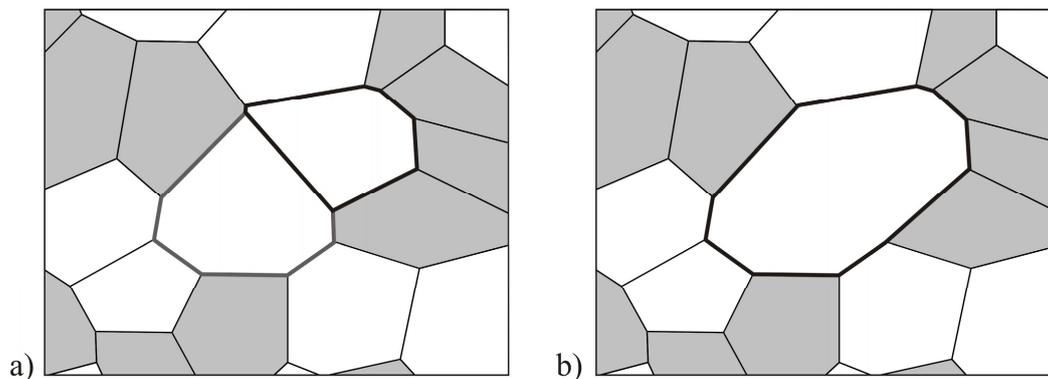


Bild 5.8: Erzeugen einzelner großer Körner durch Verschmelzen benachbarter Körner

Abschließend wird noch die Kristallorientierung für jedes Korn über die Eulerwinkel φ_1 , ϕ und φ_2 festgelegt. Diese Winkel beschreiben drei sequentielle Drehungen um die z - die x' - und die z'' -Achse und definieren so die Lage der Kristallhauptachsen bezüglich des globalen x, y, z -Koordinatensystems. Für φ_1 , ϕ und φ_2 werden hier zufällige Werte aus dem Euler-Raum gewählt, so dass sich ein texturfrees Gefüge ergibt.

Da die Lamellengrenzen innerhalb der lamellaren Kolonien auf einer prismatischen Gleit-ebene verlaufen, wird die Lamellenorientierung durch zufällige Auswahl einer dieser Ebenen festgelegt. Die Lamellenbreite wird ebenfalls zufällig gewählt, wobei die Werte auf Basis der experimentellen Gefügeuntersuchungen zwischen $0,5 \mu\text{m}$ und $1,5 \mu\text{m}$ liegen. Die Bedeutung der Lamellen ergibt sich aus der Beobachtung an realen Risspfaden, wonach der Riss nicht zwischen zwei Lamellengrenzen, sondern immer genau darauf wächst. Dementsprechend muss der Riss im virtuellen Gefüge auch zunächst ein Stück auf der Korngrenze wachsen, bevor er auf die Lamellengrenzenebene abknicken kann.

5.2.2 Virtuelle Mikrostrukturen für die Titanlegierung Ti6Al4V

Mit Hilfe des oben vorgestellten Algorithmus ist es nun möglich, virtuelle Mikrostrukturen für die im Rahmen dieses Projektes untersuchten Gefügestände zu generieren. Entsprechend ist das in Bild 5.9 gezeigte Gefüge für den millgeglühten Wärmebehandlungszustand basierend auf den experimentell bestimmten Gefügedaten erstellt worden. Dabei stimmen der mittlere Korndurchmesser für die α_p -Körner mit $3,1 \mu\text{m}$ und der für die lamellaren Kolonien

mit $3,2\ \mu\text{m}$ sowie der α_p -Phasenanteil von $70,9\ \%$ sehr gut mit den gemessenen Werten überein.

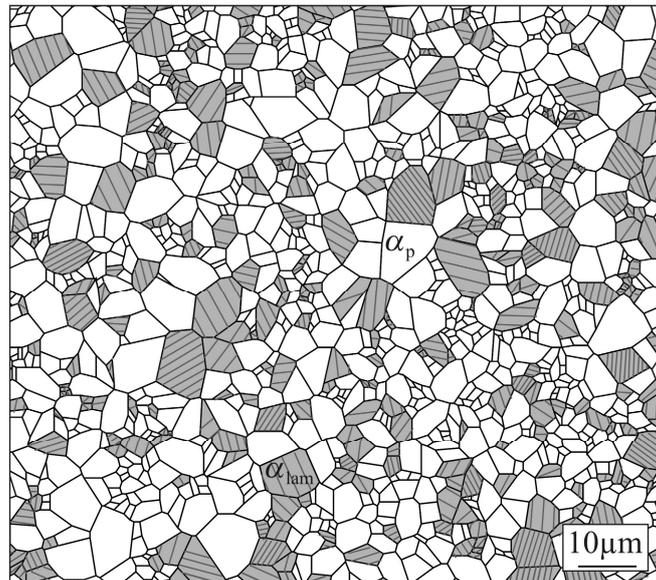


Bild 5.9: Virtuelles Gefüge für den millgeglühten Wärmebehandlungszustand

Neben dem mittlerem Durchmesser kommt es jedoch vor allem darauf an, dass auch die Korngrößenverteilung der virtuellen Mikrostruktur mit dem realen Gefüge übereinstimmt. Daher sind in Bild 5.10 und Bild 5.11 die Korngrößenverteilungen für die α_p -Körner und die lamellaren Kolonien gegenübergestellt. Dabei zeigt sich insgesamt eine gute Übereinstimmung, da sowohl in der realen als auch der virtuellen Mikrostruktur eine große Anzahl kleiner Körner vorliegt, während nur wenige einen Durchmesser von mehr als $10\ \mu\text{m}$ aufweisen.

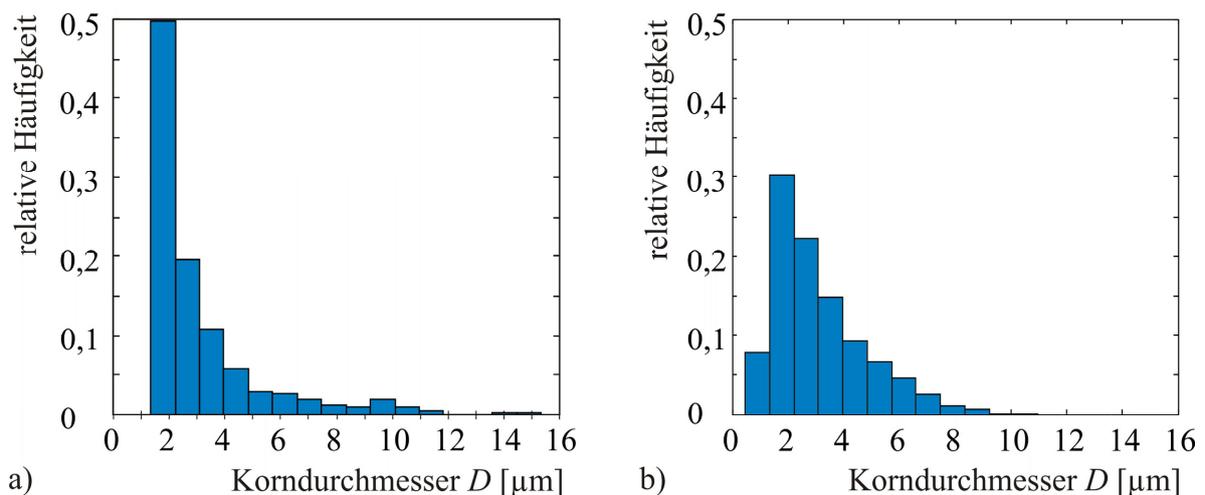


Bild 5.10: Korngrößenverteilung der α_p -Körner a) im realen und b) im virtuellen Gefüge (MA-Wärmebehandlungszustand)

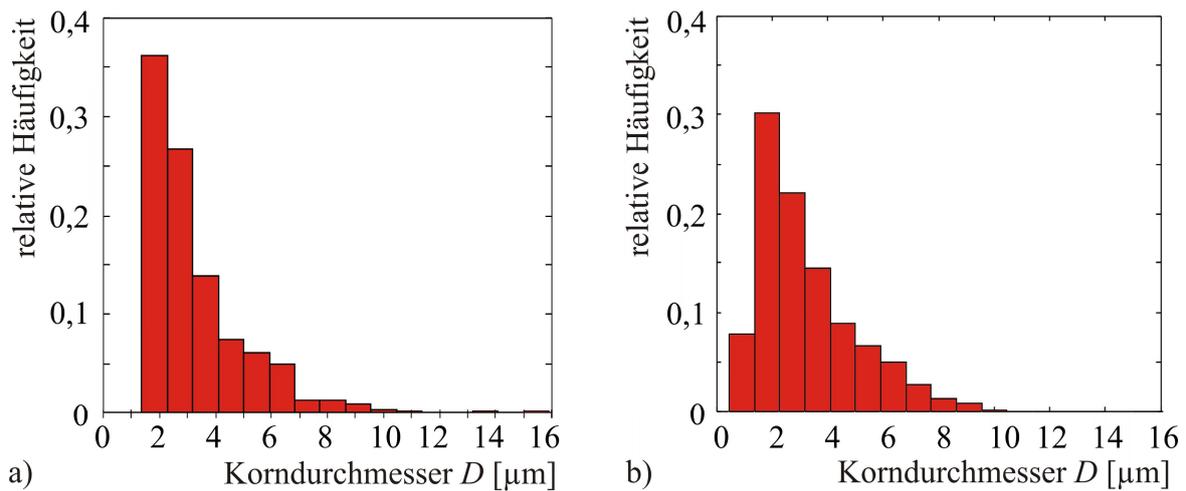


Bild 5.11: Korngrößenverteilung der lamellaren Kolonien a) im realen und b) im virtuellen Gefüge (MA-Wärmebehandlungszustand)

Verglichen mit dem millgeglühten Gefüge ist die virtuelle Mikrostruktur für den lösungsgeglühten Wärmebehandlungszustand in Bild 5.12 deutlich gröber. Der mittlere Korndurchmesser beträgt hier $7,3 \mu\text{m}$ für die α_p -Körner und $11,2 \mu\text{m}$ für die lamellaren Kolonien bei einem α_p -Phasenanteil von 60,1 %.

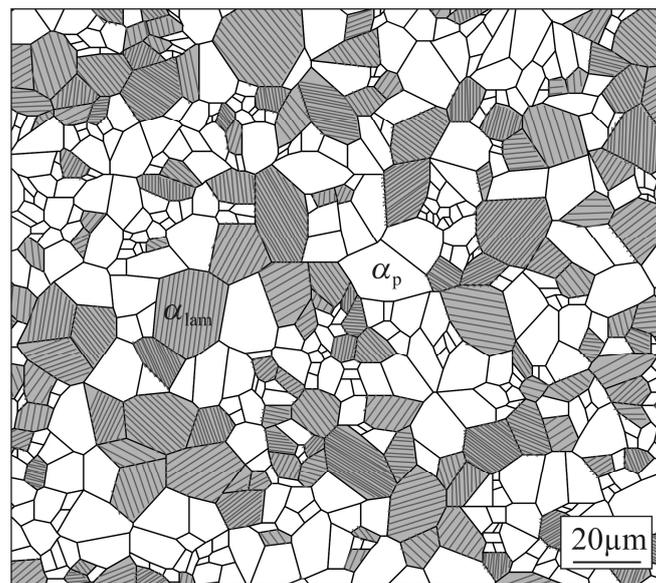


Bild 5.12: Virtuelles Gefüge für den lösungsgeglühten Wärmebehandlungszustand (SHT)

Auch bei Betrachtung der Korngrößenverteilung zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen realer und virtueller Mikrostruktur (Bild 5.13 und Bild 5.14). Hier ist nicht nur der mittlere Durchmesser, sondern auch der maximale Durchmesser der α_p -Körner mit $24 \mu\text{m}$ deutlich kleiner als der der lamellaren Kolonien mit $30 \mu\text{m}$. Dabei ist es erst durch die in Abschnitt 5.2.1 vorgestellten Erweiterungen des Algorithmus möglich geworden, eine derart große Differenz zwischen den Korndurchmessern der einzelnen Phasen abzubilden.

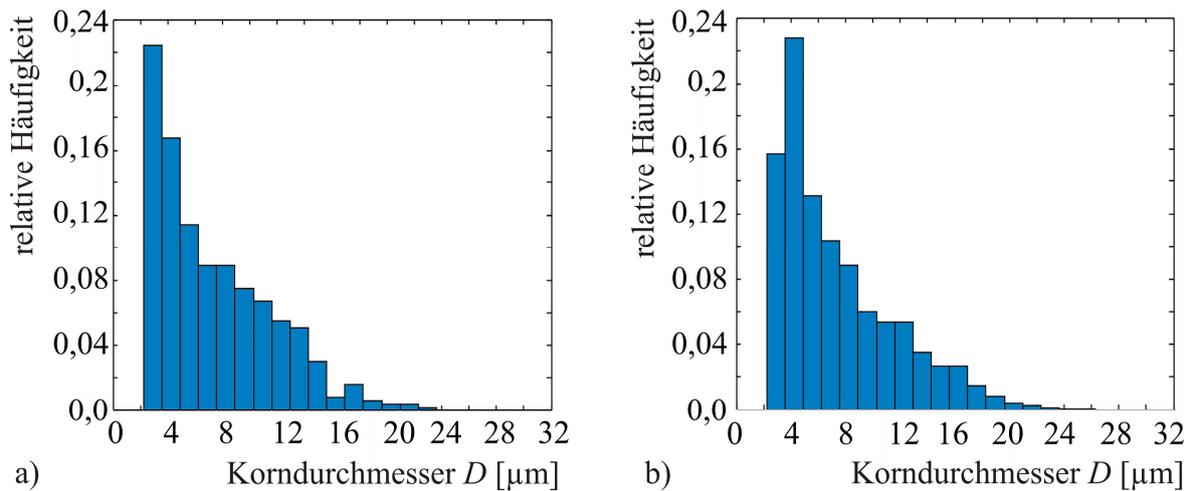


Bild 5.13: Korngrößenverteilung der α_p -Körner a) im realen und b) im virtuellen Gefüge (SHT-Wärmebehandlungszustand)

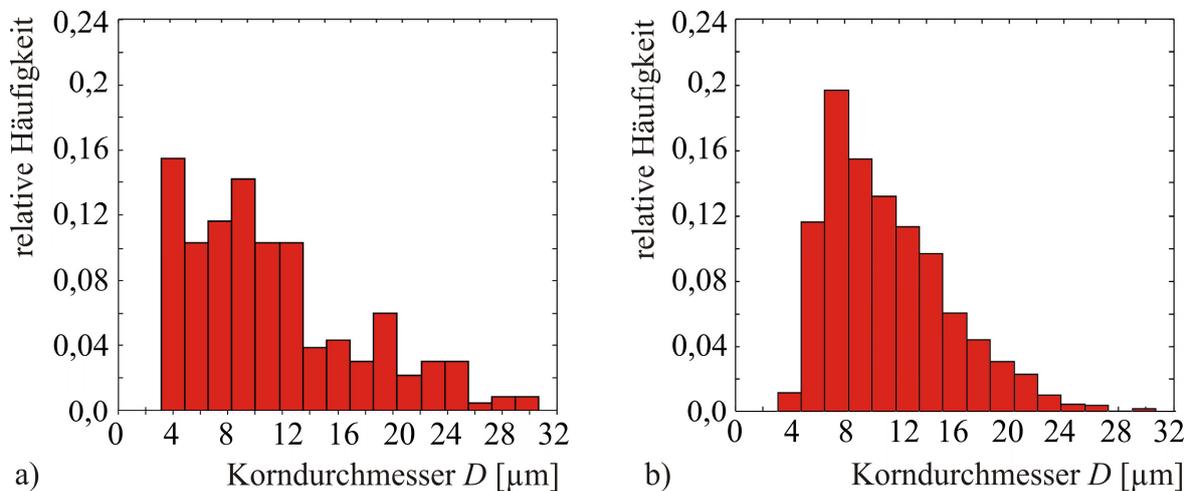


Bild 5.14: Korngrößenverteilung der lamellaren Kolonien a) im realen und b) im virtuellen Gefüge (SHT-Wärmebehandlungszustand)

5.3 Simulation der Kurzrissausbreitung in virtuellen Mikrostrukturen

Bevor nun mit dem in Kapitel 4 vorgestellten Modell die Kurzrissausbreitung in einer der oben erstellten virtuellen Mikrostrukturen simuliert werden kann, muss zunächst ein Anfangsriss definiert werden. Daher wird im nächsten Abschnitt auf die Bestimmung potentieller Rissinitiierungsorte eingegangen.

5.3.1 Definition eines Anfangsrisses

Die experimentellen Untersuchungen haben gezeigt, dass kurze Risse vielfach auf Gleitebenen wachsen, auf denen bedingt durch die äußere Beanspruchung hohe Schubspannungen vorliegen. Aus diesem Grund werden zunächst alle Körner im Gefüge bestimmt, in denen mindestens ein Gleitsystem einen hohen Schmidfaktor von $S > 0,4$ aufweist. Kommt es nun in einem solchen Korn zur Aktivierung einer hoch beanspruchten Gleitebene, so wird der Betrag

der Abgleitung und damit auch die Wahrscheinlichkeit für eine Rissinitiierung zusätzlich durch die Gleitbandlänge bestimmt. Daher werden aus der Gruppe der oben ausgewählten Körner nur diejenigen als potentielle Rissinitiierungsorte angesehen, deren Durchmesser oberhalb des mittleren Korndurchmessers des Gefüges liegt.

Aus dieser Menge wird dann zufällig ein Korn ausgewählt, in dem es auf der am höchsten beanspruchten Gleitebene zur Risskeimbildung kommt. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass sich der Risskeim in der Mitte des Gleitbandes bildet (Bild 5.15). Die Länge des Risskeims wird mit $2a_0 = 0,2 \mu\text{m}$ sehr klein gewählt, so dass die Zyklenzahl bis zur Rissinitiierung im Verhältnis zur Gesamtlebensdauer vernachlässigt werden kann.

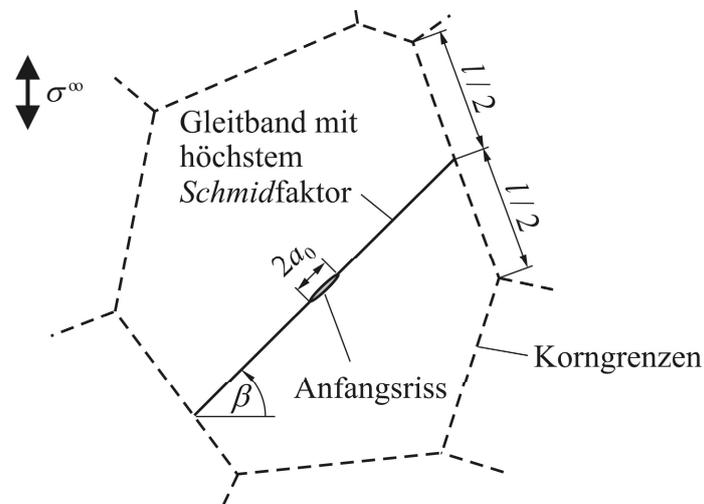


Bild 5.15: Definition eines Anfangsrisses

5.3.2 Berücksichtigung von 3D-Einflüssen auf die Kurzrisssausbreitung

Durch die vereinfachte Beschreibung der mikrostrukturbasierten Kurzrisssausbreitung mit einem zweidimensionalen Modell ist es nicht möglich, alle Einflussgrößen auf die Risssausbreitung zu erfassen. Die aus der räumlichen Lage von Gleitebenen und Korngrenzen resultierenden Faktoren können jedoch eine signifikante Auswirkung auf den Risspfad und die Risssausbreitungsrate haben. Daher werden die nachfolgend beschriebenen Ansätze gewählt, um den Einfluss dieser Größen bei der Risssausbreitungssimulation mit zu berücksichtigen. Dabei kann auf die reale räumliche Orientierung der Kristalle im virtuellen Gefüge zurückgegriffen werden, die für jedes Korn bekannt ist.

Einfluss des Drehwinkels

Wie in Abschnitt 2.2.2 erläutert, ergibt sich die Barrierewirkung einer Korngrenze aus der Missorientierung der Gleitebenen in den benachbarten Körnern, die sich nach Bild 2.9 in einen Kipp- und einen Drehwinkel aufteilen lässt. Der Kippwinkel χ beschreibt dabei eine

Verkippung der Gleitspuren an der Oberfläche, die direkt im 2D-Modellansatz berücksichtigt wird. Im Gegensatz dazu stellt der Drehwinkel ψ eine zusätzliche Verdrehung der Gleitebenen unterhalb der Oberfläche dar, die zunächst nicht in das ebene Kurzrisssmodell mit einfließt. Jedoch ist aus experimentellen Untersuchungen bekannt, dass insbesondere der Drehwinkel zwischen zwei Gleitebenen in benachbarten Körnern einen großen Einfluss auf die Barrierestärke einer Korngrenze besitzt. Hier kommt es zu einer Auffächerung des Risses, die mit einem hohen Energieaufwand verbunden ist (Zhai et al. 2000).

Daher ist es im Hinblick auf eine möglichst realistische Simulation der mikrostrukturellen Kurzrisssausbreitung wichtig, den Einfluss des Drehwinkels mit zu berücksichtigen. Zu diesem Zweck schlägt Schick (2004) vor, die Sensorelemente, die über die Aktivierung einer neuen Gleitebene entscheiden, nicht direkt am Schnittpunkt des aktiven Gleitbandes mit der Korngrenze zu positionieren, sondern das Element in Abhängigkeit vom Drehwinkel ψ entlang der Korngrenze zu verschieben (Bild 5.16). Der Betrag der Verschiebung s ergibt sich zu:

$$s = s_0 \sin \psi \quad (5.1)$$

mit der maximal zulässigen Verschiebung s_0 , für die ein Wert von $1 \mu\text{m}$ angegeben wird, was in etwa dem Abstand von experimentell beobachteten Gleitspuren entspricht.

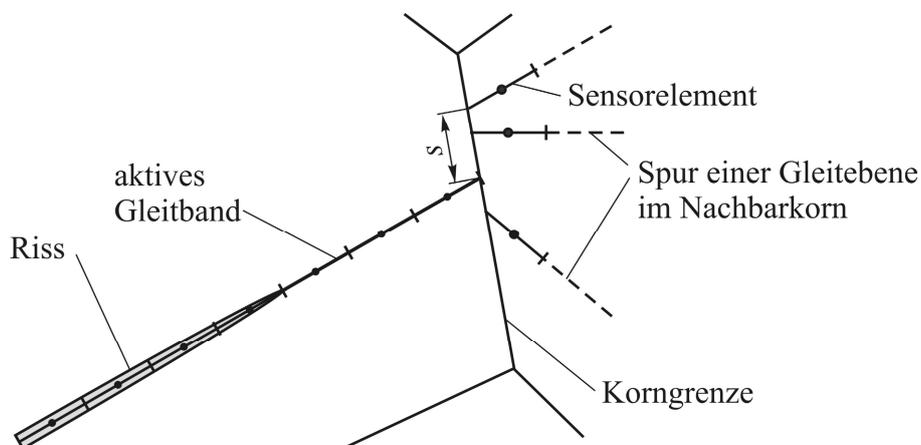


Bild 5.16: Ansatz zur Berücksichtigung des Drehwinkels durch Verschieben der Sensorelemente entlang der Korngrenze nach Schick (2004)

Aus Sicht des Autors gibt es jedoch eine Reihe von Gründen, die gegen die Verwendung dieses Ansatzes sprechen. So muss selbst bei einer Zwillingskorngrenze, bei der kein Drehwinkel zwischen den Gleitebenen in den benachbarten Körnern vorliegt, die relativ große kritische Schubspannung τ^c in einem Sensorelement überschritten werden. Im Gegensatz dazu haben die experimentellen Untersuchungen von Krupp et al. (2010) gezeigt, dass es sogar bei Beanspruchungsamplituden unterhalb der Dauerfestigkeit zu einer Ausdehnung der plastischen Zone über eine Zwillingsgrenze kommt. Darüber hinaus kann das Aktivierungskriterium nach

einer Verschiebung des Sensorelementes nicht mehr als kritische Spannungsintensität aufgefasst werden, wodurch gleichzeitig die Unabhängigkeit des Ergebnisses von der Sensorelementlänge verloren geht.

Daher wird im Rahmen dieser Arbeit auf eine Verschiebung der Sensorelemente verzichtet. Stattdessen wird ein neuer Ansatz vorgeschlagen, der nicht von einem konstanten Wert für die kritische Sensorspannung τ^c ausgeht, sondern in Abhängigkeit vom Drehwinkel eine variable Aktivierungsspannung definiert. Hierzu wird ein energiebasiertes Kriterium verwendet, das von Ma et al. (2006) zur Beschreibung von kristallplastischem Materialverhalten entwickelt worden ist. Dieser Ansatz geht davon aus, dass eine Gleittransmission über eine Korngrenze bei nicht parallelen Gleitebenen und -richtungen nur erfolgen kann, wenn sich in der Korngrenze geometrisch notwendige Versetzungen bilden, die die Inkompatibilität der beiden Gleitsysteme ausgleichen. Diese Energie wird als Maß für die Barrierewirkung einer Korngrenze gegenüber einer Versetzungsbewegung angesehen und ergibt sich zu Ma et al. (2006):

$$E_{GB} = C_{GB} \left\| \mathbf{b}^\alpha \otimes \mathbf{l}^\alpha - \mathbf{b}^\beta \otimes \mathbf{l}^\beta \right\| \quad (5.2)$$

mit den Burgersvektoren \mathbf{b}^α und \mathbf{b}^β der aktiven Gleitsysteme und den Versetzungslinien \mathbf{l}^α und \mathbf{l}^β , die parallel zur Schnittgeraden der Gleitebene mit der Korngrenze verlaufen (siehe Bild 5.17). Der Absolutwert kann dabei über die Konstante C_{GB} definiert werden.

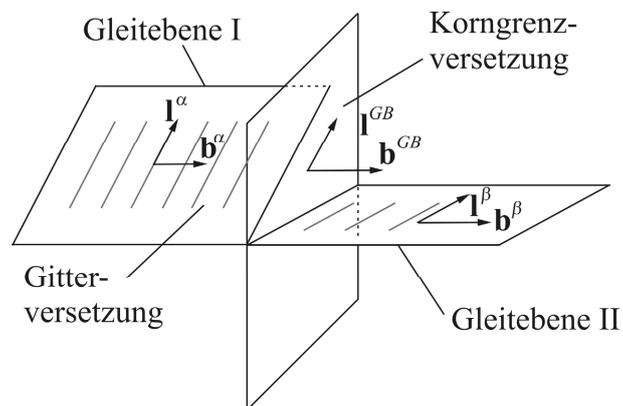


Bild 5.17: Versetzungsbewegung über eine Korngrenze mit Drehwinkel nach Ma et al. (2006)

Betrachtet man nur den Fall eines reinen Drehwinkels ψ , dann ergibt sich nach Gleichung (5.2) die in Bild 5.18 gezeigte Abhängigkeit zwischen ψ und der Aktivierungsenergie. Um das Ergebnis unabhängig von C_{GB} darzustellen, sind die Werte auf den Maximalwert bezogen, der sich bei einem Drehwinkel von 90° ergibt.

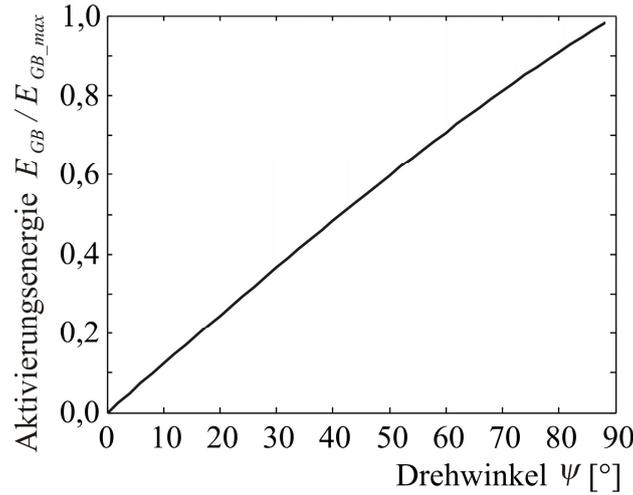


Bild 5.18: Erforderliche Energie für eine Versetzungsbewegung über eine Korngrenze in Abhängigkeit vom Drehwinkel

Dieser Ansatz wird nun in das 2D-Kurzrissmodell integriert, um den Einfluss des Drehwinkels auf die kritische Aktivierungsspannung für ein Sensorelement mit zu erfassen. Hierzu wird die kritische Schubspannung $\tau^{c,GB}$ für jedes Sensorelement auf einer Gleitebene wie folgt bestimmt:

$$\tau^{c,GB} = \frac{E_{GB}}{E_{GB,ref}} \tau^c \quad (5.3)$$

Im Folgenden wird untersucht, welchen Einfluss die Berücksichtigung des Drehwinkels auf die Aktivierung neuer Gleitebenen besitzt. Zu diesem Zweck wird ein gerader Stadium I-Riss betrachtet, der um 45° zur äußeren Beanspruchung geneigt ist (Bild 5.19a). Die Risslänge entspricht mit $3,2 \mu\text{m}$ dem mittleren Korndurchmesser der millgeglühten Mikrostruktur und die äußere Beanspruchung liegt bei $\sigma^\infty = 1,2\sigma^D$. Um die Risspitze herum sind zusätzlich Sensorelemente angeordnet, mit denen die Schubspannung τ^Q auf potentiellen Gleitebenen im Nachbarkorn für unterschiedliche Gleitspurwinkel β bestimmt wird.

Da es im Modell zur Aktivierung einer neuen Gleitebene kommt, sobald die Sensorspannung τ^Q den kritischen Wert $\tau^{c,GB}$ überschreitet, ist in Bild 5.19b das Verhältnis $\tau^Q / \tau^{c,GB}$ für unterschiedliche Drehwinkel ψ über dem Gleitspurwinkel β aufgetragen. Dazu wird τ^c in Gleichung (5.3) auf den Wert der millgeglühten Mikrostruktur gesetzt. Als Referenzwert wird $E_{GB,ref}$ in (5.3) für einen kleiner Drehwinkel von $\psi = 15^\circ$ bestimmt, so dass die kritische Schubspannung $\tau^{c,GB}$ für diese Verdrehung τ^c entspricht. Dadurch ergibt sich für kleine Drehwinkel nur eine geringe Barrierewirkung der Korngrenze, so dass die Aktivierung eines solchen Gleitsystems vergleichsweise leicht möglich ist. Entsprechend kann sich die plastische Zone auch bei weniger günstigen Gleitbandwinkeln β in das Nachbarkorn hinein

ausbreiten. Mit zunehmendem Drehwinkel nimmt die Hinderniswirkung der Korngrenze dagegen deutlich zu, so dass das Aktivierungskriterium nur noch bei günstigen Gleitbandwinkeln β oder auch gar nicht mehr erreicht wird. Demzufolge wählt der Riss im Modell bevorzugt einen Pfad, der durch minimale Drehwinkel zwischen den Gleitebenen gekennzeichnet ist. Daraus folgt unmittelbar, dass es an einer Korngrenze zu einem starken Abknicken des Rissverlaufs an der Oberfläche kommen kann, wie es auch im Experiment beobachtet wird.

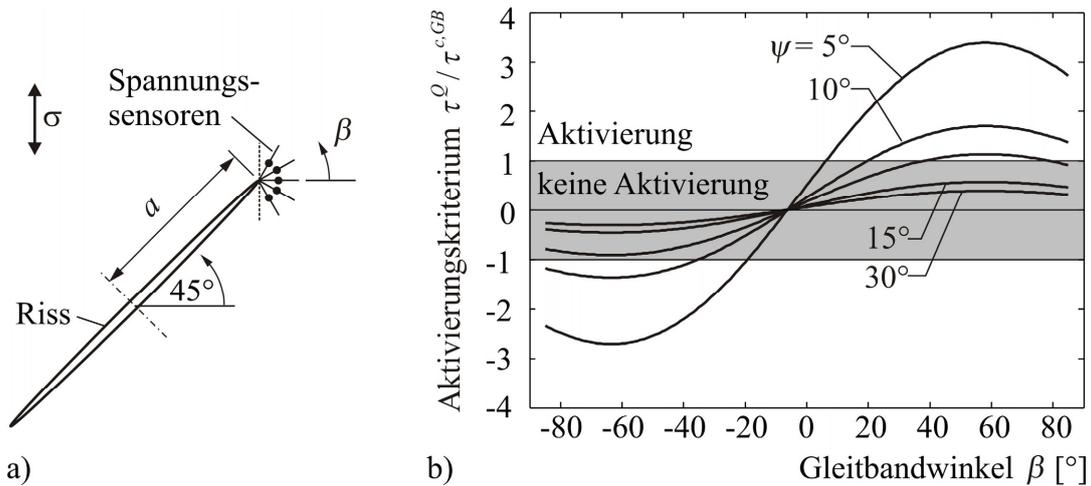


Bild 5.19: a) Geneigter Stadium I-Riss und b) Verhältnis zwischen Sensorspannung und kritischer Aktivierungsspannung in Abhängigkeit vom Dreh- und Gleitbandwinkel

Einfluss der Gleitrichtung

Neben der Missorientierung der Gleitebenen wird die Ausbreitung der plastischen Zone über eine Korngrenze auch von der Lage der Gleitrichtungen beeinflusst. Da sich eine Gleitspur jedoch nur aus der Schnittgeraden einer Gleitebene mit der Oberfläche ergibt, geht diese Information bei der vereinfachten 2D-Betrachtung im Modell verloren. Folglich wird hier implizit das Vorhandensein einer günstig orientierten Gleitrichtung, die parallel zur Gleitspur verläuft, vorausgesetzt. Diese Bedingung wird auf der Basalebene, auf der sich drei dichtest gepackte Gleitrichtungen vom Typ $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ befinden, in guter Näherung erfüllt. Hier liegen die Richtungen jeweils um 60° zueinander verdreht, so dass der minimale Winkel β_G zwischen einer Gleitrichtung und der Gleitspur nicht größer als 30° werden kann (Bild 5.20a). Im Gegensatz dazu befindet sich auf jeder der drei prismatischen Ebenen lediglich eine Gleitrichtung, die im ungünstigsten Fall senkrecht zur Gleitspur steht (Bild 5.20b). Unter diesen Voraussetzungen ist der reale Schmidfaktor bei Berücksichtigung der räumlichen Lage des Gleitsystems gleich Null, so dass eine Stadium I-Rissausbreitung auf dieser Ebene unmöglich ist. In der vereinfachten 2D-Modellierung werden dagegen bei einem Gleitspurwinkel $\alpha = 45^\circ$

maximale Schubspannungen auf der Gleitspur ermittelt, so dass hier optimale Bedingungen für ein schubspannungskontrolliertes Risswachstum vorliegen.

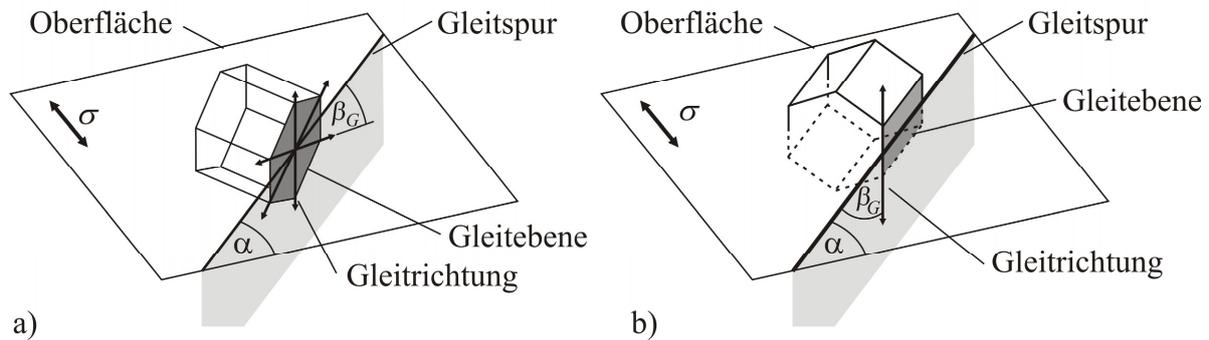


Bild 5.20: Einfluss der Gleitrichtung bei einer Abgleitung auf der a) Basalebene und b) einer prismatischen Ebene

Um diese Differenz zwischen 2D- und 3D-Betrachtung zumindest teilweise im Modell zu berücksichtigen, wird ein erweitertes Kriterium zur Aktivierung neuer Gleitebenen eingeführt. Hierzu wird die effektive Schubspannung $\tau^{Q,eff}$ auf eine Versetzungsquelle in Richtung der tatsächlichen Gleitrichtung ermittelt. Diese ergibt sich durch Drehung des Spannungstensors um β_G aus der Sensorspannung τ^Q parallel zur Gleitspur zu:

$$\tau^{Q,eff} = \tau^Q \cos \beta_G. \quad (5.4)$$

Erst wenn dieser Wert die kritische Schubspannung $\tau^{c,GB}$ überschreitet, kommt es zur Aktivierung einer neuen Gleitebene im Nachbarkorn. Bei einer Basalebene wird für β_G der minimale Winkel eingesetzt, den eine der drei verfügbaren Gleitrichtungen mit der Gleitspur einschließt, so dass $\tau^{Q,eff}$ im ungünstigsten Fall $(\sqrt{3}/2)\tau^Q$ beträgt. Für den in Bild 5.20b gezeigten Fall wird die effektive Sensorspannung für einen Winkel $\beta_G = 90^\circ$ dagegen zu Null, so dass die Aktivierung eines derart ungünstig orientierten Gleitsystems nicht erfolgt. Auf diese Weise wird der Anzahl der verfügbaren Gleitrichtungen auf einer Ebene sowie dem Verlauf der Gleitrichtungen zumindest näherungsweise Rechnung getragen. Eine vollständige quantitative Abbildung dieser Situation ist jedoch mit einem 2D-Modell nicht möglich und erfordert einen 3D-Modellansatz.

Einfluss des Korngrenzverlaufs unterhalb der Oberfläche

Im Rahmen eines zweidimensionalen Modells kann auch die Lage von Korngrenzen nur vereinfacht berücksichtigt werden. So wird bei der Erstellung eines zweidimensionalen virtuellen Gefüges zunächst nur der Korngrenzverlauf an der Oberfläche definiert und davon ausgegangen, dass die Korngrenzen senkrecht ins Materialinnere hinein verlaufen. Diese

Annahme entspricht jedoch nicht der Realität, da der Winkel zwischen Korngrenze und Materialoberfläche variieren kann (Bild 5.21). Mit dem Winkel verändert sich allerdings auch die Normalspannung, die auf eine Korngrenze wirkt. Folglich führt diese Vereinfachung dazu, dass im Modell ein zu hoher Wert für die Spannung σ^Q in einem Sensorelement auf der Korngrenze bestimmt werden kann.

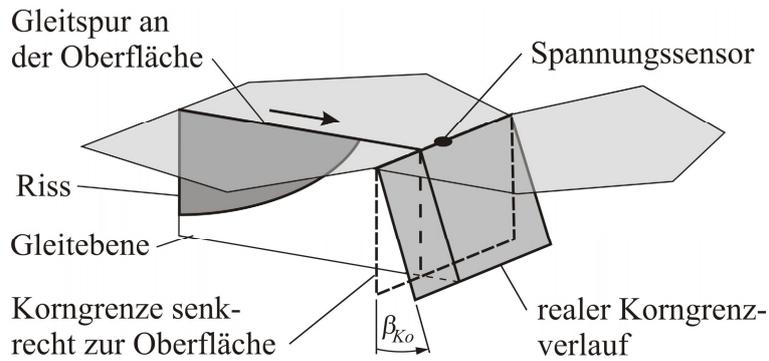


Bild 5.21: Verlauf der Korngrenze unterhalb der Oberfläche

Um diesen Fehler auszugleichen, wird jeder Korngrenze im Modell ein zufälliger Winkel β_{Ko} zugewiesen, den die Grenze mit der Oberflächennormalen einschließt. Anschließend wird die effektive Normalspannung $\sigma^{Q,eff}$ ermittelt, die auf dieser geneigten Grenze wirkt. Der Wert ergibt sich durch eine Drehung des Spannungssensors zu:

$$\sigma^{Q,eff} = \sigma^Q (\cos \beta_{Ko})^2. \quad (5.5)$$

5.3.3 Simulation der Rissausbreitung im virtuellen Gefüge

Mit den oben vorgestellten Ansätzen zur Berücksichtigung von räumlichen Einflüssen auf die Rissausbreitung wird das Modell nun zur Simulation der mikrostrukturabhängigen Rissausbreitung in virtuellen Gefügen eingesetzt. Ausgehend von einem Risskeim auf einem Gleitband sucht sich der Riss dabei automatisch seinen Pfad, indem neue Gleitebenen bzw. Korngrenzen durch Überschreiten der kritischen Spannung in dem entsprechenden Sensorelement aktiviert werden. Ein Beispiel für einen simulierten Risspfad ist in Bild 5.22 dargestellt, der bei einer Beanspruchungsamplitude von $\sigma_a = 1,2 \sigma^D$ (600 MPa) in der millgeglühten Mikrostruktur gewachsen ist.

Entsprechend der mikrostrukturellen Gegebenheiten kommt es dabei zu einem Wechsel zwischen transkristallinem Risswachstum auf Gleitebenen und interkristalliner Rissausbreitung auf Korngrenzen. Weiterhin ist auffällig, dass der Risspfad an Korngrenzen teilweise deutlich abknickt, was vor allem auf die Berücksichtigung des Drehwinkels in der Simulation zurückzuführen ist. So ist bereits in Bild 5.19 gezeigt worden, dass die Aktivierung einer ab-

knickenden Gleitebene mit geringem Drehwinkel ψ energetisch günstiger ist als die Fortsetzung des Risswachstums in direkter Verlängerung des Risses bei großem ψ . Dieses Ergebnis wird durch die Auswertung des Risspfads in Bild 5.22 bestätigt. Hierzu ist in Bild 5.23 die Häufigkeitsverteilung des Drehwinkels zwischen den Gleitebenen in benachbarten Körnern dargestellt. Dabei wird deutlich, dass vor allem Gleitebenen mit einem geringen Drehwinkel unter 15° aktiviert werden, während es bei Werten von $\psi > 45^\circ$ gar nicht mehr zu einer Aktivierung kommt.

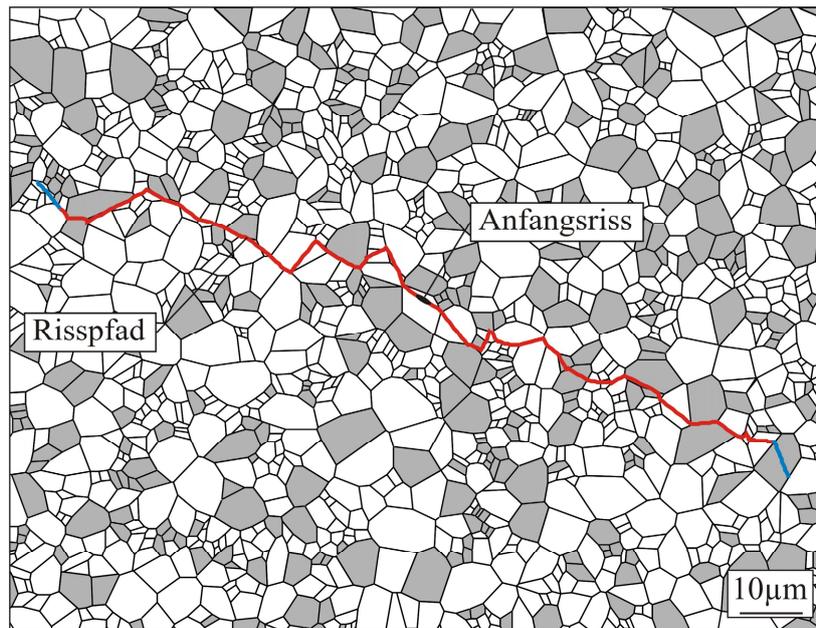


Bild 5.22: Simulierter Risspfad in millgeglühter Mikrostruktur

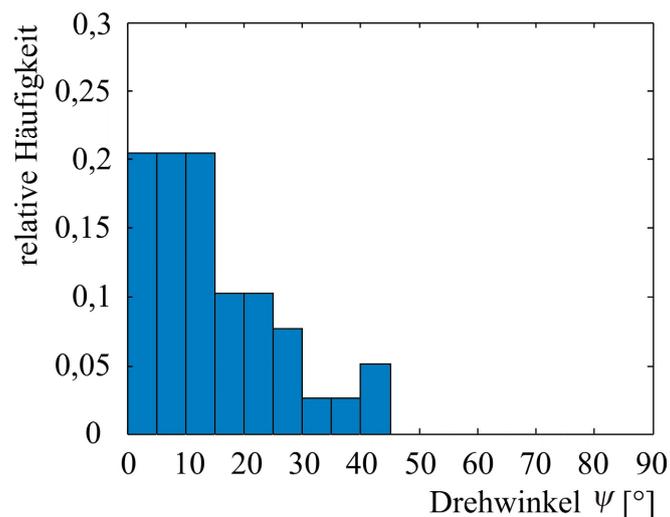


Bild 5.23: Drehwinkel zwischen Gleitebenen in benachbarten Körnern für den oben gezeigten Risspfad

5.3.4 Lebensdauerberechnung

Neben der Simulation einzelner Risspfade in einem virtuellen Gefüge kann das Simulationsprogramm für eine Lebensdauervorhersage eingesetzt werden. Da die Rissausbreitungsgeschwindigkeit stark von der lokalen Mikrostruktur abhängt, ist es dabei jedoch nicht ausreichend, lediglich eine Rissimulation zu betrachten. Daher werden bei jeder Spannungsamplitude insgesamt 100 Simulationen durchgeführt. Die jeweiligen Anfangsrisse werden dabei zufällig auf Basis des in Abschnitt 5.3.1 beschriebenen Kriteriums definiert. In der Simulation tritt ein Versagen ein, sobald an der Risspitze eine kritische Spannungsintensität erreicht wird. Durch einen Vergleich mit experimentell ermittelten Lebensdauerdaten hat sich ein Abbruchkriterium von $K = \sigma_a \sqrt{\pi a_{proj}} = 8 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ ergeben. Dieser Wert entspricht in etwa dem 1,5-fachen des Schwellenwertes ΔK_{th} für die Langrissausbreitung bei $R = 0$ (Oberwinkler 2010). Da das weitere Schädigungsverhalten durch ein Zusammenwachsen der einzelnen kurzen Risse geprägt ist und daher relativ schnell zum Probenversagen führt, kann die Phase der Langrissausbreitung bei den Simulationen in guter Näherung vernachlässigt werden.

Im Folgenden werden die Simulationen, beginnend mit den Ergebnissen für die millgeglühte Mikrostruktur, ausgewertet. Hierzu ist in Bild 5.24a und b die projizierte Risslänge über der Zyklenzahl für alle berechneten Risse bei zwei verschiedenen Spannungsamplituden dargestellt. Dabei sind alle blau dargestellten Risse bis zum Abbruchkriterium gewachsen, während die roten Kurven für einen Rissstopp stehen. Das Ergebnis in Bild 5.24a wurde bei einer niedrigen Spannungsamplitude von 500 MPa ermittelt, was dem Wert der experimentell ermittelten Dauerfestigkeit des Gefüges entspricht ($\sigma_a = \sigma^D$). Entsprechend sind hier die meisten kurzen Risse stehen geblieben, während nur drei Risse das Abbruchkriterium erreicht haben. Deutlich zu erkennen ist außerdem der große Einfluss der Mikrostruktur auf die Rissausbreitungsgeschwindigkeit, der eine starke Streuung der berechneten Lebensdauern zur Folge hat. Im Gegensatz dazu wachsen bei einer höheren Spannungsamplitude von $\sigma_a = 1,2 \sigma^D$ (600 MPa) deutlich mehr Risse. Gleichzeitig nimmt auch die Streubreite der berechneten Zyklenzahlen bis zur Abbruchrisslänge deutlich ab.

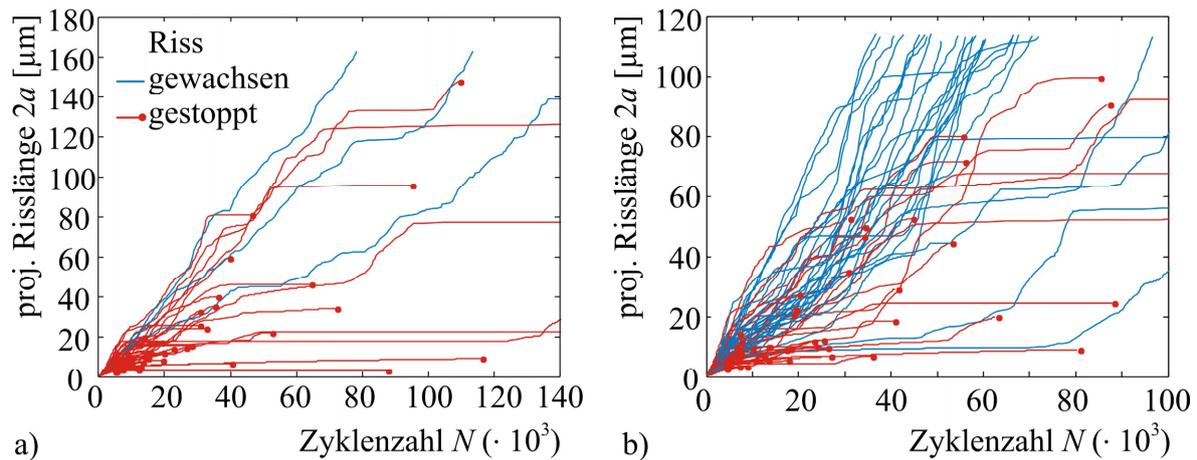


Bild 5.24: Projizierte Risslänge über der Zyklenzahl für 100 Simulationen bei einer Spannungsamplitude von a) $\sigma_a = 1,0 \sigma^D$ (500 MPa) und b) $\sigma_a = 1,2 \sigma^D$ (600 MPa)

Basierend auf dem obigen Ergebnis soll nun eine Lebensdauervorhersage für die millgeglühte Mikrostruktur durchgeführt werden, wobei weitere Simulationen bei Spannungsamplituden von $\sigma_a = 1,1 \sigma^D$ (550 MPa) und $\sigma_a = 1,4 \sigma^D$ (700 MPa) durchgeführt worden sind. Bei der Auswertung der Daten muss allerdings noch berücksichtigt werden, dass sich bei einer realen Ermüdungsprobe zahlreiche Risskeime bilden, die sich gleichzeitig ausbreiten. Für das Versagen der Probe und für die Lebensdauer ist jedoch nur der Riss entscheidend, der am schnellsten gewachsen ist. Im Gegensatz dazu werden die Simulationen im Gefüge nacheinander durchgeführt, so dass jeweils nur ein einzelner Riss betrachtet wird. Aus diesem Grund wäre es falsch, jeden berechneten Riss einer Ermüdungsprobe gleichzusetzen und die Daten in ein Wöhlerdiagramm einzutragen. Daher geht Künkler (2007) bei seinen Untersuchungen an einem Duplexstahl von einer konstanten Zahl von zehn Risskeimen je Probe aus. Dieser Ansatz wird grundsätzlich auch bei der Auswertung der Daten für die hier betrachtete Titanlegierung verwendet. Da die Anzahl an Risskeimen im vorliegenden Fall jedoch deutlich größer ist, wird die Anzahl an Anfangsrissen von zehn auf 20 erhöht. Dementsprechend werden aus den 100 durchgeführten Rissausbreitungssimulationen für einen Spannungshorizont 20 Ergebnisse zufällig ausgewählt, wobei der schnellste Riss entscheidend für die Lebensdauer ist. So ergeben sich insgesamt fünf Datenpunkte, die in das Wöhlerdiagramm eingetragen werden. Sind alle der 20 ausgewählten Risse stehen geblieben, so kommt es nicht zum Versagen und die entsprechende Probe wird als Durchläufer angesehen.

Die so bestimmten Lebensdauerdaten sind in dem in Bild 5.25 gezeigten Wöhlerdiagramm für Beanspruchungsamplituden von $\sigma_a / \sigma^D = 1,0; 1,1; 1,2; 1,4$ (500, 550, 600, 700 MPa) dargestellt. Der Vergleich der Werte mit experimentell ermittelten Bruchlastspielzahlen zeigt

eine gute Übereinstimmung. Dies gilt sowohl für die Steigung der Wöhler-Linie im Zeitfestigkeitsbereich als auch für die Abbildung der Dauerfestigkeit. Darüber hinaus ist bemerkenswert, dass die Streuung der Bruchzyklen mit abnehmender Spannungsamplitude deutlich zunimmt. So kommt es bei einer Spannungsamplitude von $\sigma_a = 1,0\sigma^D$ (500 MPa) in drei Fällen zu einem Durchläufer, während nur zwei Simulationen im Bereich von 100000 Zyklen zum Versagen führen.

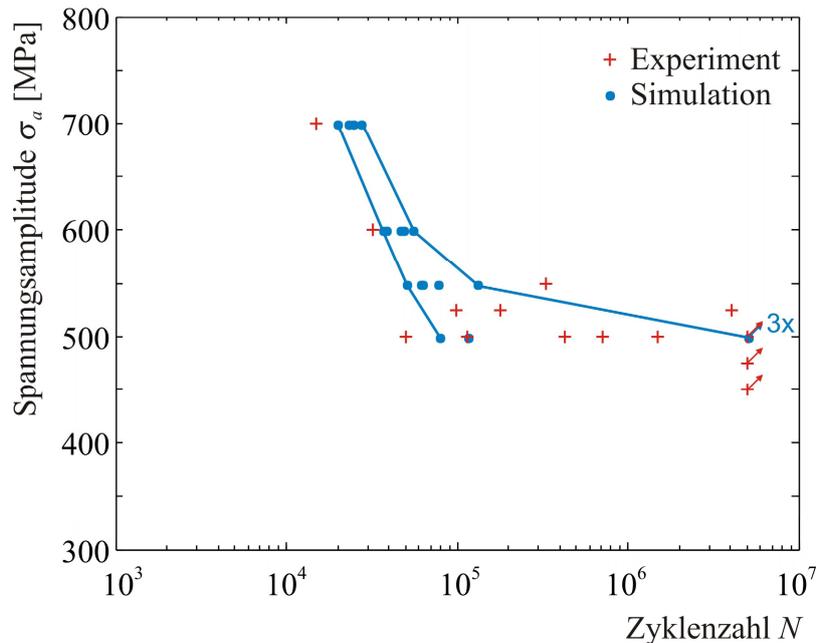


Bild 5.25: Synthetisches Wöhler-Diagramm für millgeglühte Mikrostruktur mit experimentellen Vergleichswerten

Für die Anwendung des Modells ist entscheidend, dass der Mikrostruktureinfluss auf die Rissausbreitung und damit auch auf die zu erwartende Lebensdauer richtig erfasst wird. Um dies zu überprüfen, wird nun für das ebenfalls im Rahmen dieses Projektes untersuchte, lösungsgeglühte Gefüge eine virtuelle Wöhlerlinie bestimmt. Dabei werden die Parameter im Risswachstumsgesetz sowie das Abbruchkriterium in der Simulation konstant gehalten, um die Vergleichbarkeit der Ergebnisse zu gewährleisten. Lediglich für die mikrostrukturelle Fließschubspannung und die Aktivierungsspannung werden die Werte der lösungsgeglühten Mikrostruktur nach Tabelle 4.1 gewählt. Aufgrund der geringeren Dauerfestigkeit sind die Simulationen bei Spannungshorizonten von 425, 450, 500, 600 und 700 MPa ($\sigma_a/\sigma^D = 1,0; 1,06; 1,18; 1,41; 1,65$) durchgeführt worden.

Die daraus bestimmte Wöhlerlinie ist in Bild 5.26 gezeigt. Vergleicht man die Daten mit den experimentellen Ergebnissen, so zeigt sich im Bereich der Dauerfestigkeit eine sehr gute Übereinstimmung. So kommt es in der Simulation bei Spannungsamplituden von

$\sigma_a = 425$ MPa und 450 MPa sowohl zu Probenbrüchen als auch zu Durchläufern. Auch die Steigung der virtuellen Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich stimmt mit den experimentellen Daten überein. Beim Vergleich der Bruchzyklenzahlen zeigt sich jedoch eine Differenz zwischen Simulation und Experiment, da die berechneten Werte teilweise unterhalb der Versuchsdaten liegen. Allerdings ist hier zu berücksichtigen, dass insbesondere im Bereich höherer Spannungsamplituden die Anzahl an Versuchen sehr gering ist. Daher erlauben die experimentellen Datenpunkte lediglich eine grobe Abschätzung über den Verlauf der Wöhlerlinie, während eine Aussage über die Überlebenswahrscheinlichkeit nicht möglich ist.

Als weiteren Grund für die Abweichung muss auch die vereinfachte Darstellung der Rissausbreitung in einem zweidimensionalen Modell genannt werden. Dabei kann der Einfluss des Drehwinkels und der Gleitrichtung, wie in Abschnitt 5.3.2 gezeigt, nur näherungsweise bei der Aktivierung neuer Gleitebenen mit erfasst werden. Die Hinderniswirkung, die sich während der Rissausbreitung innerhalb eines Kornes durch das Auffächern des Risses ergibt, geht jedoch im 2D-Modell verloren. Dieser Effekt macht sich nun in der lösungsgeglühten Mikrostruktur aufgrund der größeren Körner stärker bemerkbar als im millgeglühten Gefüge.

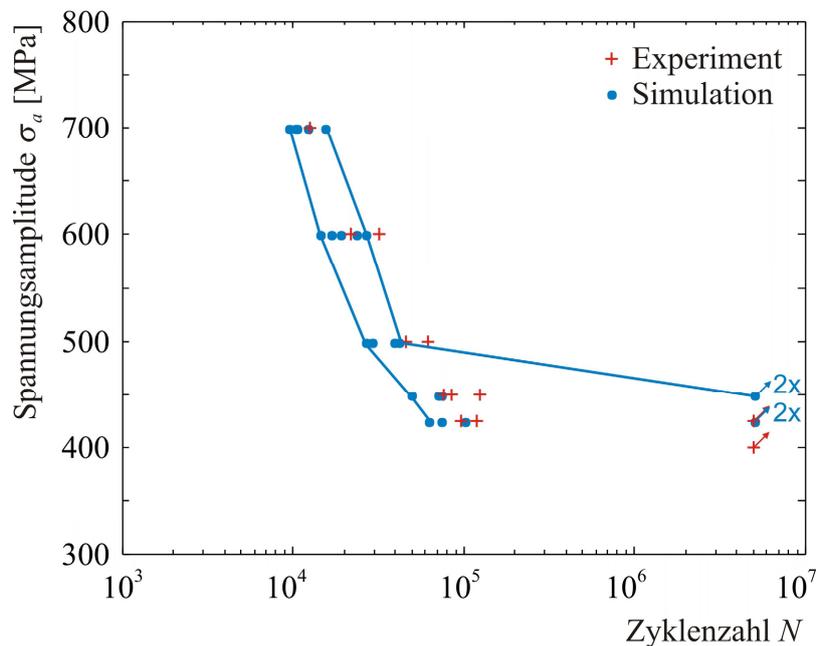


Bild 5.26: Synthetisches Wöhler-Diagramm für lösungsgeglühte Mikrostruktur mit experimentellen Vergleichswerten

An dieser Stelle wäre es nun möglich, diese Abweichung zwischen Experiment und Simulation durch eine Anpassung der Konstanten C_{CTSD} / C_{CTOD} im Risswachstumsgesetz zu kompensieren. So lag der Wert bei dem Riss in Bild 5.4 unterhalb des Wertes, der für die millgeglühte Mikrostruktur bestimmt worden ist. Durch die Anpassung von C_{CTSD} / C_{CTOD}

würde jedoch die Vergleichbarkeit der Ergebnisse in unterschiedlichen Mikrostrukturen verloren gehen. Daher wird auf eine Veränderung der Werte verzichtet.

Stattdessen soll nun geprüft werden, ob die Simulation die Unterschiede zwischen millgeglühter und lösungsgeglühter Mikrostruktur richtig beschreibt. Daher sind die experimentellen Daten sowie die simulierten Wöhlerlinien für beide Gefüge in Bild 5.27 gegenübergestellt. Dabei zeigt sich, dass der Mikrostruktureinfluss auf die Lebensdauer in der Simulation gut erfasst wird. Sowohl in der Simulation als auch im Versuch wachsen die Risse im lösungsgeglühten Gefüge schneller, was vor allem auf die gröbere Mikrostruktur zurückgeführt werden kann. Auch die höhere Dauerfestigkeit wird in der Simulation mit erfasst.

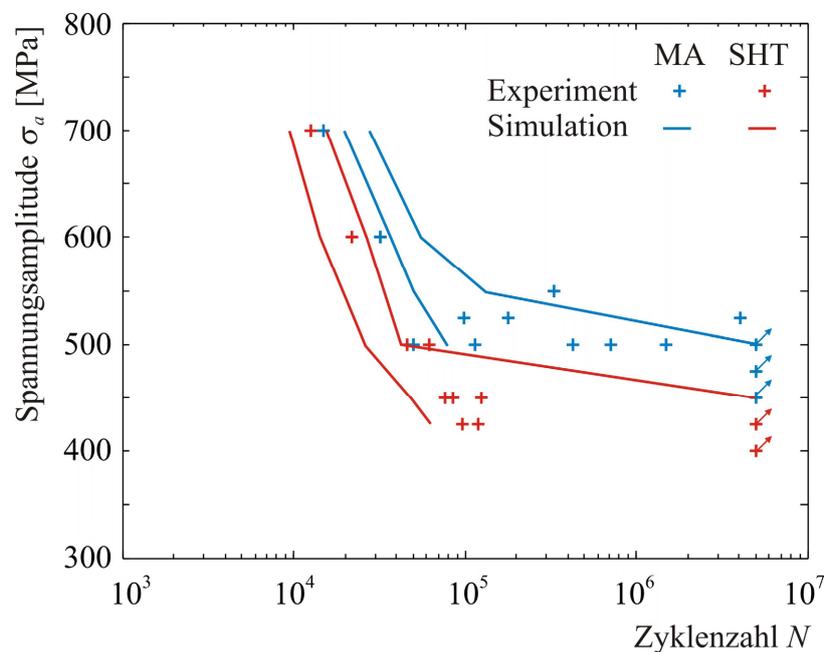


Bild 5.27: Vergleich der synthetischen Wöhler-Linien für die millgeglühte (MA) und die lösungsgeglühte (SHT) Mikrostruktur

Die Untersuchungen in diesem Kapitel haben gezeigt, dass sich das mikrostrukturabhängige Risswachstum mit dem hier vorgestellten Modell gut beschreiben lässt. Dennoch können die realen Vorgänge der Ausbreitung von Oberflächenrissen mit einem zweidimensionalen Modell nur vereinfacht wiedergegeben werden. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel ein neues dreidimensionales Modell für Stadium I-Risse vorgestellt.

6 Ein 3D-Modell zur Beschreibung der mikrostrukturbestimmten Kurzrisssausbreitung

In diesem Kapitel werden zunächst die Vereinfachungen diskutiert, die bei einer zweidimensionalen Modellierung von mikrostrukturell kurzen Rissen gemacht werden müssen. Anschließend wird ein neues dreidimensionales Kurzrisssmodell vorgestellt, das die tatsächliche räumliche Lage der Gleitebenen sowie die begrenzte Tiefe von Oberflächenrissen mit einbezieht.

6.1 Grenzen der 2D-Modellierung von kurzen Rissen

Trotz der guten Übereinstimmung mit experimentellen Ergebnissen stellt das in Kapitel 3 vorgestellte zweidimensionale Kurzrisssmodell von Schick (2004) mit den Erweiterungen von Künkler (2007) und dieser Arbeit nur eine Vereinfachung der dreidimensionalen Realität dar. Dies wird in Bild 6.1 verdeutlicht, wo der zweidimensionale Modellansatz der möglichen 3D-Geometrie gegenübergestellt wird.

Eine wesentliche Einschränkung im 2D-Modell ist, dass Riss und Gleitebene immer senkrecht in die Tiefe verlaufen und es somit lediglich zu einem Verkippen der Gleitebenen an einer Korngrenze kommt (Bild 6.1a). In der Realität ist es dagegen wahrscheinlich, dass eine Gleitebene keinen rechten Winkel zur Oberfläche aufweist und sich an der Korngrenze zusätzlich ein Verdrehwinkel einstellt (Bild 6.1b). Aus experimentellen Ergebnissen ist jedoch bekannt, dass gerade dieser Verdrehwinkel einen entscheidenden Einfluss auf die Barrierewirkung einer Korngrenze besitzt (siehe Abschnitt 2.2.2). Entsprechend ist die Verwendung eines 3D-Modells zwingend erforderlich, um diesen vor allem für mikrostrukturell kurze Risse wichtigen Aspekt berücksichtigen zu können. Im 2D-Modell ist es lediglich möglich, den Einfluss eines Verdrehwinkels näherungsweise durch einen Versatz der Sensorelemente oder drehwinkelabhängige Aktivierungsspannungen mit zu erfassen.

Darüber hinaus unterscheiden sich die Modellansätze hinsichtlich der Gleitrichtungen, die auf einer Gleitebene zur Verfügung stehen. Während im 2D-Modell die Abgleitung immer parallel zur Gleitspur an der Oberfläche stattfindet, ergeben sich die Gleitrichtungen bei räumlicher Betrachtung aus dem Kristalltyp und der -orientierung. Bei dem untersuchten Duplexstahl sind dies jeweils drei Richtungen auf den $\{111\}$ -Ebenen im kfz-Gitter und zwei Richtungen auf den $\{110\}$ -Ebenen im krz-Gitter. Von der Lage der Gleitrichtungen hängt allerdings zum einen die effektive Schubspannung ab, die auf ein Gleitsystem wirkt. Darüber hinaus können die Gleitrichtungen in benachbarten Körnern unterschiedlich orientiert sein, so dass eine plas-

tische Deformation über eine Korngrenze ohne Kipp- oder Verdrehwinkel mindestens die Aktivierung einer zweiten, möglicherweise ungünstiger orientierten Gleitrichtung erfordert.

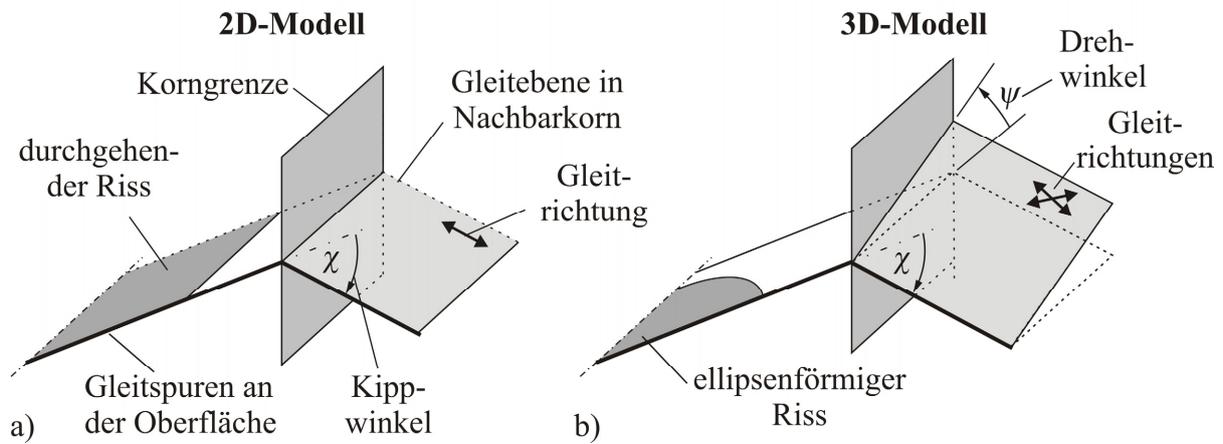


Bild 6.1: Stadium I-Riss auf einer Gleitebene bei a) zweidimensionaler und b) dreidimensionaler Betrachtung

Ein weiterer wesentlicher Unterschied zwischen 2D- und 3D-Modell liegt in der Abbildung des Risses. In der Realität finden sich in der Regel Oberflächenrisse mit einer näherungsweise ellipsenförmigen Kontur. Im Gegensatz dazu ist ein 2D-Modellansatz lediglich in der Lage, einen Durchgangsrisse darzustellen, der eine unendliche Tiefe besitzt. Dabei hat die Ristiefe vor allem bei flachen Rissen einen sehr großen Einfluss auf die Materialbeanspruchung vor der Rissspitze. Dies wird in Bild 6.2 verdeutlicht, wo der Spannungsintensitätsfaktor K_{II} für einen elliptischen Riss mit unterschiedlichen Ristiefen dargestellt ist. Erst bei tiefen Rissen mit einem Achsenverhältnis $a/c > 2$ nähert sich der Wert der Lösung für einen 2D-Riss in einer Scheibe an. Insofern liefert auch der Spannungsintensitätsfaktor eine Erklärung für das in Bild 2.20 gezeigte heterogene Risswachstum kurzer Risse. So muss der anfangs flache Riss zunächst in die Tiefe hinein wachsen, bis schließlich der Spannungsintensitätsfaktor an der Oberfläche soweit angestiegen ist, dass es zu einem Überschreiten der Korngrenze kommt.

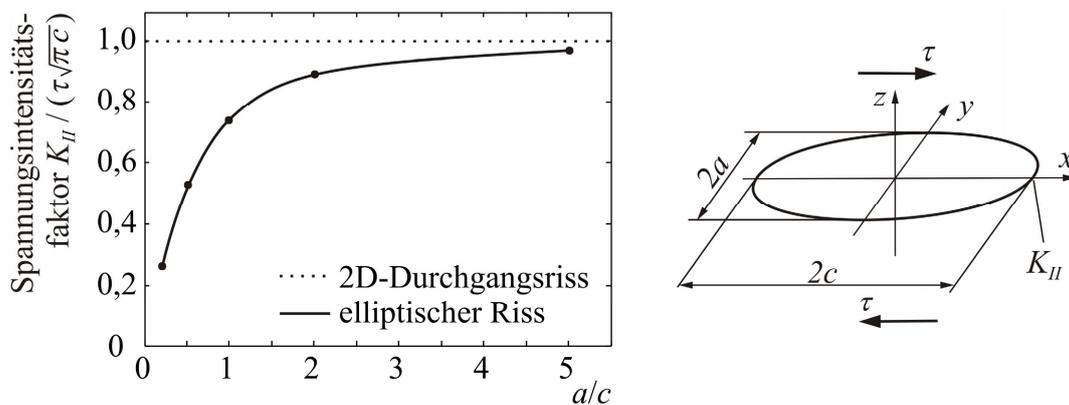


Bild 6.2: Einfluss der Ristiefe auf den Spannungsintensitätsfaktor K_{II} für einen ellipsenförmigen Riss unter Schubbeanspruchung (nach Murakami 1987)

Zusammenfassend folgt aus obigem Vergleich, dass bei einem 2D-Modellansatz zur Simulation der Stadium I-Risssausbreitung wesentliche Einflussfaktoren auf die Risssausbreitung nur näherungsweise oder gar nicht berücksichtigt werden können. Daraus ergibt sich die Motivation zur Entwicklung eines neuen 3D-Modells für Stadium I-Risse, das im Folgenden vorgestellt wird.

6.2 Ein neues 3D-Modell zur Beschreibung von mikrostrukturell kurzen Oberflächenrissen

6.2.1 Modellaufbau

Trotz der oben genannten Schwächen werden die grundlegenden Mechanismen der Stadium I-Risssausbreitung von dem zweidimensionalen Gleitbandblockierungsmodell von Schick (2004) bereits gut beschrieben. Daher wird der Grundgedanke des Modells, wonach sich der Riss auf Gleitebenen ausbreitet und die Korngrenzen Barrieren für die Abgleitung und die Risssausbreitung darstellen, beibehalten.

Da die Darstellung von dreidimensionalen Rissproblemen sehr komplex ist und folglich schnell die Übersicht verloren geht, wird das neue 3D-Modell zunächst in vereinfachter Form dargestellt. So wird davon ausgegangen, dass sich die dreidimensionale Geometrie ergibt, indem die Gleitspuren und Korngrenzen an der Oberfläche senkrecht in die Tiefe extrudiert werden (Köster et al. 2010b). Die Tiefe ergibt sich dabei aus der Korngeometrie und wird als konstant angenommen. Insgesamt ergibt sich durch dieses Vorgehen die in Bild 6.3 gezeigte Lage von Gleitebene und Korngrenzen. Zusätzlich sind die für die Beschreibung des Rissproblems wichtigen Koordinatensysteme eingezeichnet: Dabei liegen die X - und die Y -Achse des globalen Koordinatensystems (KOS) auf der Oberfläche, so dass die Z -Achse senkrecht ins Materialinnere hinein weist. Im lokalen KOS der Gleitebene liegt die x -Achse parallel zur Gleitspur auf der Oberfläche und die z -Achse stellt die Ebenennormale dar. Durch eine weitere Drehung um die z -Achse um den Winkel β_G erhält man schließlich das x_G, y_G, z_G -KOS worin die x_G -Achse mit der Gleitrichtung übereinstimmt. In allen Fällen, in denen der Winkel $\beta_G = 0$ ist und somit die x - und x_G -Achse übereinstimmen, wird zur Vereinfachung der Index ‚ G ‘ weggelassen.

Auf der Gleitebene kommt es nun zu einer plastischen Deformation durch Abgleitung, sobald die effektive Schubspannung in Richtung der kristallinen Gleitrichtung $\tau_{x_G z_G}$ die Fließschubspannung τ^F erreicht. Die Ausdehnung der plastischen Zone bleibt dabei weiterhin durch die Barrierewirkung der Korngrenzen auf die aktive Gleitebene beschränkt.

Der 3D-Modellansatz erlaubt nun eine transkristalline Rissentstehung auf der Gleitebene, wobei beliebige Rissgeometrien möglich sind. Von praktischer Relevanz sind basierend auf den experimentellen Untersuchungen (siehe Abschnitt 2.4) vor allem semi-elliptische Risskeime. Innerhalb des Risses ist nun neben einer Öffnung b_z eine Tangentialverschiebung b_x und b_y zwischen oberer und unterer Rissflanke in x - bzw. y -Richtung möglich. Analog zum 2D-Modell wird Rissschließen berücksichtigt, wodurch eine Durchdringung der Rissflanken und eine damit verbundene negative Normalverschiebung unterbunden werden.

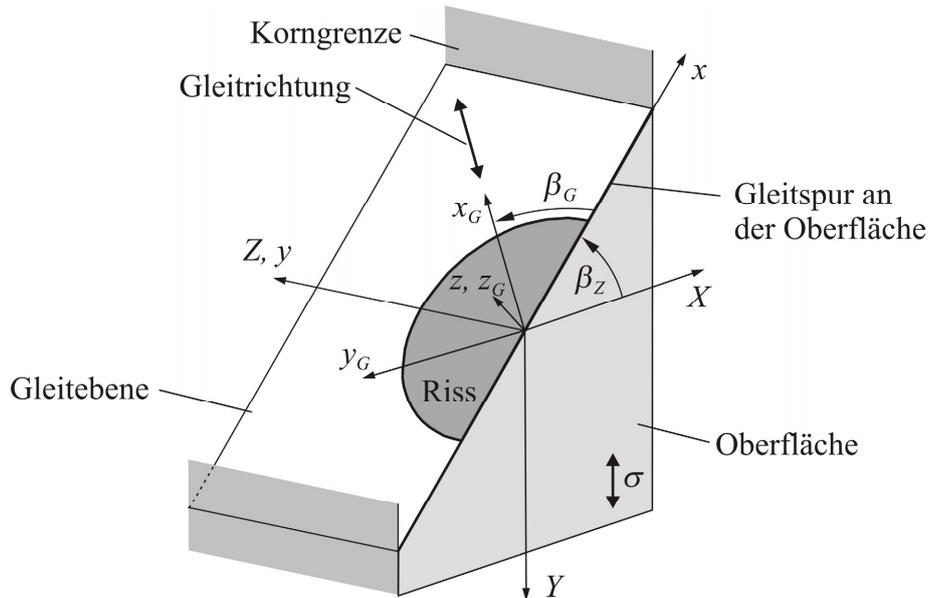


Bild 6.3: Schematische Darstellung des 3D-Kurzrisssmodells

Zur Einführung des Modells ist oben die vereinfachte Annahme gemacht worden, dass die Gleitebene senkrecht zur Oberfläche in die Tiefe verläuft. Daher wird an dieser Stelle noch der allgemeine Fall einer beliebig im Raum orientierten Gleitebene gezeigt (Bild 6.4). Die Lage der Ebene lässt sich dabei über die Winkel β_z und β_x darstellen, die eine Drehung um die Z -Achse bzw. x -Achse beschreiben. Damit ergibt sich insgesamt folgende Drehmatrix, die die Drehung vom globalen ins lokale x, y, z -Koordinatensystem angibt:

$$\alpha_{ij}^{(1,g)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta_x & \sin \beta_x \\ 0 & -\sin \beta_x & \cos \beta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(-\beta_z) & 0 & -\sin(-\beta_z) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\beta_z) & 0 & \cos(-\beta_z) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\pi/2) & \sin(\pi/2) \\ 0 & -\sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) \end{bmatrix}$$

Da der Winkel β_Z in negativer Richtung um die Z-Achse dreht, wird in Gleichung (6.1) entsprechend ein negatives Vorzeichen berücksichtigt. Stimmt die Gleitrichtung nicht mit der x-Achse überein, so führt eine weitere Drehung um β_G in das x_G, y_G, z_G -KOS:

$$\alpha_{ij}^{(1G,g)} = \begin{bmatrix} \cos \beta_G & \sin \beta_G & 0 \\ -\sin \beta_G & \cos \beta_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \alpha_{ij}^{(1,g)} \quad (6.2)$$

Die Form der Gleitebene ist im Allgemeinen beliebig, so dass die rechteckige Gestalt in den Abbildungen vor allem aus Darstellungsgründen verwendet wird.

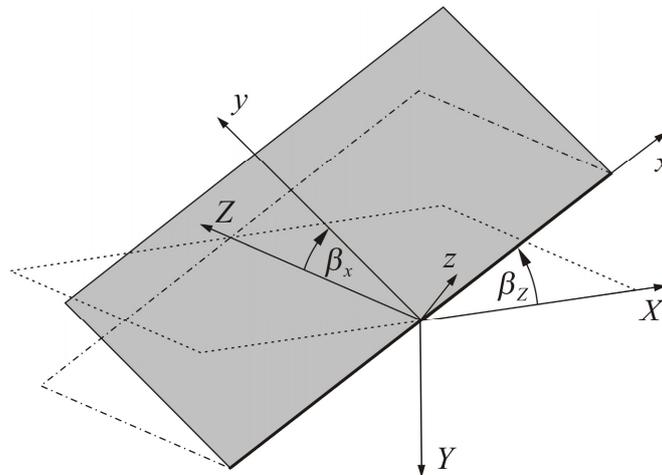


Bild 6.4: Beliebige Orientierung einer Gleitebene im Raum

6.2.2 Rissausbreitung

Wie in Abschnitt 2.2.2 gezeigt, lässt sich das Stadium I-Risswachstum auf irreversible Abgleitvorgänge an der Risspitze zurückführen. Allerdings wird die Rissausbreitung in den Kurzrisssmodellen von Wilkinson et al. (1998), Navarro und de los Rios (1988a) und Schick (2004) lediglich als ebenes Phänomen betrachtet. Daher ist es zur Simulation der 3D-Rissausbreitung auf Gleitebenen erforderlich, das Risswachstumsgesetz auf räumliche Rissprobleme zu erweitern.

Der wesentliche Unterschied im Vergleich zur 2D-Modellierung ergibt sich nun aus der Tatsache, dass sich der Belastungsmodus entlang der Rissfront eines Oberflächenrisses ändert. Um dies zu verdeutlichen, wird der in Bild 6.5a gezeigte ellipsenförmige Oberflächenriss betrachtet. Dieser befindet sich auf einer Gleitebene, auf der es bei wechselnder Zug-/Druckbelastung zu einer zyklischen plastischen Deformation durch Abgleitung kommt. Da die Gleitrichtung durch das Kristallgitter vorgegeben ist, ändert sich der Winkel zwischen der Gleitrichtung und dem Normalenvektor \mathbf{n} entlang der Rissfront und damit auch der Be-

lastungsmodus. Entsprechend lässt sich die Rissspitzenabgleitung $\Delta CTSD$ aufteilen in einen Modus II-Anteil $\Delta CTSD_{II}$ senkrecht zur Rissfront und einen Modus III-Anteil $\Delta CTSD_{III}$ parallel zum Riss (Bild 6.5b). Mit dem Winkel β_n zwischen dem Normalenvektor auf der Rissfront \mathbf{n} und der x -Achse sowie dem Winkel der Gleitrichtung β_G ergibt sich:

$$\Delta CTSD_{II} = \Delta CTSD \cdot \cos(\beta_n - \beta_G) \quad (6.3)$$

$$\Delta CTSD_{III} = \Delta CTSD \cdot \sin(\beta_n - \beta_G) \quad (6.4)$$

Für den Spezialfall, dass die Gleitrichtung parallel zur x -Achse verläuft, liegt an der Oberfläche eine reine Modus II-Abgleitung vor, während im tiefsten Punkt reiner Modus III herrscht.

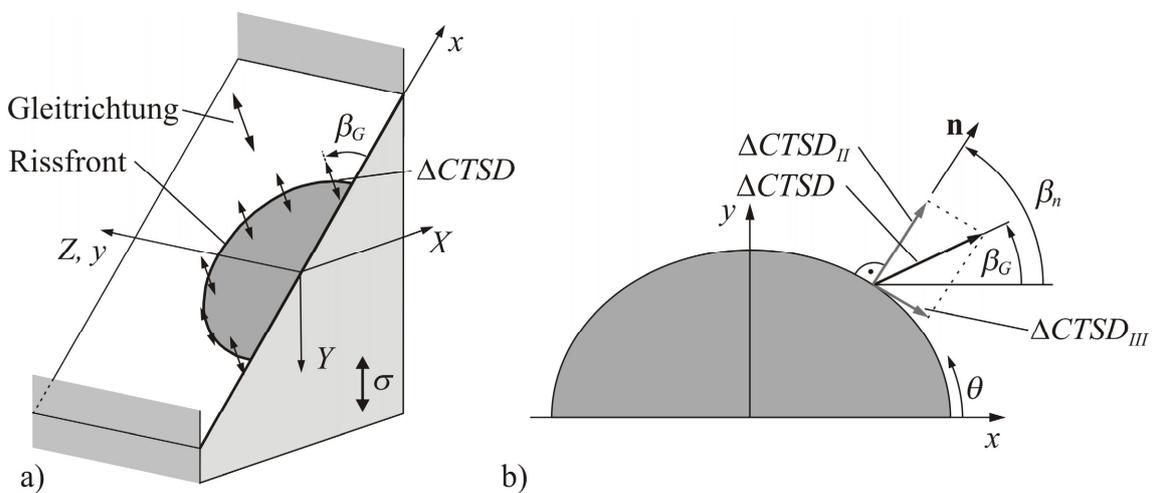


Bild 6.5: Rissfortschrittsmechanismus eines 3D-Risses: a) zyklische Rissspitzenabgleitung entlang der Rissfront und b) Rissfront nach der Rissausbreitung

Der Fall einer reinen Modus II-Rissspitzenabgleitung entspricht genau der Situation im 2D-Modell. Entsprechend lässt sich das Risswachstum durch den Mechanismus von Wilkinson et al. (1998) auf irreversible Abgleitvorgänge vor der Rissspitze zurückführen. Eine direkte Übertragung auf eine Modus III-Rissspitzenabgleitung ist jedoch nicht möglich, da bei einer Abgleitung parallel zur Rissfront keine neuen Bruchflächen geschaffen werden.

Im Folgenden werden daher zwei Mechanismen vorgestellt, die im Rahmen dieser Arbeit zur Beschreibung der Rissausbreitung in Modus III-Richtung verwendet werden. Der erste Ansatz basiert auf dem Modell von Ritchie et al. (1982) und führt eine Rissausbreitung unter globaler Modus III-Beanspruchung auf ein lokales Modus II-Risswachstum zurück. Die Autoren gehen davon aus, dass sich vor der Rissfront Fehlstellen in Form von Einschlüssen befinden, zwischen denen sich der Riss im Modus II ausbreitet (Bild 6.6). Eine vergleichbare Situation tritt bei einer lokal aufgerauten Rissfront auf (Pokluda und Pippan 2005). Somit bewirkt die Rissspitzenabgleitung $\Delta CTSD_{III}$ ausgehend von den Fehlstellen eine lokale Modus II-Rissaus-

breitung. Da das globale Risswachstum in Modus III-Richtung jedoch indirekt über das Zusammenwachsen des Risses zwischen den Fehlstellen erfolgt, ist die Ausbreitungsrate deutlich geringer als bei globaler Modus I- oder Modus II-Belastung, was von Ritchie et al. (1982) über einen entsprechenden Faktor im Risswachstumsgesetz berücksichtigt wird.

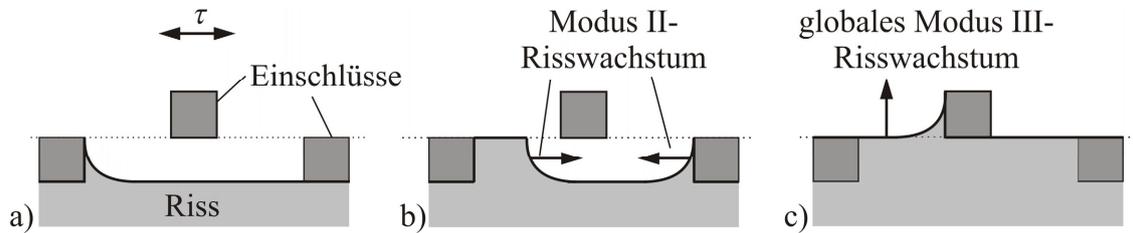


Bild 6.6: Rissfortschrittsmechanismus durch globale Modus III-Risspitzenabgleitung nach Ritchie et al. (1982)

Dieser Ansatz für das Modus III-Risswachstum wird nun auf das hier entwickelte Modell übertragen und mit dem bestehenden Risswachstumsmodell unter Modus II-Belastung verbunden. Entsprechend wird folgendes Rissausbreitungsgesetz für einen Riss unter gemischter Modus II+III-Belastung vorgeschlagen:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \left[\sqrt{(\Delta CTSD_{II})^2 + (f_{III} \Delta CTSD_{III})^2} \right]^m \quad (6.5)$$

Dabei sind C und m materialabhängige Konstanten und der Faktor f_{III} berücksichtigt die geringere Ausbreitungsgeschwindigkeit aufgrund einer Modus III-Risspitzenabgleitung. Für den Fall einer reinen Modus II-Belastung stimmt Gleichung (6.5) mit dem Risswachstumsgesetz des 2D-Modells von Schick überein und für den reinen Modus III-Fall mit dem Modell von Ritchie et al. (1982). Bei einem Wert von $f_{III} = 1$ ist die Rissausbreitung unabhängig vom Belastungsmodus. Zur Bestimmung der neuen Rissfront wird nun an jeder Stelle der alten Risslinie die Rissausbreitung Δa für einen Zyklus nach (6.5) bestimmt. Anschließend breitet sich der Riss um den ermittelten Wert Δa senkrecht zur Rissfront aus.

Der große Vorteil des oben eingeführten Rissausbreitungsgesetzes ist, dass der Ansatz vergleichsweise einfach ist und somit für Rissausbreitungssimulationen über mehrere Körner eingesetzt werden kann. Darüber hinaus ist ein direkter Vergleich der Simulationsergebnisse mit bestehenden Kurzrissmodellen möglich. Ein Nachteil besteht jedoch darin, dass f_{III} durch einen Vergleich mit experimentellen Daten angepasst werden muss.

Aus diesem Grund wird ein zweites, deutlich komplexeres Risswachstumsgesetz betrachtet, das die Mechanismen, die zur Ausbreitung eines Oberflächenrisses auf einer Gleitebene führen, sehr detailliert abbildet. Als Ausgangspunkt wird das Modell von Pokluda und Pippan

(2005) verwendet, das die Rissausbreitung auf einer Gleitebene über einen Wechselgleitmechanismus beschreibt. Dabei bewirkt allein die Modus II-Komponente der Abgleitung an der Rissfront einen Rissfortschritt. Da nun jedoch eine plastische Deformation in zwei unterschiedlichen Gleitrichtungen erfolgt, breitet sich der Riss wie in Bild 6.7 gezeigt in allen Richtungen aus. So entsteht bei globaler Betrachtung der Eindruck, dass sich der Riss aufgrund einer Modus III-Abgleitung in die Tiefe hinein ausbreitet.

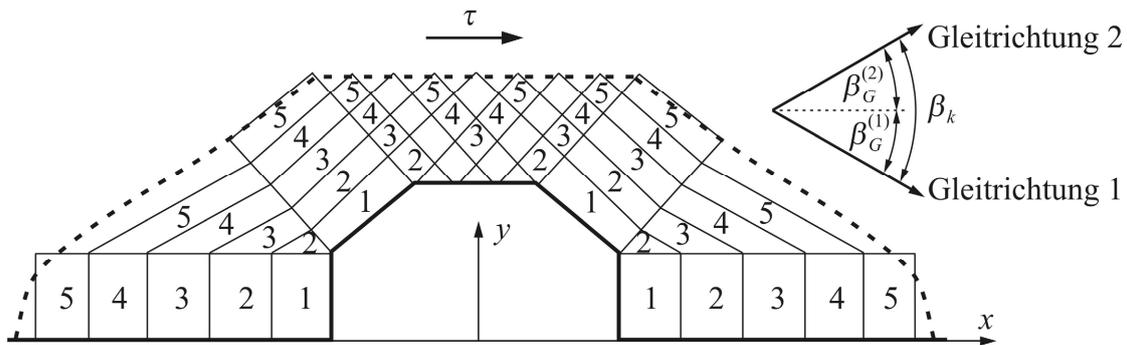


Bild 6.7: Rissfortschrittsmechanismus für Stadium I-Risse auf einer Gleitebene durch Abgleitung auf zwei Gleitsystemen nach Pokluda und Pippan (2005)

Zur Implementierung dieses Mechanismus in das vorgestellte 3D-Kurzrisssmodell ist es erforderlich, eine Aktivierung von mehreren Gleitsystemen auf der Gleitebene zuzulassen. Die Rissverlängerung nach einem Belastungszyklus folgt nun an jedem Punkt der Rissfront aus der Summe des Risswachstums aufgrund der Abgleitung auf den Gleitsystemen 1 und 2:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \left[\left(\Delta CTSD_{II}^{(1)} \right)^m + \left(\Delta CTSD_{II}^{(2)} \right)^m \right] \quad (6.6)$$

Die entsprechenden Abgleitungen $\Delta CTSD_{II}^{(1)}$ und $\Delta CTSD_{II}^{(2)}$ ergeben sich, indem der jeweilige Winkel der Gleitrichtung $\beta_G^{(1)}$ bzw. $\beta_G^{(2)}$ und die Abgleitung auf dem Gleitsystem $\Delta CTSD^{(1)}$ bzw. $\Delta CTSD^{(2)}$ in Gleichung (6.3) eingesetzt werden. Bei der Berücksichtigung von zwei aktiven Gleitsystemen muss nun zusätzlich beachtet werden, dass die Gleitrichtungen im Gegensatz zu den Achsen im x_G, y_G, z_G -KOS keinen rechten Winkel zueinander aufweisen. So sind die Richtungen auf einer Gleitebene im kubisch-flächenzentrierten Gitter um $\beta_k = 60^\circ$ und im kubisch-raumzentrierten Gitter um $\beta_k = 70,53^\circ$ zueinander verdreht. Daher wird das Koordinatensystem zunächst nach Gleichung (6.2) derart gedreht, dass die y_G -Achse mit der ersten Gleitrichtung übereinstimmt. Anschließend wird die Spannung $\tau_{x_G z_G}$ und die entsprechende Verschiebung b_{G1} nochmals um den Winkel $90^\circ - \beta_k$ gedreht, so dass die gedrehten Komponenten mit der zweiten Gleitrichtung übereinstimmen. Die entsprechende Transformation ergibt sich aus den Beziehungen:

$$\tau'_{xGzG} = \tau_{xGzG} \cos(90^\circ - \beta_k) + \tau_{yGzG} \sin(90^\circ - \beta_k), \quad (6.7)$$

$$b'_{xG} = b_{xG} \cos(90^\circ - \beta_k) + b_{yG} \sin(90^\circ - \beta_k), \quad (6.8)$$

6.2.3 Rissausbreitung über eine Korngrenze

Bevor es zu einer Rissausbreitung über die erste Korngrenze kommt, muss im benachbarten Korn ein Gleitband aktiviert werden. Nach der Modellvorstellung von Navarro und de los Rios (1998a) geschieht dies, indem in einer Versetzungsquelle hinter der Korngrenze eine kritische Schubspannungsintensität erreicht wird. Im Rahmen der hier vorgestellten 3D-Rissmodellierung ist es nun das Ziel, die effektive Schubspannung auf jedem Gleitsystem unter Berücksichtigung der realen Orientierung zu bestimmen. Zu diesem Zweck werden Spannungssensoren in einem Abstand r_0 zur Korngrenze auf potentiellen Gleitebenen im Nachbarkorn positioniert (Bild 6.8). Im Gegensatz zum 2D-Modellansatz wird dabei nicht nur der Gleitbandwinkel β_z , sondern auch die Verdrehung der Ebene β_x sowie die Gleitrichtung β_G mit berücksichtigt. Da der Verdrehwinkel ψ nach Zhai et al. (2000) der bedeutendste Einflussfaktor für die Barrierewirkung einer Korngrenze ist, stellt das Modell in diesem Punkt eine signifikante Verbesserung zu bestehenden ein- und zweidimensionalen Kurzrisssmodellen dar.

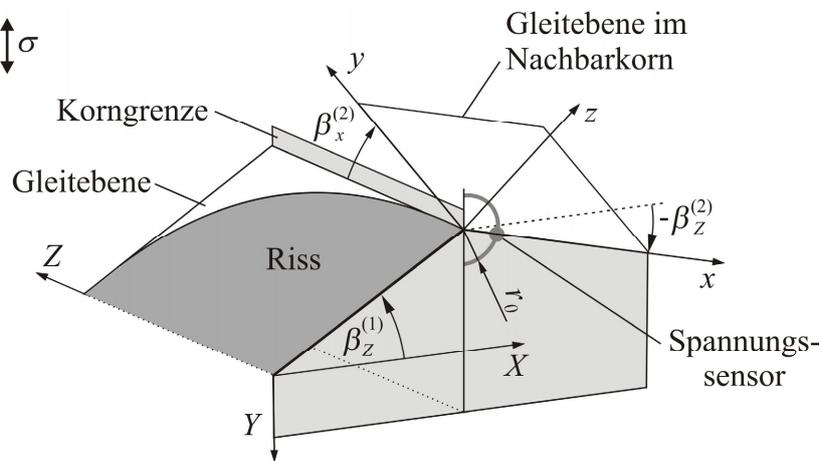


Bild 6.8: Sensorspannung auf potentiellen Gleitebenen im Nachbarkorn

Nach der Aktivierung einer Versetzungsquelle kann auf der entsprechenden Gleitebene eine plastische Verformung durch Abgleitung erfolgen. In Abhängigkeit von der Orientierung der Gleitebenen sowie der Lage der Korngrenze ergibt sich jedoch eine zusätzliche keilförmige Fläche auf der Korngrenze, die durch den Verdrehwinkel ψ aufgespannt wird. Diese Fläche wird, wie in Bild 6.9 gezeigt, mit in das Modell integriert. Dabei wird angenommen, dass auch dort eine plastische Deformation durch Abgleitung erfolgen kann. Diese keilförmige Fläche stellt in zweierlei Hinsicht eine Barriere für die Rissausbreitung dar. Zum einen wird

eine direkte Übertragung der Abgleitung von Korn 1 auf Korn 2 erschwert, wodurch sich auch die Rissspitzenabgleitung und damit die Rissausbreitungsrate verringern. Darüber hinaus kommt es an dieser Fläche zu einem geometrischen Rissschließen, nachdem der Riss die Korngrenze überwunden hat.

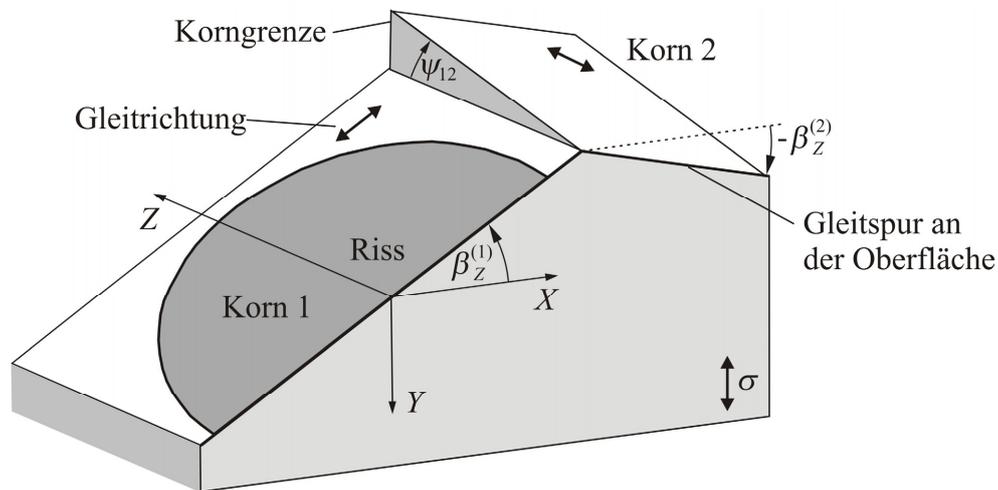


Bild 6.9: Rissausbreitung über eine Korngrenze

Im Anschluss an die Modellvorstellung wird nun auf die mathematische und numerische Beschreibung von 3D-Rissproblemen eingegangen.

6.3 Mathematische Beschreibung von 3D-Oberflächenrissen

Zur Lösung des oben vorgestellten 3D-Kurzrisssmodells ist es nun erforderlich, die unbekannt-ten Relativverschiebungen im Riss und der plastischen Zone unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu bestimmen. Dabei wurde bereits in Abschnitt 3.2 gezeigt, dass sich Rissprobleme sehr effektiv mit Hilfe der Randelementemethode numerisch lösen lassen. So war es im ebenen Fall ausreichend, lediglich den Riss und das aktive Gleitband durch linienförmige Randelemente zu diskretisieren, da der Einfluss des Materials in der Umgebung bereits in den Einflussfunktionen enthalten war. Aufgrund dieses herausragenden Vorteils wird der Ansatz auch zur Lösung des 3D-Rissproblems gewählt. Hierzu ist jedoch die Verwendung eines anderen Elementtyps erforderlich, der eine Relativverschiebung in der Rissebene abbilden kann. Die direkte Erweiterung des 2D-Elements, das aus einem Dipol von zwei mathematischen Stufenversetzungen besteht, führt nun auf den Einsatz von Versetzungsringen, die im Folgenden vorgestellt werden.

6.3.1 Versetzungsringe

Der Aufbau eines Versetzungsringes in einem elastischen Körper lässt sich folgendermaßen beschreiben: Zunächst wird auf einer Fläche S , die durch die geschlossene Kontur C berandet

ist, ein Schnitt durchgeführt. Anschließend werden die obere und untere Schnittfläche, wie in Bild 6.10 dargestellt, um den Burgersvektor \mathbf{b} gegeneinander verschoben. Daher stellt ein Versetzungsring einen Verschiebungssprung im Kontinuum dar.

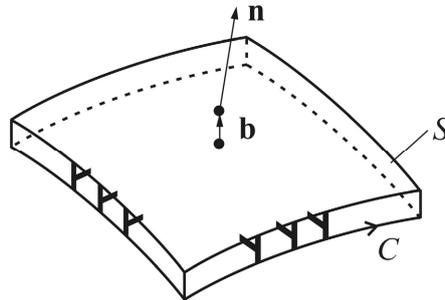


Bild 6.10: Darstellung eines Versetzungsringes (Hills et al. 1996)

Im Hinblick auf die Lösung von 3D-Rissproblemen ist nun das Spannungsfeld in einem beliebigen Punkt \mathbf{x} von Interesse, das durch einen infinitesimalen Versetzungsring im Punkt \mathbf{x}' erzeugt wird (Bild 6.11). Der Versetzungsring mit der Fläche δS und dem Burgersvektor $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ ist dabei so orientiert, dass der Normalenvektor senkrecht zur x_1 - x_2 -Ebene steht. Der Abstandsvektor zwischen \mathbf{x}' und \mathbf{x} ist $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$, wobei r der Betrag des Vektors ist ($r^2 = r_i r_i$).

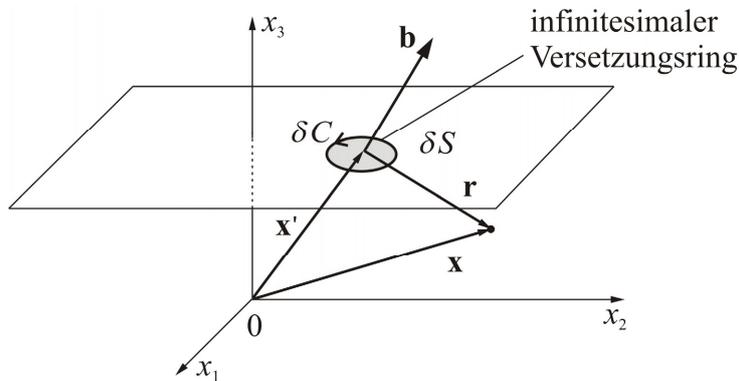


Bild 6.11: Infinitesimaler Versetzungsring mit beliebigem Burgersvektor (Hills et al. 1996)

Zunächst wird das Verschiebungsfeld um einen infinitesimalen Versetzungsring nach Eshelby (1961) betrachtet, das in folgender Form angegeben werden kann (Hills et al. 1996):

$$u_p(\mathbf{x}) = D_{pk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k \delta S, \tag{6.9}$$

$$\text{mit } D_{pk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{1}{8\pi(1-\nu)r^3} \left[(1-2\nu)(\delta_{pj}r_3 + \delta_{3p}r_k - \delta_{3k}r_p) + 3\frac{r_i r_j r_3}{r^2} \right]$$

und den Indizes p und k , die jeweils von 1 bis 3 laufen. Dabei ist in der Darstellung von D_{pk} bereits berücksichtigt, dass der Versetzungsring in der x_1 - x_2 -Ebene liegt und somit der Normalenvektor $\mathbf{n} = (0,0,1)^T$ parallel zur z -Achse verläuft. Daraus ergibt sich der Index '3', da bei

einer Multiplikation mit \mathbf{n} nur die Anteile mit n_3 nicht zu Null werden. Durch Ableiten der Verschiebungen ergeben sich die Verzerrungen $u_{p,q}$, mit denen sich durch Anwendung des Hookeschen Gesetzes das Spannungsfeld um einen infinitesimalen Versetzungsring ermitteln lässt:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = C_{ijpq} u_{p,q}(\mathbf{x}) = C_{ijpq} \frac{\partial D_{pk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial x_q} b_k \delta S. \quad (6.10)$$

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Abkürzung

$$K_{ijk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = C_{ijpq} \frac{\partial D_{pk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial x_q} \quad (6.11)$$

eingeführt, so dass K_{ijk}^s die Spannung σ_{ij} aufgrund einer Relativverschiebung b_k beschreibt:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = K_{ijk}^s b_k \delta S \quad (6.12)$$

Da die Indizes i, j und k jeweils von 1 bis 3 laufen, besitzt der Tensor K_{ijk}^s insgesamt 27 Einträge und lässt sich nach Dai et al. (1997) in folgender Form darstellen:

$$K_{ijk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{G}{4\pi(1-\nu)r^3} \left[-(1-4\nu)\delta_{ji}\delta_{k3} + (1-2\nu)(\delta_{jk}\delta_{i3} + \delta_{j3}\delta_{ik}) - 15 \frac{r_i r_j r_k r_3}{r^4} \right. \\ \left. + 3\nu \frac{\delta_{jk} r_i r_3 + \delta_{j3} r_i r_k + \delta_{ik} r_j r_3 + \delta_{i3} r_j r_k}{r^2} + 3(1-2\nu) \frac{\delta_{ij} r_k r_3 + \delta_{k3} r_i r_j}{r^2} \right] \quad (6.13)$$

Die Einträge in K_{ijk}^s weisen eine r^{-3} -Singularität auf, so dass die Spannungskomponenten unendlich groß werden, wenn sich der Punkt \mathbf{x} immer weiter an den Versetzungsring im Punkt \mathbf{x}' annähert.

Abschließend sei noch angemerkt, dass sich die Ausdrücke für K_{ijk}^s auch über den Ansatz der Eigendehnungen herleiten lassen (Mura 1987):

$$K_{ijk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = C_{ijpq} C_{k3mn} \frac{\partial^2 G_{mp}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\partial x_q \partial x_n} b_k \delta S. \quad (6.14)$$

In diesem Fall entspricht G_{mp} der Greenschen Funktion für eine Einzelkraft im Kontinuum.

Da die oben angegebenen Gleichungen das Spannungsfeld um einen infinitesimalen Versetzungsring im Kontinuum angeben, können damit lediglich Rissprobleme im Material-

inneren gelöst werden. Aus diesem Grund wird zu K_{ijk}^s ein weiterer Term K_{ijk}^r addiert, der den Einfluss einer freien Oberfläche berücksichtigt:

$$K_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = K_{ijk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') + K_{ijk}^r(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (6.15)$$

Der Anteil K_{ijk}^r lässt sich aus dem nichtsingulären Anteil der Greenschen Funktion für eine Einzelkraft im Halbraum nach Mindlin (1936) herleiten, so dass auch K_{ijk}^r keine Singularität aufweist. Das Ergebnis wird von Hills et al. (1996) in der Form

$$K_{ijk}^r(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \alpha_{im}^{(l,g)} \alpha_{jn}^{(l,g)} \alpha_{3o}^{(l,g)} \alpha_{kp}^{(l,g)} H_{mnop}(\mathbf{X}(\mathbf{x}), \mathbf{X}'(\mathbf{x}')) \quad (6.16)$$

angegeben, wobei die Koordinaten \mathbf{X} bzw. \mathbf{X}' entsprechend der Mindlin-Lösung im globalen Koordinatensystem liegen, bei dem die X_3 -Achse senkrecht ins Materialinnere zeigt (Bild 6.3). Eine explizite Darstellung des Tensors H_{mnop} ist ebenfalls in Hills et al. (1996) zu finden. Durch Tensortransformation wird K_{ijk}^r schließlich noch in das lokale Koordinatensystem des infinitesimalen Versetzungsringes gebracht, wobei der Tensor $\alpha_{im}^{(l,g)}$ in (6.1) gegeben ist.

Durch die oben angegebenen Gleichungen ist nun das Spannungsfeld um einen infinitesimalen Versetzungsring in einem unendlichen Halbraum vollständig beschrieben. Im folgenden Abschnitt werden die Ergebnisse zur Lösung von 3D-Rissproblemen angewendet.

6.3.2 Lösung von singulären Integralgleichungen

Wie nachfolgend gezeigt wird, liegt die Hauptschwierigkeit bei der Beschreibung von 3D-Rissproblemen mit Hilfe von infinitesimalen Versetzungsringen in der Lösung der stark singulären Integralgleichungen. Dabei ist der Lösungsweg unabhängig davon, ob ein ebener oder ein abknickender Riss betrachtet wird. Aus Gründen der Übersichtlichkeit erfolgt die Herleitung der Lösung daher zunächst für einen beliebig geformten ebenen Riss, der sich in der x_1 - x_2 -Ebene befindet (Bild 6.12).

Die Relativverschiebung zwischen den Rissufern wird nun über eine kontinuierliche Verteilung von infinitesimalen Versetzungsringen mit der Fläche dS und dem Burgersvektor $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)^T$ dargestellt. Durch Integration über die Rissfläche S ergibt sich das Spannungsfeld aufgrund einer Relativverschiebung im Riss zu

$$\sigma_{ij}(\mathbf{x}) = \int_S K_{ijk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS + \sigma_{ij}^\infty, \quad (6.17)$$

wobei σ_{ij}^∞ die Spannungen aus der äußeren Beanspruchung darstellen.

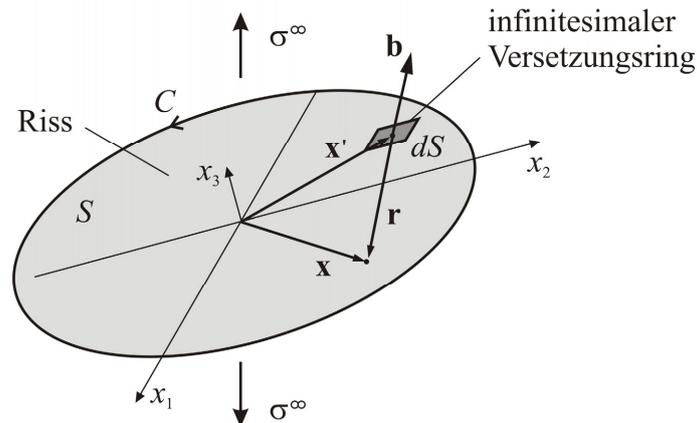


Bild 6.12: Ebener Riss, der durch eine kontinuierliche Verteilung von infinitesimalen Versetzungsringen mit beliebigem Burgersvektor \mathbf{b} modelliert wird (Hills et al. 1996)

Zusätzlich werden zur Lösung des Rissproblems noch die Randbedingungen benötigt. Diese besagen für den Fall eines geöffneten Risses, dass die Normalspannung σ_{33} sowie die Schubspannungen σ_{31} und σ_{32} im Riss verschwinden. Da alle anderen Spannungskomponenten nicht von Bedeutung sind, kann also der Index $i = 3$ gesetzt werden. Berücksichtigt man darüber hinaus, dass für einen ebenen Riss $x_3 = x_3'$ und somit $r_3 = 0$ gilt, dann verschwinden im Tensor K_{ijk}^s nach (6.13) alle Einträge, die von r_3 abhängen. Übrig bleibt somit folgende Matrix:

$$K_{3,jk}^s = \frac{\mu}{4\pi(1-\nu)r^3} \begin{bmatrix} (1-2\nu) + 2\nu \frac{r_1^2}{r^2} & 3\nu \frac{r_1 r_2}{r^2} & 0 \\ 3\nu \frac{r_1 r_2}{r^2} & (1-2\nu) + 2\nu \frac{r_2^2}{r^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

In (6.18) ist gut zu erkennen, dass für einen ebenen Riss im Kontinuum die Normal- und die Schubkomponenten nicht gekoppelt sind. So liefert eine Rissöffnung keinen Beitrag zu den Schubspannungen σ_{31} und σ_{32} im Riss und eine Abgleitung b_1 bzw. b_2 bewirkt keine Normalspannung σ_{33} .

Darüber hinaus ist in der vereinfachten Darstellung in (6.18) die r^{-3} -Singularität in K_{ijk}^s gut zu erkennen, da alle Einträge der Matrix nichtsingulär sind. Entsprechend stellt (6.17) für einen Punkt \mathbf{x} innerhalb des Risses einen Satz von hypersingulären Integralgleichungen dar. Zur Lösung wird hier das Verfahren von Hills et al. (1996) angewendet, das nachfolgend kurz

vorgestellt wird. Dazu wird das Integral in (6.17) zunächst in einen singulären Anteil aufgrund von K_{3jk}^s und einen regulären Anteil durch K_{3jk}^r aufgespalten:

$$\sigma_{3j}(\mathbf{x}) = \int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS + \int_S K_{3jk}^r(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS + \sigma_{3j}^\infty \quad (6.19)$$

Da die Integration des regulären Integrals problemlos durchgeführt werden kann, beschränkt sich die Betrachtung an dieser Stelle auf das erste Integral in (6.19). Dieses wird zunächst durch Addieren und Subtrahieren von Termen wie folgt umgeschrieben:

$$\begin{aligned} \int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS &= \int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') [b_k(\mathbf{x}') - b_k(\mathbf{x}) - b_{k,\gamma}(\mathbf{x}') (x'_\gamma - x_\gamma)] dS \\ &+ b_k(\mathbf{x}) \int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS + b_{k,\gamma}(\mathbf{x}) \int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') (x'_\gamma - x_\gamma) dS \end{aligned} \quad (6.20)$$

Das erste Integral in (6.20) ist für den Fall, dass \mathbf{x} nicht auf dem Rand der Fläche S liegt und $b_k(\mathbf{x}')$ die Kontinuitätsbedingung $C^{1,\alpha}$ mit $\alpha > 0$ erfüllt, lediglich schwach singulär und kann nach einer Koordinatentransformation direkt numerisch gelöst werden. Die anderen beiden Integrale müssen dagegen als stark singuläre Integrale nach Hadamard (1952) interpretiert werden. Durch Anwendung der Greenschen Formel können die Integrale jedoch in Linienintegrale umgewandelt und in folgender Form angegeben werden (Hills et al. 1996):

$$\int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dS = \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \left\{ [(1-2\nu)\delta_{jk} + 2\nu\delta_{3j}\delta_{3k}] L + 3\delta_{j\alpha}\delta_{k\beta} L_{\alpha\beta} \right\} \quad (6.21)$$

$$\int_S K_{3jk}^s(\mathbf{x}, \mathbf{x}') (x'_\gamma - x_\gamma) dS = \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \left\{ [(1-2\nu)\delta_{jk} + 2\nu\delta_{3j}\delta_{3k}] M_\gamma + 3\delta_{j\alpha}\delta_{k\beta} M_{\alpha\beta\gamma} \right\} \quad (6.22)$$

In den obigen Gleichungen nehmen α , β und γ die Werte 1 und 2 an. L , $L_{\alpha\beta}$, M_γ und $M_{\alpha\beta\gamma}$ sind Linienintegrale, die für den Fall, dass der Punkt \mathbf{x} nicht auf dem Integrationsrand C liegt, regulär sind. Wenn die Integrationsfläche S die Form eines Polygons besitzt, können die Integrale analytisch gelöst werden (siehe Anhang A.1). Dadurch wird eine direkte Anwendung in einer numerischen Lösung möglich, wenn die Rissfläche mit drei- oder viereckigen Elementen diskretisiert wird.

6.3.3 Erweiterung auf nichtebene Rissprobleme

Da zu Beginn des vorherigen Abschnittes zunächst ein ebenes Rissproblem betrachtet worden ist, wird nun die Erweiterung auf abknickende Risse durchgeführt. Zu diesem Zweck wird der Riss in Bild 6.13 betrachtet, der sich aus den beiden ebenen Teilflächen S_1 und S_2 zusammen-

setzt. Gemäß der oben eingeführten Definition für lokale Koordinatensysteme steht die $x_3^{(1)}$ -Achse senkrecht auf der Teilfläche 1 und die $x_3^{(2)}$ -Achse senkrecht auf S_2 .

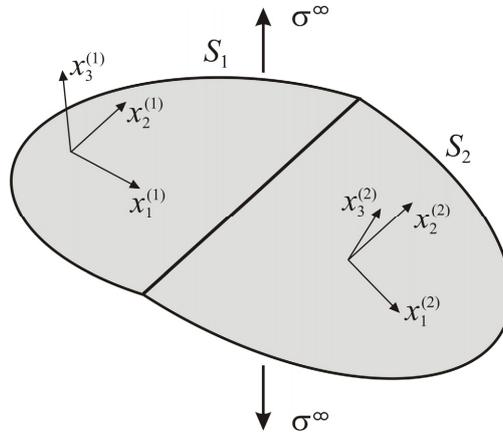


Bild 6.13: Abgknickter Riss, bestehend aus zwei Teilflächen S_1 und S_2

Zur Lösung des Rissproblems müssen nun die unbekanntenen Relativverschiebungen aus Gleichung (6.17) und den Randbedingungen ermittelt werden. Letztere liegen im lokalen Koordinatensystem der jeweiligen Rissebene vor und besagen, dass für einen geöffneten Riss die Normal- und Schubspannungen verschwinden müssen:

$$\sigma_{3j}^{(1)}(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{für } \mathbf{x} \text{ in } S_1 \quad (6.23)$$

$$\sigma_{3j}^{(2)}(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{für } \mathbf{x} \text{ in } S_2 \quad (6.24)$$

Der hochgestellte Index (1) bzw. (2) kennzeichnet dabei jeweils das Koordinatensystem, in dem die Randbedingungen gelten. Entsprechend ist nun der erste Schritt zur Lösung des Rissproblems die Bestimmung der entsprechenden Spannungskomponenten im Riss. Zu diesem Zweck wird ein Punkt \mathbf{x} betrachtet, der sich innerhalb von S_1 befindet. Die Gesamtspannung setzt sich hier additiv aus der äußeren Spannung und den Anteilen der Teilflächen S_1 und S_2 zusammen:

$$\sigma_{3j}^{(1)}(\mathbf{x}) = \sigma_{3j}^{(1)S_1}(\mathbf{x}) + \alpha_{3m}^{(1,2)} \alpha_{jn}^{(1,2)} \sigma_{mn}^{(2)S_2}(\mathbf{x}) + \sigma_{3j}^{(1)\infty}(\mathbf{x}). \quad (6.25)$$

Da die Spannungskomponenten aufgrund von S_2 zunächst im (2)-KOS vorliegen, werden diese durch den Tensor $\alpha_{ij}^{(1,2)}$ in das (1)-KOS transformiert. Die Teilspannungen $\sigma_{3j}^{(1)S_1}$ und $\sigma_{mn}^{(2)S_2}$ ergeben sich nun nach (6.17), wobei die Integration auf das jeweilige Teilgebiet beschränkt ist.

$$\sigma_{3j}^{(1)S_1}(\mathbf{x}) = \int_{S_1} K_{3jk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS, \quad (6.26)$$

$$\sigma_{mn}^{(2)S_2}(\mathbf{x}) = \int_{S_2} K_{mnk}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS. \quad (6.27)$$

Da sich der Punkt \mathbf{x} innerhalb der Teilfläche S_1 befindet, wird das Integral (6.26) singular und die Lösung muss nach der oben beschriebenen Methode durchgeführt werden. Folglich beinhaltet das Integral über Teilfläche S_2 in (6.27) keine Singularität und kann durch Standardverfahren gelöst werden. Allerdings zeigt sich in (6.25), dass im Allgemeinen der komplette Spannungstensor von $\sigma_{mn}^{(2)S_2}$ benötigt wird. Aus diesem Grund wird in (6.27) nicht der vereinfachte Ausdruck von K_{mnk}^s für ebene Risse nach (6.18) eingesetzt, sondern der vollständige Tensor nach (6.13). Da sich die Spannungstransformation jedoch auch mit in das Integral hineinziehen lässt, wird folgende Abkürzung eingeführt:

$$K_{3jk}^{*(o)} = \alpha_{3m}^{(o,p)} \alpha_{jn}^{(o,p)} K_{mnk}^{(p)}, \quad (6.28)$$

wobei $o, p = 1, 2$ für die jeweilige Teilebene stehen. Dementsprechend werden durch $K_{3jk}^{*(o)}$ immer die Normal- und Schubspannungen in der lokalen Rissebene aufgrund einer lokalen Relativverschiebung in einer beliebig anders orientierten Ebene angegeben. Sind die Teilflächen parallel, dann ist $\alpha_{ik}^{(o,p)} = \delta_{ik}$. Entsprechend erfolgt keine Drehung, so dass $K_{3jk}^* = K_{3nk}$ wird. Die obigen Überlegungen gelten sinngemäß auch für einen Punkt in S_2 . Darüber hinaus ist auch ein weiteres Abknicken des Risses durch Hinzufügen weiterer Teilebenen möglich. Verallgemeinert lässt sich das Rissproblem dann wie folgt ausdrücken:

$$\sigma_{3j}(\mathbf{x}) = \sum_{o=1}^{n_o} \int_{S_o} K_{3jk}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') b_k(\mathbf{x}') dS + \sigma_{3j}^\infty(\mathbf{x}), \quad (6.29)$$

mit der Anzahl an Teilflächen n_o . Da durch K_{3jk}^* nun alle Spannungskomponenten in das lokale Koordinatensystem transformiert worden sind, wird der Index 'o', der die jeweilige Teilebene angibt, aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen.

Abschließend sei noch angemerkt, dass sich $\alpha_{ij}^{(o,p)}$ aus der Lage der Gleitebenen im globalen Koordinatensystem nach Bild 6.4 herleiten lässt, die über Gleichung (6.1) definiert ist.

$$\alpha_{ij}^{(o,p)} = \alpha_{ik}^{(o,g)} \alpha_{kj}^{(g,p)}. \quad (6.30)$$

Im Anschluss an die mathematische Beschreibung von 3D-Rissproblemen wird nun die numerische Lösung vorgestellt.

6.4 Numerische Lösung

Wie bereits bei dem in Kapitel 3 vorgestellten 2D-Modell wird auch zur numerischen Lösung des 3D-Rissproblems eine Randelementemethode basierend auf Relativverschiebungsansätzen verwendet. Zu diesem Zweck werden der Riss und die plastische Zone mit finiten Versetzungsringelementen diskretisiert, wobei sowohl drei- als auch viereckige Elemente eingesetzt werden können. Innerhalb der Elemente können nun verschiedene Ansätze für die Relativverschiebung eingeführt werden. Zum einen ist, wie auch bei den zweidimensionalen Versetzungsdipol-Elementen, ein konstanter Verschiebungssprung über dem Element realisierbar. Diese Elemente mit konstantem Verschiebungsansatz sind von Murakami und Nemat-Nasser (1983), Lee et al. (1987) und Dai et al. (1993) zur Lösung verschiedener 3D-Rissprobleme verwendet worden. Allerdings hängt die Genauigkeit der Lösung in hohem Maße von der zusätzlichen Verwendung einer analytischen globalen Gewichtsfunktion ab, die die Relativverschiebung im Riss möglichst genau abbildet. Entsprechende Funktionen sind jedoch nur für einfache Rissgeometrien wie ellipsenförmige oder rechteckige Risse verfügbar. Entsprechend liefern die Elemente mit konstantem Verschiebungsansatz für beliebige Rissgeometrien, für die eine globale Gewichtsfunktion nicht verfügbar ist, vergleichsweise schlechte Ergebnisse (Hills et al. 1996).

Darüber hinaus sind von Dai et al. (1996) Elemente höherer Ordnung mit linearen Verschiebungsansätzen entwickelt worden. Von den Autoren wird gezeigt, dass sich mit Hilfe dieser Elemente der Spannungsintensitätsfaktor entlang der Rissfront auch ohne die Verwendung einer globalen Gewichtsfunktion sehr genau bestimmen lässt. Entsprechend kann das Langrisswachstum von Innen- und Oberflächenrissen und die Entwicklung der Rissfront simuliert werden (Dai et al. 1997). Aufgrund dieser deutlich besseren Eigenschaften werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit die höherwertigen Elemente mit linearem Verschiebungsansatz zur Diskretisierung des in Abschnitt 6.2 vorgestellten 3D-Kurzzrissmodells verwendet. Daher wird der Aufbau dieser Elemente im Folgenden vorgestellt.

6.4.1 Lineare Versetzungsringelemente

Zur Vernetzung der Gleitebenen werden sowohl drei- als auch viereckige Elemente verwendet, die in Bild 6.14 mit den entsprechenden lokalen Elementkoordinaten ξ_1 und ξ_2 dargestellt

sind. Durch lineare Interpolation zwischen den Knotenpunkten x_α^q lässt sich nun jeder Punkt innerhalb des Elementes durch die Gleichung

$$x_\alpha = L_q(\xi_1, \xi_2)x_\alpha^q, \tag{6.31}$$

beschreiben. Darin ist $\alpha = 1, 2$ und $q = 1, 2, \dots, n_{kn}$, wobei n_{kn} der Knotenanzahl des jeweiligen Elementes entspricht. L_q entspricht den standardmäßigen Interpolationsfunktionen, die auch für lineare drei- und viereckige Finite Elemente verwendet werden. Die entsprechenden Ausdrücke finden sich im Anhang A.2.

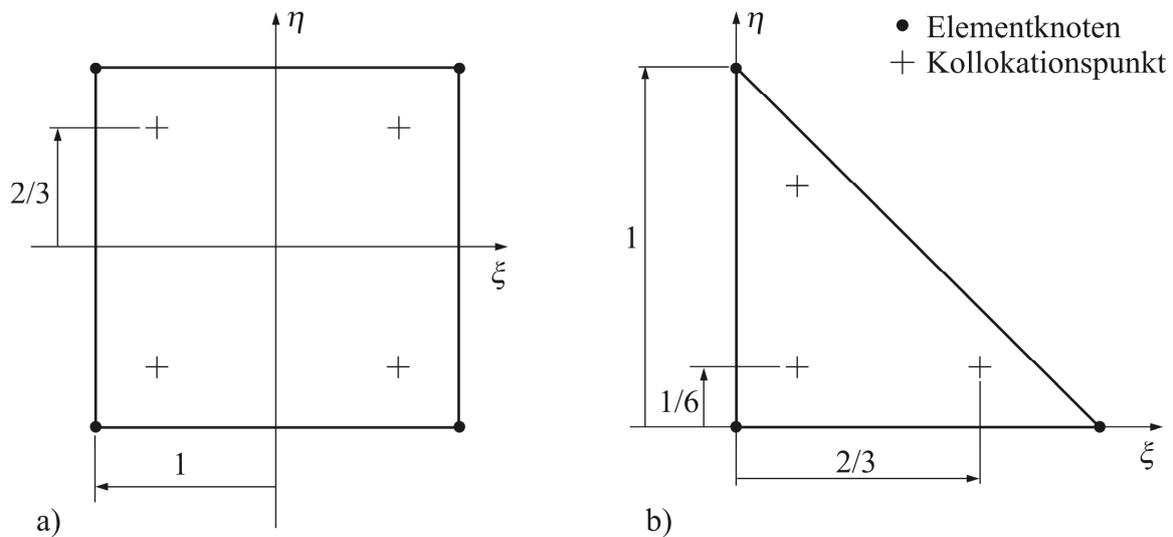


Bild 6.14: Aufbau der Relativverschiebungselemente mit linearem Verschiebungsansatz: a) Vierknotenelement und b) Dreiknotenelement (Dai et al. 1996)

Innerhalb der Elemente befinden sich die Kollokationspunkte, die als Stützstellen für die Interpolation der Relativverschiebung b_k im Element benötigt werden. Aus den Verschiebungen in den Kollokationspunkten b_k^p ergibt sich

$$b_k = N_p(\xi_1, \xi_2)b_k^p, \tag{6.32}$$

wobei $p = 1, 2, \dots, n_c$ ist und n_c der Anzahl an Kollokationspunkten im Element entspricht. Die Formfunktionen sind in Dai et al. (1996) für dreieckige und viereckige Elemente angegeben und finden sich im Anhang A.2.

In den einzelnen Kollokationspunkten wird die Formfunktion $N_p(\xi_1^q, \xi_2^q) = 1$ für $p = q$, während für $p \neq q$ $N_p(\xi_1^q, \xi_2^q) = 0$ gilt. Durch die Wahl der Kollokationspunkte (ξ_1^q, ξ_2^q) innerhalb der Elemente wird erreicht, dass die Verschiebungen in (ξ_1^q, ξ_2^q) differenzierbar sind und die Methode zur Lösung der singulären Integralgleichungen nach (6.21) und (6.22) angewendet

werden kann. Um das Verschiebungsfeld vor der Rissspitze möglichst exakt zu approximieren, kann die Formfunktion N_p in den Elementen an der Rissspitze bzw. Korngrenze noch mit einer zusätzlichen Gewichtsfunktion der Form

$$w(\xi_1, \xi_2) = \sqrt{2d(\xi_1, \xi_2)} \quad (6.33)$$

multipliziert werden (Hills et al. 1996). Darin ist d der Abstand von einem beliebigen Punkt innerhalb des Elementes zur Rissfront.

Durch die Diskretisierung mit finiten Versetzungsringelementen lässt sich Gleichung (6.29) unter Verwendung von (6.31) und (6.32) folgendermaßen umschreiben:

$$\sigma_{3j}(\mathbf{x}) = \sum_{n=1}^{n_e} \int_{S_n} K_{3jk}^*(\mathbf{x}, \mathbf{x}') N_p(\xi_1, \xi_2) |J(\xi_1, \xi_2)| d\xi_1 d\xi_2 b_k^{t(n,p)} + \sigma_{ij}^\infty, \quad (6.34)$$

Die Anzahl der Elemente ist dabei mit n_e bezeichnet und $t(n,p)$ bezeichnet die Nummer des Kollokationspunktes p innerhalb des Elementes n . $|J(\xi_1, \xi_2)|$ ist die Determinante der Jakobi-Matrix, die die Transformation vom x_1, x_2 -KOS in das ξ_1, ξ_2 -Elementkoordinatensystem beschreibt mit

$$J = \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(\xi_1, \xi_2)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \end{bmatrix}. \quad (6.35)$$

Um den gegenseitigen Einfluss der Elemente aufeinander zu bestimmen, wird die Spannung σ_{3j} in jedem Kollokationspunkt $s(m,q)$ ermittelt, wobei $s(m,q)$ analog zu $t(n,p)$ definiert ist. Gleichung (6.34) kann nun in ein lineares Gleichungssystem überführt werden:

$$\sigma_{3j}(\mathbf{x}^s) = K_{3jk}^{st} b_j^t + \sigma_{3j}^\infty(\mathbf{x}^s). \quad (6.36)$$

Hier gilt für die Indizes $j, k = 1, 2, 3$ und $s, t = 1, 2, \dots, n_t$, wobei n_t der Gesamtanzahl an Kollokationspunkten entspricht. Die Einflussmatrix K_{3jk}^{st} ist dabei wie folgt definiert:

$$K_{3jk}^{st} = \int_{S_n} K_{3jk}^*(\mathbf{x}^s, \mathbf{x}(\xi_1, \xi_2)) N_p(\xi_1, \xi_2) |J(\xi_1, \xi_2)| d\xi_1 d\xi_2. \quad (6.37)$$

6.4.2 Numerische Lösung der Integrale

Bei der Lösung des Integrals in (6.37) werden nun abhängig von der Lage des Kollokationspunktes \mathbf{x}^s zwei Fälle unterschieden.

Fall 1: $m \neq n$

Für den Fall $m \neq n$ befindet sich der Punkt \mathbf{x}^s außerhalb der Integrationsfläche S_n . Daher wird das Integral (6.37) regulär und kann numerisch durch Gauß-Integration gelöst werden, wobei sich für ein Vierknotenelement folgender Ausdruck ergibt:

$$K_{3jk}^{st} = \sum_{g=1}^{n_1} \sum_{h=1}^{n_2} W_g W_h K_{3jk}^* (\mathbf{x}^s, \mathbf{x}(\xi_1^g, \xi_2^h)) N_p(\xi_1^g, \xi_2^h) |J(\xi_1^g, \xi_2^h)|, \quad (6.38)$$

mit der Anzahl an Gauß-Punkten n_1, n_2 in der ξ_1, ξ_2 -Richtung. Die Elementkoordinaten jedes Gaußpunktes g, h sind mit ξ_1^g und ξ_2^h bezeichnet und W_g, W_h sind die zugehörigen Integrationsgewichte. Aus Effizienzgründen ist die Anzahl an Gauß-Punkten jedoch nicht konstant, sondern wird in Abhängigkeit vom Abstand des Kollokationspunktes \mathbf{x}^s zum Element festgelegt. Hierzu wird das von Hills et al. (1996) vorgeschlagene Kriterium nach Lachat und Watson (1976) verwendet. Danach wird die Zahl der Integrationspunkte solange erhöht, bis die Bedingung

$$4(n_1 + 1)(2n_1 + 1) \left(\frac{l_{\max}}{4r_{\min}} \right)^{2n_1} \leq \varepsilon \quad (6.39)$$

mit $n_{\min} \leq n_1 \leq n_{\max}$

erfüllt wird, wobei vereinfachend $n_2 = n_1$ gesetzt wird. In (6.39) ist l_{\max} die maximale Elementkantenlänge, r_{\min} der minimale Abstand zwischen Element und Kollokationspunkt nach Bild 6.15 und ε ein konstanter Wert, der in Übereinstimmung mit Hills et al. (1996) auf 10^{-4} gesetzt wird. Die zulässigen Grenzen für n_1 werden durch $n_{\min} = 4$ und $n_{\max} = 8$ festgelegt. Lässt sich (6.39) unter diesen Randbedingungen nicht erfüllen, so wird das Gebiet so lange weiter unterteilt, bis das Kriterium für jede Teilfläche erfüllt wird (Bild 6.15).

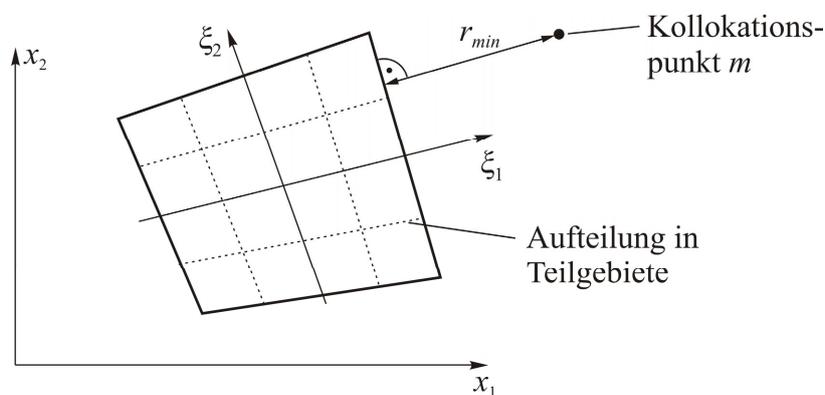


Bild 6.15: Bestimmung der Anzahl an Integrationspunkten aus der Lage des Kollokationspunktes (Hills et al. 1996)

Um für drei- und viereckige Elemente das gleiche Integrationsschema verwenden zu können, wird das Dreieck zunächst auf das Vierknotenelement abgebildet. Dann können die Elemente der Matrix K_{3jk}^{st} wie folgt berechnet werden:

$$K_{3jk}^{st} = \sum_{g=1}^{n_1} \sum_{h=1}^{n_2} W_g W_h K_{3jk}^* (\mathbf{x}^s, \mathbf{x}(\xi_1^g, \xi_2^h)) N_p(\xi_1^g, \xi_2^h) |J(\xi_1^g, \xi_2^h)| \frac{1 - \xi_1^g}{8}, \quad (6.40)$$

wobei der zusätzliche Faktor die entsprechende Abbildung beschreibt.

Fall 2: $m = n$

Befindet sich der Kollokationspunkt innerhalb des Elementes, dann setzt sich der Integrand in (6.37) aus einem singulären Anteil K_{3jk}^{*s} und einem regulären Anteil K_{3jk}^{*r} zusammen. Daher wird das Integral aufgespalten, wobei die Integration des regulären Anteils nach der oben beschriebenen Gauß-Integration durchgeführt wird und den Anteil $(K_{3jk}^{st})^r$ liefert. Die Integration des singulären Anteils muss dagegen nach der in Abschnitt 6.3 beschriebenen Methode durchgeführt werden. Dabei besitzt das Integral in (6.37) die gleiche Struktur wie das in (6.17), da durch die Diskretisierung lediglich dS durch $|J(\xi_1, \xi_2)| d\xi_1 d\xi_2$ und b_k durch die Formfunktion N_p ersetzt worden ist. Da dieses Integral in (6.20) weiter aufgespalten wird, ergibt sich die Einflussfunktion K_{3jk}^{st} nun aus der Summe

$$K_{3jk}^{st} = (K_{3jk}^{st})^{1s} + (K_{3jk}^{st})^{2s} + (K_{3jk}^{st})^r. \quad (6.41)$$

$(K_{3jk}^{st})^{1s}$ ergibt sich aus dem ersten Integral in (6.20) und lautet (Hills et al. 1996):

$$(K_{3jk}^{st})^{1s} = \int_{S_n} K_{3jk}^{*s}(\mathbf{x}^s, \mathbf{x}) N_p^1(\xi_1, \xi_2) |J(\xi_1, \xi_2)| d\xi_1 d\xi_2. \quad (6.42)$$

mit

$$N_p^1(\xi_1, \xi_2) = N_p(\xi_1, \xi_2) - N_p(\xi_1^q, \xi_2^q) - (x_\gamma - x_\gamma^s) \frac{\partial N_p}{\partial x_\gamma} \Big|_{\mathbf{x}^s}. \quad (6.43)$$

Dabei entspricht ξ_1^q, ξ_2^q den lokalen Elementkoordinaten des Kollokationspunktes \mathbf{x}^s . Das zweite und dritte Integral in (6.20) ergeben sich nun nach (6.21) und (6.22), so dass der zweite singuläre Anteil in (6.40) folgendermaßen lautet (Hills et al. 1996):

$$\begin{aligned}
 (K_{3jk}^{st})^{2s} &= \frac{G}{4\pi(1-\nu)} \left\{ N_p(\xi_1^q, \xi_2^q) \left[((1-2\nu)\delta_{jk} + 2\nu\delta_{3j}\delta_{3k})L + 3\delta_{j\alpha}\delta_{k\beta}L_{\alpha\beta} \right] \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\partial N_p}{\partial x_\gamma} \Bigg|_{\mathbf{x}^s} \left[((1-2\nu)\delta_{jk} + 2\nu\delta_{3j}\delta_{3k})M_\gamma + 3\delta_{j\alpha}\delta_{k\beta}M_{\alpha\beta\gamma} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{6.44}$$

Die Ausdrücke L , $L_{\alpha\beta}$, M_γ und $M_{\alpha\beta\gamma}$ finden sich im Anhang A.1 und die Ableitung der Formfunktion N_p nach den globalen Koordinaten x_γ in A.3.

Gleichung (6.42) wird schließlich durch eine Koordinatentransformation in Polarkoordinaten gelöst, wobei der Ursprung des Koordinatensystems nach Bild 6.16 in den Kollokationspunkt \mathbf{x}^s gelegt wird (Hills et al. 1996). Dadurch ergibt sich:

$$(K_{3jk}^{st})^{1s} = \int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{R(\theta)} K_{3jk}^{*s}(\mathbf{x}^s, \mathbf{x}) N_p^1(\xi_1, \xi_2) |J(\xi_1, \xi_2)| r(\theta) dr d\theta. \tag{6.45}$$

Durch Gauß-Integration in radialer Richtung und Anwendung der Trapezregel in Umfangsrichtung erhält man schließlich (Hills et al. 1996):

$$(K_{3jk}^{st})^{1s} = \frac{2\pi}{n_u} \sum_{g=0}^{n_u-1} \sum_{h=1}^{n_g} K_{3jk}^{*s}(\xi_1^{g,h}, \xi_2^{g,h}) N_p^1(\xi_1^{g,h}, \xi_2^{g,h}) |J(\xi_1^{g,h}, \xi_2^{g,h})| W_h R(\theta_g) r(\xi_1^{g,h}, \xi_2^{g,h}). \tag{6.46}$$

$$\text{mit } \xi_1^{g,h} = \xi_1^p + R(\theta_g) \cos \theta \frac{(1 + \xi_h^G)}{2}$$

$$\text{und } \xi_2^{g,h} = \xi_2^p + R(\theta_g) \sin \theta \frac{(1 + \xi_h^G)}{2}$$

W_h und $\xi^{g,h}$ sind die Integrationsgewichte und die lokalen Koordinaten der Integrationspunkte für die Gaußintegration, $R(\theta_g)$ bzw. $r(\xi_1^{g,h}, \xi_2^{g,h})$ sind der Abstand vom Kollokationspunkt zur Elementkante bzw. zum Integrationspunkt in Richtung des Winkels θ . Weiterhin sind n_g und n_u die Anzahl an Integrationspunkten in radialer Richtung bzw. Umfangsrichtung. Aufgrund des schlechten Konvergenzverhaltens in Umfangsrichtung ist dort eine große Zahl von über 100 Integrationspunkten erforderlich (Hills et al. 1996).

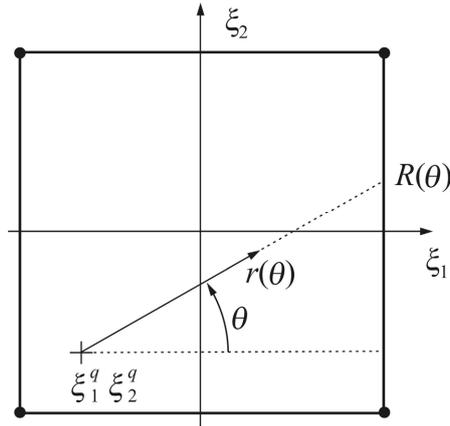


Bild 6.16: Koordinatentransformation zur Lösung des singulären Integrals in Gleichung (6.45) (Hills et al. 1996)

6.4.3 Lineares Gleichungssystem

Sind schließlich alle Komponenten der Einflussfunktion K_{3ij}^{st} bestimmt, dann wird das Rissproblem durch folgendes lineares Gleichungssystem beschrieben:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{31}^s \\ \sigma_{32}^s \\ \sigma_{33}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{311}^{st} & K_{312}^{st} & K_{313}^{st} \\ K_{321}^{st} & K_{322}^{st} & K_{323}^{st} \\ K_{331}^{st} & K_{332}^{st} & K_{333}^{st} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1^t \\ b_2^t \\ b_3^t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{31}^{s\infty} \\ \sigma_{32}^{s\infty} \\ \sigma_{33}^{s\infty} \end{bmatrix}, \quad (6.47)$$

mit den Relativverschiebungen b_1^t und b_2^t in tangentialer Richtung und b_3^t in Normalenrichtung und den Spannungen σ_{31}^s , σ_{32}^s und σ_{33}^s im Riss, wobei der Index ∞ den Anteil aus der äußeren Belastung angibt. Aus (6.47) können nun die Relativverschiebungen im Riss und in der plastischen Zone unter Berücksichtigung der Randbedingungen bestimmt werden, die für das 3D-Rissproblem folgendermaßen lauten:

$$\sigma_{33} \leq 0, \quad \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0 \quad \text{im Riss} \quad (6.48)$$

$$|\sigma_{31}| \leq \tau^F \quad \text{auf der Gleitebene parallel zur Gleitrichtung} \quad (6.49)$$

Aus (6.47), (6.48) und (6.49) ergibt sich das folgende System von Ungleichungen:

$$\sigma_{33}^s = \sum_{t=1}^{k_r+k_p} K_{331}^{st} b_1^t + \sum_{t=1}^{k_r} (K_{332}^{st} b_2^t + K_{333}^{st} b_3^t) + \sigma_{33}^{s\infty} \leq 0 \quad s = 1 \dots k_r \quad (6.50)$$

$$\sigma_{32}^s = \sum_{t=1}^{k_r+k_p} K_{321}^{st} b_1^t + \sum_{t=1}^{k_r} (K_{322}^{st} b_2^t + K_{323}^{st} b_3^t) + \sigma_{32}^{s\infty} = 0 \quad s = 1 \dots k_r \quad (6.51)$$

$$|\sigma_{31}^s| = \left| \sum_{t=1}^{k_r+k_p} K_{311}^{st} b_1^t + \sum_{t=1}^{k_r} (K_{312}^{st} b_2^t + K_{313}^{st} b_3^t) + \sigma_{31}^{s\infty} \right| \begin{cases} = 0 & s = 1 \dots k_r \\ \leq \tau^F & s = k_r + 1 \dots k_r + k_p \end{cases} \quad (6.52)$$

Die Anzahl der Kollokationspunkte in den Risselementen bzw. den Elementen in der plastischen Zone ist dabei mit k_r bzw. k_p bezeichnet. Im Falle zweier aktiver Gleitrichtungen auf einer Gleitebene gilt in der zweiten Richtung analog zu (6.49) die Randbedingung:

$$|\sigma_{32}| \leq \tau^F \quad \text{auf der Gleitebene parallel zur 2. Gleitrichtung} \quad (6.53)$$

Entsprechend ändern sich auch die Gleichungen (6.50) bis (6.52), was an dieser Stelle nicht noch einmal explizit dargestellt wird. Über die Bedingung

$$b'_3 \geq 0 \quad \text{im Riss} \quad (6.54)$$

wird schließlich noch geometrisches Riss schließen berücksichtigt. Das Gleichungssystem wird nun analog zu dem Verfahren im 2D-Modell, das in Abschnitt 3.2.4 vorgestellt worden ist, iterativ gelöst.

6.4.4 Ausnutzung von Symmetrie

Da zur Lösung von 3D-Rissproblemen die Fläche des Risses bzw. der Gleitebene diskretisiert werden muss, ergibt sich bereits bei einer relativ geringen Anzahl an Elementen pro Kante ein großes Gleichungssystem, wobei die Einflussmatrix K_{3ij}^{st} in (6.36) bzw. (6.47) in der Regel voll besetzt ist. Daher ist es sinnvoll, bei einfachen Rissproblemen vorhandene Symmetrierandbedingungen auszunutzen. Auf diese Weise lässt sich für einen Oberflächenriss die Zahl der unbekanntlichen Verschiebungen halbieren, so dass sich die Größe von K_{3ij}^{st} und damit auch der erforderliche Speicherplatz auf ein Viertel reduziert. Durch dieses Vorgehen wird es erst möglich, Rissprobleme mit feiner Diskretisierung auf einem PC zu lösen.

Bei der Symmetrie lassen sich die in Bild 6.17 dargestellten Fälle unterscheiden. Bild 6.17a zeigt einen Riss, der achsensymmetrisch bezüglich der X_3 -Achse ist, wobei sich die linke Risshälfte durch Drehung um 180° ergibt. In diesem Fall lauten die Symmetrierandbedingungen:

$$b_1^1 = b_1^2, \quad b_2^1 = -b_2^2, \quad b_3^1 = b_3^2, \quad (6.55)$$

$$\sigma_{31}^1 = \sigma_{31}^2, \quad \sigma_{32}^1 = -\sigma_{32}^2, \quad \sigma_{33}^1 = \sigma_{33}^2, \quad (6.56)$$

wobei der Index 1 für einen Punkt P_1 in der rechten und 2 für einen Punkt P_2 in der linken Risshälfte steht. Um Bedingung (6.55) in der plastischen Zone erfüllen zu können, muss die Symmetrie auch durch die Gleitrichtung erfüllt werden. Entsprechend sind nur Gleitrich-

tungen mit einem Winkel $\beta_G = 0^\circ$ oder $\beta_G = 90^\circ$ zulässig. Für beliebige Gleitrichtungen muss demzufolge mit der kompletten Matrix K_{3ij}^{st} gerechnet werden.

Im Gegensatz dazu zeigt Bild 6.17b einen Riss, der spiegelsymmetrisch bezüglich der X_2 - X_3 -Ebene ist. In diesem Fall gelten die Randbedingungen:

$$b_1^1 = -b_1^2, \quad b_2^1 = b_2^2, \quad b_3^1 = b_3^2, \quad (6.57)$$

$$\sigma_{31}^1 = -\sigma_{31}^2, \quad \sigma_{32}^1 = \sigma_{32}^2, \quad \sigma_{33}^1 = \sigma_{33}^2, \quad (6.58)$$

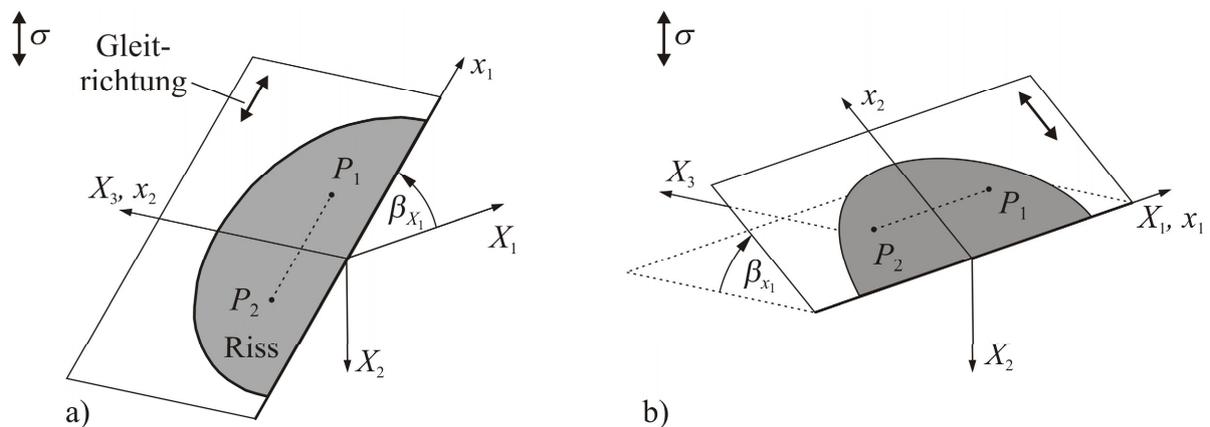


Bild 6.17: Symmetrische Rissprobleme: a) Rotationssymmetrie bezüglich der X_3 -Achse und b) Spiegelsymmetrie bezüglich der X_2 - X_3 -Ebene

7 Ergebnisse der Simulation mit dem 3D-Rissmodell

In diesem Kapitel werden grundlegende Untersuchungen mit dem in Kapitel 6 vorgestellten 3D-Kurzrissmodell durchgeführt. Im Anschluss daran wird das Modell angewendet, um die Stadium I-Rissausbreitung auf Gleitebenen dreidimensional zu simulieren.

7.1 Grundlegende Untersuchungen am rechteckigen Innenriss

Zu Beginn dieses Kapitels wird ein Innenriss betrachtet, um zunächst den Einfluss einer freien Oberfläche auf die Berechnungsergebnisse auszuschließen. Für die Untersuchungen wird das in Bild 7.1 gezeigte Modell eines rechteckigen Risses auf einer rechteckigen Gleitebene mit den Kantenlängen D_x und D_y verwendet, die um den Winkel $\beta_z^{(1)} = 45^\circ$ zur äußeren Last geneigt ist. Bei dieser Geometrie entspricht der Grenzfall eines Risses mit unendlicher Tiefe im Prinzip dem 2D-Modell, das einen Durchgangsriss in einer Scheibe abbildet. Daher bietet sich hier die Möglichkeit, das 3D-Modell anhand des bestehenden 2D-Modells zu verifizieren und darüber hinaus den Einfluss der Risttiefe zu untersuchen.

Auf der geneigten Gleitebene breitet sich der Riss bei einer konstanten Tiefe $2a = D_y$ in Richtung der x -Achse zu beiden Seiten aus. Um einen Vergleich mit dem 2D-Modellansatz zu ermöglichen, wird die Gleitrichtung parallel zur x -Achse gewählt. Hinter der Korngrenze befinden sich zusätzliche Spannungssensoren, mit denen das Spannungsfeld im Nachbarkorn bestimmt wird. Da das Modell basierend auf experimentellen Untersuchungen an dem Duplexstahl 1.4462 entwickelt worden ist, werden die von Düber (2007) bestimmten Materialparameter für diesen Werkstoff verwendet. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 7.1 aufgeführt, wobei die mikrostrukturelle Fließschubspannung auf den Wert der festeren Ferrit-Phase gesetzt wird, da die Stadium I-Rissausbreitung auf einzelnen Gleitebenen vor allem dort auftritt.

Tabelle 7.1: Materialparameter für den Duplexstahl 1.4462 nach Düber (2007)

Elastizitätsmodul E [GPa]:	197
Querkontraktionszahl ν :	0,3
Fließschubspannung τ^F [MPa]:	99
Dauerfestigkeit σ^D [MPa]:	355

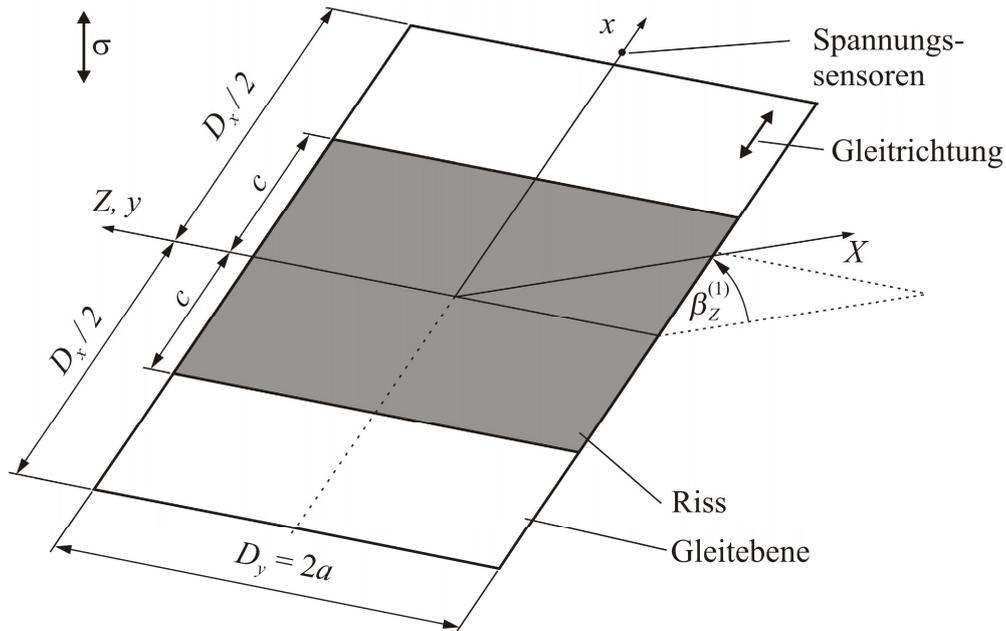


Bild 7.1: Modell eines rechteckigen Innenrisses

Zunächst werden an dem oben vorgestellten Modell einige numerische Studien durchgeführt. Für die entsprechenden Simulationen wird eine quadratische Gleitebene mit den Abmessungen $D_x = D_y = 100\mu\text{m}$ angenommen, die mit viereckigen finiten Versetzungsringelementen mit linearem Verschiebungsansatz vernetzt wird. Eine entsprechende Diskretisierung ist in Bild 7.2 gezeigt, wobei die Kanten in jedem Quadranten in 12 Elemente unterteilt sind. Somit ist die Gleitebene mit insgesamt 572 Elementen vernetzt worden, so dass sich 6864 Freiheitsgrade ergeben. Da das Rissproblem jedoch achsensymmetrisch bezüglich der y -Achse und spiegelsymmetrisch bezüglich der x - z -Ebene ist, reicht es unter Benutzung der entsprechenden Symmetriebedingungen (6.55) - (6.58) aus, die Berechnungen lediglich für einen Quadranten durchzuführen.

Für die Simulationen wird nun ein Riss mit einer Länge von $2c / D_x \approx 0,2$ definiert, wobei die exakten Abmessungen so festgelegt werden, dass die Rissfront mit einer Elementkante übereinstimmt. Anschließend wird die äußere Last in Form einer Zugspannung in Y -Richtung mit einem Betrag von $\sigma = 4\tau^F = 396\text{MPa}$ aufgebracht. Dieser Wert liegt knapp oberhalb der Dauerfestigkeit des Werkstoffes und somit in einem Bereich, in dem die Kurzrissausbreitung im Stadium I einen großen Anteil an der Gesamtlebensdauer ausmacht. Nun wird die elastisch-plastische Lösung bestimmt, wobei auf der Gleitebene vor der Rissfront eine plastische Deformation durch Abgleiten erfolgt. Im Anschluss daran wird der Riss in x -Richtung zu beiden Seiten um eine Elementlänge verlängert und die Simulation für die neue Geometrie durchgeführt. Dieser Vorgang wird fortgesetzt, bis der Riss schließlich bei einer Länge $2c = D_x$ die Korngrenze erreicht.

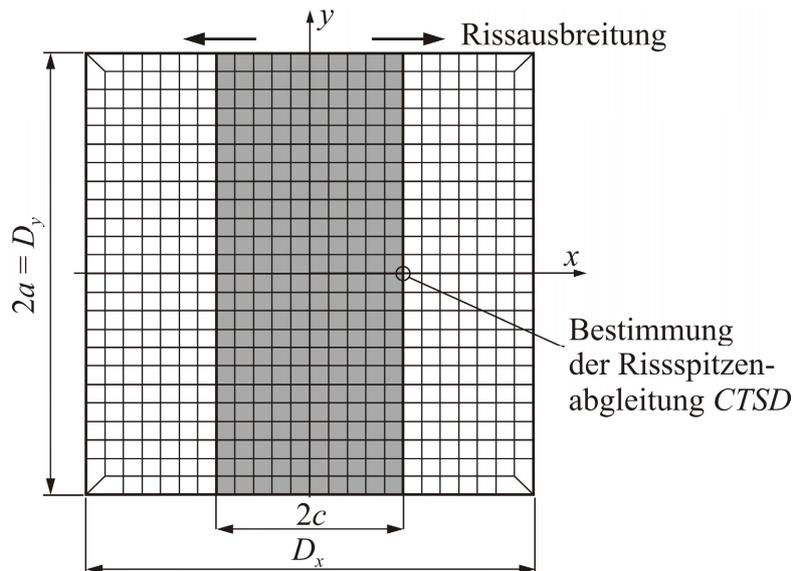


Bild 7.2: Gleitebene mit Riss, diskretisiert mit 572 viereckigen Elementen

Bevor im Folgenden detailliert auf die numerischen Untersuchungen an diesem Modell eingegangen wird, werden zunächst die Normal- und Tangentialverschiebungen in der elastisch-plastischen Lösung betrachtet. Diese sind in Bild 7.3 für einen Riss der Länge $2c = D_x / 2$ dargestellt, wobei aus Gründen der Übersichtlichkeit nur die linke Risshälfte ($y \geq 0$) gezeigt ist. Dabei ist deutlich zu erkennen, dass entsprechend der Randbedingungen eine Normalverschiebung nur innerhalb des Risses erfolgt. Im Gegensatz dazu findet eine tangentiale Relativverschiebung b_x aufgrund der plastischen Deformation durch Abgleitung auf der gesamten Gleitebene statt.

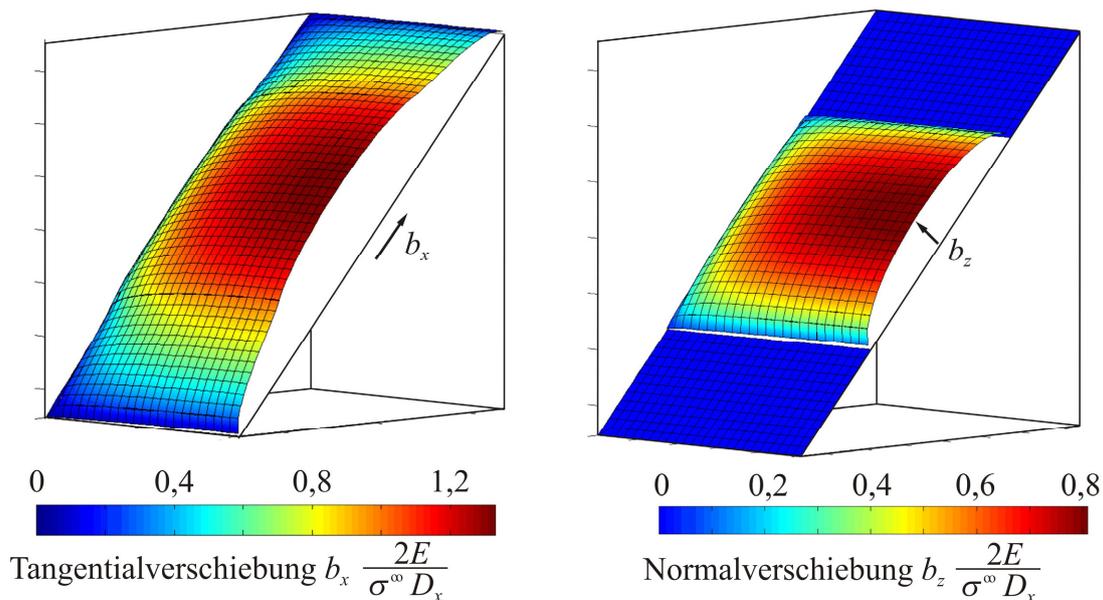


Bild 7.3: Berechnete Tangential- und Normalverschiebung im Riss für einen Riss der Länge $2c = D_x / 2$

7.1.1 Numerische Studien zur Diskretisierung und zum Konvergenzverhalten

Im Rahmen der numerischen Studien wird nun der Einfluss der Diskretisierung auf das Simulationsergebnis bestimmt. Darüber hinaus wird untersucht, wie sich die Verwendung einer zusätzlichen Ansatzfunktion für die Verschiebungen nach Gleichung (6.33) auf die Ergebnisse auswirkt. Zu diesem Zweck wird die Gleitebene mit unterschiedlich feinen Netzen diskretisiert, wobei in jedem Quadranten zwischen 8 und 28 viereckige Elemente pro Kante eingesetzt werden. Alle Simulationen werden zunächst mit den linearen Elementen ohne die Verwendung einer Ansatzfunktion durchgeführt. Anschließend wird der Wurzelansatz in den Elementen an der Korngrenze implementiert, um so das Verschiebungsfeld in diesem Bereich besser zu approximieren.

Im Hinblick auf die Simulation der Rissausbreitung ist vor allem von Bedeutung, dass die Rissspitzenableitung *CTSD* mit großer Genauigkeit bestimmt wird. Aus diesem Grund werden nachfolgend die Ableitungen in der Mitte der Rissfront für einen wachsenden Rechteckriss bestimmt und miteinander verglichen. Der entsprechende Punkt befindet sich folglich auf der x -Achse und ist in Bild 7.2 gekennzeichnet. Um den Einfluss der Diskretisierung aufzuzeigen, sind in Bild 7.4a die Rissspitzenableitungen für zwei unterschiedliche Vernetzungen mit 12 bzw. 24 Elementen pro Kante dargestellt, wobei beide Simulationen sowohl ohne als auch mit Verwendung einer Ansatzfunktion in den Korngrenzelementen durchgeführt worden sind. Es zeigt sich, dass die Ergebnisse der Simulationen in weiten Teilen sehr gut übereinstimmen. Lediglich direkt vor der Korngrenze ergeben sich Abweichungen, wobei das Absinken der Verschiebung auf Null direkt an der Korngrenze nur durch den Wurzelansatz richtig abgebildet werden kann. Wird kein Wurzelansatz verwendet, so sinkt der Fehler bei einer feineren Diskretisierung jedoch deutlich ab.

Um nun das Konvergenzverhalten des numerischen Verfahrens zu bestimmen, wird die Rissspitzenableitung für einen Riss der Länge $2c = D_x / 2$ für alle Vernetzungen zwischen 8 und 28 Elementen pro Kante ausgewertet. Als Referenzwert dient das Ergebnis, das mit dem feinsten Netz unter Verwendung einer Wurzelansatzfunktion bestimmt worden ist. Die Abweichung der anderen Ergebnisse zu diesem Wert ist in Bild 7.4b dargestellt. Dabei ist bemerkenswert, dass der Fehler selbst bei einem relativ groben Netz mit 8 Elementen pro Kante und ohne Verwendung einer Ansatzfunktion unterhalb von 0,7% liegt. Wird eine zusätzliche Ansatzfunktion angewendet so steigert sich die Genauigkeit nochmals erheblich.

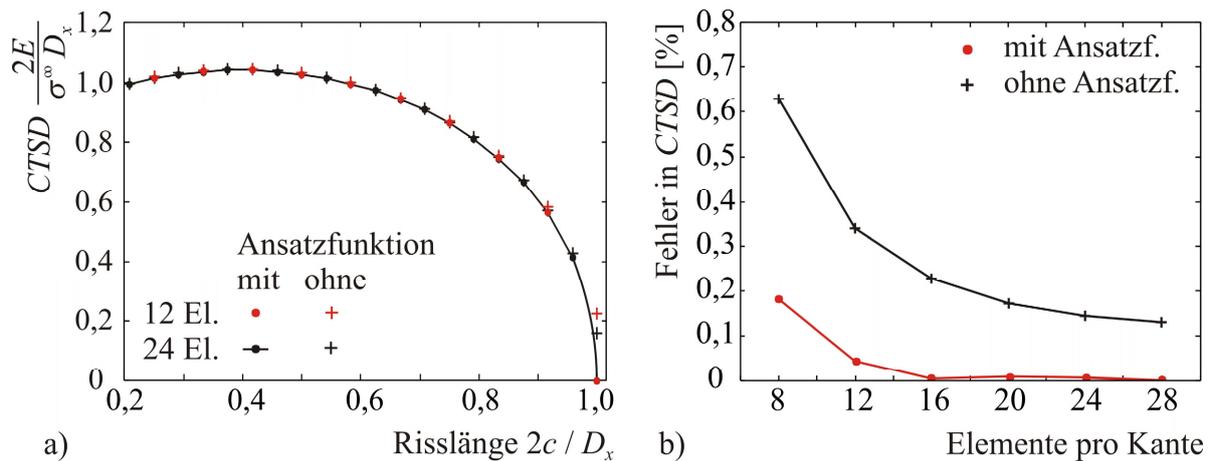


Bild 7.4: a) Risspitzenabgleich CTSD über der Risslänge für verschiedene Diskretisierungen und b) Konvergenz der numerischen Lösung: Fehler in der Risspitzenabgleich bezogen auf die feinste Diskretisierung mit Ansatzfunktion

7.1.2 Verifikation der Spannungsermittlung in Sensorpunkten

Im vorgestellten Kurzrissmodell wird hinter der Korngrenze eine neue Gleitebene aktiviert, sobald auf dieser Ebene eine kritische Schubspannungsintensität erreicht wird. Daher ist es für die Simulation der Stadium I-Rissausbreitung von entscheidender Bedeutung, dass die Sensorspannungen in einem Abstand r_0 zur Korngrenze exakt bestimmt werden. Um dies zu verifizieren, werden die Sensorspannungen auf der x -Achse für einen quadratischen Innenriss bestimmt. Da in der Literatur Referenzwerte für einen solchen Riss unter Modus I-Belastung vorhanden sind, wird dieser Belastungsfall auch hier gewählt. Die berechneten Sensorspannungen sind in Bild 7.5 für unterschiedliche Sensorlängen dargestellt, wobei die Vernetzung mit 24 Elementen pro Kante sowohl ohne als auch mit Ansatzfunktion verwendet worden ist. Zum Vergleich ist die Nahfeldlösung eingezeichnet, die sich aus dem Spannungsintensitätsfaktor für einen quadratischen Riss ergibt und nach Isida et al. (1991) $K_I = 0,756 \cdot \sigma^\infty \sqrt{\pi D_x/2}$ beträgt.

Es zeigt sich, dass die Simulation mit Ansatzfunktion bei kleinen Sensorlängen sehr gut mit der Nahfeldlösung nach (2.13) übereinstimmt. Ab einem Verhältnis $r_0/c = 0,02$ gehen die Kurven jedoch zunehmend auseinander, da nun der Einfluss von Termen höherer Ordnung nicht mehr vernachlässigbar ist. Die Simulation ohne Ansatzfunktion bildet dagegen das Nahfeld nur mit großem Fehler ab und stimmt erst bei großen Sensorlängen mit der Berechnung mit Wurzelansatz überein. Darüber hinaus sei noch erwähnt, dass das Ergebnis für die Simulation mit Ansatzfunktion nahezu unabhängig von der Diskretisierung ist. Im Gegensatz dazu

wird das Ergebnis ohne die Verwendung eines Verschiebungsansatzes in den Korngrenzelementen mit größerer Vernetzung deutlich schlechter.

Da das Aktivierungskriterium für eine Gleitebene über eine kritische Spannungsintensität beschrieben werden soll, muss die Spannungsermittlung im Bereich des Nahfeldes erfolgen. Daher wird für alle weiteren Untersuchungen die Sensorlänge auf einen Wert von $r_0 / c = 0,015$ festgesetzt, was bezogen auf den Korndurchmesser einem Wert von $r_0 / D_x = 0,0075$ entspricht. Darüber hinaus ist es zwingend erforderlich, dass in die Korngrenzelemente ein Verschiebungsansatz implementiert wird.

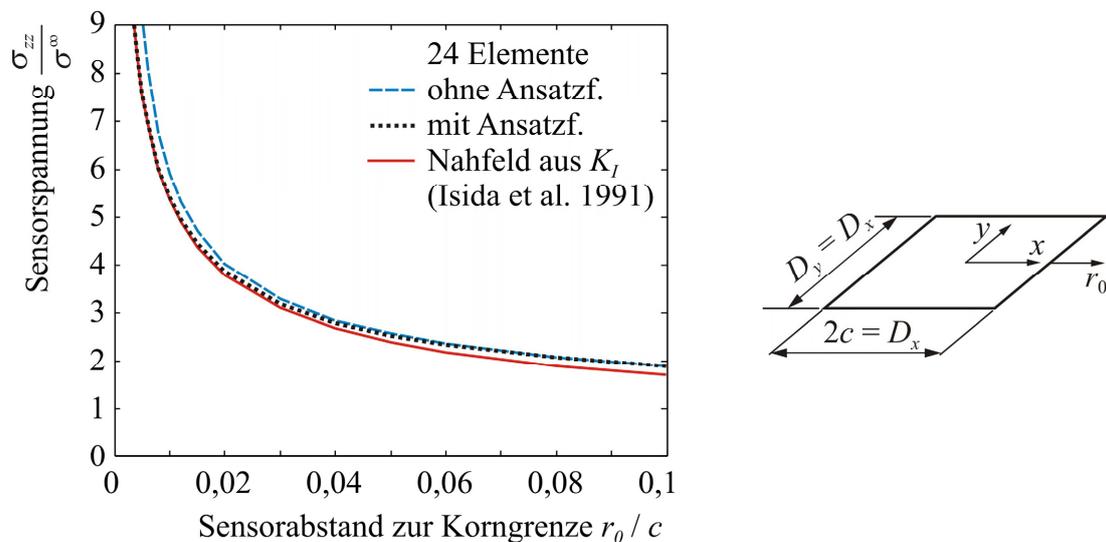


Bild 7.5: Sensorspannungen hinter der Korngrenze: Vergleich der Simulation mit und ohne Verschiebungsansatz mit der Nahfeldlösung

7.1.3 Untersuchung zum Einfluss der Risstiefe

Im Anschluss an die Verifikation des Modells wird nun der Einfluss der Risstiefe auf die Risspitzenablenkung $CTSD$ bestimmt. Für diese Untersuchungen wird weiterhin das Modell für einen Rechteckriss nach Bild 7.1 verwendet, wobei verschiedene Risstiefen zwischen $D_y / D_x = 0,5$ und $D_y / D_x = 4$ betrachtet werden. Die entsprechenden Gleitebenegeometrien sind mit ca. 400 Elementen pro Quadrant vernetzt und in den Elementen vor der Risspitze ist die Ansatzfunktion nach (6.33) integriert. Der Riss breitet sich weiterhin rechteckförmig aus, wobei nach jedem Rechenschritt die Risslänge $2c$ zu beiden Seiten um ein Element vergrößert wird.

Ausgewertet wird jeweils die Risspitzenablenkung $CTSD$ auf der x -Achse, die in Bild 7.6 über der Risslänge $2c$ dargestellt ist. Zusätzlich ist zu Vergleichszwecken die Lösung nach dem 2D-Modell hinzugefügt, die im Prinzip einen Riss unendlicher Tiefe darstellt. Dabei zeigt sich, dass die berechneten Ableitungen für einen tiefen Riss mit $D_y / D_x = 4$ nur gering-

fällig unterhalb der 2D-Lösung liegen. Dementsprechend kann ein Riss bei dieser Tiefe bereits in guter Näherung mit dem 2D-Modell abgebildet werden. Darüber hinaus stellt dieses Ergebnis eine weitere Verifikation des entwickelten 3D-Kurzrissmodells dar. Bei flacheren Rissen sinkt die Rissspitzenableitung dagegen signifikant ab. So ist die maximale Rissspitzenableitung bei einer quadratischen Gleitebene ($D_y / D_x = 1$) um 17,7% geringer als im 2D-Modell, während der Abfall für $D_y / D_x = 0,5$ mit 40,7% noch deutlicher ausfällt. Folglich ist die Verwendung eines 3D-Kurzrissmodells erforderlich, um die plastische Verformung an der Rissspitze unter Berücksichtigung der Korntiefe richtig abzubilden. Da der Verlauf der Kurven in Bild 7.6 jedoch qualitativ vergleichbar ist, kann zumindest der mittlere Fehler im 2D-Modell durch eine Anpassung der Konstanten C im Risswachstumsgesetz kompensiert werden.

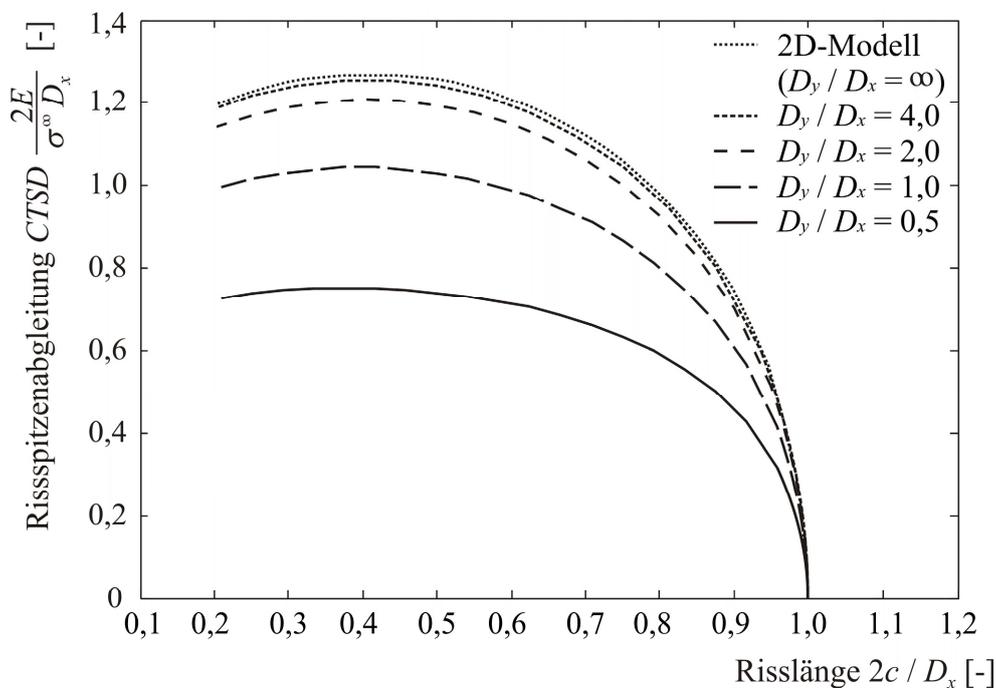


Bild 7.6: Einfluss der Risstiefe auf die Rissspitzenableitung für einen wachsenden Rechteckriss.

Darüber hinaus ist für die Aktivierung von weiteren Gleitebenen in Nachbarkörnern von Interesse, wie sich die Risstiefe auf das Spannungsfeld hinter der Korngrenze auswirkt. Zu diesem Zweck sind bei den oben durchgeführten Simulationen Spannungssensoren in direkter Verlängerung der Gleitebene in einem Abstand von $r_0 / D_x = 0,0075$ zur Korngrenze positioniert worden. In diesen Punkten wird die Schubspannung bestimmt, die auf eine Versetzungsquelle auf einer Gleitebene im Nachbarkorn wirkt.

Bei den Berechnungen zeigt sich erneut ein großer Einfluss der Risstiefe auf die Spannungsverläufe, die in Bild 7.7 über der Risslänge aufgetragen sind. Dabei sinken die Spannungen

vor allem bei flachen Rissen im Vergleich zum 2D-Modell deutlich ab. So erreicht der flache Riss mit $D_y / D_x = 0,5$ erst direkt vor der Korngrenze die Schubspannungen, die bei den tiefen Rissen oder der 2D-Lösung bereits bei kurzen Risslängen von $2c / D_x = 0,2$ vorliegen. Darüber hinaus unterscheiden sich die gezeigten Kurven hinsichtlich ihrer Steigung. Während die Schubspannung für die tiefen Risse bereits relativ früh stark ansteigt, nehmen die Spannungen bei den flachen Rissen zunächst vergleichsweise langsam zu. Erst kurz vor der Korngrenze erfolgt auch hier eine deutliche Zunahme der Sensorspannungen.

Aus diesen Berechnungen folgt unmittelbar, dass Risskeime innerhalb von Körnern mit großer Tiefe relativ gute Voraussetzungen für ein schnelles Risswachstum in benachbarte Körner bieten. Im Gegensatz dazu ist bei flachen Körnern mit einer starken Verlangsamung des Risses oder sogar einem Rissstopp vor der Korngrenze zu rechnen.

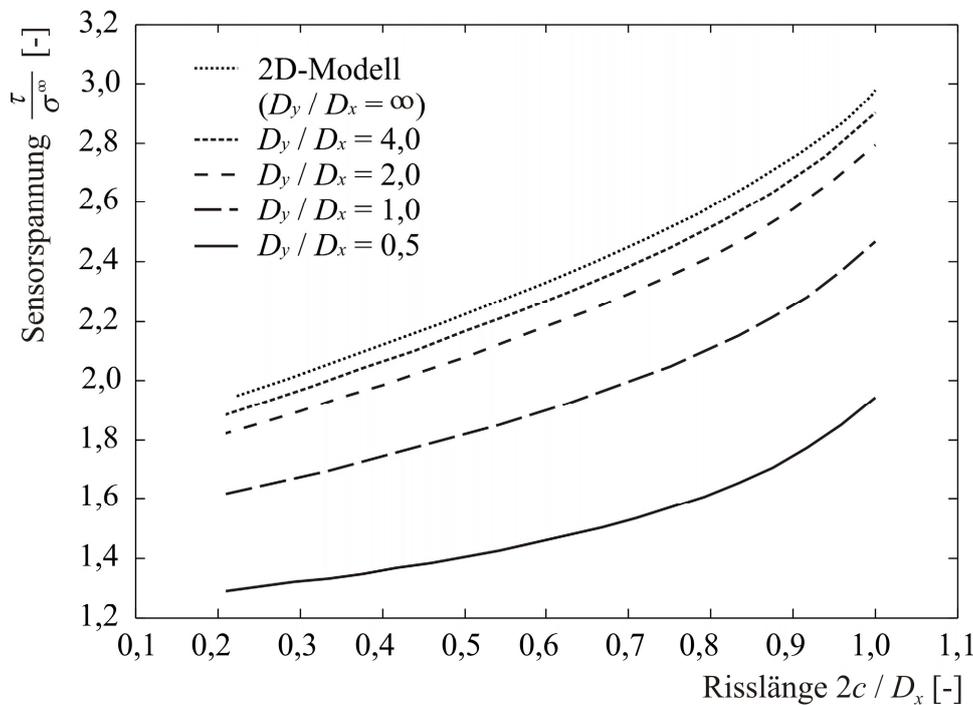


Bild 7.7: Einfluss der Risstiefe auf die Sensorspannung für einen wachsenden Rechteckriss.

7.2 Grundlegende Untersuchungen am rechteckigen Oberflächenriss

Alle bisherigen Studien wurden an einem rechteckigen Innenriss durchgeführt, um zunächst den Einfluss der freien Oberfläche auf die Simulationsergebnisse auszuschließen. Da reale Risse im HCF-Bereich jedoch vorwiegend an der Oberfläche initiieren, wird diese Einschränkung im Folgenden fallen gelassen und ein Riss betrachtet, der sich auf einer Gleitebene innerhalb eines Oberflächenkornes befindet. Dabei wird zunächst weiterhin von einem rechteckigen Riss ausgegangen, der sich bei konstanter Tiefe parallel zur Oberfläche ausbreitet. Dementsprechend ergibt sich das Modell aus demjenigen für den Innenriss nach Bild 7.1,

indem die freie Oberfläche in die X - Y -Ebene gelegt und nur die linke Risshälfte $Z \geq 0$ betrachtet wird. Der Einfluss der freien Oberfläche wird in den Einflussfunktionen durch den zusätzlichen Anteil K_{ijk}^r in Gleichung (6.15) berücksichtigt, der sich aus der Fundamentallösung für eine Einzelkraft im halbbunendlichen Kontinuum ergibt.

7.2.1 Bestimmung des singulären Spannungsfeldes in Oberflächennähe

Analog zu den obigen Untersuchungen am Innenriss sollen sowohl die Relativverschiebungen im Riss und der plastischen Zone als auch die Schubspannungen auf potentiellen Gleitebenen im Nachbarkorn bestimmt werden. Für letzteren Punkt ist es jedoch notwendig, zunächst auf die besondere Rolle des Eckpunktes einzugehen, an dem die Rissfront auf die freie Oberfläche trifft. So ist bekannt, dass die Spannungsintensitätsfaktoren in Oberflächennähe zum Teil deutlich von den entsprechenden Werten eines vergleichbaren Innenrisses abweichen. Hierzu sei auf die detaillierten Untersuchungen von Noda et al. (2004) an einem halbkreisförmigen Oberflächenriss unter einer gemischten Zug- und Schubbeanspruchung durch σ_{zz} und τ_{xz} verwiesen. Darüber hinaus kann der Spannungsverlauf in einer schmalen Randschicht von der bekannten $r^{-\lambda}$ -Singularität mit $\lambda = 0,5$ abweichen (Pook 1994). Für den Fall, dass die Rissfront senkrecht auf die Oberfläche trifft und die Querkontraktionszahl $\nu > 0$ ist, gilt für den Belastungsmodus I $\lambda < 0,5$ und für Modus II / III $\lambda > 0,5$. Dementsprechend wird der Spannungsintensitätsfaktor K_I direkt an der Oberfläche zu Null, während K_{II} gegen unendlich strebt. Die Ausdehnung dieser Grenzschicht ist jedoch eng begrenzt. So erreicht der Spannungsintensitätsfaktor K_I bei $\nu = 0,3$ für einen Halbkreisriss bereits bei einem Winkel von $\theta = 3^\circ$ seinen Maximalwert, wobei θ die Position entlang der Rissfront gemessen von der freien Oberfläche angibt (Noda et al. 2004).

Aufgrund dieses besonderen Verhaltens im Bereich des Schnittpunktes von Rissfront und Oberfläche erscheint es daher notwendig, das Schubspannungsfeld nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im Materialinneren genauer zu untersuchen. Hierzu wird ein Rechteckriss mit der Oberflächenrisslänge $2c = D_x$ und der Risstiefe $a = D_x / 2$ betrachtet, der um einen Winkel $\beta_z = 45^\circ$ zur äußeren Beanspruchung σ^∞ geneigt ist. Folglich wirkt in der Rissebene sowohl eine Normalspannung σ_{zz} als auch eine Schubspannung τ_{xz} , während $\tau_{yz} = 0$ ist. Um das Verschiebungsfeld in Randnähe möglichst genau zu approximieren, wird ein zum Eckpunkt hin verfeinertes Netz verwendet, wobei die Elementkantenlänge an dieser Stelle $0,02a$ beträgt und in den Elementen an der Korngrenze eine Ansatzfunktion verwendet wird.

Die berechneten Schubspannungen τ_{xz} sind in Bild 7.8 über der Lage des Sensorpunktes aufgetragen. Zusätzlich ist der Bereich, in dem die Spannungsberechnung durchgeführt wurde, maßstäblich im Verhältnis zum Riss gezeigt. In Übereinstimmung mit den oben erwähnten Literaturstellen steigt die Schubspannung τ_{xz} zur Oberfläche hin stark an. Dabei nimmt auch der Exponent λ , der die Singularität des Spannungsfeldes beschreibt, Werte von $\lambda > 0,5$ an. Bereits dicht unterhalb der Oberfläche hat sich der Einfluss der Randschicht jedoch weitgehend abgebaut, so dass sich die berechneten Schubspannungen ab einer Tiefe von $y = 0,02a$ einen nahezu konstanten Wert annehmen.

Durch die tangentielle Relativverschiebung b_x zwischen den Rissufern wird jedoch nicht nur die Schubspannung τ_{xz} hervorgerufen, sondern auch eine Komponente τ_{yz} parallel zur Rissfront. Während die τ_{yz} bei einem rechteckigen Innenriss unter einer globalen Beanspruchung σ_{zz} und τ_{xz} in der Mitte der Rissfront verschwindet, ergibt sich für den hier betrachteten Oberflächenriss dicht unterhalb der Oberfläche ein Spannungsmaximum (Bild 7.9). Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit der Berechnung der Spannungsintensitätsfaktoren für einen geneigten halbkreisförmigen Oberflächenriss nach Noda et al. (2004). Danach geht der Spannungsintensitätsfaktor K_{III} bei Annäherung an die freie Oberfläche ebenfalls nicht kontinuierlich auf Null, sondern steigt dicht unterhalb der Oberfläche erneut an. Auf den Einfluss dieser Schubspannungen wird bei der Betrachtung von beliebig orientierten Rissen nochmals eingegangen.

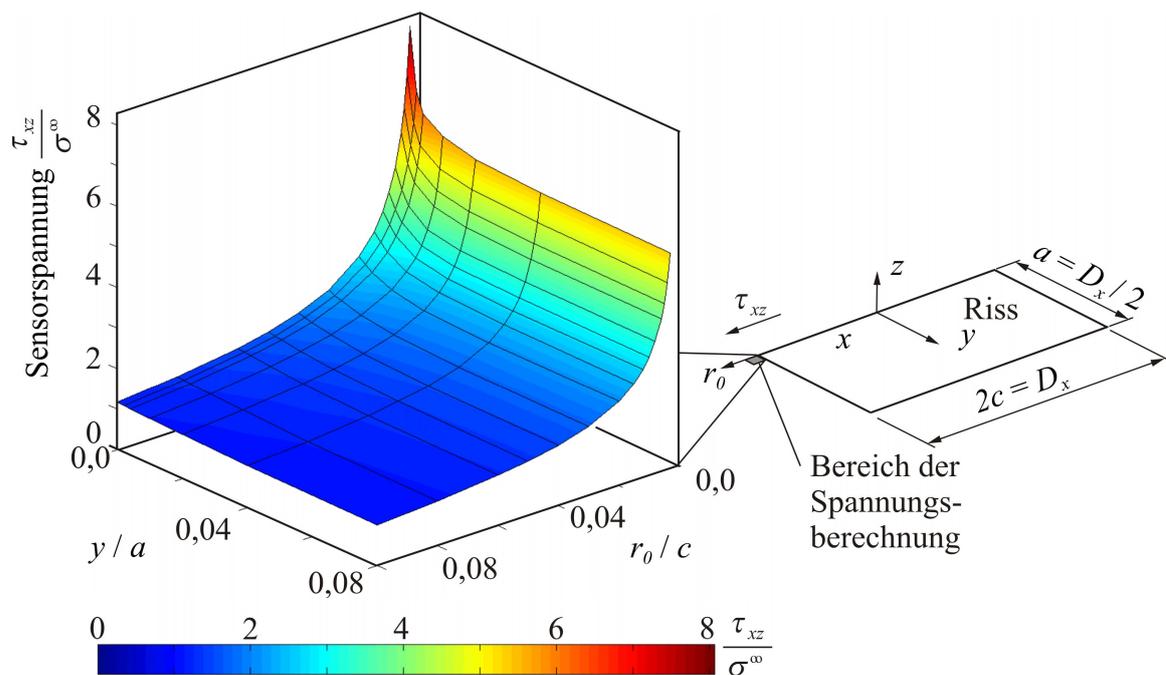


Bild 7.8: Singuläres Spannungsfeld τ_{xz} vor der Rissfront an der freien Oberfläche

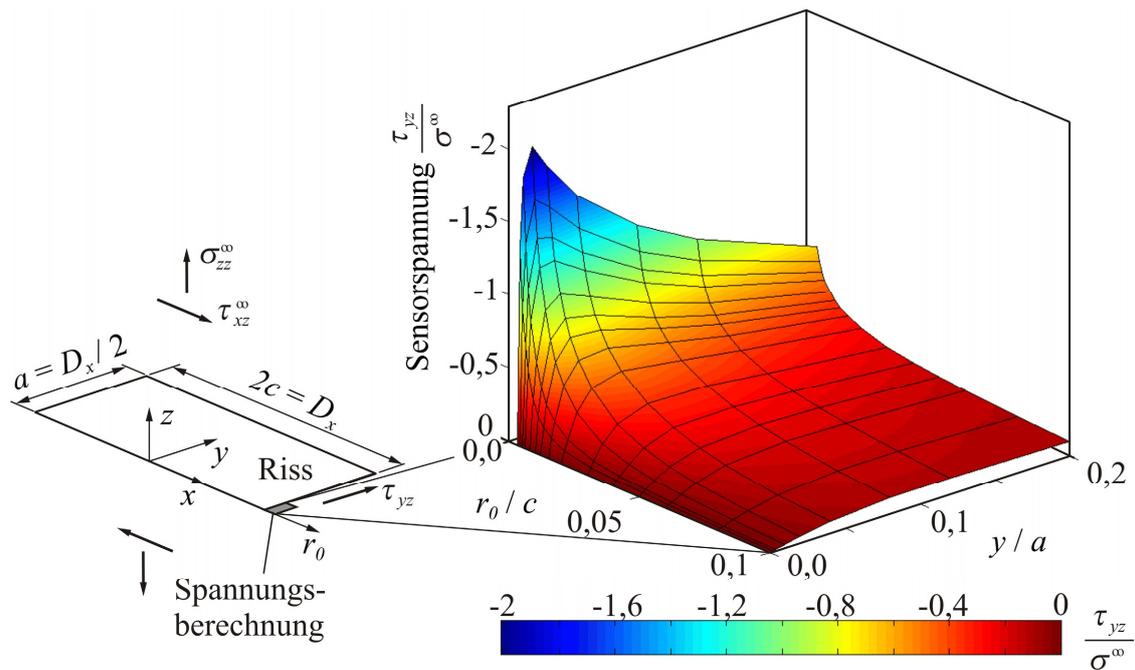


Bild 7.9: Singuläres Spannungsfeld τ_{yz} vor der Rissfront an der freien Oberfläche

Im Rahmen der Kurzrisssmodellierung stellen die Schubspannungen in einer Versetzungsquelle hinter der Korngrenze das Kriterium dar, das über die Aktivierung einer neuen Gleitebene in einem Nachbarkorn entscheidet. Die obige Bestimmung des Spannungsfeldes hinter der Korngrenze zeigt jedoch, dass die Ergebnisse nicht unabhängig von der Sensorlage sind. Daher stellt sich nun die Frage nach dem geeigneten Ort, an dem die Sensoren bei künftigen Simulationen positioniert werden sollen.

Einerseits bietet sich die Möglichkeit der Spannungsbestimmung direkt an der Oberfläche, wo τ_{xz} eine Spannungsspitze besitzt. Dieser Ort besitzt jedoch eine Reihe von Nachteilen: Zum einen ist das Spannungsmaximum nur für einen sehr kleinen Bereich repräsentativ, während nach der Aktivierung einer Gleitebene auch unterhalb der Oberfläche eine Versetzungsbewegung über die Korngrenze erfolgen kann. Darüber hinaus weisen die Schubspannungen keinen zu $r^{-0,5}$ proportionalen Verlauf auf, so dass die Bestimmung einer $r^{-0,5}$ -Spannungsintensität und damit auch der Vergleich mit den Ergebnissen aus dem 2D-Modell nicht unabhängig von der Sensorlänge r_0 möglich ist. Zusätzlich erfordert die Spannungsbestimmung eine sehr feine Vernetzung des Randbereiches, da in den Elementansätzen für die Verschiebungen lediglich ein $r^{0,5}$ -Verlauf exakt approximiert wird.

Aus diesen Gründen erscheint es sinnvoller, die Spannungssensoren nicht an der Oberfläche, sondern in einer Tiefe von $y = 0,04a$ zu positionieren, da dort ein von der Sensortiefe unabhängiges Ergebnis für τ_{xz} ermittelt werden kann (Bild 7.8). Zusätzlich wird das Spannungsfeld in diesem Bereich auch exakt durch eine $r^{-0,5}$ -Singularität beschrieben (Bild 7.10). Folglich

lassen sich auch für eine grobe Diskretisierung sehr genaue Spannungen bestimmen, was insbesondere bei der Simulation der Rissausbreitung in Abschnitt 7.4 von Vorteil ist.

Ein Nachteil der Spannungsermittlung unterhalb der Oberfläche ist jedoch, dass die Schubspannungskomponente τ_{yz} hier nicht mehr verschwindet. Allerdings ist der Betrag von τ_{yz} deutlich kleiner als τ_{xz} . Darüber hinaus ist die Schubspannung auf eine Versetzungsquelle für den Fall, dass die Gleitebenen senkrecht zur Oberfläche in die Tiefe verlaufen und die Gleitrichtung der Gleitspur an der Oberfläche entspricht, unabhängig von τ_{yz} . Nur dann, wenn diese Bedingungen nicht erfüllt werden, hat die Spannungskomponente τ_{yz} einen Einfluss auf die Ergebnisse. Für diesen Fall sollten die berechneten Sensorspannungen aufgrund der Abhängigkeit von der Sensorposition nur mit Werten verglichen werden, die an der gleichen Stelle bestimmt worden sind.

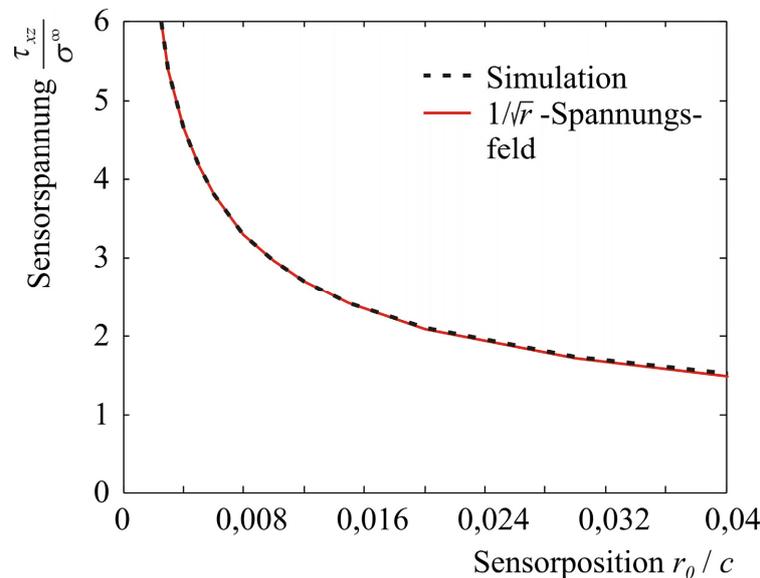


Bild 7.10: Schubspannung über der Sensorlänge für eine Sensortiefe von $y = 0,04a$

7.2.2 Einfluss der Oberfläche auf die elastisch-plastische Lösung am Oberflächenriss

Im Anschluss an die Studien zum singulären Spannungsfeld hinter der Korngrenze wird untersucht, wie sich der Einfluss der freien Oberfläche auf die elastisch-plastische Lösung des Rissproblems auswirkt. Zu diesem Zweck werden die Simulationen, die in Abschnitt 7.1.3 für einen wachsenden rechteckigen Innenriss der Tiefe $2a = D_y$ durchgeführt worden sind, nun an einem Oberflächenriss der Tiefe $a = D_y / 2$ wiederholt. Um den Einfluss der Diskretisierung auf die Ergebnisse auszuschließen, wird die Elementgröße bei den Simulationen konstant gehalten und in den Elementen vor der Rissfront eine Ansatzfunktion verwendet.

Betrachtet wird die Rissspitzenableitung an der Oberfläche, die in Bild 7.11 für drei unterschiedliche Risstiefen über der Risslänge dargestellt ist. Um den Einfluss der Oberfläche zu

verdeutlichen, sind die entsprechenden Werte für einen Innenriss nach Bild 7.6 hinzugefügt worden. Dabei zeigt sich, dass an der freien Oberfläche geringfügig größere Verschiebungen auftreten als in der Mitte der Rissfront bei einem Innenriss. Dieser Effekt ist bei kurzen Risslängen $2c$ zunächst relativ gering und verstärkt sich mit der Annäherung des Risses an die Korngrenze. Im Verhältnis zum Einfluss der Risttiefe sind die Veränderungen in der Abgleitung, die durch die freie Oberfläche hervorgerufen werden, jedoch gering.

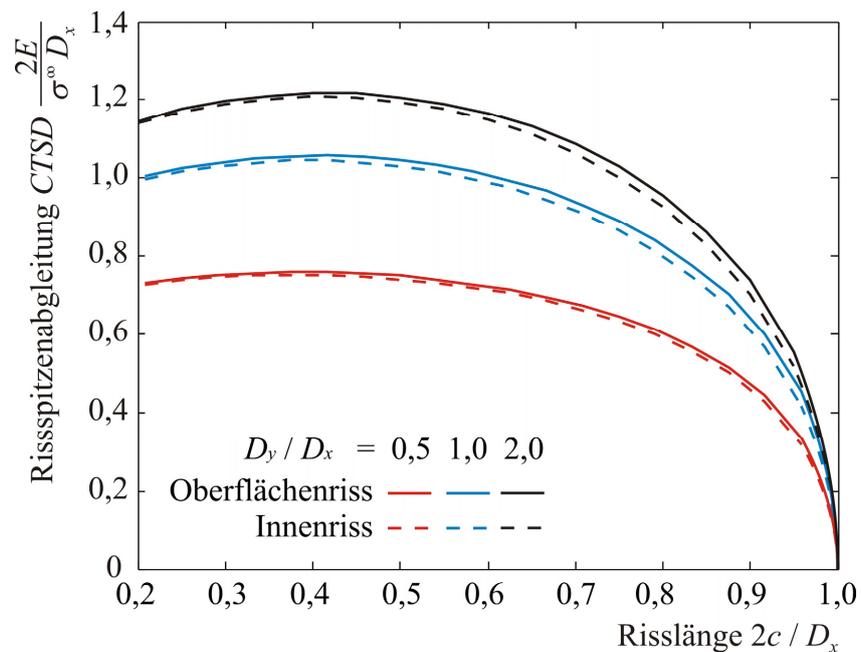


Bild 7.11: Vergleich der Risspitzenabgleitung für einen Oberflächen- und einen Innenriss.

7.2.3 Rechteckriss auf beliebig orientierter Gleitebene

In den bisherigen Simulationen verliefen die Risse immer senkrecht ins Materialinnere, um die Ergebnisse mit der vereinfachten 2D-Modellierung vergleichen zu können. Bei allgemeiner 3D-Betrachtung ist es jedoch auch möglich, dass die Rissebene zusätzlich um die Gleitspur an der Oberfläche gedreht liegt (Bild 6.4). In diesem Fall ergibt sich aus der äußeren Belastung eine Schubspannungskomponente τ_{yz} auf der Gleitebene, die eine Relativverschiebung b_y zwischen den Rissflanken bewirkt. Gleichzeitig hat jedoch bereits die Spannungsermittlung in Oberflächennähe gezeigt, dass durch eine tangentielle Relativverschiebung b_x auch eine Schubspannungskomponente τ_{yz} in Randnähe erzeugt wird (Bild 7.9).

Daher kommt es bei einem Riss auf einer nicht senkrecht in die Tiefe verlaufenden Gleitebene zu einer Überlagerung der Schubspannungen τ_{yz} aus der äußeren Belastung und aus der Relativverschiebung b_x im Riss. Während jedoch die äußere Spannung in der linken und rechten Risshälfte konstant ist, tritt bei dem durch b_x hervorgerufenen Anteil ein Vorzeichenwechsel

auf. Demzufolge weist das Rissproblem nun keine Symmetrie mehr auf, so dass bei der numerischen Lösung die Einflussfunktionen für alle Elemente bestimmt werden müssen.

Um die Auswirkung dieser Asymmetrie auf die elastisch-plastische Lösung des Rissproblems zu untersuchen, wird das in Bild 7.12 gezeigte Modell betrachtet, wobei die Gleitebene zusätzlich um den Winkel $\beta_x = 22,5^\circ$ um die x -Achse gedreht worden ist. Aufgrund der fehlenden Symmetrie wird eine gröbere Diskretisierung von 16×32 Elementen verwendet.

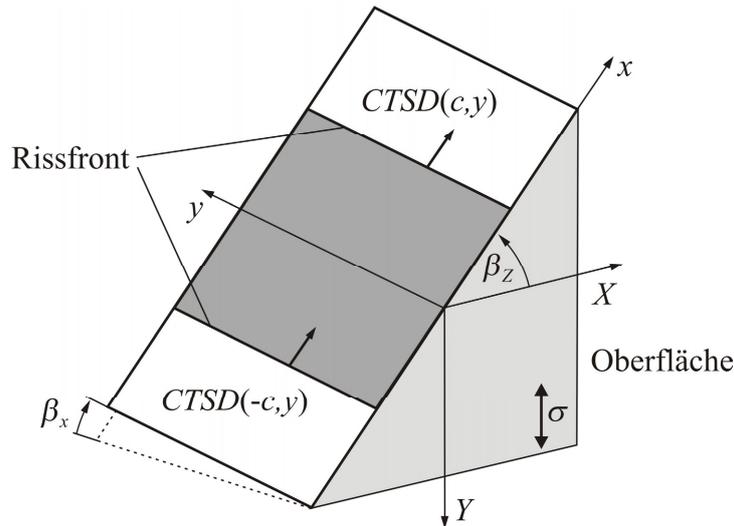


Bild 7.12: Rechteckriss auf beliebig orientierter Gleitebene

Im Folgenden wird für den Fall, dass der Riss eine Länge von $2c = D_x / 2$ besitzt, die elastisch-plastische Lösung des Rissproblems genauer betrachtet. Daher ist in Bild 7.13 die berechnete Relativverschiebung b_x auf der Gleitebene dargestellt. Da vor allem die Ableitung entlang der Rissfronten von Interesse ist, ist zusätzlich der Verlauf der Rissfront in das Verschiebungsfeld eingezeichnet.

Dabei zeigt sich, dass die Relativverschiebungen b_x keine Symmetrie bezüglich der Rissmitte aufweisen. So sind die Werte für b_x in der linken Risshälfte ($x < 0$) deutlich größer als in der rechten ($x > 0$), wobei dieser Effekt an der Oberfläche besonders ausgeprägt ist. In diesem Bereich steigt die Ableitung an der linken Rissfront $b_x(-c,y)$ nochmals deutlich an, während $b_x(c,y)$ sogar wieder leicht absinkt. Für einen besseren Vergleich ist die Rissspitzenableitung an beiden Rissfronten in Bild 7.14 über der Koordinate y aufgetragen. Zusätzlich ist das Ergebnis für einen Riss mit $\beta_x = 0^\circ$ eingezeichnet, bei dem die Verschiebung b_x symmetrisch bezüglich der Rissmitte ist. Zum besseren Vergleich der Ergebnisse ist die Rissspitzenableitung auf die in der Gleitebene wirkende äußere Schubspannung τ_{xz} normiert. Dabei zeigt sich, dass durch die Spannungsüberlagerung in y -Richtung an der linken Rissfront ($x = -c$) effektiv größere Verschiebungen hervorgerufen werden, während die Werte rechts im Ver-

gleich zur Lösung ohne Verdrehwinkel kleiner ausfallen. Wenn die Gleitebene um einen Winkel von $\beta_x = -22,5^\circ$ um die x -Achse verdreht wird, ändert sich die Richtung der Schubspannung τ_{yz} aus der äußeren Belastung, so dass sich der gezeigte Effekt genau umkehrt.

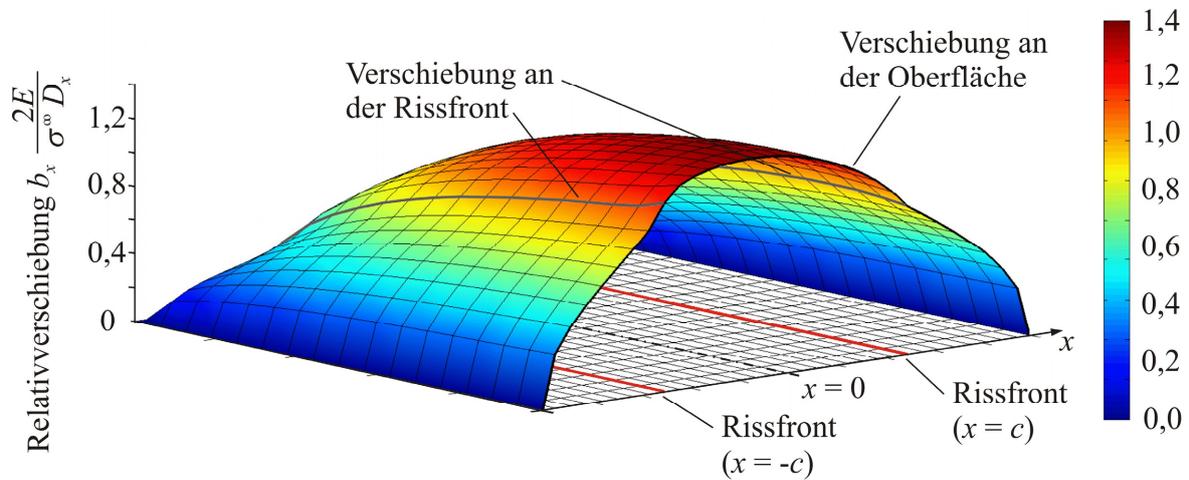


Bild 7.13: Relativverschiebung auf der Gleitebene für den Riss nach Bild 7.12

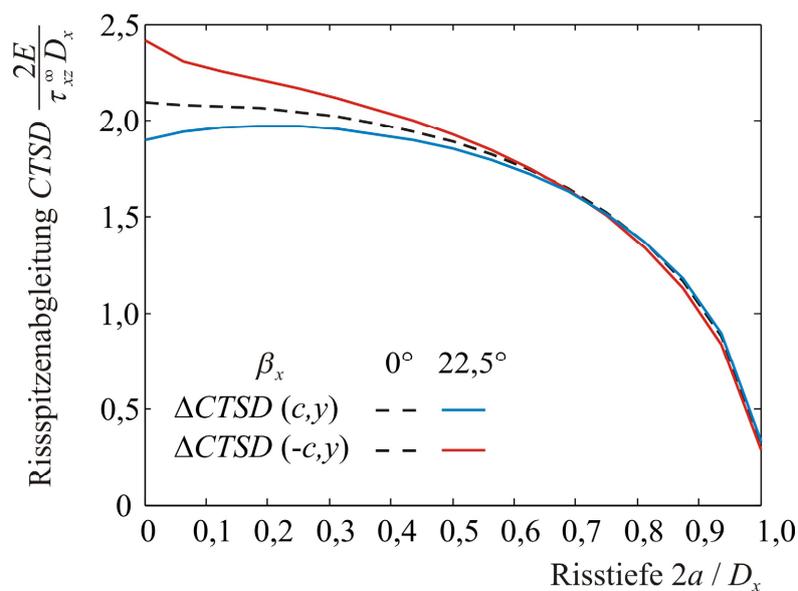


Bild 7.14: Einfluss der Verdrehung einer Gleitebene um β_x auf die Ableitung an der Rissfront

7.3 Untersuchungen zur Rissausbreitung über mehrere Körner

7.3.1 Einfluss des Kippwinkels auf die Rissausbreitung

Wird nun im Nachbarkorn eine günstig orientierte Gleitebene aktiviert, so können sich die plastische Zone und damit auch der Riss über die Korngrenze hinaus ausbreiten. Daher wird nun untersucht, wie sich die Orientierung der zweiten Gleitebene auf die Risspitzenableitung als treibende Kraft für die Rissausbreitung auswirkt. Zunächst wird mit dem in Bild 7.15 dargestellten Modell bestehend aus drei Gleitebenen mit den Abmaßen $D_x \times D_x / 2$

ein reines Abknicken des Risses an der Korngrenze betrachtet. Während die mittlere Ebene eine konstante Neigung von $\beta_z^{(1)} = 45^\circ$ aufweist, wird der Winkel $\beta_z^{(2)}$ für die beiden äußeren Ebenen auf Werte von -45° , $-22,5^\circ$, $22,5^\circ$ und 45° gesetzt. Auf allen Ebenen liegt die Gleitrichtung parallel zur Gleitspur an der Oberfläche. In Übereinstimmung mit den obigen Untersuchungen innerhalb eines Kornes besitzt der Riss eine konstante Tiefe $a = D_x / 2$ und breitet sich an der Oberfläche pro Simulationszyklus um eine Elementlänge aus.

Ein wesentlicher Unterschied ist nun jedoch, dass sich das geometrische Risschließen bei abknickenden Rissen signifikant auf die Tangentialverschiebung im Riss und der plastischen Zone auswirkt. Aus diesem Grund wird bei den folgenden Simulationen nicht mehr nur die elastisch-plastische Lösung unter Zug-, sondern auch unter Druckbeanspruchung ermittelt. Um die Vorverformung mit zu berücksichtigen, werden nach jeder Rissverlängerung zwei Zyklen berechnet, wobei die Rissspitzenabgleitung erst in der zweiten, stabilen Hystereseschleife ermittelt wird. Die Rissgeometrie wurde mit 1064 rechteckigen Elementen diskretisiert, wobei das Netz zu den Korngrenzen hin verfeinert worden ist. Da die Verwendung einer Ansatzfunktion in den Korngrenzelementen nur einen geringen Einfluss auf die berechneten Relativverschiebungen besitzt, wird hier zur Vereinfachung auf deren Einsatz verzichtet.

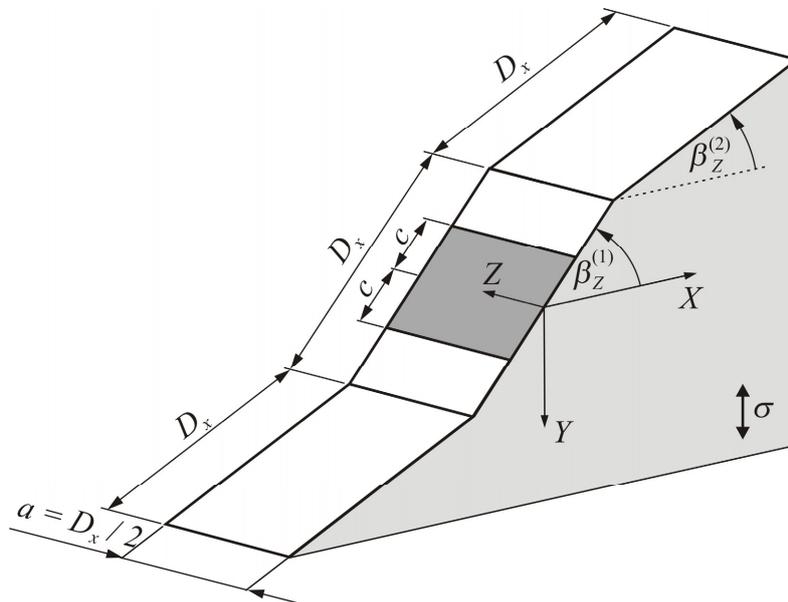


Bild 7.15: Aus drei Gleitebenen bestehendes Rissmodell zur Untersuchung des Kippwinkels auf die Rissausbreitung

Aus der elastisch-plastischen Lösung unter Zug- bzw. Druckbelastung lässt sich die Schwingbreite der Rissspitzenabgleitung $\Delta CTSD$ ermitteln, die in Bild 7.16 für den wachsenden Riss über der wahren Risslänge aufgetragen ist. Ausgewertet wird dabei jeweils die Verschiebung an der freien Oberfläche. Erwartungsgemäß ergibt sich die maximale Rissspitzenabgleitung

für den geraden Riss mit $\beta_z^{(1)} = \beta_z^{(2)} = 45^\circ$. In allen anderen Fällen führt das Abknicken des Risses an der Korngrenze zu einem zum Teil deutlichen Absinken der Risspitzenabgleitung. So lange sich der Riss noch innerhalb der mittleren Gleitebene befindet, wird die Ausdehnung der plastischen Verformung in die Nachbarkörner hinein deutlich behindert. Dementsprechend kommt es hier mit zunehmender Annäherung der Rissfront an die Korngrenze zu einem deutlichen Rückgang von $\Delta CTSD$, wobei sich die Barrierewirkung mit zunehmender Verkipfung verstärkt. Hat der Riss das erste Korn vollständig durchquert, so kommt es anschließend zu einem sprunghaften Anstieg der Risspitzenabgleitung. In diesem Bereich ist bemerkenswert, dass in Bild 7.16 trotz geometrischen Risschließens die Kurve für den stark abknickenden Riss mit $\beta_z^{(2)} = -45^\circ$ weitgehend oberhalb der Linie für $\beta_z^{(2)} = 22,5^\circ$ verläuft. Daraus lässt sich schließen, dass der höhere Schmidfaktor hier die Barrierewirkung aufgrund des großen Kippwinkels mehr als kompensiert.

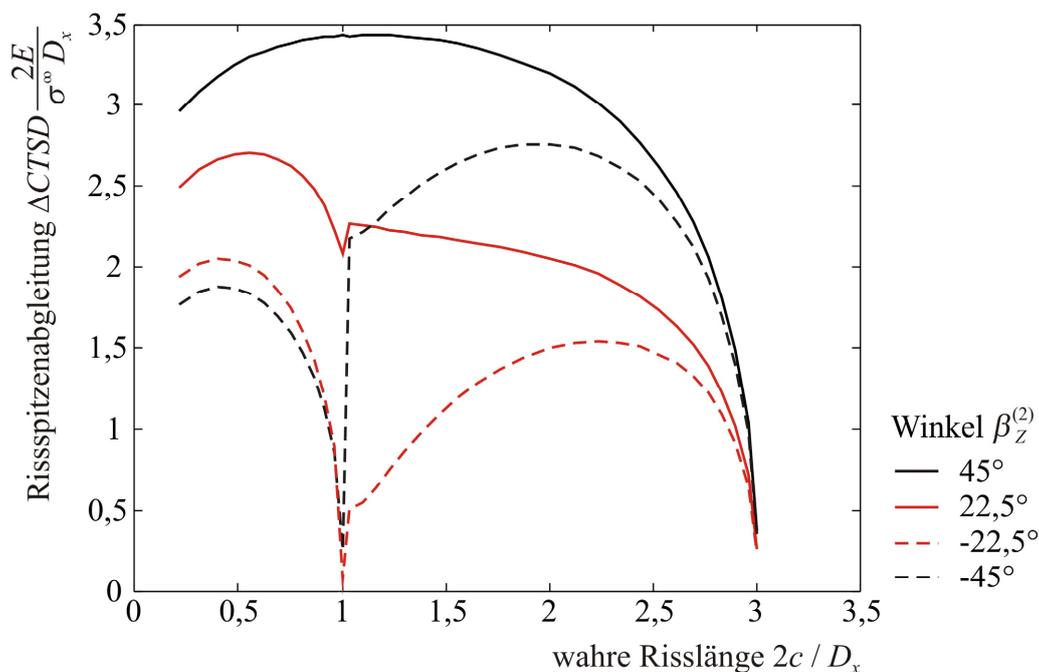


Bild 7.16: Einfluss des Gleitebenenwinkels auf die Risspitzenabgleitung

7.3.2 Einfluss des Verdrehwinkels auf die Rissausbreitung

Neben dem oben betrachteten Fall eines reinen Abknickens der Gleitebenen an der Korngrenze ist es jedoch auch möglich, dass die Ebenen zu einander verdreht liegen und somit nicht mehr senkrecht in die Tiefe verlaufen. Bedingt dadurch ergibt sich auf der Korngrenze eine keilförmige Fläche, die zusätzlich überwunden werden muss, ehe sich der Riss in das Nachbarkorn hinaus ausbreitet. Diese Situation wird im Folgenden untersucht, wobei das Modell weiterhin aus drei Gleitebenen mit der Oberflächenlänge D_x und der Tiefe $D_x / 2$ besteht (Bild 7.17). Um den Fall einer reinen Verdrehung zu betrachten, wird der Gleitspurwinkel mit

$\beta_z^{(1)} = \beta_z^{(2)} = 45^\circ$ konstant gehalten. Die Drehung der Gleitebenen wird über den Winkel $\beta_x^{(2)}$ definiert, der eine Rotation der Ebene um die $x^{(2)}$ -Achse beschreibt. An dieser Stelle ist zu beachten, dass in Bild 7.17 der Verdrehwinkel ψ_{12} eingezeichnet ist, der durch die keilförmige Fläche auf der Korngrenze aufgespannt wird. Zur Bestimmung von ψ_{12} ist daher zusätzlich die Orientierung der Korngrenze erforderlich, die über den Winkel $\beta_z^{(kg)}$ beschrieben wird. Dieser Winkel lässt sich am Besten in einer Draufsicht auf die freie Oberfläche darstellen. In Bild 7.18a ist die Situation aus Bild 7.17 dargestellt, wobei der Winkel $\beta_x^{(2)} > 0^\circ$ und der Korngrenzwinkel $\beta_z^{(kg)} = 90^\circ$ ist. Ein Spezialfall ergibt sich für die in Bild 7.18b dargestellte Lage, bei der die Korngrenze exakt um 90° zur mittleren Gleitebene verkippt ist ($\beta_z^{(kg)} = \beta_z^{(1)} - 90^\circ$), da hier der Drehwinkel ψ_{12} gleich der Verdrehung der Gleitebene $\beta_x^{(2)}$ ist.

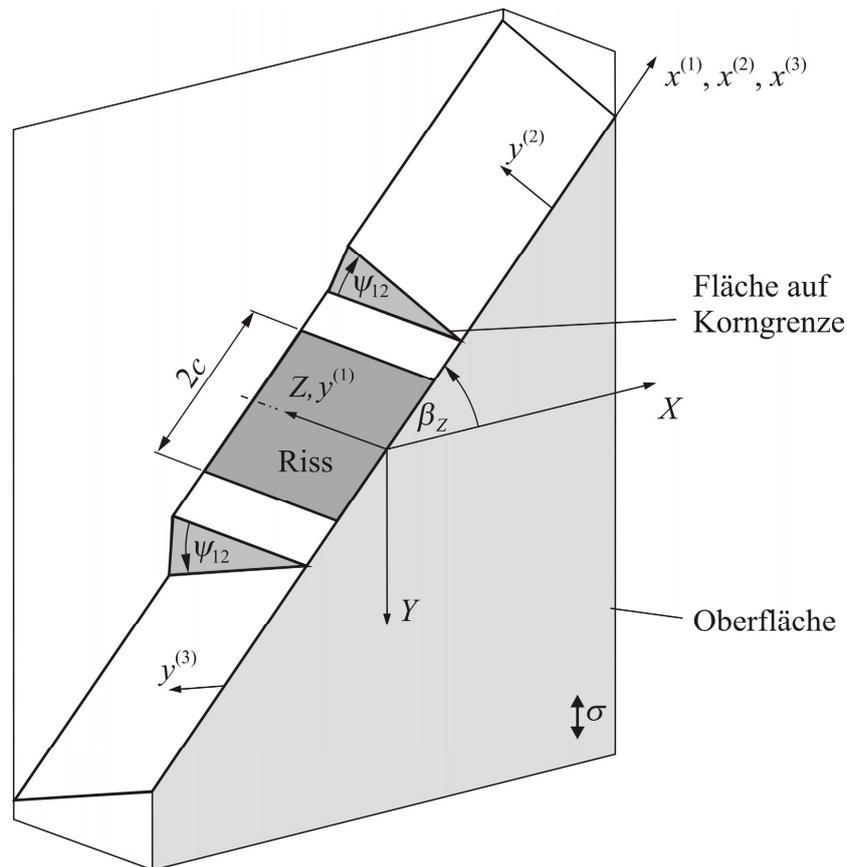


Bild 7.17: Simulationsmodell bestehend aus drei Gleitebenen, wobei die beiden äußeren Ebenen verdreht zur ersten Ebene sind.

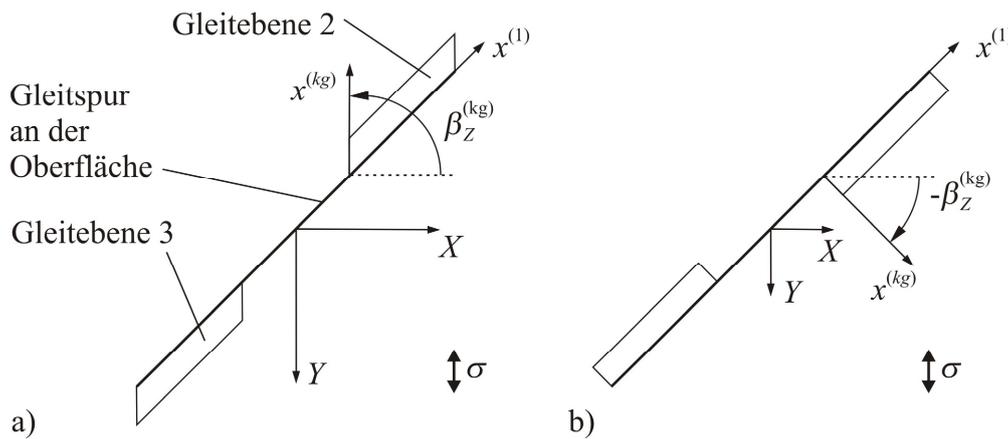


Bild 7.18: Draufsicht auf die Oberfläche des Modells in Bild 7.17 zur Definition der Korn-grenzwinkels für a) $\beta_Z^{(kg)} = 90^\circ$ ($\beta_x^{(2)} > 0$) und b) $\beta_Z^{(kg)} = -45^\circ$ ($\beta_x^{(2)} < 0$)

Für die Simulationen werden die Gleitebenen und die keilförmigen Flächen auf der Korn-grenze mit ca. 1000 vierknotigen Elementen diskretisiert. Analog zum Modell für die abknickenden Gleitebenen nach Abschnitt 7.3.1 wächst der rechteckige Anfangsriss nach jedem Rechenschritt um eine Elementlänge an der Oberfläche und verläuft parallel zu einer Elementkante in die Tiefe. Folglich wird die Fläche auf der Korngrenze bei dieser Studie in einem Rechenschritt überbrückt.

Bedingt durch die unterhalb der Oberfläche mehrfach abknickenden Gleitebenen hat das geometrische Riss-schließen bei diesem Modell eine große Bedeutung. Deshalb wird zunächst für die in Bild 7.17 dargestellte Geometrie mit einer Verdrehung der Gleitebene 2 von $\beta_x^{(2)} = 22,5^\circ$ und einer Korn-grenzorientierung von $\beta_Z^{(kg)} = 90^\circ$ untersucht, an welchen Stellen es im Riss zu einem Aufsetzen der Rissufer kommt. Exemplarisch wird hierzu der Zeitpunkt betrachtet, zu dem sich die Rissfront genau in der Mitte von Gleitebene 2 bzw. 3 befindet, was einer Risslänge von $2c = 2D_x$ entspricht. Für diese Situation werden die Normal-verschiebungen zwischen den Rissflanken sowohl unter äußerer Zug- als auch Druck-beanspruchung ermittelt.

Die Simulationsergebnisse sind in Bild 7.19 dargestellt, wobei aus Symmetriegründen nur die obere Riss-hälfte gezeigt ist. Für den Fall einer Zugbeanspruchung ist der Riss auf den Gleitebenen geöffnet, während an der keilförmigen Fläche auf der Korn-grenze geometrisches Riss-schließen auftritt (Bild 7.19a). Da sich die Rissufer nicht durchdringen dürfen, ist die Normal-verschiebung in diesem Bereich folglich gleich Null. Unter einer äußeren Druck-beanspruchung kehrt sich das Ergebnis um, so dass die Rissflanken im Bereich der Gleitebenen aufeinander aufliegen, während sich die Fläche auf der Korn-grenze öffnet (Bild 7.19b).

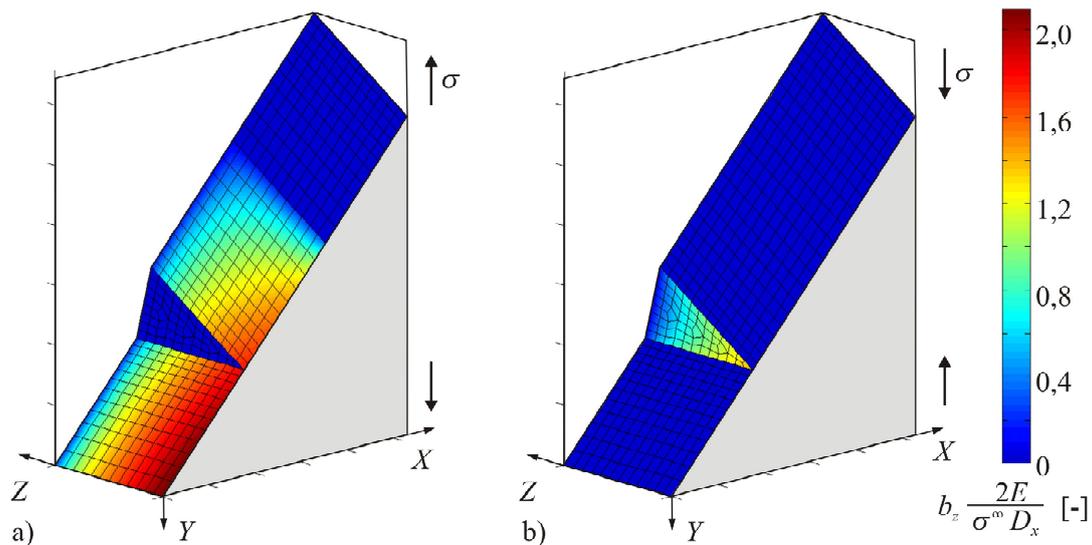


Bild 7.19: Normalverschiebungen im Riss der Länge $2c = 2D_x$ unter äußerer
a) Zugbeanspruchung und b) Druckbeanspruchung

Nun ist von Interesse, welche Auswirkungen das Riss schließen auf die Tangentialverschiebungen an der Rissfront in der elastisch-plastischen Lösung hat. Dazu wird erneut die Risspitzenableitung an der Oberfläche für den wachsenden Riss ausgewertet. Diese ist in Bild 7.20 dargestellt, wobei zum besseren Vergleich der Werte aus dem Zug- und Druckzyklus der Betrag betrachtet wird. Dabei zeigt sich insbesondere direkt nach Überschreiten der Korngrenze eine deutliche Differenz, die auf das geometrische Riss schließen zurückgeführt werden kann. Unter Zugbeanspruchung ist der Riss auf der dreieckigen Fläche an der Korngrenze geschlossen, wodurch eine Tangentialverschiebung der Rissflanken in diesem Bereich stark eingeschränkt wird. Da diese Barriere, wie oben gezeigt, unter Druckbelastung nicht vorhanden ist, sind die berechneten Werte für die Risspitzenableitung deutlich größer.

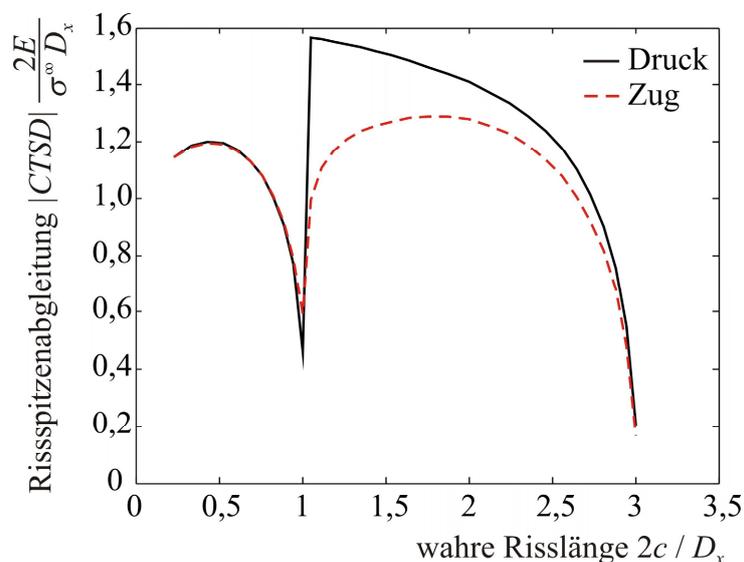


Bild 7.20: Einfluss des Riss schließens an der Korngrenze auf die Riss spitzenableitung unter äußerer Zug- und Druckbeanspruchung

Im Folgenden wird untersucht, wie sich der Winkel $\beta_x^{(2)}$, um den die zweite Gleitebene verdreht ist, auf die Simulationsergebnisse auswirkt. Hierzu wird der Korngrenzwinkel nach Bild 7.18b auf $\beta_x^{(kg)} = -45^\circ$ bzw. 135° gesetzt, so dass der Winkel $\beta_x^{(2)}$ gleich dem Verdrehwinkel ψ_{12} ist. Um sowohl den Betrag als auch die Drehrichtung zu betrachten, werden für den Drehwinkel $\beta_x^{(2)}$ Werte von -45° , $-22,5^\circ$, 0° und $22,5^\circ$ eingesetzt.

Bei der Auswertung der Ergebnisse ist zu bedenken, dass auf der gedrehten Ebene die Schubspannungskomponente τ_{yz} aus der äußeren Last nicht gleich Null ist. Dieser Fall ist bereits bei der Untersuchung einer beliebig orientierten Gleitebene in Abschnitt 7.2.3 aufgetreten und hat dazu geführt, dass sich die Rissspitzenableitung in Oberflächennähe signifikant ändert. Dabei ist abhängig vom Vorzeichen von τ_{yz} sowohl ein Anstieg als auch ein Abfall zur freien Oberfläche hin möglich. Aus diesem Grund ist in Bild 7.21 nicht nur die Schwingbreite der Rissspitzenableitung $\Delta CTSD$ an der Oberfläche ($y = 0$), sondern auch der Wert bei halber Risstiefe $y = a / 2$ dargestellt.

Befindet sich der Riss noch vollständig innerhalb der ersten Gleitebene, so wird durch den Verdrehwinkel eine Versetzungsbewegung über die Korngrenze hinaus stark behindert. Dementsprechend sinkt die Rissspitzenableitung hier mit zunehmender Annäherung an die Korngrenze stark ab. Hier ist das Ergebnis unabhängig von der Drehrichtung von $\beta_x^{(2)}$ und nur in geringem Maße von der Risstiefe abhängig.

Nach Überschreiten der Korngrenze kommt es bei allen Modellen zu einem sprunghaften Anstieg der Rissspitzenableitung. Da in der Nähe der Oberfläche ein besonderer Einfluss aus der Spannungsüberlagerung in y -Richtung zu erwarten ist, werden zunächst die Ergebnisse bei halber Risstiefe näher betrachtet. Erwartungsgemäß ist die Hinderniswirkung durch den Verdrehwinkel direkt hinter der Korngrenze noch relativ stark, ehe sich der Effekt mit zunehmender Risslänge abschwächt. Da die Kurven für $22,5^\circ$ und $-22,5^\circ$ sehr eng beieinander liegen, ist das Ergebnis unterhalb der Oberfläche weitgehend unabhängig von der Drehrichtung. Im Gegensatz dazu nimmt die Rissspitzenableitung mit einem betragsmäßig größeren Drehwinkel von -45° nochmals deutlich ab.

An der freien Oberfläche ist das Ergebnis dagegen stark vom Vorzeichen des Drehwinkels abhängig. Für $\beta_x^{(2)} < 0$ weisen die Schubspannungskomponenten τ_{yz} aus der äußeren Last und der Relativverschiebung b_x in die gleiche Richtung, so dass es zu einer Verstärkung der Rissspitzenableitung kommt. Dementsprechend reduziert sich die Differenz zwischen den

Maximalwerten der Kurven $\beta_x^{(2)} = -45^\circ$ und $-22,5^\circ$ von 20,2% auf 4,9%. Bei einer Risslänge von $2c / D_x = 2,2$ bzw. 2,5 wird sogar die Kurve für die Vergleichsrechnung ohne Drehwinkel leicht überschritten. Bei einer umgekehrten Drehrichtung mit $\beta_x^{(2)} = 22,5^\circ$ kehrt sich die Richtung der Spannungskomponente τ_{yz} aus der äußeren Last dagegen um und wirkt einer Abgleitung b_x entgegen. Aus diesem Grund steigt die Rissspitzenabgleitung an der Oberfläche nur geringfügig gegenüber den Werten bei halber Risstiefe an und ab einer Risslänge von $2c / D_x = 2,5$ liegen die Kurven sogar nahezu übereinander.

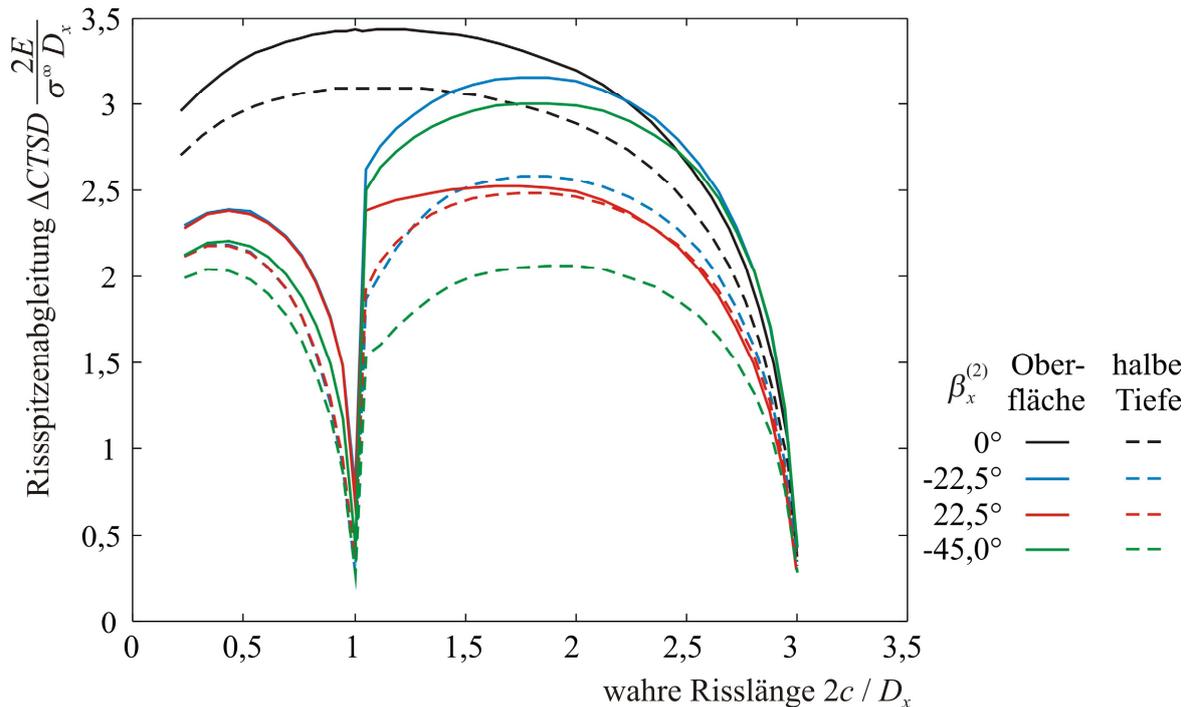


Bild 7.21: Einfluss des Verdrehwinkels $\beta_x^{(2)}$ auf die Schwingbreite der Rissspitzenabgleitung

Bei den oben durchgeführten Simulationen liegt die Korngrenze immer senkrecht zu den Gleitebenen, so dass der Winkel $\beta_x^{(2)}$ gleich dem Drehwinkel ψ_{12} auf der Grenze ist. Daher soll nun untersucht werden, welchen Einfluss der Korngrenzwinkel $\beta_x^{(kg)}$ auf die Abgleitung an der Rissfront besitzt. Dazu wird der Betrag des Drehwinkels $\beta_x^{(2)}$ auf einen konstanten Wert von $22,5^\circ$ festgelegt, wobei sich die Drehrichtung aus der Lage der Korngrenze ergibt. Zusätzlich zu den obigen Simulationen bei $\beta_x^{(kg)} = -45^\circ$ und 135° wird eine horizontal bzw. vertikal verlaufende Korngrenze mit $\beta_x^{(kg)} = 0^\circ$ bzw. 90° betrachtet. In beiden Fällen vergrößert sich der Drehwinkel, der die keilförmige Fläche auf der Korngrenze aufspannt, von $\psi_{12} = 22,5^\circ$ auf $30,4^\circ$.

Die berechneten Risspitzenableitungen werden in Bild 7.22 gezeigt, wobei erneut die Werte an der Oberfläche $y = 0$ und bei halber Risstiefe $y = a / 2$ dargestellt sind. Dabei zeigt sich, dass alle Kurven unterhalb der Oberfläche sehr eng beieinander liegen. Insofern scheint hier die Orientierung der Gleitebene $\beta_x^{(2)}$ und die sich daraus ergebenden Schubspannungen der entscheidende Faktor für die Ableitung an der Rissfront zu sein. Die Korngrenzorientierung und der sich entsprechend ändernde Verdrehwinkel ψ_{12} haben folglich nahezu keinen Einfluss auf das Ergebnis.

An der Oberfläche zeigt sich der bereits oben diskutierte Effekt, wonach es bei $\beta_x^{(2)} < 0$ aufgrund der günstigen Schubspannungsüberlagerung von τ_{yz} zu einem deutlichen Anstieg der Ableitung kommt. Darüber hinaus ist bemerkenswert, dass die Ableitungen für $\beta_x^{(kg)} = 90^\circ$ deutlich über den Werten für 135° liegen. Folglich wird der größere Drehwinkel hier durch die geringere Verkippung der Korngrenze mehr als ausgeglichen.

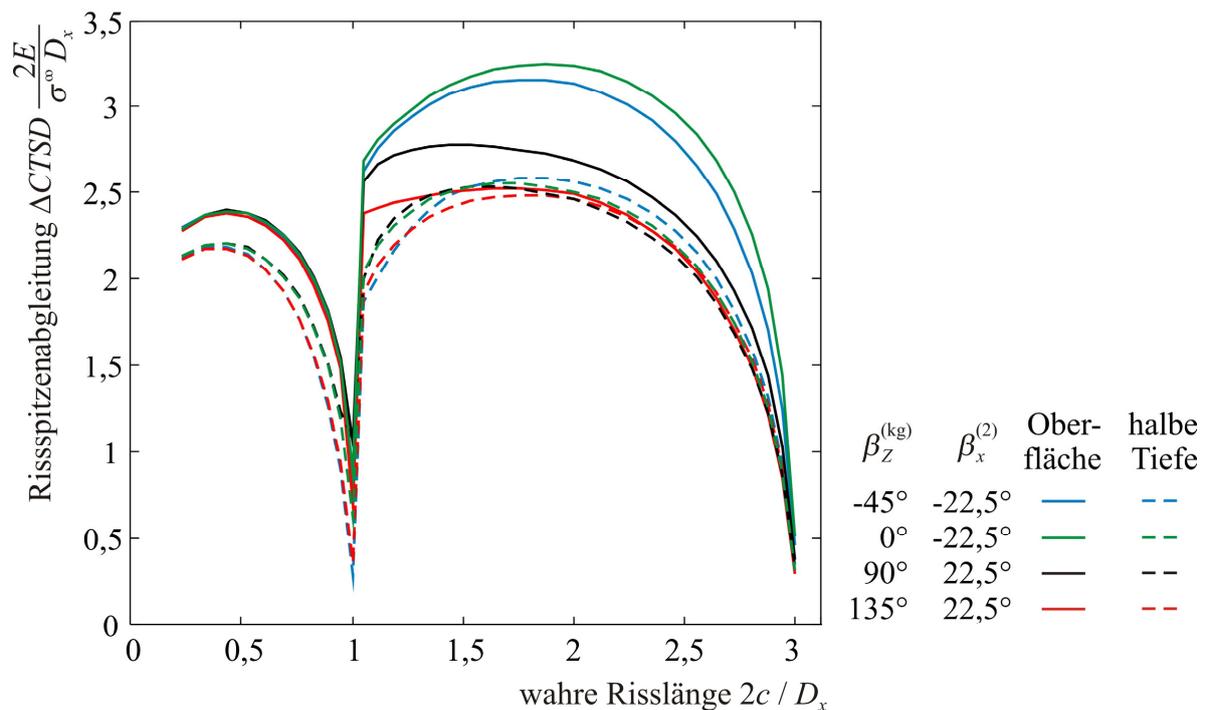


Bild 7.22: Einfluss des Korngrenzwinkels $\beta_x^{(kg)}$ auf die Schwingbreite der Risspitzenableitung bei einem Drehwinkel von $\beta_x^{(2)} = \pm 22,5^\circ$

7.3.3 Einfluss der Gleitrichtung auf die Risspitzenableitung

In den bisherigen Simulationen wurde immer angenommen, dass die Gleitrichtung parallel zur Gleitspur an der Oberfläche verläuft. In der Realität ergibt sich die Gleitrichtung jedoch aus der Kristallorientierung, so dass ein beliebiger Winkel zwischen Gleitrichtung und Gleitspur an der Oberfläche möglich ist. Um den Einfluss der Gleitrichtung auf die Ableitungen

zu untersuchen, wird erneut ein aus drei rechteckigen Gleitebenen bestehendes Modell betrachtet, wobei die Ebenen senkrecht in die Tiefe verlaufen und eine konstante Neigung $\beta_Z^{(1)}$ besitzen (Bild 7.23). Während die Gleitrichtung der mittleren Ebene immer parallel zur Oberfläche verläuft, variiert der Winkel $\beta_G^{(2)}$ in den beiden äußeren Ebenen zwischen -45° und 45° .

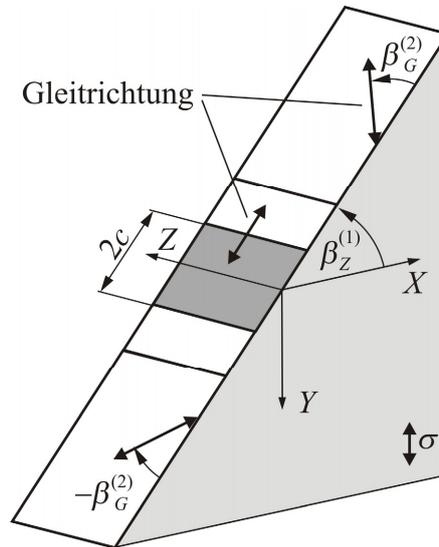


Bild 7.23: Simulationsmodell bestehend aus drei Gleitebenen, wobei die Gleitrichtung in den äußeren Ebenen variabel ist

In Bild 7.24 ist die Schwingbreite der Rissspitzenabgleitung an der Oberfläche für den wachsenden Riss dargestellt, wobei $\Delta CTSD$ immer parallel zur Gleitrichtung bestimmt worden ist. Da die Rissfront senkrecht in die Tiefe verläuft, liegt folglich nur im mittleren Korn eine reine Modus II-Abgleitung vor, während $\Delta CTSD$ in den äußeren Ebenen auch einen Modus III-Anteil besitzt.

Befindet sich der Riss noch innerhalb des mittleren Kornes, so wird eine Ausdehnung der plastischen Zone über die Korngrenze hinaus durch die inkompatiblen Gleitrichtungen behindert. Dementsprechend sinkt hier die Rissspitzenabgleitung mit zunehmendem Gleitbandwinkel $\beta_G^{(2)}$ deutlich ab. Da auf den äußeren Gleitebenen jedoch bereits eine plastische Deformation erfolgen kann, ist das Ergebnis nicht unabhängig vom Vorzeichen von $\beta_G^{(2)}$. Mit Überschreiten der Korngrenze kommt es zu einem sprunghaften Anstieg der Rissspitzenabgleitung. Dabei fällt auf, dass die Kurve für $\beta_G^{(2)} = -45^\circ$ deutlich oberhalb der Linie für $\beta_G^{(2)} = 45^\circ$ verläuft. Hierfür sind im Wesentlichen zwei Gründe zu nennen: Zum Einen wird, wie bereits in Abschnitt 7.2.1 gezeigt, durch eine Relativverschiebung der Rissufer parallel zur Oberfläche eine Schubspannungskomponente τ_{yz} erzeugt. Dieser Anteil führt für $\beta_G^{(2)} < 0$

in der elastischen Lösung zu einem Anstieg der Schubspannung in Gleitrichtung und damit zu größeren Ableitungen in der elastisch-plastischen Simulation. Der zweite Grund ist, dass die Ableitung bei einer Gleitrichtung $\beta_G^{(2)} > 0$ stärker durch die begrenzten Abmaße der Gleitebenen eingeschränkt wird. Dieser Effekt macht sich vor allem zum Ende der Simulation ab etwa $2c = 2,5D_x$ bemerkbar, wenn die Rissfront bereits relativ dicht vor der Korngrenze liegt. Für $\beta_G^{(2)} = \pm 22,5^\circ$ ist der Einfluss aus der Spannungsüberlagerung deutlich schwächer ausgeprägt, so dass hier die Kurven für $\Delta CTSD$ relativ dicht beieinander liegen.

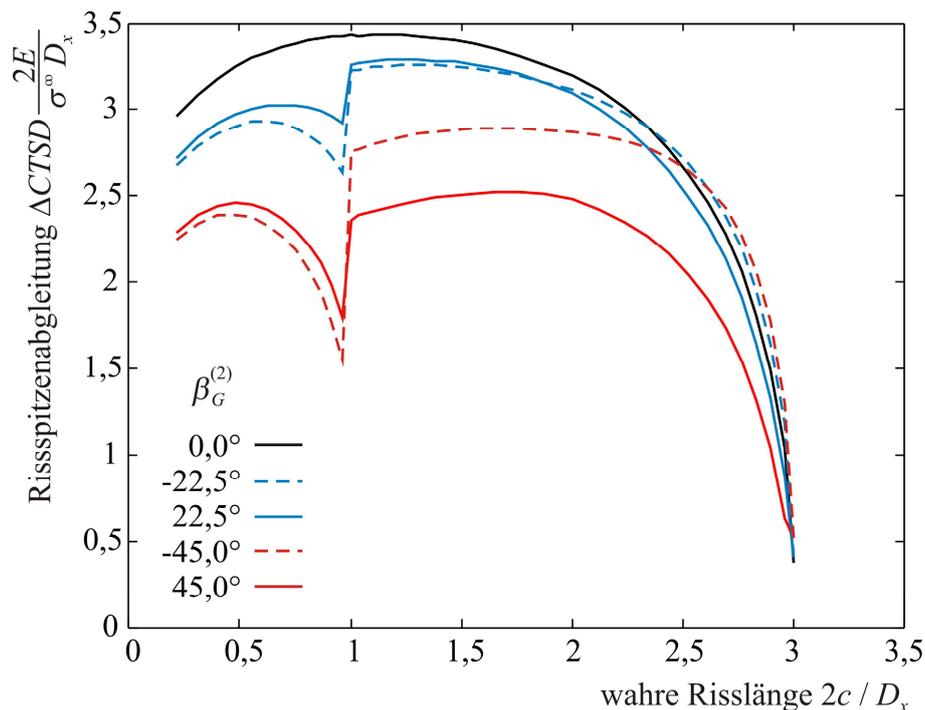


Bild 7.24: Einfluss der Gleitrichtung auf die Risspitzenableitung

7.4 Simulation der Rissausbreitung auf einer Gleitebene

Die grundlegenden Untersuchungen in den Abschnitten 7.1 bis 7.3 haben gezeigt, dass mit dem hier entwickelten 3D-Modell elastisch-plastische Rissprobleme von Oberflächenrissen auf diskreten Gleitebenen gelöst werden können. Dabei kann die Ableitung entlang der Rissfront, die zur Ausbreitung von Stadium I-Rissen führt, mit hoher Genauigkeit bestimmt werden. Das Risswachstum selbst ist jedoch im Rahmen der obigen Studien unabhängig von der Risspitzenableitung vorgegeben worden. Diese Einschränkung wird im Folgenden fallen gelassen, um analog zu Köster et al. (2010b) die tatsächliche Ausbreitung eines mikrostrukturell kurzen Oberflächenrisses auf einer Gleitebene zu simulieren. Hierzu wird das in Gleichung (6.5) vorgeschlagene Rissausbreitungsgesetz in das Simulationsmodell integriert.

Als Ausgangspunkt für die folgenden Rissausbreitungssimulationen dient jeweils ein halb-kreisförmiger Oberflächenriss, der sich auf einer rechteckigen Gleitebene befindet. Die

In Bild 7.26a ist die aus der Simulation berechnete Ableitung entlang der Rissfront über dem Winkel θ dargestellt. Dabei zeigt sich, dass die drei Kurven weitgehend übereinander liegen und nur an der freien Oberfläche geringfügig voneinander abweichen. Daher ist in Bild 7.26b der relative Fehler im Vergleich zur feinsten Diskretisierung mit 1200 Elementen dargestellt. Der Maximalwert wird mit 0,4% bzw. 0,15% an der Oberfläche erreicht, während die drei Ergebnisse ab einem Winkel $\theta = 10^\circ$ nahezu exakt übereinstimmen. Folglich kann auch die Rissspitzenableitung und damit die Rissausbreitung pro Zyklus am halbkreisförmigen Oberflächenriss mit großer Genauigkeit bestimmt werden.

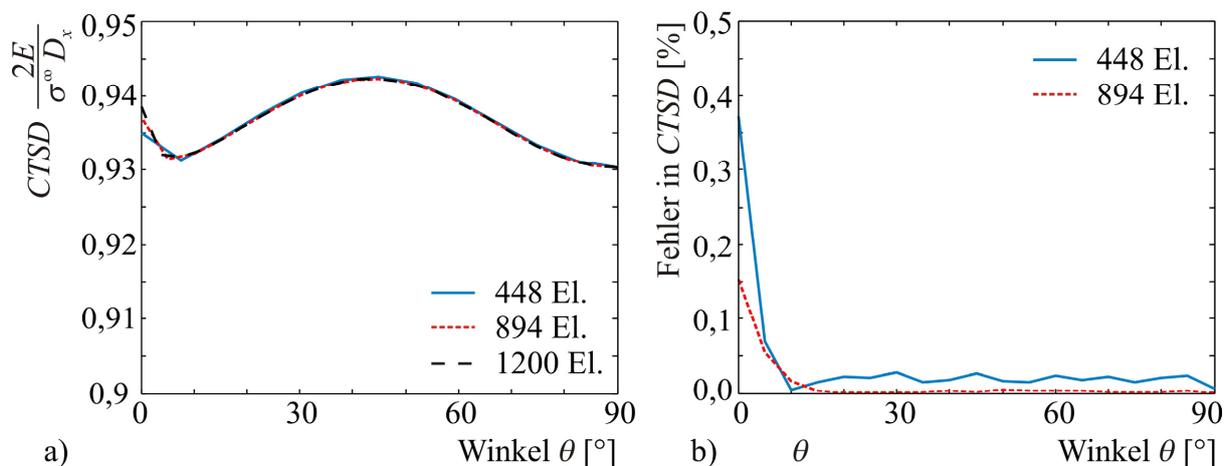


Bild 7.26: a) Ableitung entlang der Rissfront und b) relativer Fehler zur feinsten Diskretisierung

7.4.2 Simulation der Rissausbreitung

Im Folgenden wird die Ausbreitung eines Anfangsrisses mit den Abmessungen $a = c = 0,1D_x$ simuliert, wobei die Gleitebenengeometrie und -neigung den oben verwendeten Werten entspricht. Auf Basis der obigen Konvergenzstudie wird eine Diskretisierung mit 894 Elementen gewählt. Das Modell wird durch eine einachsige äußere Spannung mit der Amplitude $\sigma^\infty = 4\tau^F$ wechselnd belastet. Für diese Simulation wird vereinfachend angenommen, dass die Rissausbreitung unabhängig vom Belastungsmodus II oder III proportional zur Schwingbreite der Rissspitzenableitung $\Delta CTSD$ ist. Folglich wird der Faktor f_{III} in Gleichung (6.5) gleich Eins gesetzt. Hinter der KorngröÙe wird das Schubspannungsfeld für den wachsenden Riss ausgewertet, um günstige Gleitebenenorientierungen für eine Fortsetzung der Rissausbreitung in das Nachbarkorn hinein zu ermitteln. Basierend auf der obigen Studie zum singulären Spannungsfeld werden die Spannungssensoren mit einer Länge von $r_0 = 0,0075 D_x$ und einem Abstand zur Oberfläche von $y = 0,04 D_y / 2$ in einem Halbkreis hinter der KorngröÙe positioniert.

Nach einem Belastungszyklus wird nun die Rissausbreitung in jedem Elementknoten an der Rissfront bestimmt. Da das Risswachstum entlang der Rissfront in der Regel nicht konstant ist, kann der Riss jedoch nicht einfach um eine Elementreihe verlängert werden. Vielmehr ist eine Neuvernetzung von Riss und Gleitebene erforderlich, damit die Rissfront weiterhin mit einer Elementkante übereinstimmt. Da insbesondere die Berechnung der Einflussfunktionen nach einer Neuvernetzung sehr zeitintensiv ist, wird an dieser Stelle eine Schrittweitenregulierung eingeführt. Danach wird die Rissverlängerung Δa derart skaliert, dass die maximale Verschiebung der Rissfront $0,01D_x$ beträgt. So wird einerseits erreicht, dass bei einer sehr kleinen berechneten Rissausbreitungsrate da/dN nicht unnötig viele Zyklen ohne eine signifikante Geometrieänderung simuliert werden. Andererseits ist die gewählte Schrittweite hinreichend klein, so dass sich die Geometrie und damit auch die Rissspitzenableitung zwischen zwei Belastungszyklen nur geringfügig ändern.

Zur Verdeutlichung des Simulationsablaufs ist in Bild 7.27a die Entwicklung der Rissfront dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die Anzahl an Schwingspielen zwischen zwei Risskonturen aufgrund der Schrittweitensteuerung in der Simulation nur näherungsweise konstant ist. Da die Rissausbreitung durch die Wahl von $f_{III} = 1$ unabhängig vom Belastungsmodus erfolgt, breitet sich der Riss zunächst halbkreisförmig auf der Gleitebene aus. Mit zunehmender Risslänge macht sich jedoch der Einfluss der Korngrenze zunehmend bemerkbar. Dabei verlangsamt sich das Risswachstum zunächst an der Oberfläche und im tiefsten Punkt, bis der Riss schließlich vor der Barriere stehen bleibt. Da die Gleitebene jedoch noch nicht vollständig aufgerissen ist, setzt sich die Rissausbreitung unterhalb der Oberfläche weiter fort.

Im Folgenden wird das Simulationsergebnis mit dem von Schick (2004) entwickelten 2D-Kurzrismodell verglichen. Hierzu ist in Bild 7.27b die Risslänge $2c$ und die -tiefe a unabhängig von der Konstanten C im Risswachstumsgesetz über der Zyklenzahl dargestellt. Dabei zeigt sich, dass der halbkreisförmige Oberflächenriss deutlich langsamer wächst als der Riss in der 2D-Simulation. Daraus folgt unmittelbar, dass die von Künkler (2007) für den Duplexstahl im 2D-Fall bestimmte Konstante von $C = 0,005$ nicht auf das 3D-Modell übertragbar ist. Da jedoch die Rissausbreitungsrate, wie in Bild 7.11 gezeigt, in hohem Maße von der Gleitebenengeometrie abhängt, erfordert die Simulation eines realen Risses die genaue Kenntnis der Riss- und Gleitebenenabmessungen an und auch unterhalb der Oberfläche. Da entsprechende experimentelle Daten nicht vollständig verfügbar sind, wird auf eine Anpassung von C für das 3D-Modell verzichtet. Daher werden die Ergebnisse im Folgenden in Abhängigkeit von C angegeben.

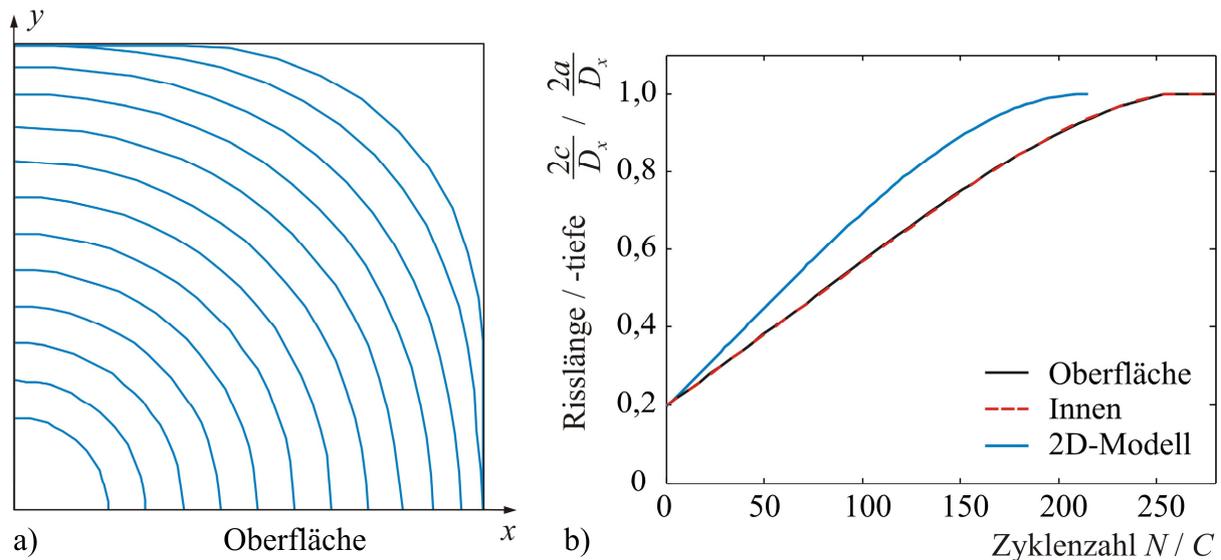


Bild 7.27: a) Ausbreitung der Rissfront auf der Gleitebene und
b) Risslänge über der Zyklenzahl

7.4.3 Schubspannungsfeld hinter der Korngrenze

Während der Rissausbreitungssimulation ist das Schubspannungsfeld $|\tau_{r\beta_Z}|$ hinter der Korngrenze bestimmt worden. Das Ergebnis ist in Bild 7.28 für unterschiedliche Risslängen in Polarkoordinaten dargestellt. Dabei zeigt sich, dass für kurze Risslängen die Singularität aufgrund der Ableitung b_x in der plastischen Zone dominierend ist. Entsprechend treten die maximalen Schubspannungen in direkter Verlängerung der Gleitebene unter einem Winkel $\beta_Z^{(2)} = 45^\circ$ auf. Mit zunehmender Risslänge steigen die berechneten Schubspannungen an, wobei die Form des Spannungsfeldes weitgehend gleich bleibt. Erst wenn der Riss direkt vor der Korngrenze steht, macht sich auch der Öffnungsmodus in den Ergebnissen deutlich bemerkbar. Dieser bewirkt einerseits einen sprunghaften Anstieg von $|\tau_{r\beta_Z}|$, andererseits verändert sich auch der Winkel, unter dem die Maximalwerte auftreten. So verschiebt sich das Maximum im oberen Quadranten von $\beta_Z^{(2)} = 45^\circ$ auf 60° , und im unteren von -75° auf -65° .

Zu Vergleichszwecken ist erneut die mit dem 2D-Modell bestimmte Lösung für $2c = D_x$ hinzugefügt worden. Während die Kurven für beide Modellansätze qualitativ gut übereinstimmen, ergeben sich mit dem 2D-Modell um ca. 25% größere Schubspannungen.

Abschließend wird noch der Einfluss einer zusätzlichen Verdrehung der zweiten Gleitebene um den Winkel $\beta_x^{(2)}$ auf die Sensorspannungen untersucht. Hierzu ist in Bild 7.29 die Sensorspannung τ_{xz} über dem Gleitspurwinkel $\beta_Z^{(2)}$ für verschiedene Drehwinkel $\beta_x^{(2)}$ dargestellt. Dabei zeigt sich, dass die Spannungen in einem Sensorpunkt mit zunehmender Verdrehung nochmals deutlich abnehmen. Darüber hinaus ist die Sensorspannung von der Drehrichtung

von $\beta_x^{(2)}$ abhängig. Besonders deutlich ist die Differenz im unteren Quadranten ($\beta_z^{(2)} < 0$), wo der Betrag der Schubspannung τ_{xz} für $\beta_x^{(2)} > 0$ deutlich größer ist als für $\beta_x^{(2)} < 0$. Ursache hierfür ist, dass durch die Relativverschiebung im Riss für $\beta_x^{(2)} = 0$ auch eine Schubspannungskomponente τ_{xy} in den Sensorelementen hervorgerufen wird. Diese leistet auf einer verdrehten Ebene einen zusätzlichen Beitrag zur effektiven Schubspannung auf eine Veretzungsquelle.

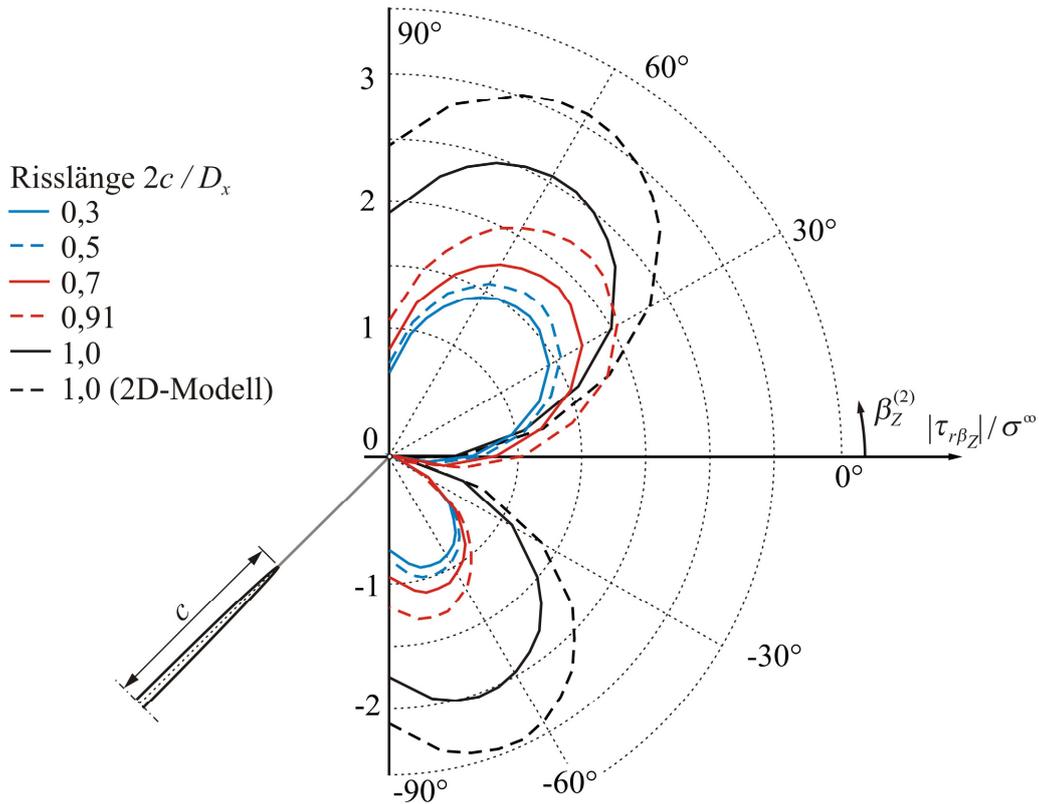


Bild 7.28: Schubspannungsfeld hinter der Korngrenze für den wachsenden Oberflächenriss

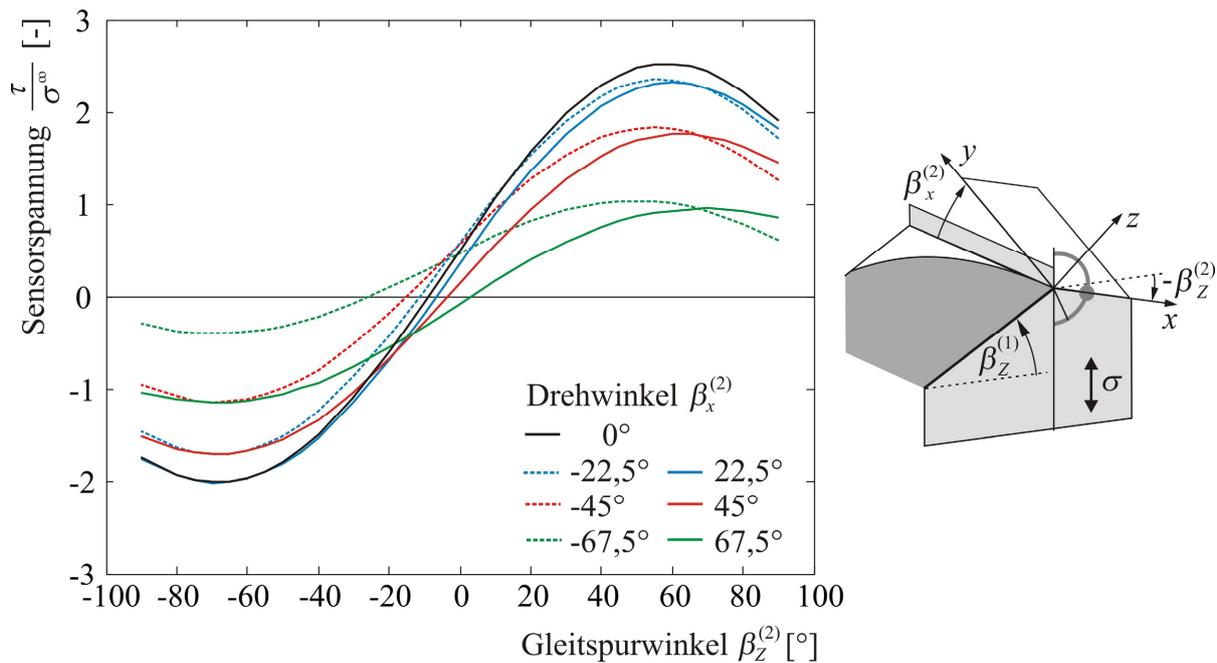


Bild 7.29: Einfluss von Gleitspurwinkel $\beta_z^{(2)}$ und Gleitebenenendrehung $\beta_x^{(2)}$ auf die Sensorspannung τ_{xz}

7.5 Ein vereinfachter Modellierungsansatz

Im obigen Abschnitt ist gezeigt worden, dass mit dem hier vorgestellten Kurzrisssmodell die Rissausbreitung auf einer Gleitebene innerhalb eines Kornes auf Basis der Risspitzenableitung simuliert werden kann. Ein wesentlicher Nachteil des Modellansatzes ist jedoch, dass nach jedem Risswachstumsschritt eine Neuvernetzung erforderlich ist, so dass die Simulationen sehr zeitintensiv sind. Darüber hinaus ist die Diskretisierung von Riss und Gleitebene für den wachsenden Riss sehr aufwändig. Insbesondere dann, wenn die Rissfront bereits dicht vor der Korngrenze steht oder diese teilweise schon erreicht hat, können stark verzerrte viereckige Elemente nur durch den Einsatz von Dreiknotenelementen vermieden werden. Da die geometrischen Verhältnisse für einen Riss, der sich über eine Korngrenze in das Nachbarkorn erstreckt, nochmals deutlich komplexer werden, erscheint eine Simulation der Rissausbreitung über mehrere Körner mit dem oben vorgestellten Modellansatz nahezu unmöglich. Aus diesem Grund wird im Folgenden ein vereinfachtes Modell vorgestellt.

Die Grundidee des vereinfachten Modells ist, die Rissfront nicht mehr exakt mit der Kante eines Versetzungsringelementes abzubilden. Stattdessen wird die Gleitebene wie bei den grundlegenden Studien am Rechteckriss mit rechteckigen Vierknotenelementen diskretisiert. Im Bereich der Rissfront wird das Netz nochmals verfeinert, indem ein Rechteckelement in vier Teile geteilt wird. Die Diskretisierung ist in Bild 7.30 dargestellt, wobei aufgrund der Symmetrie des Rissproblems nur die rechte Risshälfte ($x > 0$) gezeigt wird. Als Risselemente

werden nun alle Elemente angesehen, deren Mittelpunkt sich innerhalb der Rissfront befindet. Hier ist eine beliebige Relativverschiebung in x - und y -Richtung sowie eine Rissöffnung möglich. Alle übrigen Elemente auf der Gleitebene lassen dagegen nur eine plastische Deformation durch Abgleitung zu.

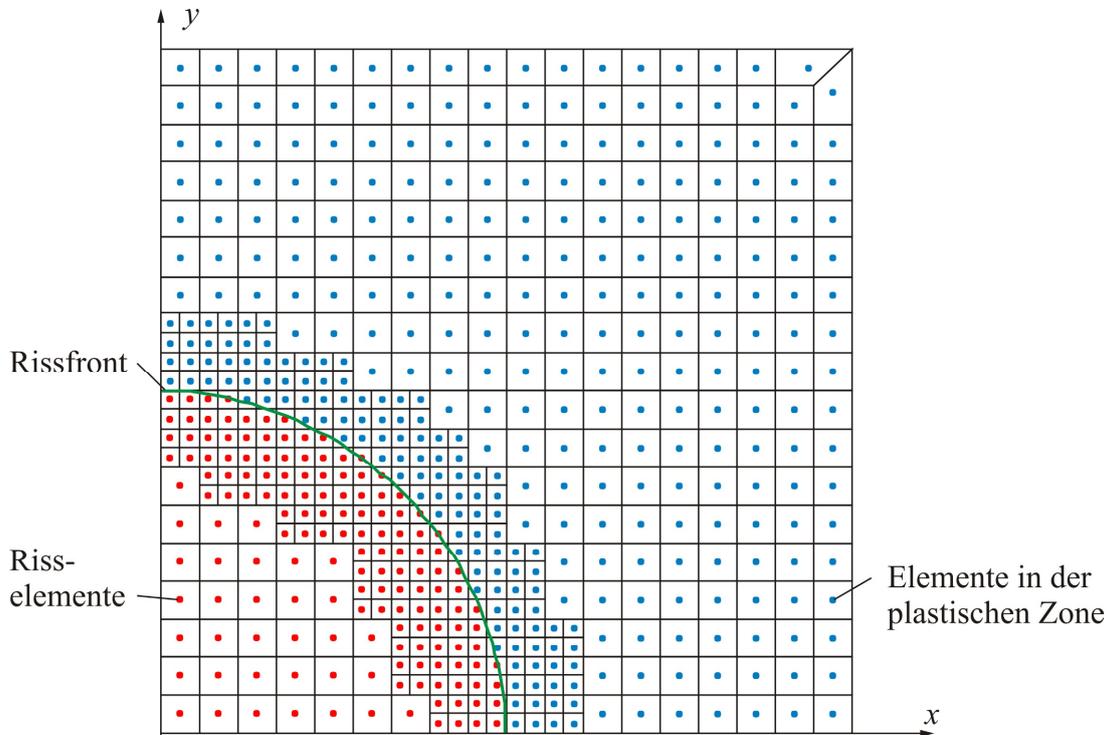


Bild 7.30: Diskretisierung von Riss und Gleitebene mit vereinfachtem Rechtecknetz

Die halbkreisförmige Rissfront selbst wird durch eine Reihe von Punkten approximiert, wobei sich der Winkel θ zwischen zwei Punkten entlang der Rissfront jeweils um 2° erhöht. Da diese Linie nicht mehr mit einer Elementkante übereinstimmt, ergibt sich die Abgleitung an der Rissfront nun nicht mehr direkt aus der Relativverschiebung in den entsprechenden Elementknoten. Stattdessen kann sich ein Punkt der Rissfront an einer beliebigen Stelle innerhalb eines Rechteckelementes befinden. Daher wird zunächst ermittelt, in welchem Element sich jeder Punkt befindet. Anschließend wird die Relativverschiebung in diesem Punkt bestimmt, indem zwischen den Knotenwerten des entsprechenden Elementes linear interpoliert wird (Bild 7.31a).

Der große Vorteil dieses vereinfachten Modells ergibt sich nun bei der Beschreibung des Risswachstums. Basierend auf der Rissspitzenabgleitung wird weiterhin das Risswachstum Δa in jedem Punkt der Rissfront bestimmt, aus dem sich die neue Rissgeometrie ergibt (Bild 7.31b). Nun ist lediglich zu prüfen, ob sich Elemente aus der plastischen Zone jetzt innerhalb des Risses befinden. In diesem Fall werden die Elementeneigenschaften entsprechend verändert und die Simulation kann ohne eine Neuvernetzung mit dem nächsten Zyklus

fortgesetzt werden. Erst dann, wenn die Rissfront die Grenze des fein diskretisierten Bereichs verlässt, muss ein neues Netz generiert werden. So ist es möglich, die Anzahl der Neuvernetzungen für das in Abschnitt 7.4 gezeigte Beispiel von etwa 50 auf 5 zu reduzieren.

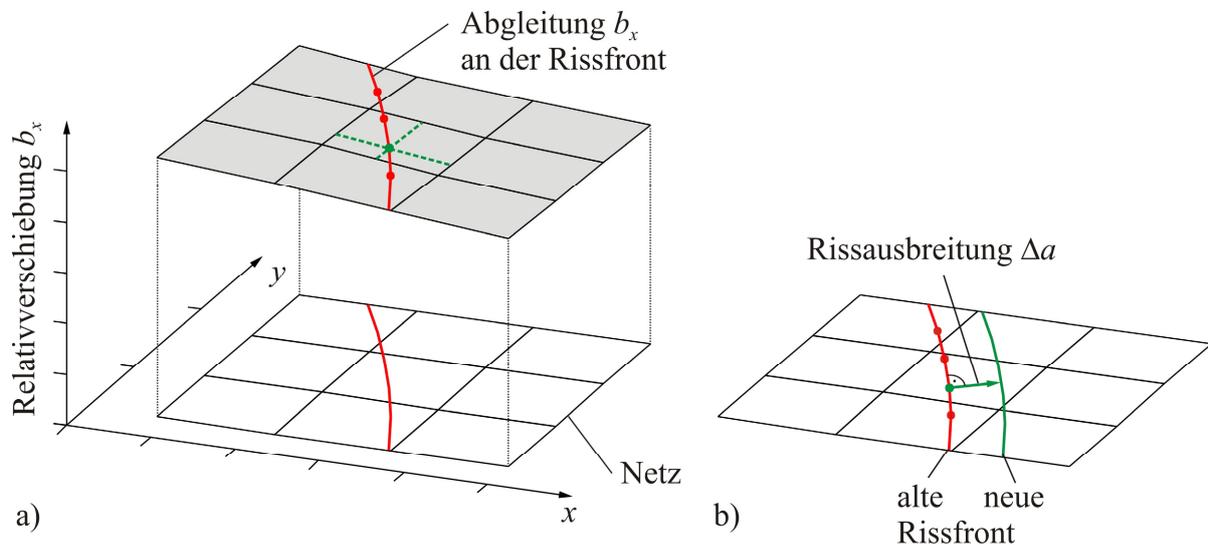


Bild 7.31: a) Bestimmung der Relativverschiebung an der Rissfront durch Interpolation und
 b) Rissausbreitung durch Verschiebung der Rissfront um Δa

7.5.1 Verifikation des vereinfachten Modellansatzes

Natürlich stellt sich an dieser Stelle die Frage nach der Größe des Fehlers, der aus der vereinfachten Darstellung der Rissfront im Rechtecknetz resultiert. Daher wird zur Verifikation des Modells das Rissproblem eines halbkreisförmigen Oberflächenrisses der Größe $a = c = D_x/4$ auf einer geneigten Gleitebene, das in Abschnitt 7.4 bereits mit dem exakten Netz gelöst worden ist, nun mit dem vereinfachten Rechtecknetz berechnet. Hierzu ist die Gleitebene, wie in Bild 7.30 gezeigt, mit 1012 Elementen diskretisiert worden, wobei in den Elementen an der Korngrenze weiterhin eine zusätzliche Ansatzfunktion implementiert wird.

Im Hinblick auf die Simulation der Rissausbreitung ist es entscheidend, dass die Ableitung auf der Gleitebene mit hoher Genauigkeit bestimmt werden kann. Daher werden die Ergebnisse für die Relativverschiebung b_x nach dem exakten Netz links und dem Rechtecknetz rechts in Bild 7.32 gegenübergestellt. Dabei zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen beiden Lösungen.

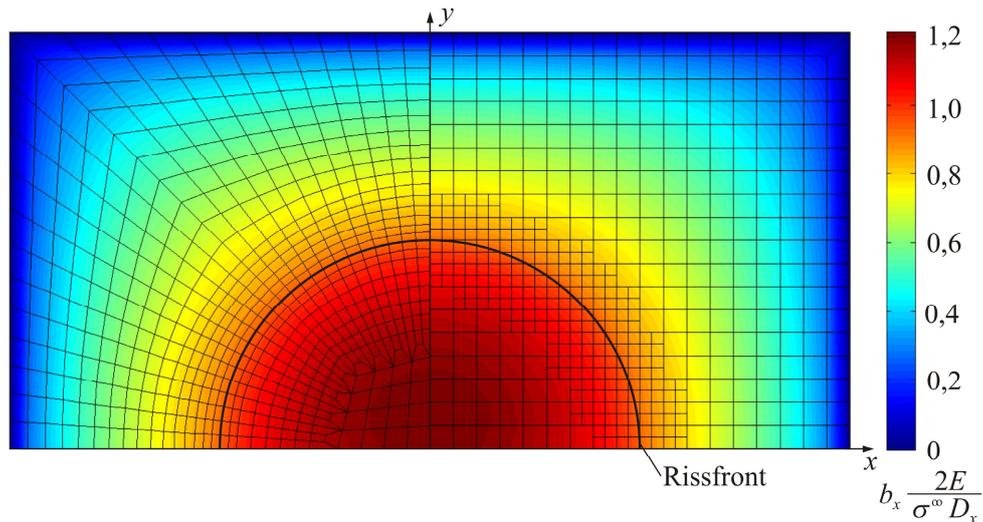


Bild 7.32: Relativverschiebung b_x für halbkreisförmigen Oberflächenriss: Gegenüberstellung der Ergebnisse für das exakte Netz (links) und den vereinfachten Ansatz (rechts)

Um den Fehler genau quantifizieren zu können, wird die Ableitung entlang der Rissfront für beide Diskretisierungen miteinander verglichen. Hierzu sind in Bild 7.33a die Absolutwerte für $CTSD$ über dem Winkel θ entlang der Rissfront aufgetragen. Da das Ergebnis im Rechtecknetz auch davon abhängt, ob ein Element gerade innerhalb oder außerhalb der Rissfront liegt, ist zusätzlich der Mittelwert für $CTSD$ eingezeichnet, der sich bei der Ausbreitung des Risses um eine Elementlänge zwischen $a = c = (D_x / 4) - (l_e / 2)$ und $(D_x / 4) + (l_e / 2)$ ergibt. Bei der Betrachtung des Fehlers im Vergleich zum exakten Netz in Bild 7.33a zeigt sich, dass die Einzellösung im Rechtecknetz um maximal 0,6% von der Referenzlösung abweicht. Da sich der Fehler während der Rissausbreitung um ein Element ausgleicht, weicht die gemittelte Lösung sogar nur um 0,1% ab.

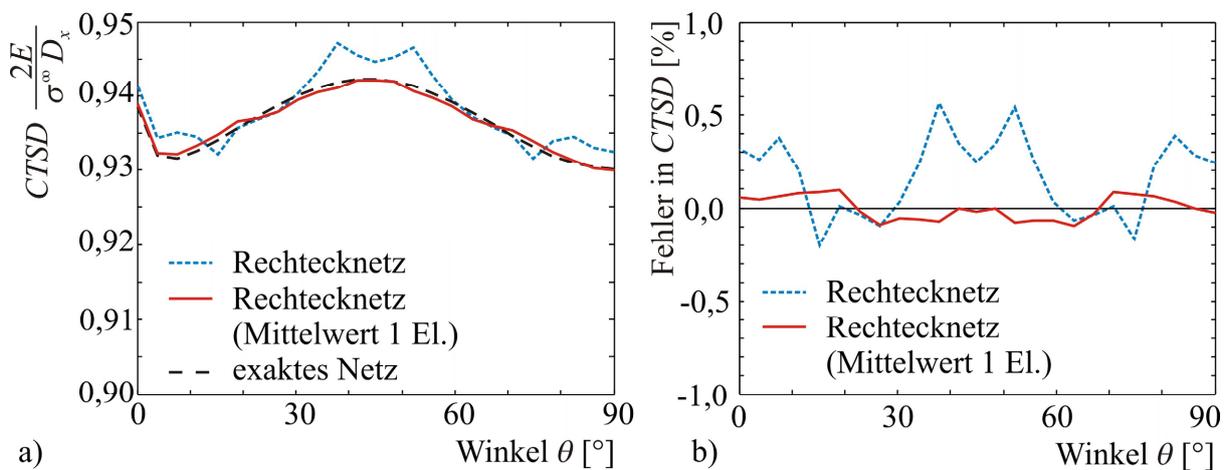


Bild 7.33: a) Rissspitzenableitung entlang der Rissfront und b) Fehler im Vergleich zum exakten Netz

Aufgrund dieser sehr guten Übereinstimmung in der plastischen Lösung zwischen exaktem Netz und vereinfachtem Rechtecknetz werden die folgenden Untersuchungen zur Rissausbreitung mit dem hier vorgeschlagenen vereinfachten Modellierungsansatz durchgeführt.

7.5.2 Unterschiedliche Rissausbreitungsraten in Modus II und III

Die bisherigen Untersuchungen zur Rissausbreitung sind allesamt für den Spezialfall $f_{III} = 1$ durchgeführt worden, bei dem die Rissausbreitung unabhängig vom Belastungsmodus proportional zur Abgleitung an der Rissfront erfolgt. Das in Gleichung (6.5) vorgeschlagene Rissausbreitungsgesetz bietet jedoch die Möglichkeit, eine geringere Rissausbreitungsrate bei einer Abgleitung im Belastungsmodus III abzubilden. Aus diesem Grund wird nun das Risswachstum auf einer Gleitebene für Werte von $f_{III} = 0,5$ und $0,75$ simuliert. Die Randbedingungen sowie die Anfangsriss- und Gleitebenengeometrie entsprechen dabei genau den bereits in Abschnitt 7.4 verwendeten Werten.

Zunächst wird die Entwicklung der Rissfront betrachtet, die in Bild 7.34a für konstante Zyklenzahlen dargestellt ist. Dabei verlangsamt sich das Risswachstum in die Tiefe mit abnehmendem f_{III} , so dass die Rissgeometrie zunehmend die Kontur einer flachen Ellipse annimmt. Für einen quantitativen Vergleich der Rissausbreitung ist in Bild 7.34b die Risslänge bzw. -tiefe über der Zyklenzahl aufgetragen. Hier zeigt sich, dass die Rissausbreitungsrate an der Oberfläche mit einer Verkleinerung von f_{III} nur minimal abnimmt. Da eine Rissverlängerung an der Oberfläche auch größere Abgleitungen im tiefsten Punkt des Risses zur Folge hat, ist das Verhältnis der Rissausbreitungsraten da / dN und dc / dN etwas größer als der Wert von f_{III} .

Somit ist das hier vorgestellte Modell grundsätzlich in der Lage, das im Ermüdungsversuch beobachtete, verlangsamte Risswachstum ins Materialinnere abzubilden (siehe Abschnitt 2.4). Auf eine Anpassung des Parameters f_{III} wird hier allerdings aufgrund der starken Abhängigkeit des Ergebnisses von der Korngeometrie sowie nicht vollständig vorliegenden experimentellen Daten verzichtet.

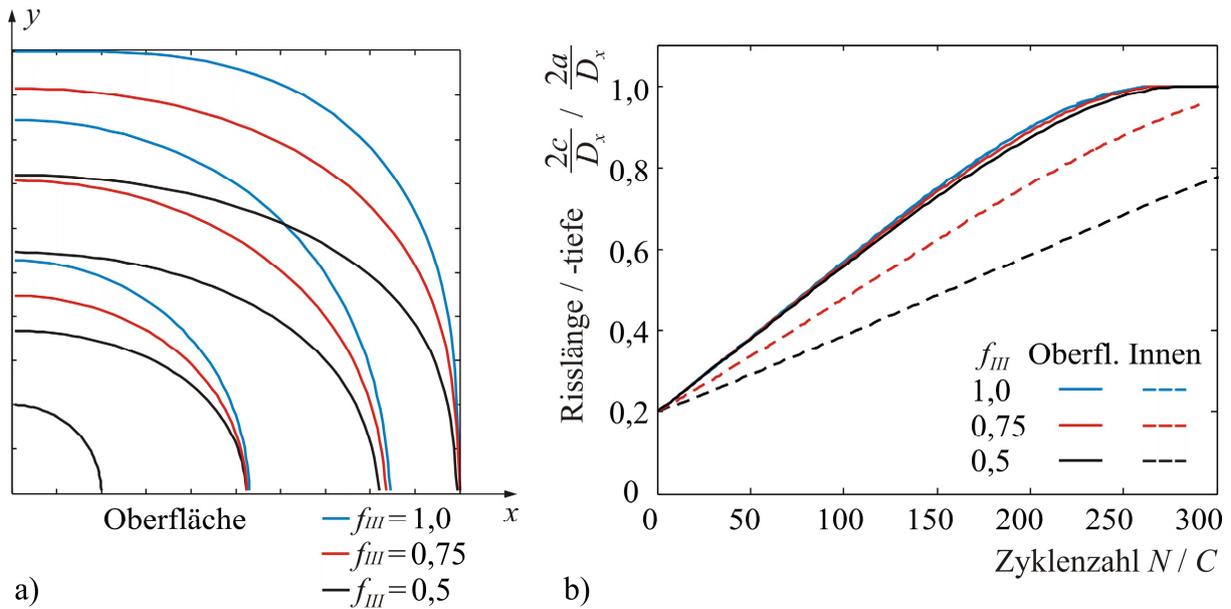


Bild 7.34: a) Entwicklung der Rissfront bei unterschiedlichen Werten für f_{III} und
b) Oberflächenriszlänge und Risstiefe über der Zyklenzahl

Neben dem oben verwendeten Risswachstumsgesetz nach Gleichung (6.5) ist in Abschnitt 6.2.2 ein weiterer Rissausbreitungsmechanismus vorgestellt worden, der nachfolgend eingesetzt wird. Dabei führt nach der Modellvorstellung von Pokluda und Pippan (2005) nur der Modus II-Anteil der Risspitzenableitung zum Rissfortschritt. Allerdings verteilt sich die plastische Deformation auf zwei unterschiedliche Gleitrichtungen. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich das in Bild 7.35 gezeigte Modell zur Simulation der Rissausbreitung auf einer Gleitebene. Analog zur Simulation in Abschnitt 7.4 ist die Gleitebene um den Winkel $\beta_z = 45^\circ$ geneigt und verläuft senkrecht ins Materialinnere. Die Abmessungen der Gleitebene sind $D_x \times (D_x/2)$ mit einem halbkreisförmigen Anfangsriss der Länge $a = c = 0,1D_x$.

Im Folgenden wird die Rissausbreitung für unterschiedliche Gleitbandwinkel simuliert, wobei die Gleitrichtungen mit $\beta_G^{(1)} = \beta_G^{(2)}$ immer symmetrisch bezüglich der x -Achse angenommen werden. Um die Gleitrichtungen auf einer Gleitebene im kfz- und im krz-Kristallgitter abzubilden, werden für $\beta_G^{(1)}$ Werte von 30° bzw. $35,3^\circ$ gewählt. Da der Winkel zwischen beiden Gleitrichtungen nun nicht mehr 90° beträgt, müssen die Spannungen und Verschiebungen noch nach Gleichung (6.7) und (6.8) transformiert werden. Zusätzlich wird der Fall $\beta_G^{(1)} = 45^\circ$ simuliert, bei dem die Gleitrichtungen senkrecht zueinander stehen. Da die Simulationen ohne Ausnutzung von Symmetrie durchgeführt werden, wird eine gröbere Diskretisierung mit ca. 450 rechteckigen Elementen verwendet.

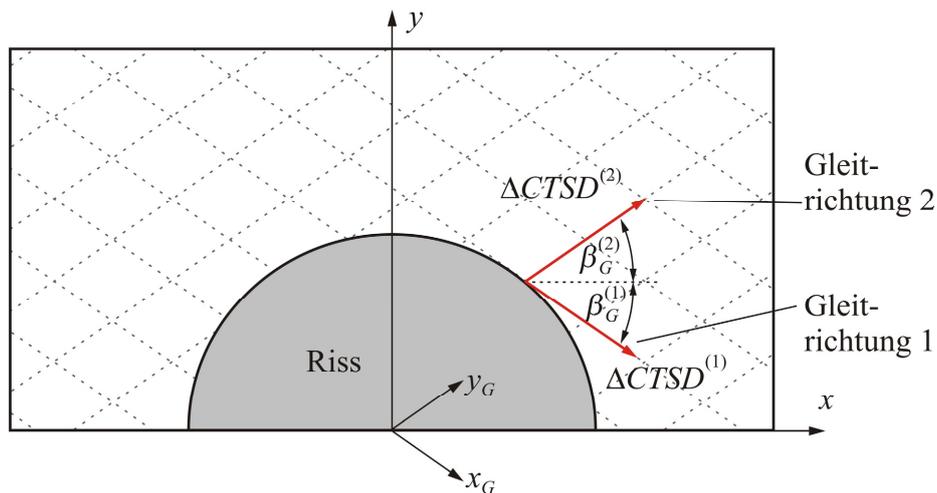


Bild 7.35: Modell zur Simulation der Rissausbreitung durch einen Wechselgleitmechanismus

Das Simulationsergebnis ist in Bild 7.36 in Form der wachsenden Rissfront gezeigt, wobei die Konturen bei jeweils konstanten Zyklenzahlen N/C dargestellt sind. Da die Winkel der Gleitrichtungen betragsmäßig gleich sind, breitet sich der Riss symmetrisch bezüglich der y -Achse aus. Darüber hinaus bildet sich in allen Simulationen bereits früh eine näherungsweise dreieckige Rissfront mit abgerundeten Kanten aus, die bei einer weiteren Rissausbreitung weitgehend erhalten bleibt. Dabei hängt die Form der sich bildenden Rissgeometrie in hohem Maße von der Orientierung der Gleitrichtungen ab. Während der Riss für $\beta_G^{(1)} = 45^\circ$ an der Oberfläche und in die Tiefe nahezu gleich schnell wächst, breitet sich der Riss für $\beta_G^{(1)} < 45^\circ$ deutlich langsamer ins Materialinnere aus. Eine genauere Betrachtung zeigt, dass die Dreieckskanten jeweils gut mit dem Verlauf einer Gleitrichtung übereinstimmen. Die Begründung für diese Übereinstimmung ergibt sich direkt aus dem Risswachstumsgesetz. Bestimmt man unter der Annahme einer konstanten Abgleitung entlang der Rissfront die Rissausbreitungsrate nach (6.6), so ergeben sich zwei Orientierungen der Rissfrontnormalen \mathbf{n} , für die der Rissfortschritt minimal wird. Diese Richtungen entsprechen genau einem Winkel von $\beta_G^{(1)} + 90^\circ$, so dass die Rissfront folglich parallel zu einer Gleitrichtung verläuft. Insgesamt zeigt sich vor allem für $\beta_G^{(1)} = 30^\circ$ eine sehr gute Übereinstimmung der Risskontur mit dem Modell von Pokluda und Pippan (2005) nach Bild 6.7.

In Bild 7.37 ist das Risswachstum über der Zyklenzahl dargestellt, wobei zum Vergleich das Ergebnis aus Bild 7.34b für eine Rissausbreitung unabhängig vom Belastungsmodus hinzugefügt ist. Wie sich oben bereits gezeigt hat, nimmt die Rissausbreitungsrate ins Materialinnere mit abnehmendem Gleitbandwinkel $\beta_G^{(1)}$ deutlich ab. Dafür wächst der Riss jedoch etwas schneller an der Oberfläche. Im Vergleich zur Lösung mit modunenabhängigem Riss-

ausbreitungsgesetz zeigt sich, dass der Riss bei allen Simulationen im Mehrfachgleitmechanismus deutlich langsamer wächst. Qualitativ stimmt der Kurvenverlauf für $\beta_G^{(1)} = 45^\circ$ jedoch gut mit der Vergleichslösung überein.

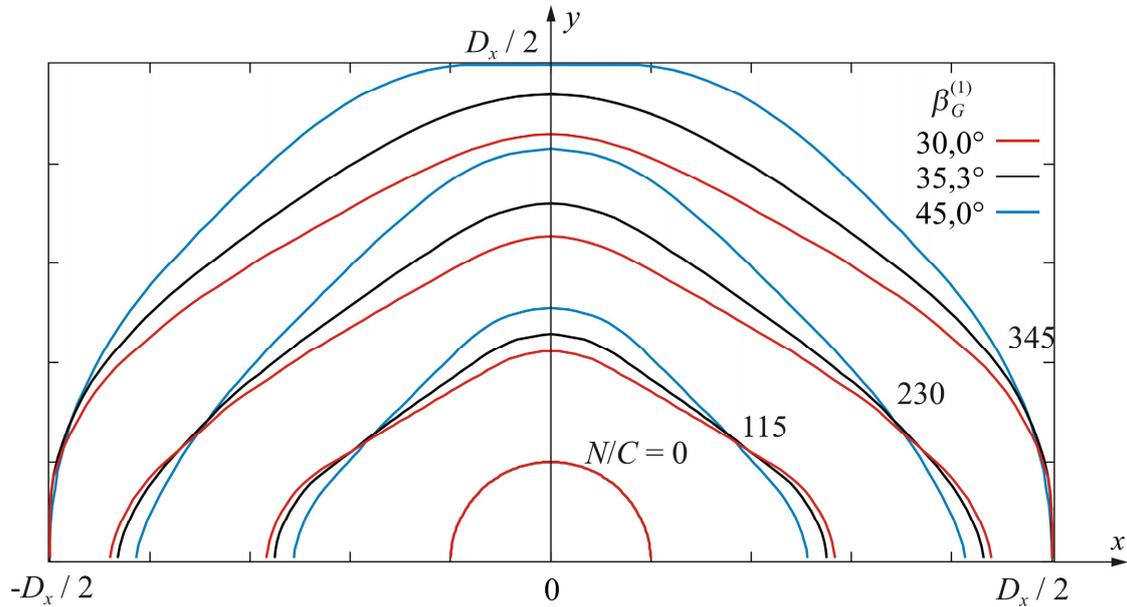


Bild 7.36: Entwicklung der Rissfront in Abhängigkeit von der Gleitrichtung

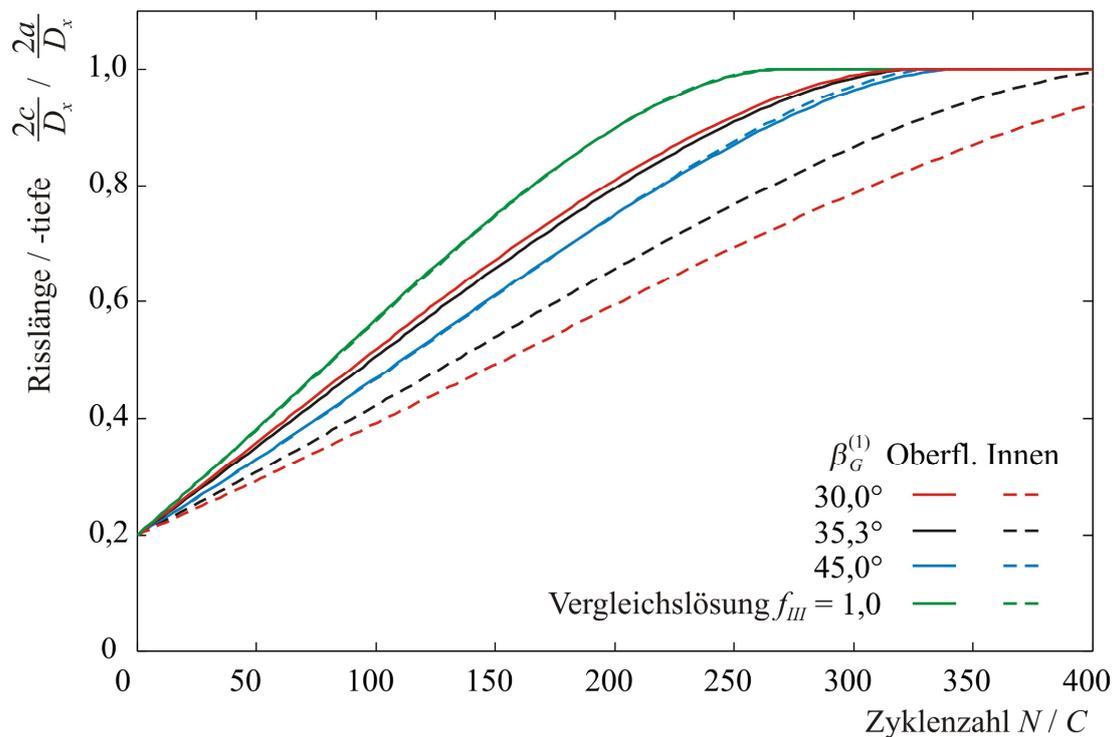


Bild 7.37: Risslänge und -tiefe in Abhängigkeit von der Gleitrichtung, zum Vergleich ist die Lösung nach Bild 7.34b eingezeichnet.

7.5.3 Rissausbreitung über eine Korngrenze

Im Anschluss an die Untersuchungen zur Stadium I-Rissausbreitung innerhalb des ersten Kornes wird nun das Risswachstum über mehrere Körner simuliert. Hierzu wird die Aktivierung einer weiteren Gleitebene im Nachbarkorn zugelassen, so dass sich der Riss über die Korngrenze hinaus ausbreiten kann. Dabei wird aufbauend auf den grundlegenden Studien in Abschnitt 7.3 untersucht, wie sich die Orientierung der zweiten Gleitebene auf das Risswachstum auswirkt. Zur Aktivierung einer neuen Gleitebene ist es erforderlich, dass eine Versetzungsquelle hinter der Korngrenze durch Erreichen einer kritischen Schubspannung aktiviert wird. Zu diesem Zweck werden analog zum Vorgehen in 7.4 entsprechend orientierte Sensorelemente im Nachbarkorn positioniert. Um weiterhin ein symmetrisches Rissproblem zu betrachten, erfolgt die Aktivierung einer weiteren Gleitebene auf beiden Seiten des Risses zur gleichen Zeit.

Ausgangspunkt für die Untersuchungen ist die Simulation der Rissausbreitung innerhalb eines Kornes nach Abschnitt 7.5.2. Dementsprechend besitzt die Gleitebene, auf der sich der Anfangsriß befindet, die Abmessungen $D_x \times D_x/2$ und verläuft bei einer Neigung von $\beta_z^{(1)} = 45^\circ$ senkrecht ins Materialinnere. In den Nachbarkörnern werden nun unterschiedlich orientierte Ebenen betrachtet, die analog zur Anfangsgleitebene eine Oberflächenlänge D_x und eine Tiefe $D_x/2$ besitzen. Die Lage der Gleitebenen ist bereits in Bild 7.15 für ein reines Abknicken und in Bild 7.17 für eine Verdrehung der neuen Gleitebenen gezeigt worden und wird daher nicht wiederholt. Im Detail werden nun die folgenden Fälle näher betrachtet: Neben einer direkten Verlängerung der ersten Ebene ($\beta_z^{(2)} = 45^\circ$) wird ein Abknicken an der Korngrenze auf $\beta_z^{(2)} = 30^\circ$ simuliert. Darüber hinaus wird für $\beta_z^{(2)} = 45^\circ$ der Einfluss einer zusätzlichen Verdrehung um $|\beta_x^{(2)}| = 22,5^\circ$ betrachtet. Da bei verdrehten Gleitebenen ein Risswachstum auf der Korngrenze erfolgt und somit auch deren Orientierung von Bedeutung ist, wird die Simulation für Korngrenzwinkel von $\beta_z^{(kg)} = -45^\circ, 0^\circ$ und 90° durchgeführt.

Zur Beschreibung der Rissausbreitung über die Korngrenze hinaus ist es im Prinzip möglich, beide in Abschnitt 6.2.2 vorgestellten Risswachstumsgesetze zu verwenden. Da beide Rissausbreitungsgesetze, wie in Bild 7.37 gezeigt, qualitativ ähnliche Risswachstumskurven ergeben, wird für die folgende Untersuchung der Einfachgleitmechanismus nach Gleichung (6.5) verwendet. Der Faktor f_{III} im Risswachstumsgesetz wird gleich Eins gesetzt, so dass sich der Riss unabhängig vom Belastungsmodus proportional zur Ableitung an der Rissfront ausbreitet. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass mit der Aktivierung der Gleitebene im

Nachbarkorn auch eine plastische Deformation auf der Korngrenze erfolgen kann. Prinzipiell wäre es nun möglich, ein neues Risswachstumsgesetz für die Rissausbreitung auf der Korngrenze zu berücksichtigen. An dieser Stelle wird jedoch zur Vereinfachung darauf verzichtet und das Gesetz für die Rissausbreitung auf Gleitebenen auch für die Korngrenze verwendet. Durch diese Annahme werden die physikalischen Vorgänge bei der Rissausbreitung über eine Korngrenze mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht korrekt beschrieben. Allerdings trifft der in Kauf genommene Fehler auf alle Simulationen mit Verdrehwinkel gleichermaßen zu, so dass ein Vergleich der Ergebnisse untereinander zulässig ist. Der Wert für die kritische Schubspannung zur Aktivierung der Gleitebenen in den Nachbarkörnern wird auf einen Wert von $\tau^c = 8\tau^F$ gesetzt. Damit erfolgt die Ausdehnung der plastischen Zone für den geraden Riss ohne Verdrehung bei einer Risslänge von $2c = 0,8D_x$, während die neuen Gleitebenen in allen anderen Fällen bei $2c = 0,9D_x$ aktiviert werden.

Zunächst wird die Entwicklung der Rissfront näher betrachtet, die in Bild 7.38a für $\beta_z^{(2)} = 45^\circ$, $\beta_x^{(2)} = 22,5^\circ$ und $\beta_z^{(kg)} = 90^\circ$ und in Bild 7.38b für $\beta_z^{(2)} = 45^\circ$, $\beta_x^{(2)} = -22,5^\circ$ und $\beta_z^{(kg)} = 0^\circ$ gezeigt ist. Beide Fälle sind bereits in Abschnitt 7.3.2 im Rahmen der Untersuchungen am Rechteckriss betrachtet worden. Dabei hat sich gezeigt, dass die Richtung des Drehwinkels $\beta_x^{(2)}$ einen erheblichen Einfluss auf die Rissspitzenabgleitung in Oberflächennähe besitzt (siehe Bild 7.22). Während für $\beta_x^{(2)} < 0^\circ$ durch eine günstige Überlagerung der Schubspannungskomponenten besonders große Abgleitungen aufgetreten sind, hat sich dieser Effekt für $\beta_x^{(2)} > 0^\circ$ umgekehrt. Dieser Einfluss zeigt sich nun auch bei der Simulationen der Rissausbreitung. In Bild 7.38a mit $\beta_x^{(2)} > 0^\circ$ wächst der Riss an der Oberfläche vergleichsweise langsam, so dass die Rissfront die Oberfläche unter einem Winkel von ca. 90° schneidet. Im Gegensatz dazu bereitet sich der Riss in Bild 7.38b sehr schnell an der Oberfläche aus, während das Risswachstum im Materialinneren deutlich langsamer erfolgt.

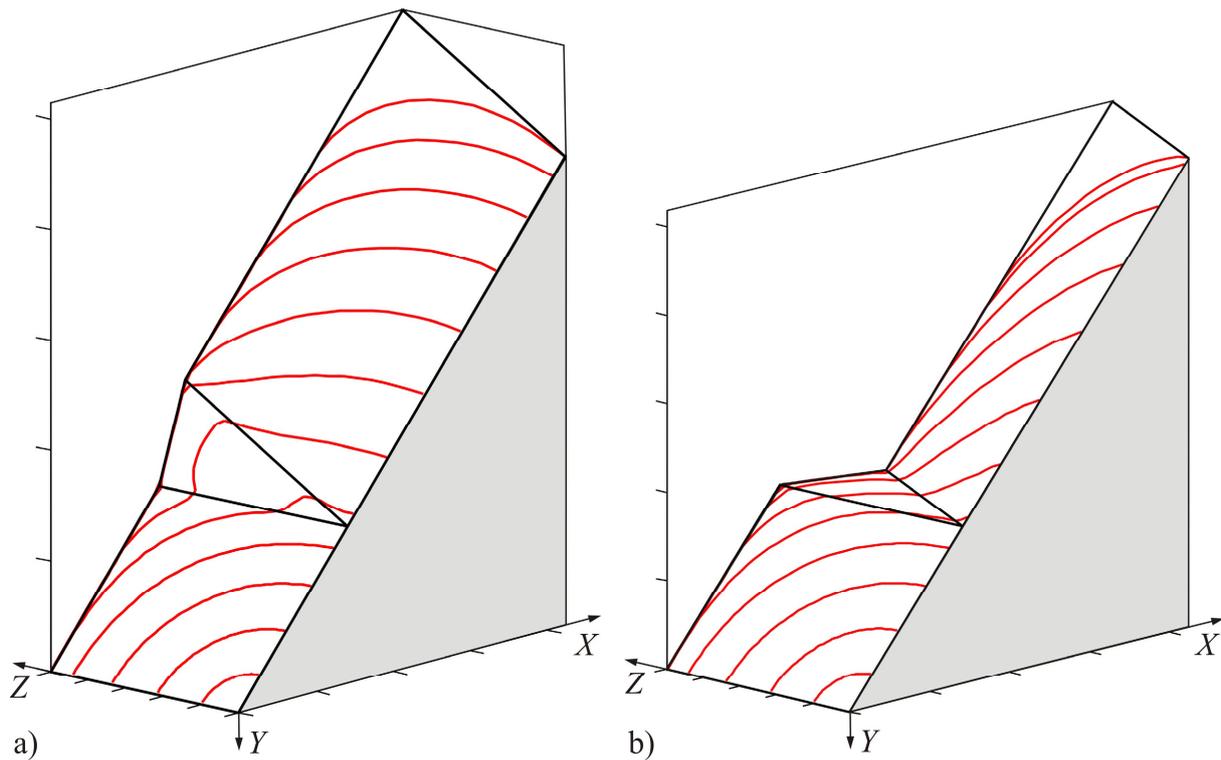


Bild 7.38: Darstellung der Rissfront über der Gleitebenegeometrie für a) $\beta_x^{(2)} = 22,5^\circ$, $\beta_z^{(kg)} = 90^\circ$ und b) $\beta_x^{(2)} = -22,5^\circ$ und $\beta_z^{(kg)} = 0^\circ$

Zur genaueren Untersuchung des Einflusses der Gleitebenenorientierung auf die Rissausbreitung ist in Bild 7.39 die wahre Risslänge über der Zyklenzahl für alle Simulationen dargestellt. Dabei zeigt sich zunächst, dass es bei den Simulationen ohne Verdrehung ($\beta_x^{(2)} = 0^\circ$) direkt nach Aktivierung der zweiten Gleitebene zu einem sprunghaften Anstieg der Rissausbreitungsrate kommt. Entsprechend breitet sich der Riss in diesen Fällen am schnellsten bis zum Ende der zweiten Ebene aus. Im Gegensatz dazu bleibt ein deutlicher Anstieg der Rissausbreitungsrate für die Berechnungen mit $\beta_x^{(2)} \neq 0^\circ$ direkt nach der Ausdehnung der plastischen Zone aus. Erst nachdem die Rissfront die Korngrenze überschritten hat, kommt es hier zu einem Anstieg der Risswachstumsgeschwindigkeit. An dieser Stelle zeigt sich ein deutlicher Einfluss des Korngrenzwinkels, da der Riss für $\beta_z^{(kg)} = 0^\circ$ bzw. 90° zunächst schneller wächst als für $\beta_z^{(kg)} = -45^\circ$. Folglich wirkt sich hier das geringe Abknicken an der Korngrenze günstig auf die Rissausbreitung aus. Im weiteren Verlauf der Simulation macht sich dann der bereits oben gezeigte Effekt bemerkbar, wonach der Riss für $\beta_x^{(2)} < 0^\circ$ schneller wächst als für $\beta_x^{(2)} > 0^\circ$.

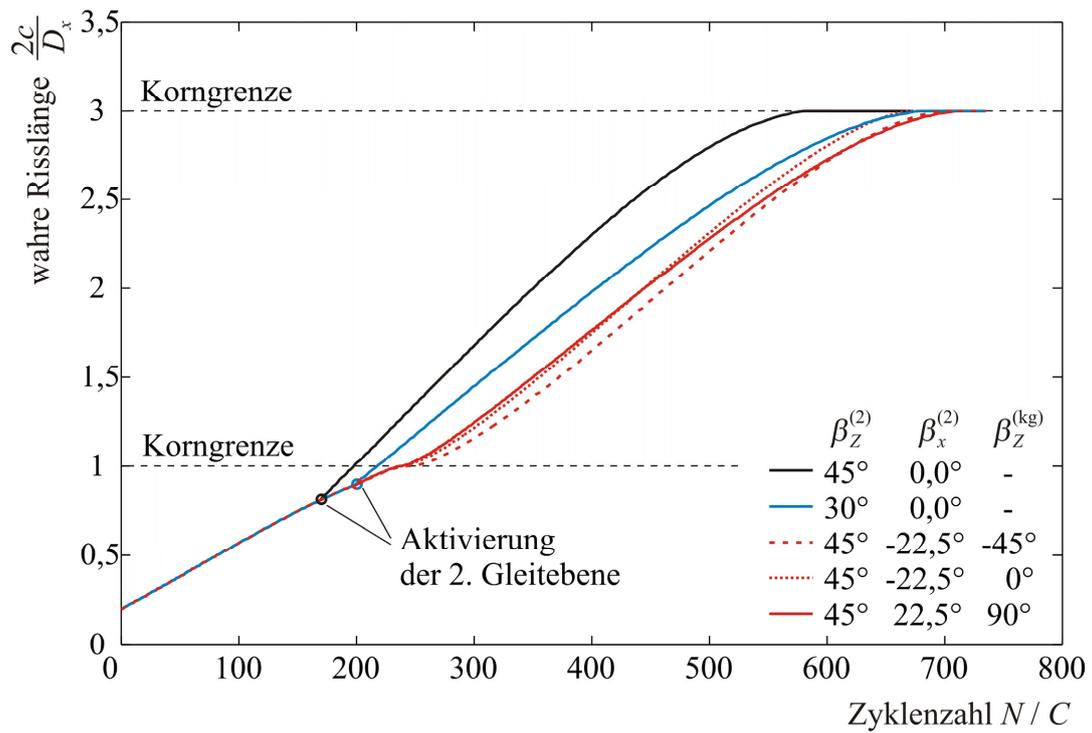


Bild 7.39: Darstellung der Risslänge über der Zyklenzahl für unterschiedlich orientierte Gleitebenen in den Nachbarkörnern

8 Zusammenfassung und Diskussion

Aus zahlreichen experimentellen Untersuchungen ist bekannt, dass die Phase der mikrostrukturabhängigen Kurzrisssausbreitung bei zyklisch beanspruchten Bauteilen einen großen Anteil an der Gesamtlebensdauer ausmachen kann. Daher liegt ein Schlüssel zum besseren Verständnis des Schädigungsprozesses und zur Erstellung genauerer Lebensdauervorhersagen in der Entwicklung von Simulationsmodellen, die den Einfluss der Mikrostruktur auf das Risswachstum mit berücksichtigen. Trotz dieser großen praktischen Bedeutung bilden viele der in der Literatur veröffentlichten Modelle die komplexe Wechselwirkung zwischen Riss und Gefüge nur stark vereinfacht ab, indem empirische Ansätze verwendet oder lediglich eindimensionale Modellprobleme betrachtet werden.

Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Dissertation zwei neue Modellierungsansätze zur Beschreibung der mikrostrukturabhängigen Kurzrisssausbreitung entwickelt. Im ersten Teil dieser Arbeit wurde ein zweidimensionales, anwendungsorientiertes Modell vorgestellt, das die wesentlichen Einflussgrößen auf die Kurzrisssausbreitung in der Titanlegierung Ti6Al4V erfasst und für gefügeabhängige Lebensdauervorhersagen eingesetzt werden kann. Anschließend wurde im zweiten Teil dieser Dissertation ein neues 3D-Modell präsentiert, das die Ausbreitung von Stadium I-Rissen auf Gleitebenen nicht nur an, sondern auch unterhalb der Oberfläche detailliert abbildet und dabei die reale räumliche Orientierung der Gleitebene und -richtung mit erfasst.

Als Grundlage für die Entwicklung des in Kapitel 4 vorgestellten, zweidimensionalen Kurzrisssmodells dienten umfangreiche experimentelle Untersuchungen, die im Rahmen dieses Gemeinschaftsprojekts am Institut für Werkstofftechnik der Universität durchgeführt wurden. Dabei wurde das Ermüdungsrissswachstum in der Titanlegierung Ti6Al4V in zwei unterschiedlichen Wärmebehandlungszuständen erforscht, die beide eine bimodale Mikrostruktur aufwiesen und sich vor allem in ihrer Korngröße unterschieden (vgl. Abschnitt 2.4). Die Untersuchungen haben gezeigt, dass sich kurze Risse in diesen Gefügen sowohl transkristallin auf Gleitbändern als auch interkristallin auf Korngrenzen ausbreiten. Während das Risswachstum im ersten Fall schubspannungskontrolliert abläuft, ist in letzterem Fall die Normalspannung die treibende Kraft für die Ausbreitung des Risses. Bei einem Vergleich der in der Literatur veröffentlichten Kurzrisssmodelle in Abschnitt 2.6 hat sich gezeigt, dass vor allem das zweidimensionale Kurzrisssmodell von Schick (2004) eine gute Basis für die weitere Modellentwicklung bietet. Dieser Ansatz, der im Rahmen eines Vorgängerprojektes am Institut für Mechanik und Regelungstechnik - Mechatronik der Universität Siegen erstellt wurde,

beschreibt das Stadium I-Risswachstum auf Gleitbändern und berücksichtigt bereits die Barrierewirkung von Korngrenzen sowie geometrisches Riss schließen. Darüber hinaus erlaubt das effektive numerische Lösungsverfahren auf Basis von Versetzungsdipol-Randelementen die Simulation der Rissausbreitung über mehrere Körner hinweg.

Da das Modell von Schick jedoch nur ein schubspannungskontrolliertes Risswachstum in kubischen Kristallgittern zulässt, wurden eine Reihe von Modifikationen und Erweiterungen durchgeführt. In Abschnitt 4.1 wurde zunächst das hexagonal dichtest gepackte Gitter von Titan implementiert, wobei auf Basis der Untersuchungen an realen Risspfaden die Basalebene sowie die prismatischen Ebenen als potentielle Gleitebenen zur Verfügung stehen. Auf die Hinzunahme weiterer Ebenen wurde verzichtet, da diese keine dichtest gepackten Gleitrichtungen beinhalten und somit deutlich größere Fließschubspannungen aufweisen.

Eine weitere Besonderheit der hier untersuchten Titanlegierung mit bimodaler Mikrostruktur ist, dass neben globularen α_p -Körnern lamellare Kolonien vorliegen, die sich aus parallel verlaufenden Platten mit gleicher Kristallorientierung zusammensetzen. Aufgrund der festen Orientierungsbeziehung (Burgersbeziehung) zwischen den Lamellen und der umgebenden Matrix ergeben sich hier Gleitsysteme, die sich ohne bzw. mit nur minimaler Missorientierung über die gesamte Kolonie erstrecken. Daher wurde im Hinblick auf die praktische Anwendbarkeit des Modells auf eine detaillierte Abbildung jeder einzelnen Lamelle verzichtet und die gesamte Kolonie als ein Korn betrachtet, in dem eine Abgleitung jedoch nur auf den oben genannten günstigen Gleitsysteme möglich ist. Diese Annahme wird auch durch die Literatur bestätigt, wo die effektive Gleitbandlänge, die sich aus der Koloniegröße ergibt, als entscheidender Einflussparameter für die Kurzrissausbreitung angesehen wird (Lütjering und Williams 2007).

In Abschnitt 4.2 wurde das Modell um den Mechanismus der interkristallinen Rissausbreitung erweitert. Hier haben die experimentellen Untersuchungen gezeigt, dass Ermüdungsriss auf Korngrenzen wachsen, die näherungsweise senkrecht zur äußeren Beanspruchung verlaufen. Um diesen normalspannungskontrollierten Rissausbreitungsmechanismus im Modell abzubilden, wird ein Rissausbreitungsgesetz verwendet, das auf der zyklischen Risspitzenöffnung basiert. Ursache für die Rissöffnung ist dabei eine plastische Deformation in den angrenzenden Körnern, wobei aufgrund der unterschiedlichen Kristallorientierungen von mehreren aktiven Gleitsystemen ausgegangen wird. Im Modell wird diese plastische Deformation auf einen Fließstreifen projiziert, der sich auf der Korngrenze befindet und sowohl eine Normal- als auch eine Tangentialverschiebung zulässt. Als Kriterium für das Einsetzen plastischer Verfor-

mung wird die von Mises-Vergleichsspannung verwendet. Das Verhältnis zwischen Normal- und Tangentialverschiebung wird dabei analog zum Modell eines Dugdale-Risses unter gemischter Beanspruchung von Becker und Gross (1988) aus dem Verhältnis der jeweiligen Spannungskomponenten ermittelt. Da sich dieses Verhältnis während der plastischen Deformation ändern kann, wird eine schrittweise Aufbringung der Last eingeführt.

Ein Nachteil dieses Modellierungsansatzes zur Beschreibung der Rissausbreitung auf Korngrenzen ist sicherlich, dass die plastische Deformation nur vereinfacht über einen Fließstreifen auf der Korngrenze dargestellt wird. Hier wäre eine detailliertere Betrachtung wünschenswert, bei der alle aktiven Gleitsysteme in den angrenzenden Körnern mit einbezogen werden. Ein solches Vorgehen wäre jedoch sehr aufwändig und somit für die Durchführung einer großen Anzahl an Simulationen im Rahmen einer Lebensdauerprognose ungeeignet. Darüber hinaus ist fraglich, ob das derzeit verwendete numerische Lösungsverfahren auf Basis von Randelementen bei sich kreuzenden Gleitebenen weiterhin anwendbar ist. Daher stellt die hier verwendete vereinfachte Betrachtung aus Sicht des Verfassers einen guten Kompromiss dar. Eine alternative Modellierung der plastischen Deformation wäre auch nach dem von Stoll und Wilkinson (2009) vorgestellten Mechanismus denkbar, bei dem lediglich ein aktives Gleitsystem in jedem Korn an der Korngrenze aktiviert wird. Dieser Ansatz erscheint jedoch basierend auf den experimentellen Untersuchungen nicht zutreffend, da keine entsprechenden Gleitspuren in der Umgebung von aufgerissenen Korngrenzen beobachtet wurden.

Zur Durchführung von Simulationen mit dem oben vorgestellten Modellansatz ist die Kenntnis der mikrostrukturellen Fließschubspannung sowie der kritischen Spannung zur Aktivierung neuer Gleitsysteme und Korngrenzen erforderlich. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Werte aus den makroskopisch bestimmbar Größen der zyklischen Fließspannung, der Dauerfestigkeit sowie dem mittleren Korndurchmesser unter Verwendung der analytischen Lösung für einen Riss auf einem Gleitband nach Navarro und de los Rios (1988a) abgeleitet. Dieses Vorgehen war erforderlich, da eine direkte Messung der Werte in einem polykristallinen Gefüge nicht möglich war. Entsprechend müssen die ermittelten Größen bedingt durch diesen indirekten Ansatz kritisch betrachtet werden. Da die Werte jedoch physikalisch sinnvoll erscheinen und, wie sich in Kapitel 5 zeigt, zu guten Ergebnissen führen, wird dieser Weg insgesamt als geeignet angesehen.

In Abschnitt 5.1 wurde das Kurzrisssmodell zunächst validiert, indem die Ausbreitung realer Ermüdungsrisse simuliert und das Ergebnis mit den experimentellen Daten verglichen wurde.

Dabei zeigt sich nach einmaliger Anpassung der Parameter C_{CTSD}/C_{CTOD} im Risswachstumsgesetz sowohl für den millgeglühten als auch für den lösungsgeglühten Wärmebehandlungszustand eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment. So bildet das Modell das verlangsamte Risswachstum vor einer Korngrenze und die beschleunigte Rissausbreitung auf geraden Gleitbändern oder senkrecht zur Belastungsrichtung verlaufenden Korngrenzen richtig ab. An einem Beispiel werden jedoch auch die Grenzen des zweidimensionalen Modellierungsansatzes deutlich, da hier eine zu große Rissausbreitungsrate prognostiziert wird. Als Gründe für die Abweichung sind dreidimensionale Einflüsse wie der Kornverlauf unterhalb der Oberfläche oder ein Auffächern des Risses zu nennen, die nicht in das 2D-Modell mit einfließen. Die Mechanismen der Rissausbreitung werden jedoch auch hier qualitativ richtig wiedergegeben, so dass durch eine Anpassung des Parameters C_{CTSD} eine quantitativ gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Versuch zu erreichen ist. Somit weicht die hier gewählte Vorgehensweise von den Arbeiten von Schick (2004) und Künkler (2007) ab, in denen die Konstante C und der Exponent m für jeden Riss einzeln bestimmt werden. Durch diese Parameteranpassung geht jedoch aus Sicht des Verfassers dieser Arbeit die Information über die Verlässlichkeit des Modells verloren, weshalb hier bewusst darauf verzichtet wird.

Im Hinblick auf die Anwendung des Modells zur Rissausbreitungssimulation in virtuellen Mikrostrukturen wurde in Abschnitt 5.2 ein Verfahren zur Generierung synthetischer Gefüge auf Basis des Voronoi-Algorithmus vorgestellt. Durch weitere Gefügemodifikationsstufen wie das Teilen einzelner Körner bzw. das Zusammenziehen benachbarter kleiner Körner zu einem großen Korn ist es damit möglich, nahezu beliebige bimodale Titangefüge zu generieren. Dabei kann sowohl der mittlere Korndurchmesser als auch die Korngrößenverteilung für jede Phase einzeln angepasst werden. Entsprechend zeigt sich für beide Wärmebehandlungszustände, den millgeglühten und den lösungsgeglühten, eine gute Übereinstimmung zwischen der generierten virtuellen Mikrostruktur und dem realen Gefüge.

In Abschnitt 5.3 wurden zunächst neue Ansätze vorgestellt und implementiert, um zusätzliche dreidimensionale Einflüsse auf das Kurzrisswachstum im 2D-Modell näherungsweise mit zu berücksichtigen. Die wichtigste Größe ist dabei der Drehwinkel zwischen zwei Gleitebenen in benachbarten Körnern, der nach Zhai et al. (2000) den Risspfad und die Barrierestärke einer Korngrenze maßgeblich bestimmt. Zu dessen Erfassung wurde im Rahmen dieser Arbeit ein energiebasiertes Kriterium von Ma et al. (2006) gewählt, das die Hinderniswirkung einer Korngrenze nicht als konstante Größe, sondern in Abhängigkeit vom Drehwinkel definiert. Entsprechend ist bei einer Gleitebene mit kleinem Drehwinkel nur eine geringe Spannungs-

intensität zur Aktivierung erforderlich, während ein weiteres Risswachstum auf einer stark verdrehten Gleitebene nahezu ausgeschlossen ist. Dieser Ansatz bietet einen entscheidenden Vorteil gegenüber dem von Schick (2004) vorgeschlagenen Verfahren, bei dem die Spannungssensoren entlang der Korngrenze verschoben werden. So besitzt das Aktivierungskriterium weithin den Charakter einer Spannungsintensität, wodurch es unabhängig vom Abstand des Spannungssensors zur Korngrenze bleibt. Bei der Prüfung des Aktivierungskriteriums wird darüber hinaus noch die räumliche Lage der potentiellen Gleitrichtungen durch die Bestimmung einer effektiven Sensorspannung mit erfasst. Dadurch wird eine Differenzierung der verschiedenen Ebenentypen im hexagonalen Kristallgitter ermöglicht, wobei die Basalebene mit drei dichtest gepackten Gleitrichtungen deutlich günstigere Voraussetzungen für eine Aktivierung bietet als die prismatischen Ebenen mit nur einer Gleitrichtung. Erst durch die Berücksichtigung dieser zusätzlichen dreidimensionalen Einflüsse ist das Modell in der Lage, die Ausbreitung realer Ermüdungsriss realitätsnah abzubilden, da sich der Riss andernfalls ohne abzuknicken unter einem Winkel von ca. 45° ausbreiten würde.

Anschließend wurde das Modell zur Simulation der Rissausbreitung in den in Abschnitt 5.2 erstellten, virtuellen Gefügen eingesetzt. Die berechneten Risspfade weisen dabei einen zigzag-förmigen Verlauf auf, der gut mit experimentell beobachteten Ermüdungsrissen übereinstimmt. Hier wirkt sich die zusätzliche Berücksichtigung des Drehwinkels in der Simulation aus, wodurch neu aktivierte Gleitebenen nur geringe Verdrehungen zur aktiven, risstragenden Ebene aufwiesen. Im Hinblick auf eine Lebensdauervorhersage wurden bei jeder Spannungsamplitude 100 Simulationen mit zufällig gewählten Risskeimen auf günstig orientierten Gleitbändern durchgeführt, um statistische Aussagen über den Einfluss der Mikrostruktur auf die Rissausbreitung zu erhalten. Die Ergebnisse zeigen, dass die Wechselwirkung zwischen Riss und Mikrostruktur sehr gut wiedergegeben wird. Das Risswachstum ist durch oszillierende Rissausbreitungsraten gekennzeichnet, was auf die Barrierewirkung von Korngrenzen sowie auf ungünstig orientierte Gleitebenen zurückgeführt werden kann. Gleichzeitig ergibt sich daraus vor allem im Bereich geringer Spannungsamplituden eine erhebliche Streuung in den berechneten Bruchzyklenzahlen, wobei die meisten Risse an einer Korngrenze stehen bleiben.

Aus den Simulationsdaten wurden synthetische Wöhlerlinien abgeleitet, die sowohl für die millgeglühte als auch die lösungsgeglühte Mikrostruktur eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Ermüdungsdaten zeigen. Dabei wird zum einen die Dauerfestigkeit für beide Gefüge in der Simulation richtig vorhergesagt, da bei dieser Spannungsamplitude sowohl Probenbrüche als auch Durchläufer prognostiziert werden. Zum anderen stimmt auch die Steigung der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich gut mit den realen Bruchzyklenzahlen

überein. Somit ist das Modell grundsätzlich in der Lage, den Einfluss der Mikrostruktur auf die Lebensdauer richtig wiederzugeben.

Bei den Simulationen wurde vorausgesetzt, dass die Gesamtlebensdauer durch die mikrostrukturabhängige Kurzrissausbreitung dominiert wird. Dementsprechend wurde die Phase der Rissinitiierung bei der Bestimmung der Bruchzyklenzahl vernachlässigt. Da die Berechnungen jedoch mit einer Anfangsrisslänge gestartet wurden, die nur einem Bruchteil der Länge eines Gleitbandes entspricht, ist der dadurch entstandene Fehler gering. Auf den Einsatz eines einfachen analytischen Ansatzes wie z.B. Chan (2003) wurde bewusst verzichtet, da dieser zusätzliche unbekannte Parameter enthält. Ebenso vernachlässigt wurde die Phase der Langrissausbreitung, die sich an das mikrostrukturbestimmte Kurzrisswachstum anschließt. Da es bei einer realen Ermüdungsprobe jedoch sehr schnell zum Versagen durch Risskoaleszenz kommt, ist der durch diese Vereinfachung verursachte Fehler vergleichsweise gering. Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass das Zusammenwachsen von kurzen Oberflächenrissen ein dreidimensionales Problem darstellt, das sich mit einem 2D-Modell nicht beschreiben lässt.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde in Kapitel 6 ein neues dreidimensionales Modell zur Simulation der Stadium I-Kurzrissausbreitung vorgestellt. Im Vergleich zu bestehenden ein- und zweidimensionalen Ansätzen bietet dieses Modell erhebliche Vorteile im Hinblick auf eine möglichst realitätsnahe Abbildung mikrostrukturell kurzer Ermüdungsrisse. So wird die Ausbreitung von Oberflächenrissen beschrieben, die sich auf einer beliebig orientierten, kristallinen Gleitebene sowohl an der Oberfläche als auch ins Materialinnere hinein ausbreiten können. Zwischen den Rissflanken ist dabei eine Rissöffnung sowie eine Tangentialverschiebung möglich. Auf der aktiven Gleitebene wird ein elastisch-kristallplastisches Materialverhalten vorausgesetzt, so dass es dort zu einer plastischen Deformation durch Abgleitung kommt, sobald die Schubspannung auf einem Gleitsystem die mikrostrukturelle Fließschubspannung überschreitet. Die plastische Verformung erfolgt dabei entlang kristalliner Gleitrichtungen, deren Verlauf sich direkt aus der Kristallorientierung ergibt.

In Übereinstimmung mit dem Modell von Schick (2004) werden die Korngrenzen als mikrostrukturelle Barrieren angesehen, die eine Ausbreitung der plastischen Zone über die Grenze hinweg zunächst verhindern. Erst nachdem in einer Versetzungsquelle im Nachbarkorn eine kritische Schubspannung erreicht wird, kommt es zu einer Aktivierung der entsprechenden Ebene und damit zu einer Vergrößerung der plastischen Zone. Durch den dreidimensionalen

Ansatz ist es dabei möglich, die tatsächliche Schubspannung auf einem Gleitsystem unter Berücksichtigung des Verlaufs der Gleitrichtung sowie der Orientierung der Gleitebene unterhalb der Oberfläche zu ermitteln. Bei der anschließenden Rissausbreitung über die Barriere wird darüber hinaus die reale Missorientierung zwischen den Gleitebenen erfasst, die sich aus einer Verkippung der Gleitspuren an der Oberfläche und einer Verdrehung der Ebenen im Materialinneren zusammensetzt. Entsprechend bildet sich auf der Korngrenze eine keilförmige Fläche, die zunächst aufreißen muss, ehe sich das Risswachstums ins Nachbarkorn hinein fortsetzt. Da die Verdrehung der Ebenen nach Zhai et al. (2000) der entscheidende Faktor für die Barrierestärke einer Korngrenze ist, bietet das hier entwickelte dreidimensionale Kurzrissmodell aus Sicht des Verfassers entscheidende Vorteile gegenüber 2D-Modellen, bei denen der Drehwinkel nur indirekt über einen Korrekturansatz mit berücksichtigt werden kann.

Von besonderer Bedeutung in dem entwickelten Modell ist der in Abschnitt 6.2 vorgestellte Mechanismus zur Beschreibung der Rissausbreitung. Dabei wird grundsätzlich ein schubspannungskontrolliertes Risswachstum angenommen, wobei irreversible Abgleitvorgänge entlang der Rissfront die treibende Kraft für die Rissausbreitung sind. Im Gegensatz zum eindimensionalen Modell von Wilkinson et al. (1998) ändert sich jedoch der Belastungsmodus entlang der Rissfront eines Oberflächenrisses kontinuierlich zwischen reiner Modus II- und reiner Modus III-Abgleitung. Gleichzeitig ist aus experimentellen Untersuchungen bekannt, dass Stadium I-Risse unter globaler Modus III-Beanspruchung nur sehr langsam wachsen (Pokluda und Pippan 2005). Aus diesem Grund wird im Modell eine Differenzierung zwischen den Beanspruchungsmoden vorgenommen, wobei zwei verschiedene Rissausbreitungsgesetze verwendet werden. Der erste Ansatz geht von lediglich einem aktiven Gleitsystem aus und berücksichtigt eine geringere Konstante C im Risswachstumsgesetz bei einer Rissausbreitung im Modus III. Im Gegensatz dazu geht der zweite Ansatz nach Pokluda und Pippan (2005) von zwei aktiven Gleitsystemen auf der Gleitebene aus, wobei nur der lokale Modus II-Anteil der Abgleitung zu einer Rissverlängerung führt.

Das Rissproblem wird numerisch mit einer Randelementemethode gelöst, wobei die von Dai et al. (1996) vorgestellten finiten Versetzungsringelemente mit linearem Verschiebungsansatz eingesetzt werden. In Abschnitt 6.4 wird die Methode vorgestellt und auf beliebige, abknickende Rissgeometrien erweitert. In den Elementen vor der Korngrenze kann zusätzlich eine Ansatzfunktion implementiert werden, um den Verschiebungsverlauf vom Typ $r^{0,5}$ in diesem Bereich möglichst gut zu approximieren. Die elastisch-plastische Lösung des Rissproblems wird mit diesem numerischen Verfahren iterativ bestimmt, indem die Schubspannung in den

jeweils überlasteten Elementen auf den Wert der Fließschubspannung gesetzt wird. Darüber hinaus berücksichtigt das Lösungsverfahren geometrisches Riss-schließen, wodurch eine Durchdringung der Rissufer unterbunden wird. Der große Vorteil der verwendeten Randlelementemethode ist, dass lediglich der Riss und die aktiven Gleitebenen diskretisiert werden müssen. Durch die Verwendung von Elementen mit linearem Verschiebungsansatz können darüber hinaus bereits bei einer relativ groben Diskretisierung gute Ergebnisse erzielt werden.

Das entwickelte dreidimensionale Kurzrissmodell wurde in Kapitel 7 zur Lösung von Rissproblemen angewendet. In Abschnitt 7.1 wurden zunächst einige grundlegende Studien an rechteckigen Innenrissen durchgeführt. Dabei konnte gezeigt werden, dass die numerische Lösung ein sehr gutes Konvergenzverhalten besitzt und die Abgleitung an der Rissfront selbst bei einer groben Diskretisierung mit hoher Genauigkeit bestimmt werden kann. In den Elementen vor der Korngrenze erwies sich jedoch der Einsatz einer zusätzlichen Ansatzfunktion als empfehlenswert, um die Relativverschiebungen in diesem Bereich sowie die Sensorspannungen auf potentiellen Gleitebenen hinter der Korngrenze exakt bestimmen zu können. Darüber hinaus wurde der Einfluss der Risstiefe auf die Riss-spitzenabgleitung untersucht. Dabei konnte gezeigt werden, dass die Werte für einen tiefen Riss mit $D_y / D_x = 4$ nur geringfügig unterhalb der Ergebnisse des 2D-Modell von Schick lagen, das einen Durchgangsriss in einer Scheibe darstellt. Für flache Risse sinkt die Riss-spitzenabgleitung jedoch signifikant ab, so dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit hier mit einem 2D-Modell erheblich überschätzt würde. Gleiches gilt für die Sensorspannungen auf potentiellen Gleitebenen hinter der Korngrenze, da auch hier die Schubspannung mit zunehmender Risstiefe stark ansteigt.

Im Anschluss an diese Studien folgten in Abschnitt 7.2 Untersuchungen zur Ausbreitung von Oberflächenrissen. Dabei wurde zunächst das Spannungsfeld im Bereich des Schnittpunktes der Rissfront mit der freien Oberfläche bestimmt, um geeignete Orte für die Positionierung der Sensorelemente festzulegen. Auf Basis der Ergebnisse erfolgte die Sensorpositionierung bei allen folgenden Simulationen nicht direkt an der Oberfläche, um die Spannungen weiterhin in dem durch die klassische $r^{-0,5}$ -Spannungssingularität geprägten Bereich auszuwerten.

Anschließend wurde der Einfluss der freien Oberfläche auf die Riss-spitzenabgleitung untersucht. Dabei ergaben sich für einen senkrecht in die Tiefe verlaufenden Oberflächenriss verglichen mit einem entsprechenden Innenriss nur geringfügig größere plastische Deformationen. Ein bemerkenswerter Effekt tritt dagegen bei einem Riss auf einer Gleitebene auf, die nicht senkrecht zur Oberfläche steht. Bedingt durch die zusätzliche Schubspannungskom-

ponente aus der äußeren Beanspruchung kommt es hier bei einem scheinbar symmetrischen Rissproblem zu unterschiedlich großen Abgleitungen an beiden Rissspitzen.

In Abschnitt 7.3 wurden Studien zur Rissausbreitung über mehrere Körner durchgeführt, wobei der Einfluss des Kippwinkels, des Drehwinkels und der Gleitrichtung auf die Rissspitzenabgleitung ermittelt wurde. Da bei abknickenden Rissen unter wechselnder Beanspruchung geometrisches Riss schließen auftreten kann, wurde hier jeweils die Schwingbreite der Rissspitzenabgleitung aus einer kompletten Hystereseschleife ausgewertet. In allen betrachteten Fällen wirkte sich die Barrierewirkung der Korngrenze vor allem zu Beginn der Simulation aus, wo sich der Riss noch innerhalb des ersten Kornes befand. Mit Überschreiten der Korngrenze kam es dann zu einem sprunghaften Anstieg der Rissspitzenabgleitung. Zusammenfassend lassen sich die folgenden Schlussfolgerungen ziehen: Mit zunehmendem Kippwinkel nimmt die Abgleitung vor einer Korngrenze zunächst stark ab. Allerdings verliert der Einfluss der Verkippung nach Überschreiten der Korngrenze schnell an Bedeutung, da die plastische Deformation an der Rissspitze vor allem durch den Schmidfaktor der neuen Gleitebene bestimmt wird. Im Gegensatz dazu bewirkt ein Drehwinkel zwischen den aktiven Gleitebenen sowohl vor als auch nach Überschreiten der Korngrenze einen Rückgang der Rissspitzenabgleitung, wobei die Hinderniswirkung mit zunehmender Verdrehung zunimmt. Im Verhältnis zum Einfluss des Kipp- und des Drehwinkels ist die Barrierewirkung aufgrund einer geänderten Gleitrichtung verhältnismäßig gering.

Im Anschluss an diese Studien wurde in Abschnitt 7.4 die Ausbreitung eines halbkreisförmigen Anfangsrisses auf einer Gleitebene simuliert. Hierzu wurde basierend auf dem in Abschnitt 6.2 vorgestellten Rissausbreitungsgesetz die Rissverlängerung je Zyklus und damit der Verlauf der neuen Rissfront bestimmt. Im Falle einer modenunabhängigen Rissausbreitung behält der Riss dabei weitgehend seine halbkreisförmige Kontur bei, bis er schließlich an der Korngrenze stoppt. Durch eine Auswertung des Spannungsfeldes hinter der Korngrenze konnte gezeigt werden, dass die Schubspannungen auf potentiellen Gleitebenen mit steigendem Drehwinkel nochmals deutlich abnehmen.

Da die Simulation in Abschnitt 7.4 nach jedem Risswachstumsschritt eine Neuvernetzung der Gleitebene erfordert und daher sehr zeitaufwändig ist, wurde in Abschnitt 7.5 ein vereinfachter Modellansatz vorgestellt. Darin kann die Rissfront innerhalb eines Elementes wachsen, ohne mit einer Elementkante übereinstimmen zu müssen. Die Abgleitung entlang der Rissfront wird nun durch eine Interpolation zwischen den Knotenverschiebungen des jeweiligen Elementes ermittelt. Durch diese Vorgehensweise muss nun lediglich eine Neuvernetzung

durchgeführt werden, wenn die Rissfront den fein diskretisierten Bereich verlässt, wodurch die Effizienz der Simulation insgesamt erheblich gesteigert wird. Gleichzeitig konnte durch eine Gegenüberstellung der Modelle mit exakter und vereinfachter Abbildung der Rissfront gezeigt werden, dass die Berechnungsergebnisse sehr gut übereinstimmen und der Fehler bei der Bestimmung der Rissspitzenabgleitung unter 0,5% liegt. Daher wurde dieses Modell für die weiteren Studien zur Rissausbreitung genutzt, bei denen die beiden in Abschnitt 6.2 entwickelten Rissausbreitungsgesetze gegenübergestellt werden. Beide Ansätze sind in der Lage, eine verminderte Risswachstumsgeschwindigkeit unter Modus III-Beanspruchung abzubilden. Entsprechend entwickelt sich die Risskontur in der Simulation von einem halbkreisförmigen Anfangsriss hin zu einem flachen Oberflächenriss. Dabei liefert vor allem der Mehrfachgleitmechanismus, bei dem lediglich der Modus II-Anteil der Abgleitung zur Rissausbreitung beiträgt, eine sehr gute Übereinstimmung mit der Modellvorstellung von Pokluda und Pippan (2005).

Abschließend wurde das Risswachstum über mehrere Körner simuliert, wobei für die neue Gleitebene unterschiedliche Orientierungen mit entsprechend variierenden Kipp- und Drehwinkeln betrachtet wurden. Erwartungsgemäß sank dabei die Rissausbreitungsrate mit zunehmender Missorientierung deutlich ab.

Insgesamt bietet das vorgestellte dreidimensionale Modell aus Sicht des Verfassers erhebliche Vorteile gegenüber 2D-Modellansätzen im Hinblick auf eine realitätsnahe Beschreibung der Stadium I-Kurzrissausbreitung. Dennoch existiert noch eine Reihe von Kritikpunkten, aus denen sich weiteres Entwicklungspotential für zukünftige Projekte ergibt. So wäre es wünschenswert gewesen, das Modell anhand experimenteller Daten zur dreidimensionalen Rissausbreitung zu validieren. Entsprechende Daten sind jedoch nur mit sehr großem Aufwand durch röntgenographische Untersuchungen aufzunehmen (siehe z.B. Herbig et al. 2011) und lagen im Rahmen dieses Projektes nicht vor. Aus diesem Grund musste bei der Modellentwicklung auf exemplarische Querschliffe und FIB-Präparationen zurückgegriffen werden, die den Rissverlauf unter der Oberfläche zeigen. Allerdings ist damit auch eine Zerstörung der Probe verbunden, so dass die Daten lediglich für eine Zyklenzahl aufgenommen werden konnten.

Weiteres Verbesserungspotential bietet sich im vorgestellten 3D-Modell bei der Abbildung der Missorientierung zwischen Gleitebenen in benachbarten Körnern. Zwar stellt die Berücksichtigung des Drehwinkels, der eine zusätzliche dreieckige Fläche auf der Korngrenze erzeugt, bereits einen signifikanten Fortschritt gegenüber einer 2D-Modellierung dar. Dennoch

sollte das Modell noch dahingehend verfeinert werden, dass ein Auffächern der Rissfront, wie es im Experiment beobachtet wird, mit abgebildet werden kann. Es ist davon auszugehen, dass sich gerade durch diese Auffächerung der Widerstand gegenüber einem Rissfortschritt nochmals deutlich erhöhen wird. Entsprechend werden die Rissausbreitungsraten in den Simulationen mit Drehwinkel mit hoher Wahrscheinlichkeit im jetzigen Modell überschätzt. Diese Erweiterung ist jedoch sehr komplex und bietet Potential für ein neues Projekt. Neben der Abbildung der komplexen Geometrie müsste hier vor allem experimentell geklärt werden, welche Gleitebenen in diesem Falle aktiviert werden und auf welchen Gleitsystemen es zu einer Abgleitung kommt.

Ein grundsätzlicher Nachteil der dreidimensionalen Modellierung ist, dass die Situation bereits bei drei risstragenden Körnern sehr komplex wird und die Diskretisierung mit Randelementen zu großen Gleichungssystemen führt. Entsprechend erscheint die Modellerweiterung auf eine größere Anzahl an Körnern trotz der sich ständig verbessernden Rechnerkapazitäten aus Sicht des Verfassers schwierig. Ein viel versprechendes Anwendungsgebiet liegt jedoch in der Kopplung mit einfacheren 2D-Rissmodellen. Dabei könnten mit Hilfe des 3D-Modells effektive Barrierewirkungen von Korngrenzen unter Berücksichtigung der tatsächlichen Missorientierung bestimmt werden, die dann bei der 2D-Rissausbreitungssimulation zugrunde gelegt werden.

9 Literatur

- Ahmadi, A. und Zenner, H., 2005: Simulation of microcrack growth for different load sequences and comparison with experimental results. *International Journal of Fatigue*, **27**, S. 853-861.
- Anthes, R. J., 1997: Ein neuartiges Kurzrißfortschrittsmodell zur Anrißlebensdauervorhersage bei wiederholter Beanspruchung. Veröffentlichung des Instituts für Stahlbau und Werkstoffmechanik der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 57, Darmstadt.
- Bantounas, I.; Dye, D. und Lindley, T. C., 2009: The effect of grain orientation on fracture morphology during high-cycle fatigue of Ti-6Al-4V. *Acta Materialia*, **57**, S. 3584-3595.
- Becker, W. und Gross, D., 1988: About the Dugdale crack under mixed-mode loading. *International Journal of Fracture*, **37**, S. 163-170.
- Bilby, B. A.; Cottrell, A. H. und Swinden, K. H., 1963: Spread of plastic yield from a notch. *Proceedings of the Royal Society of London Series A-Mathematical and Physical Sciences*, **272**, S. 304-314.
- Bjerken, C. und Melin, S., 2003: A tool to model short crack fatigue growth using a discrete dislocation formulation. *International Journal of Fatigue*, **25**, S. 559-566.
- Bjerken, C. und Melin, S., 2004: A study of the influence of grain boundaries on short crack growth during varying load using a dislocation technique. *Engineering Fracture Mechanics*, **71**, S. 2215-2227.
- Blom, A. F.; Hedlund, A.; Zhao, W.; Fathulla, A.; Weiss, B. und Stickler, R., 1986: Short fatigue crack growth behaviour in Al2024 and Al7475. in Miller, K. J. und de los Rios, E. R. (Hrsg.): *The behaviour of short fatigue cracks*, Mechanical Engineering Publications, London.
- Brebbia, C. A. und Dominguez, J., 1998: Boundary Elements - An Introductory Course. WIT Press / Computational Mechanics Publications, Southampton.
- Bridier, F.; Villechaise, P. und Mendez, J., 2008: Slip and fatigue crack formation processes in an alpha/beta titanium alloy in relation to crystallographic texture on different scales. *Acta Materialia*, **56**, S. 3951-3962.
- Brown, M. W., 1986: Interfaces between short, long and non-propagating cracks. in Miller, K. J. und de los Rios, E. R. (Hrsg.): *The behaviour of short fatigue cracks*, Mechanical Engineering Publications, London.
- Chan, K. S., 2003: A microstructure-based fatigue-crack-initiation model. *Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy and Materials Science*, **34**, S. 43-58.
- Cheng, A. S. und Laird, C., 1981: Fatigue life behavior of copper single-crystals. 1. Observations of crack nucleation. *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, **4**, S. 331-341.

- Christ, H. J.; Düber, O.; Fritzen, C. P.; Knobbe, H.; Köster, P.; Krupp, U. und Künkler, B., 2009: Propagation behaviour of microstructural short fatigue cracks in the high-cycle fatigue regime. *Computational Materials Science*, **46**, S. 561-565.
- Dai, D. N.; Hills, D. A. und Nowell, D., 1996: Formulation and implementation of the eigenstrain method employing higher order elements. *International Journal of Solids and Structures*, **33**, S. 331-342.
- Dai, D. N.; Hills, D. A. und Nowell, D., 1997: Modelling of growth of three-dimensional cracks by a continuous distribution of dislocation loops. *Computational Mechanics*, **19**, S. 538-544.
- Dai, D. N.; Nowell, D. und Hills, D. A., 1993: Eigenstrain methods in three-dimensional crack problems: An alternative integration procedure. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **41**, S. 1003-1017.
- de los Rios, E. R. und Navarro, A., 1990: Consideration of grain-orientation and work-hardening on short-fatigue-crack modeling. *Philosophical Magazine A*, **61**, S. 435-449.
- Doquet, V., 1999: Micromechanical simulations of microstructure-sensitive Stage I fatigue crack growth. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, **22**, S. 215-223.
- Düber, O., 2007: Untersuchungen zum Ausbreitungsverhalten mikrostrukturell kurzer Ermüdungsrisse in zweiphasigen metallischen Werkstoffen am Beispiel eines austenitisch-ferritischen Duplexstahls. VDI Verlag, Reihe 5, Nr. 730, Düsseldorf.
- Düber, O.; Künkler, B.; Krupp, U.; Christ, H. J. und Fritzen, C. P., 2006: Experimental characterization and two-dimensional simulation of short-crack propagation in an austenitic-ferritic duplex steel. *International Journal of Fatigue*, **28**, S. 983-992.
- Dugdale, D. S., 1960: Yielding of steel sheets containing slits *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **8**, S. 100-104.
- Erdogan, F. und Ratwani, M., 1970: Fatigue and Fracture of Cylindrical Shells containing a Circumferential Crack. *International Journal of Fracture Mechanics*, **6**, S. 379-392.
- Eshelby, J. D., 1961: Elastic inclusions and inhomogeneities. in Sneddon, I. N. und Hill, R. (Hrsg.): *Progress in solid mechanics*, (Band 2), North-Holland, Amsterdam.
- Floer, W., 2003: Untersuchungen zur mechanismenorientierten Lebensdauervorhersage an einer β -Titanlegierung., VDI-Verlag, Reihe 5, Nr. 679, Düsseldorf.
- Gottstein, G., 2007: Physikalische Grundlagen der Materialkunde. 2. Auflage. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York.
- Grabowski, L. und King, J. E., 1992: Modeling short crack-growth behavior in nickel-base superalloys. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, **15**, S. 595-606.

- Gross, D. und Seelig, T., 2007: Bruchmechanik. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- Hadamard, J., 1952: Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations. Dover Publications, New York.
- Hall, E. O., 1951: The deformation and ageing of mild steel III: Discussion of results. *Proceedings of the Physical Society of London B*, **64**, S. 747-753.
- Hansson, P. und Melin, S., 2005: Dislocation-based modelling of the growth of a microstructurally short crack by single shear due to fatigue loading. *International Journal of Fatigue*, **27**, S. 347-356.
- Hansson, P. und Melin, S., 2006: Influence of fatigue load range on the growth of a microstructurally short edge crack simulated by a discrete dislocation formulation. *International Journal of Fatigue*, **28**, S. 714-721.
- Hansson, P. und Melin, S., 2008: Simulation of simplified zigzag crack paths emerging during fatigue crack growth. *Engineering Fracture Mechanics*, **75**, S. 1400-1411.
- Heinz, A. und Neumann, P., 1990: Crack initiation during high cycle fatigue of an austenitic steel. *Acta Metallurgica et Materialia*, **38**, S. 1933-1940.
- Herbig, M.; King, A.; Reischig, P.; Proudhon, H.; Lauridsen, E. M.; Marrow, J.; Buffière, J.-Y. und Ludwig, W., 2011: 3-D growth of a short fatigue crack within a polycrystalline microstructure studied using combined diffraction and phase-contrast X-ray tomography. *Acta Materialia*, **59**, S. 590-601.
- Hills, D. A.; Kelly, P. A.; Dai, D. N. und Korsunsky, A. M., 1996: Solution of crack problems. Kluwer Academic Publishers, London.
- Hobson, P. D., 1982: The formulation of a crack growth equation for short cracks. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, **5**, S. 323-327.
- Hobson, P. D.; Brown, M. W. und de los Rios, E. R., 1986: Two phases of short crack growth in a medium carbon steel. in Miller, K. J. und de los Rios, E. R. (Hrsg.): *The behaviour of short fatigue cracks*, Mechanical Engineering Publications, London.
- Holzappel, C.; Schaf, W.; Marx, M.; Vehoff, H. und Mucklich, F., 2007: Interaction of cracks with precipitates and grain boundaries: Understanding crack growth mechanisms through focused ion beam tomography. *Scripta Materialia*, **56**, S. 697-700.
- Hussain, K., 1997: Short fatigue crack behaviour and analytical models: A review. *Engineering Fracture Mechanics*, **58**, S. 327-354.
- Irwin, G. R., 1957: Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.*, **24**, S. 361-364.
- Isida, M.; Yoshida, T. und Noguchi, H., 1991: A rectangular crack in an infinite solid, a semi-infinite solid and a finite-thickness plate subjected to tension. *International Journal of Fracture*, **52**, S. 79-90.

- Knobbe, H., 2014: Laufende Dissertation, Universität Siegen.
- Knobbe, H.; Köster, P.; Christ, H. J.; Fritzen, C. P. und Riedler, M., 2010: Initiation and propagation of short fatigue cracks in forged Ti6Al4V. *Procedia Engineering*, **2**, S. 931-940.
- Köster, P.; Knobbe, H.; Fritzen, C. P.; Christ, H. J. und Riedler, M., 2010a: Simulation of stage I-short crack propagation in forged Ti6Al4V. *Procedia Engineering*, **2**, S. 1701-1709.
- Köster, P.; Knobbe, H.; Fritzen, C. P.; Christ, H. J. und Krupp, U., 2010b: A three-dimensional model for stage I-crack propagation. *Technische Mechanik*, **30**, S. 185-194.
- Krupp, U., 2004: Mikrostrukturelle Aspekte der Rissinitiierung und -ausbreitung in metallischen Werkstoffen. Habilitationsschrift, Universität Siegen.
- Krupp, U.; Knobbe, H.; Christ, H. J.; Köster, P. und Fritzen, C. P., 2010: The significance of microstructural barriers during fatigue of a duplex steel in the high- and very-high-cycle-fatigue (HCF/VHCF) regime. *International Journal of Fatigue*, **32**, S. 914-920.
- Künkler, B., 2007: Mechanismenorientierte Lebensdauervorhersage unter Berücksichtigung der Mikrostruktur - Modellentwicklung, Verifikation und Anwendung. VDI Verlag, Reihe 18, Nr. 312, Düsseldorf.
- Künkler, B.; Düber, O.; Köster, P.; Krupp, U.; Fritzen, C. P. und Christ, H. J., 2008: Modelling of short crack propagation - Transition from stage I to stage II. *Engineering Fracture Mechanics*, **75**, S. 715-725.
- Künkler, B.; Schick, A.; Fritzen, C. P.; Floer, W.; Krupp, U. und Christ, H. J., 2003: Simulation of microstructurally controlled short crack propagation. *Steel Research*, **74**, S. 514-518.
- Kujawski, D. und Ellyin, F., 1992: A microstructurally motivated model for short crack growth rate. in Miller, K. J. und de los Rios, E. R. (Hrsg.): *Short fatigue cracks*, Mechanical Engineering Publications, London.
- Lachat, J. C. und Watson, J. O., 1976: Effective numerical treatment of boundary integral-equations: Formulation for three-dimensional elastostatics. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **10**, S. 991-1005.
- Lankford, J., 1982: The Growth of Small Fatigue Cracks in 7075-T6 Aluminum. *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, **5**, S. 233-248.
- Lee, J. C.; Farris, T. N. und Keer, L. M., 1987: Stress intensity factors for cracks of arbitrary shape near an interfacial boundary. *Engineering Fracture Mechanics*, **27**, S. 27-41.
- Lütjering, G. und Williams, J. C., 2007: Titanium. 2nd edition. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.

- Ma, A.; Roters, F. und Raabe, D., 2006: On the consideration of interactions between dislocations and grain boundaries in crystal plasticity finite element modeling - Theory, experiments, and simulations. *Acta Materialia*, **54**, S. 2181-2194.
- Ma, B. T. und Laird, C., 1989: Overview of fatigue behavior in copper single-crystals. 1. Surface-morphology and stage-I crack initiation sites for tests at constant strain amplitude. *Acta Metallurgica*, **37**, S. 325-336.
- Marx, M.; Schaefer, W. und Vehoff, H., 2010: Interaction of short cracks with the local microstructure. *Procedia Engineering*, **2**, S. 163-171.
- McEvily, A. J., 1998: The growth of short fatigue cracks: A review. *Materials Science Research International*, **4**, S. 3-11.
- Mindlin, R. D., 1936: Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. *Physics*, **7**, S. 195-202.
- Mura, T., 1987: Micromechanics of defects in solids. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht.
- Murakami, Y., 1985: Analysis of stress intensity factors of modes I, II and III for inclined surface cracks of arbitrary shape. *Engineering Fracture Mechanics*, **22**, S. 101-114.
- Murakami, Y., 1987: Stress intensity factors handbook. (Band 2), Pergamon Press, Oxford New York Beijing.
- Murakami, Y. und Nemat-Nasser, S., 1983: Growth and stability of interacting surface flaws of arbitrary shape. *Engineering Fracture Mechanics*, **17**, S. 193-210.
- Murtaza, G. und Akid, R., 1995: Modelling short fatigue crack growth in a heat-treated low-alloy steel. *International Journal of Fatigue*, **17**, S. 207-214.
- Navarro, A. und de los Rios, E. R., 1988a: Short and long fatigue crack-growth: A unified model. *Philosophical Magazine A*, **57**, S. 15-36.
- Navarro, A. und de los Rios, E. R., 1988b: Compact solution for a multizone BCS crack model with bounded or unbounded end conditions. *Philosophical Magazine A*, **57**, S. 43-50.
- Neumann, P., 1969: Coarse slip model of fatigue. *Acta Metallurgica*, **17**, S. 1219-1225.
- Noda, N. A.; Kihara, T. und Beppu, D., 2004: Variations of stress intensity factor of a semi-elliptical surface crack subjected to mixed mode loading. *International Journal of Fracture*, **127**, S. 167-191.
- Oberwinkler, B., 2010: Fatigue-Proof and Damage Tolerant Lightweight Design of Ti-6Al-4V Forgings. Dissertation, Montanuniversität Leoben.
- Paris, P. und Erdogan, F., 1963: A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, **85**, S. 528-534.

- Paris, P. C.; Gomez, M. P. und Anderson, W. E., 1961: A rational analytic theory of fatigue. *The Trend in Engineering*, **12**, S. 9-14.
- Petch, N. J., 1953: The cleavage strength of polycrystalline. *J. Iron Steel Inst*, **173**, S. 25–28.
- Pippan, R., 1991: Dislocation emission and fatigue crack growth threshold. *Acta metall. mater.*, **39**, S. 255-262.
- Pippan, R., 1992: The condition for the cyclic plastic deformation of the crack tip: the influence of dislocation obstacles. *International Journal of Fracture*, **58**, S. 305-318.
- Pokluda, J. und Pippan, R., 2005: Can pure mode III fatigue loading contribute to crack propagation in metallic materials?. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, **28**, S. 179-185.
- Pook, L. P., 1994: Some implications of corner point singularities. *Engineering Fracture Mechanics*, **48**, S. 367-378.
- Radaj, D. und Vormwald, M., 2007: Ermüdungsfestigkeit. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York.
- Raju, I. S. und Newman, J. C., 1979: Stress-intensity factors for a wide-range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates. *Engineering Fracture Mechanics*, **11**, S. 817-829.
- Randle, V., 1992: Microtexture determination and its applications. The Institute of Materials, Bournemouth.
- Ravichandran, K. S., 1997: Three-dimensional crack-shape effects during the growth of small surface fatigue cracks in a titanium-base alloy. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, **20**, S. 1423-1442.
- Rice, J. R., 1968: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. *Journal of applied mechanics*, **35**, S. 379-386.
- Ritchie, R. O.; McClintock, F. A.; Nayeb-Hashemi, H. und Ritter, M. A., 1982: Mode III fatigue crack propagation in low alloy steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, **13**, S. 101-110.
- Schick, A., 2004: Ein neues Modell zur mechanismenorientierten Simulation der mikrostrukturbestimmten Kurzrisssausbreitung. VDI Verlag, Reihe 18, Nr. 292, Düsseldorf.
- Schwalbe, K.-H., 1980: Bruchmechanik metallischer Werkstoffe. Carl Hanser Verlag, München.
- Stoll, A. und Wilkinson, A. J., 2009: Modeling the mechanics of intergranular crack propagation. *Proceedings of the International Conference on Crack Path 2009, Vicenza, Italien*.
- Suresh, S., 2001: Fatigue of Materials. (Band 2), Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne.

- Suresh, S. und Ritchie, R. O., 1984: Propagation of short fatigue cracks. *International Metals Reviews*, **29**, S. 445-475.
- Taira, S.; Tanaka, K. und Nakai, Y., 1978: A model of crack-tip slip band blocked by grain boundary. *Mechanics Research Communications*, **5**, S. 375-381.
- Tanaka, K.; Akiniwa, Y.; Nakai, Y. und Wei, R. P., 1986: Modeling of small fatigue crack-growth interacting with grain-boundary. *Engineering Fracture Mechanics*, **24**, S. 803-819.
- Tokaji, K. und Ogawa, T., 1992: The growth behaviour of microstructurally small fatigue cracks in metals. in Miller, K. J. und de los Rios, E. R. (Hrsg.): *Short fatigue cracks*, Mechanical Engineering Publications, London.
- Vehoff, H.; Nykyforchyn, A. und Metz, R., 2004: Fatigue crack nucleation at interfaces. *Materials Science and Engineering A - Structural Materials Properties Microstructure and Processing*, **387**, S. 546-551.
- Voronoi, G., 1908: Nouvelles applications des parameters continus à la Théorie des formes quadratiques. *Zeitschrift für Reine und Angewandte Mathematik*, **134**, S. 198-287.
- Wagner, L., 1989: Mikrorissausbreitung in hochfesten Titan- und Aluminiumlegierungen. Habilitationsschrift, Universität Hamburg.
- Weinhandl, H., 1996: Über die Computer Simulation von Nachbarschaftsverhältnissen in Zweiphasengefügen. Dissertation, Montanuniversität Leoben.
- Wilkinson, A. J., 2001: Modelling the effects of texture on the statistics of stage I fatigue crack growth. *Philosophical Magazine A*, **81**, S. 841-855.
- Wilkinson, A. J.; Roberts, S. G. und Hirsch, P. B., 1998: Modelling the threshold conditions for propagation of stage I fatigue cracks. *Acta Materialia*, **46**, S. 379-390.
- Wöhler, A., 1860: Versuche über die Festigkeit der Eisenbahnwagenachsen. *Zeitschrift für Bauwesen*, **10**, S. 160-161.
- Zhai, T.; Wilkinson, A. J. und Martin, J. W., 2000: A crystallographic mechanism for fatigue crack propagation through grain boundaries. *Acta Materialia*, **48**, S. 4917-4927.

Anhang

A.1 Analytische Lösung der Linienintegrale L , $L_{\alpha\beta}$, M_γ und $M_{\alpha\beta\chi}$

Wie bereits im Text erwähnt können die Linienintegrale L , $L_{\alpha\beta}$, M_γ , $M_{\alpha\beta\chi}$ in den Gleichungen (6.21), (6.22) bzw. (6.44) für drei- und viereckige Elemente analytisch gelöst. Die Lösungen lauten nach Hills et al. (1996):

$$\begin{aligned}
 L &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{a_i} [\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i + k_i (\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i)] \\
 L_{11} &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{3a_i} [\cos^3 \theta_{i+1} - \cos^3 \theta_i + k_i (3 \sin \theta_{i+1} - 3 \sin \theta_i - \sin^3 \theta_{i+1} + \sin^3 \theta_i)] \\
 L_{12} &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{3a_i} [-\sin^3 \theta_{i+1} + \sin^3 \theta_i + k_i (-\cos^3 \theta_{i+1} + \cos^3 \theta_i)] = L_{21} \\
 L_{22} &= L - L_{11} \\
 M_1 &= \sum_{i=1}^{n+1} -\frac{k_i}{\sqrt{1+k_i^2}} I_i \\
 M_2 &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{\sqrt{1+k_i^2}} I_i \\
 M_{211} &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{3(1+k_i^2)} \left[-\cos \theta_{i+1} + \cos \theta_i + k_i (\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i) + \frac{1}{\sqrt{1+k_i^2}} I_i \right] = M_{121} \\
 M_{122} &= \sum_{i=1}^{n+1} \frac{k_i}{3(1+k_i^2)} \left[-\cos \theta_{i+1} + \cos \theta_i + k_i (\sin \theta_{i+1} - \sin \theta_i) + \frac{k_i^2}{\sqrt{1+k_i^2}} I_i \right] = M_{212} \\
 M_{111} &= M_1 - M_{122} \\
 M_{222} &= M_2 - M_{211}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Mit der Anzahl an Knoten n des jeweiligen Elements und

$$\begin{aligned}
 a_i &= x_2^i - x_2^0 - k_i (x_1^i - x_1^0) \\
 k_i &= \frac{x_2^{i+1} - x_2^i}{x_1^{i+1} - x_1^i} \\
 \theta_i &= \arctan \frac{x_2^i - x_2^0}{x_1^i - x_1^0} \\
 I_i &= \ln \frac{(\cos \theta_{i+1} + k_i \sin \theta_{i+1} + \sqrt{1+k_i^2}) r_{i+1}}{(\cos \theta_i + k_i \sin \theta_i + \sqrt{1+k_i^2}) r_i}
 \end{aligned}$$

Dabei ist r_i der Abstand vom Kollokationspunkt (x_1^0, x_2^0) zum i -ten Knoten (x_1^i, x_2^i) .

Außerdem gilt $x_\alpha^{n+1} = x_\alpha^1$.

A.2 Interpolationsfunktionen zur Bestimmung der Koordinaten und Verschiebungen in einem Versetzungsring-Element

Die linearen Interpolationsfunktionen zur Bestimmung eines beliebigen Punktes in einem Element lauten

$$\begin{aligned} L_1(\xi_1, \xi_2) &= 1 - \xi_1 - \xi_2 \\ L_2(\xi_1, \xi_2) &= \xi_1 \\ L_3(\xi_1, \xi_2) &= \xi_2 \end{aligned} \tag{A.2}$$

für ein Dreiknoten-Element und

$$\begin{aligned} L_1(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 + \xi_2) \\ L_2(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 + \xi_2) \\ L_3(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 - \xi_1)(1 - \xi_2) \\ L_4(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4}(1 + \xi_1)(1 - \xi_2) \end{aligned} \tag{A.3}$$

für ein Vierknoten-Element.

Die linearen Interpolationsfunktionen zur Bestimmung der Verschiebungen im Element lauten

$$\begin{aligned} N_1(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{3}(5 - 6\xi_1 - 6\xi_2) \\ N_2(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{3}(6\xi_1 - 1) \\ N_3(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{3}(6\xi_2 - 1) \end{aligned} \tag{A.5}$$

für ein Dreiknoten-Element und

$$\begin{aligned}
N_1(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{2} \xi_1 \right) \left(1 + \frac{3}{2} \xi_2 \right) \\
N_2(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{3}{2} \xi_1 \right) \left(1 + \frac{3}{2} \xi_2 \right) \\
N_3(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{3}{2} \xi_1 \right) \left(1 - \frac{3}{2} \xi_2 \right) \\
N_4(\xi_1, \xi_2) &= \frac{1}{4} \left(1 + \frac{3}{2} \xi_1 \right) \left(1 - \frac{3}{2} \xi_2 \right)
\end{aligned} \tag{A.6}$$

und für ein Vierknoten-Element.

A.3 Ableitung der Formfunktion

Die in Gleichung (6.43) und (6.44) vorliegende Ableitung der Formfunktionen nach den globalen Koordinaten der Gleitebene lautet:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial N_p}{\partial x_1} &= \frac{\partial N_p}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial N_p}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \\
\frac{\partial N_p}{\partial x_2} &= \frac{\partial N_p}{\partial \xi_1} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} + \frac{\partial N_p}{\partial \xi_2} \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

mit

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \frac{1}{\frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \frac{\partial x_1}{\partial \xi_2}} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & -\frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} \\ -\frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \end{bmatrix}.$$